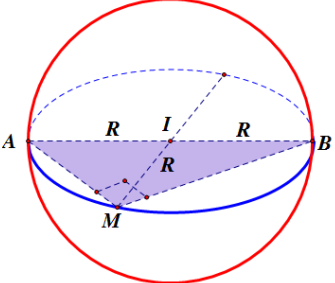
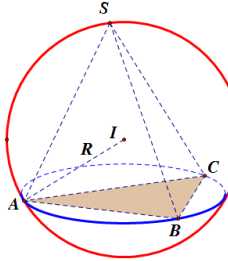
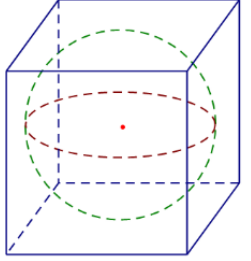
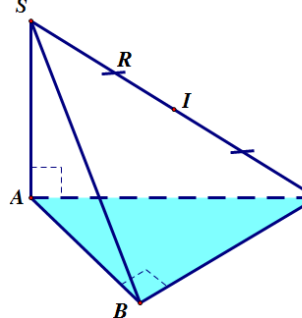
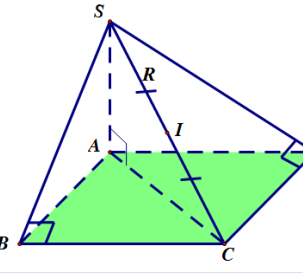
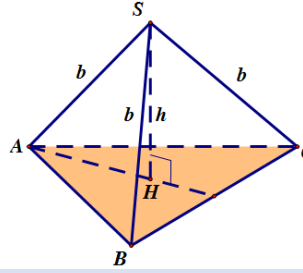
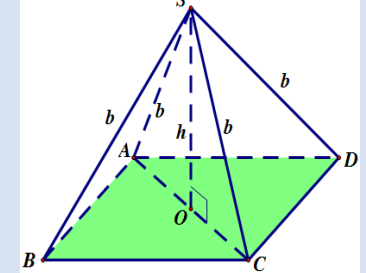
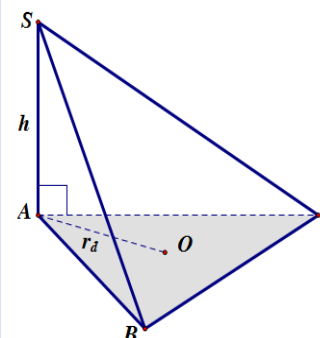


TÀI LIỆU DÀNH CHO ĐỐI TƯỢNG HỌC SINH KHÁ – GIỎI MỨC 7-8-9-10 ĐIỂM

LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP

MẶT CẦU	Một số công thức:	Mặt cầu ngoại tiếp đa diện Mặt cầu nội tiếp đa diện	
 ☞ Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R = \frac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.	▪ Tâm I, bán kính $R = IA = IB = IM$. ▪ Đường kính $AB = 2R$. ▪ Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R. ▪ Diện tích mặt cầu: $S = 4\pi R^2$. ▪ Thể tích khối cầu: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$.	 Mặt cầu ngoại tiếp đa diện là mặt cầu đi qua tất cả đỉnh của đa diện đó.	 Mặt cầu nội tiếp đa diện là mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt của đa diện đó.
CÁCH TÌM BÁN KÍNH MẶT CẦU NGOẠI TIẾP HÌNH CHÓP THƯỜNG GẶP			
1. Hình chóp có các đỉnh nhìn một cạnh dưới một góc vuông.		2. Hình chóp đều.	
 ▪ Xét hình chóp có $SA \perp (ABC)$ và $\widehat{ABC} = 90^\circ$. ▪ Ta có $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = 90^\circ$ nên mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có tâm I là trung điểm SC, bán kính $R = \frac{SC}{2}$.	 ▪ Xét hình chóp có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật hoặc hình vuông. ▪ Ta có: $\widehat{SAC} = \widehat{SBC} = \widehat{SDC} = 90^\circ$ Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có tâm I là trung điểm SC, bán kính $R = \frac{SC}{2}$.	 ▪ Xét hình chóp tam giác đều có cạnh bên bằng b và đường cao $SH = h$. ▪ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp trên là $R = \frac{b^2}{2h}$.	 ▪ Xét hình chóp tứ giác đều có cạnh bên bằng b và chiều cao $SO = h$. ▪ Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp trên là $R = \frac{b^2}{2h}$.
3. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt phẳng đáy.		4. Hình chóp có mặt bên vuông góc với mặt đáy.	



▪ Xét hình chóp có $SA \perp$ (đáy) và $SA = h$; bán kính đường tròn ngoại tiếp của đáy là r_d .

▪ Khi đó mặt cầu ngoại tiếp hình chóp có bán kính

$$R = \sqrt{\left(\frac{h}{2}\right)^2 + r_d^2}.$$

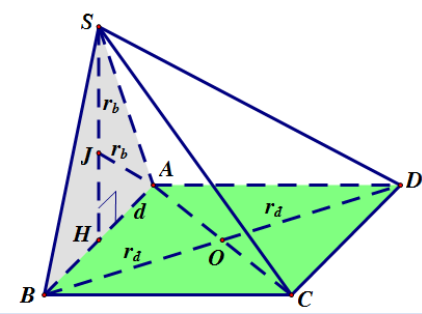
▪ Nếu đáy là tam giác đều cạnh a thì

$$r_d = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$$

▪ Nếu đáy là hình vuông cạnh a thì $r_d = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

▪ Nếu đáy là hình chữ nhật cạnh a, b thì

$$r_d = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{2}.$$



▪ Xét hình chóp có mặt bên $(SAB) \perp$ (đáy), bán kính ngoại tiếp đáy là r_d , bán kính ngoại tiếp $\triangle SAB$ là r_b , $d = AB = (SAB) \cap$ (đáy). (đoạn giao tuyến)

▪ Khi đó bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

$$R = \sqrt{r_d^2 + r_b^2 - \frac{d^2}{4}}.$$

Dạng 1. Khối cầu ngoại tiếp khối lăng trụ

Câu 1. (THPT Ninh Bình-Bạc Liêu-2019) Một hình hộp chữ nhật có ba kích thước a, b, c nội tiếp một mặt cầu. Tính diện tích S của mặt cầu đó

A. $S = 16(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

B. $S = (a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

C. $S = 4(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

D. $S = 8(a^2 + b^2 + c^2)\pi$.

Câu 2. (Chuyên Thái Bình - 2018) Cho lăng trụ tam giác đều có cạnh đáy bằng a cạnh bên bằng b . Tính thể tích của khối cầu đi qua các đỉnh của lăng trụ.

A. $\frac{1}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

B. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

C. $\frac{\pi}{18\sqrt{3}}\sqrt{(4a^2 + b^2)^3}$.

D. $\frac{\pi}{18\sqrt{2}}\sqrt{(4a^2 + 3b^2)^3}$.

Câu 3. Một mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có kích thước $AB = 4a$, $AD = 5a$, $AA' = 3a$. Mặt cầu trên có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\frac{5\sqrt{2}a}{2}$.

B. $6a$.

C. $2\sqrt{3}a$.

D. $\frac{3\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 4. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chữ nhật có ba kích thước 1, 2, 3 là

A. $\frac{9\pi}{8}$.

B. $\frac{9\pi}{2}$.

C. 36π .

D. $\frac{7\sqrt{14}\pi}{3}$.

Câu 5. (Thpt Vĩnh Lộc - Thanh Hóa 2019) Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp của một hình lập phương có cạnh bằng $2a$

A. $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $R = a$.

C. $R = 2a\sqrt{3}$.

D. $R = a\sqrt{3}$.

Câu 6. (Chuyên Nguyễn Trãi Hải Dương 2019) Diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối hộp chữ nhật có kích thước a , $a\sqrt{3}$ và $2a$.

A. $8a^2$.

B. $4\pi a^2$.

C. $16\pi a^2$.

D. $8\pi a^2$.

Câu 7. (Chuyên Đại học Vinh - 2019) Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = AA' = 2a$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

A. $9\pi a^2$. B. $\frac{3\pi a^2}{4}$. C. $\frac{9\pi a^2}{4}$. D. $3\pi a^2$.

Câu 8. Cho hình lập phương có cạnh bằng a . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình lập phương đó bằng

A. $V = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. B. $V = 4\sqrt{3}\pi a^3$. C. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{3}$. D. $V = \frac{\pi a^3 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 9. (Nho Quan A - Ninh Bình - 2019) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

A. $3\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $\frac{\pi a^2 \sqrt{3}}{2}$.

Câu 10. (Đại học Hồng Đức –Thanh Hóa 2019) Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABB'C'$.

A. $R = a\sqrt{3}$. B. $R = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. C. $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $R = 2a$.

Câu 11. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A , $AB = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu đi qua tất cả các đỉnh của hình lăng trụ theo a .

A. $R = \frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $R = \frac{a}{2}$. C. $R = 2a$. D. $R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 12. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a .

A. $\frac{7\pi a^2}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{8}$. C. πa^2 . D. $\frac{7\pi a^2}{9}$.

Câu 13. (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho hình lập phương có cạnh bằng 1. Thể tích mặt cầu đi qua các đỉnh của hình lập phương là

A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{3\sqrt{3}\pi}{2}$.

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Đường kính của mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương là

A. $a\sqrt{3}$. B. $a\sqrt{2}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

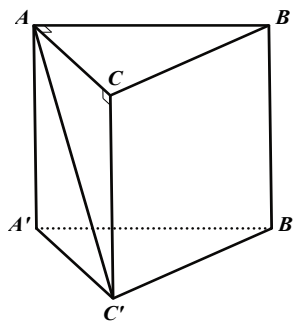
Câu 15. Tỉ số thể tích giữa khối lập phương và khối cầu ngoại tiếp khối lập phương đó bằng

A. $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3\pi}$. C. $\frac{3\sqrt{2}}{2\pi}$. D. $\frac{\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 16. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = a$, $AD = 2a$, $AA' = 3a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $\frac{28\sqrt{14}\pi a^3}{3}$. B. $\sqrt{6}\pi a^3$. C. $\frac{7\sqrt{14}\pi a^3}{3}$. D. $4\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 17. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° (tham khảo hình vẽ bên dưới). Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho?



- A. $S = 24\pi a^2$. B. $S = 6\pi a^2$. C. $S = 4\pi a^2$. D. $S = 3\pi a^2$.

Câu 18. (Chuyên ĐH Vinh - Nghệ An -2020) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 2a$, $BC = a$. Gọi M là trung điểm của BB' . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{3}a}{8}$. B. $\frac{\sqrt{13}a}{2}$. C. $\frac{\sqrt{21}a}{6}$. D. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 19. (Chuyên Thái Bình - 2020) Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có chiều cao bằng 4, đáy ABC là tam giác cân tại A với $AB = AC = 2$; $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ trên

- A. $\frac{64\pi\sqrt{2}}{3}$. B. 16π . C. 32π . D. $\frac{32\pi\sqrt{2}}{3}$.

Câu 20. (Chuyên Sơn La - 2020) Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có các cạnh đều bằng a . Tính diện tích S của mặt cầu đi qua 6 đỉnh của hình lăng trụ đó.

- A. $S = \frac{7\pi a^2}{3}$. B. $S = \frac{7a^2}{3}$. C. $S = \frac{49\pi a^2}{144}$. D. $S = \frac{49a^2}{114}$.

Dạng 2. Khối cầu ngoại tiếp khối chóp

Dạng 2.1 Khối chóp có cạnh bên vuông góc với đáy

Câu 1. (Mã 101 - 2020 Lần 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{172\pi a^2}{3}$. B. $\frac{76\pi a^2}{3}$. C. $84\pi a^2$. D. $\frac{172\pi a^2}{9}$.

Câu 2. (Mã 102 - 2020 Lần 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $4a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $52\pi a^2$. B. $\frac{172\pi a^2}{3}$. C. $\frac{76\pi a^2}{9}$. D. $\frac{76\pi a^2}{3}$.

Câu 3. (Mã 103 - 2020 Lần 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt (SBC) và mặt phẳng đáy là 60° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{43\pi a^2}{3}$. B. $\frac{19\pi a^2}{3}$. C. $\frac{43\pi a^2}{9}$. D. $21\pi a^2$.

Câu 4. (Mã 104 - 2020 Lần 1) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt phẳng đáy bằng 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{43\pi a^2}{3}$. B. $\frac{19\pi a^2}{3}$. C. $\frac{19\pi a^2}{9}$. D. $13\pi a^2$.

- Câu 5. (Sở Bắc Ninh - 2020)** Cho hình chóp $ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D . Biết SA vuông góc với $ABCD$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{2}$. Gọi E là trung điểm của AD . Bán kính mặt cầu đi qua các điểm S, A, B, C, E bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{30}}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. D. a .
- Câu 6. (Sở Yên Bái - 2020)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $a\sqrt{2}$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$.
- Câu 7. (Bỉm Sơn - Thanh Hóa - 2020)** Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình vuông cạnh bằng x . Cạnh bên $SA = x\sqrt{6}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Tính theo x diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.
- A. $8\pi x^2$. B. $x^2\sqrt{2}$. C. $2\pi x^2$. D. $2x^2$.
- Câu 8. (Chuyên Nguyễn Tất Thành Yên Bái 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a . Cạnh bên $SA = a\sqrt{6}$ và vuông góc với đáy $(ABCD)$. Tính theo a diện tích mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABCD$.
- A. $8\pi a^2$. B. $a^2\sqrt{2}$. C. $2\pi a^2$. D. $2a^2$.
- Câu 9. (Chuyên Thái Nguyên 2019)** Trong không gian, cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, BC đôi một vuông góc với nhau và $SA = a, AB = b, BC = c$. Mặt cầu đi qua S, A, B, C có bán kính bằng
- A. $\frac{2(a+b+c)}{3}$. B. $\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. C. $2\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. D. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$.
- Câu 10. (Mã 105 2017)** Cho tứ diện $ABCD$ có tam giác BCD vuông tại C , AB vuông góc với mặt phẳng (BCD) , $AB = 5a$, $BC = 3a$ và $CD = 4a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- A. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{3}$ B. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{3}$ C. $R = \frac{5a\sqrt{2}}{2}$ D. $R = \frac{5a\sqrt{3}}{2}$
- Câu 11. (Mã 104 2017)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = 3a$, $BC = 4a$, $SA = 12a$ và SA vuông góc với đáy. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- A. $R = \frac{13a}{2}$ B. $R = 6a$ C. $R = \frac{5a}{2}$ D. $R = \frac{17a}{2}$
- Câu 12. (KTNL GV Thuận Thành 2 Bắc Ninh 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có tam giác ABC vuông tại B , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) . $SA = 5$, $AB = 3$, $BC = 4$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$
- A. $R = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. B. $R = 5$. C. $R = \frac{5}{2}$. D. $R = 5\sqrt{2}$.
- Câu 13. (KTNL Gia Bình 2019)** Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = 8$, $BC = 6$. Biết $SA = 6$ và $SA \perp (ABC)$. Tính thể tích khối cầu có tâm thuộc phần không gian bên trong của hình chóp và tiếp xúc với tất cả các mặt phẳng của hình chóp $SABC$.
- A. $\frac{16\pi}{9}$ B. $\frac{625\pi}{81}$ C. $\frac{256\pi}{81}$ D. $\frac{25\pi}{9}$

- Câu 14. (THPT An Lão Hải Phòng 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đường cao SA , đáy ABC là tam giác vuông tại A . Biết $SA = 6a, AB = 2a, AC = 4a$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$?
- A. $R = 2a\sqrt{7}$. B. $R = a\sqrt{14}$. C. $R = 2a\sqrt{3}$. D. $r = 2a\sqrt{5}$.
- Câu 15. (THPT Gia Lộc Hải Dương 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có đường chéo bằng $\sqrt{2}a$, cạnh SA có độ dài bằng $2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$?
- A. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. C. $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{12}$.
- Câu 16. (HSG Bắc Ninh 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $BC = a$, $SA \perp (ABC)$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Bán kính mặt cầu đi qua các điểm A, B, C, M, N bằng
- A. $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$ C. a D. $2a$
- Câu 17.** Hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = a, SA \perp (ABCD)$, SC tạo với mặt đáy một góc 45° . Mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ có bán kính bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng
- A. $2a^3$. B. $2a^3\sqrt{3}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.
- Câu 18. (Chuyên Hạ Long 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp?
- A. $\frac{a\sqrt{5}}{2}$. B. $2a$. C. $a\sqrt{5}$. D. $a\sqrt{7}$.
- Câu 19. (THPT Gang Thép Thái Nguyên 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B , $BC = 2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A lên SB và SC , khi đó thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $AHKCB$ là
- A. $\sqrt{2}\pi a^3$. B. $\frac{\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{2}$. D. $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.
- Câu 20. (THPT Yên Khánh - Ninh Bình - 2019)** Cho hình chóp $SABC$, đáy ABC là tam giác đều cạnh a ; $SA \perp (ABC)$. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên $SB; SC$. Diện tích mặt cầu đi qua 5 điểm A, B, C, K, H là
- A. $\frac{4\pi a^2}{9}$. B. $3\pi a^2$. C. $\frac{4\pi a^2}{3}$. D. $\frac{\pi a^2}{3}$.
- Câu 21. (Lương Thế Vinh Hà Nội 2019)** Cho hình chóp $SABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB = a$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng SC tạo với đáy một góc 60° . Tính diện tích mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $SABC$
- A. $8a^2\pi$. B. $\frac{32a^2}{3}\pi$. C. $\frac{8a^2\pi}{3}$ D. $4a^2\pi$.
- Câu 22. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , tam giác ABC vuông tại B . Biết $SA = 2a, AB = a, BC = a\sqrt{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- A. a . B. $2a\sqrt{2}$. C. $a\sqrt{2}$. D. $x = 3; y = \frac{1}{2}$.

Câu 23. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019) Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$ có các cạnh bên SA, SB, SC vuông góc với nhau từng đôi một. Biết thể tích của khối chóp bằng $\frac{a^3}{6}$. Tính bán kính r của mặt cầu nội tiếp của hình chóp $S.ABC$.

- A. $r = \frac{a}{3+\sqrt{3}}$. B. $r = 2a$. C. $r = \frac{a}{3(3+2\sqrt{3})}$. D. $r = \frac{2a}{3(3+2\sqrt{3})}$.

Câu 24. (Cụm Liên Trường Hải Phòng 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Đường thẳng $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm SC , mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A và M đồng thời song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E, F . Bán kính mặt cầu đi qua năm điểm S, A, E, M, F nhận giá trị nào sau đây?

- A. a B. $\frac{a}{2}$ C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ D. $a\sqrt{2}$

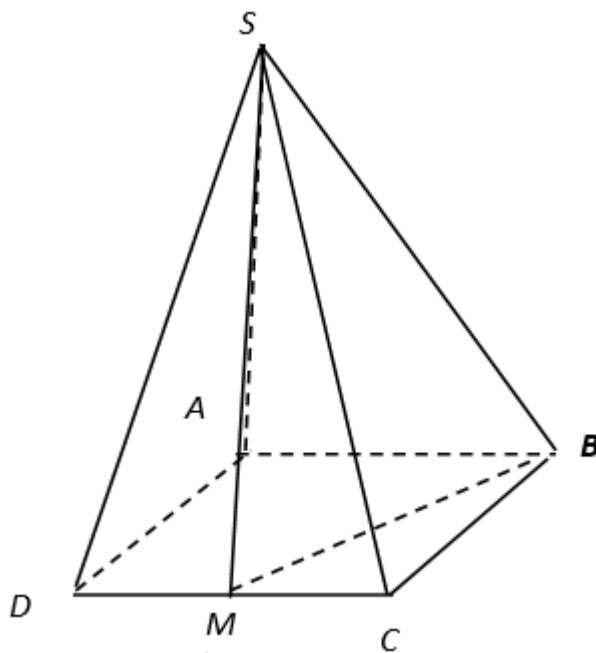
Câu 25. (Việt Đức Hà Nội 2019) Trong không gian cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB = BC = 1, AD = 2$, cạnh bên $SA = 1$ và SA vuông góc với đáy. Gọi E là trung điểm AD . Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.CDE$.

- A. $S_{mc} = 11\pi$. B. $S_{mc} = 5\pi$. C. $S_{mc} = 2\pi$. D. $S_{mc} = 3\pi$.

Câu 26. (Sở Bắc Ninh 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và $AB = 2, AC = 4, SA = \sqrt{5}$. Mặt cầu đi qua các đỉnh của hình chóp $S.ABC$ có bán kính là:

- A. $R = \frac{25}{2}$. B. $R = \frac{5}{2}$. C. $R = 5$. D. $R = \frac{10}{3}$.

Câu 27. (THPT Nguyễn Tất Thành-Đh-SP-HN-2022) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2, AD = 1$. Gọi M là trung điểm của DC . Biết $SA \perp (ABCD)$ và $SA = 2$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.BCM$.



- A. $R = \sqrt{3}$. B. $R = \frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $R = \frac{\sqrt{11}}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{13}}{2}$.

Câu 28. (Sở Vĩnh Phúc 2022) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{25\pi a^2}{12}$. B. $\frac{25\pi a^2}{3}$. C. $\frac{25\pi a^2}{9}$. D. $\frac{25\pi a^2}{6}$.

Câu 29. (Chuyên Hạ Long 2022) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , $SA = a\sqrt{7}$ và vuông góc với đáy. Lấy điểm M trên cạnh SC sao cho $CM < a$. Gọi (C) là hình nón có đỉnh C , các điểm B, M, D thuộc mặt xung quanh, điểm A thuộc mặt đáy của hình nón. Tính diện tích xung quanh của (C) .

- A. $\frac{16\sqrt{7}}{15}\pi a^2$.
B. $\frac{8\sqrt{30}}{15}\pi a^2$.
C. $\frac{32\sqrt{2}}{15}\pi a^2$.
D. $\frac{16\sqrt{3}}{9}\pi a^2$.

Câu 30. (Sở Lạng Sơn 2022) Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh đáy ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $SA \perp (ABC)$ và $SA = 2a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ bằng

- A. $\frac{9\pi a^3}{2}$. B. $\frac{3\pi a^3}{2}$. C. $\sqrt{6}\pi a^3$. D. $3\sqrt{6}\pi a^3$.

Câu 31. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2022) Cho hình chóp $S.ABC$, có SA vuông góc với đáy, $AB = 3$, $AC = 2$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A lên SB, SC . Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$.

- A. $R = \frac{4}{\sqrt{3}}$. B. $R = \frac{\sqrt{21}}{3}$. C. $R = 1$. D. $R = \sqrt{2}$.

Dạng 2.2 Khối chóp có mặt bên vuông góc với đáy

Câu 1. (THPT-Thang-Long-Ha-Noi- 2019) Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và BCD là các tam giác đều cạnh bằng 2; hai mặt phẳng (ABD) và (ACD) vuông góc với nhau. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 2. (THPT Nguyễn Khuyến 2019) Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{18}$ B. $V = \frac{5\sqrt{15}\pi}{54}$ C. $V = \frac{4\sqrt{3}\pi}{27}$ D. $V = \frac{5\pi}{3}$

Câu 3. (THPT An Lão Hải Phòng 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang cân, $AB = 2a$, $CD = a$, $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $(ABCD)$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } R = \frac{a\sqrt{3}}{3} \quad \text{B. } R = a \quad \text{C. } R = \frac{2a\sqrt{3}}{3} \quad \text{D. } R = \frac{2a}{3}$$

Câu 4. (THPT Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a, AD = 2a$. Tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a .

$$\text{A. } 6\pi a^2. \quad \text{B. } 10\pi a^2. \quad \text{C. } 3\pi a^2. \quad \text{D. } 5\pi a^2.$$

Câu 5. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = a, \widehat{ACB} = 30^\circ$. Biết SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy (ABC). Tính diện tích mặt cầu S_{mc} ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$$\text{A. } S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{3}. \quad \text{B. } S_{mc} = \frac{13\pi a^2}{3}. \quad \text{C. } S_{mc} = \frac{7\pi a^2}{12}. \quad \text{D. } S_{mc} = 4\pi a^2.$$

Câu 6. (KTNL GV Bắc Giang 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính diện tích S của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$

$$\text{A. } S = 3\pi a^2. \quad \text{B. } S = \frac{4\pi a^2}{3}. \quad \text{C. } S = \frac{7\pi a^2}{3}. \quad \text{D. } S = 7\pi a^2.$$

Câu 7. (Chuyên Lê Hồng Phong Nam Định 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

$$\text{A. } V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{54}. \quad \text{B. } V = \frac{7\sqrt{21}\pi a^3}{18}. \quad \text{C. } V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{81}. \quad \text{D. } V = \frac{4\sqrt{3}\pi a^3}{27}.$$

Câu 8. (Sở Phú Thọ 2019) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = BC = AC = BD = 2a, AD = a\sqrt{3}$; hai mặt phẳng (ACD) và (BCD) vuông góc với nhau. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng

$$\text{A. } \frac{64\pi a^2}{27} \quad \text{B. } \frac{4\pi a^2}{27} \quad \text{C. } \frac{16\pi a^2}{9} \quad \text{D. } \frac{64\pi a^2}{9}$$

Câu 9. (THPT Nghĩa Hưng ND- 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng ($ABCD$). Biết rằng $AB = a, AD = a\sqrt{3}$ và $\widehat{ASB} = 60^\circ$. Tính diện tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

$$\text{A. } S = \frac{13\pi a^2}{2}. \quad \text{B. } S = \frac{13\pi a^2}{3}. \quad \text{C. } S = \frac{11\pi a^2}{2}. \quad \text{D. } S = \frac{11\pi a^2}{3}.$$

Câu 10. (Thi thử hội 8 trường chuyên 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB = 2a, AD = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

$$\text{A. } \frac{a\sqrt{57}}{6}. \quad \text{B. } \frac{a\sqrt{19}}{4}. \quad \text{C. } \frac{2a\sqrt{15}}{3}. \quad \text{D. } \frac{a\sqrt{13}}{3}.$$

Câu 11. (Nam Định 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$\text{A. } \frac{5a^2\pi}{12}. \quad \text{B. } \frac{5a^2\pi}{3}. \quad \text{C. } \frac{5a^2}{3}. \quad \text{D. } \frac{5a^2}{12}.$$

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $AB = BC = a, AD = 2a$. Tam giác SAD đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là

$$\text{A. } 6\pi a^2. \quad \text{B. } 10\pi a^2. \quad \text{C. } 3\pi a^2. \quad \text{D. } 5\pi a^2.$$

Câu 13. (Chuyên Thái Bình 2022) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. $\frac{11\sqrt{11}\pi a^3}{162}$.

Dạng 2.3 Khối chóp đều

Câu 1. (THCS - THPT Nguyễn Khuyến 2019) Nếu tứ diện đều có cạnh bằng a thì mặt cầu ngoại tiếp của tứ diện có bán kính bằng:

- A. $\frac{a\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{a\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Câu 2. (Đề Tham Khảo 2017) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $3\sqrt{2}a$, cạnh bên bằng $5a$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.

- A. $R = \sqrt{3}a$. B. $R = \sqrt{2}a$. C. $R = \frac{25a}{8}$. D. $R = 2a$.

Câu 3. Hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp là

- A. $4\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\sqrt{2}\pi a^2$ D. $2\pi a^2$.

Câu 4. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

- A. $\frac{12}{5}a$ B. $2a$ C. $\frac{3}{2}a$ D. $\frac{9}{4}a$

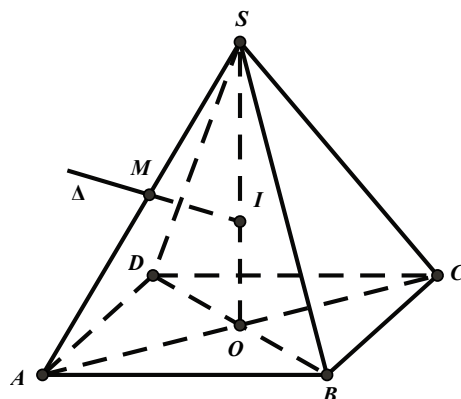
Câu 5. (Lương Thế Vinh Hà Nội 2019) Cho hình chóp đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $AB = a$, góc giữa mặt bên với mặt phẳng đáy bằng 60° . Tính bán kính mặt cầu đi qua bốn đỉnh của hình chóp $S.ABC$

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{7a}{12}$. C. $\frac{7a}{16}$. D. $\frac{a}{2}$.

Câu 6. (Chuyên Vĩnh Phúc 2019) Cho hình chóp tứ giác đều có góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Biết rằng mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đó có bán kính $R = a\sqrt{3}$. Tính độ dài cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều nói trên.

- A. $\frac{12}{5}a$. B. $2a$. C. $\frac{3}{2}a$. D. $\frac{9}{4}a$.

Câu 7. (Gia Lai 2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a , cạnh bên hợp với mặt đáy một góc 60° (tham khảo hình vẽ). Tính diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.



A. $\frac{8\pi a^2}{3}$. B. $\frac{5\pi a^2}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}\pi a^2}{3}$. D. $\frac{7\pi a^2}{3}$.

Câu 8. (Vũng Tàu - 2019) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ bằng

A. $2\pi a^2$. B. πa^2 . C. $\frac{2}{3}\pi a^2$. D. $\frac{1}{2}\pi a^2$.

Câu 9. Cho tứ diện đều có thể tích bằng $\frac{1}{3}$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện

A. $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $R = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $R = \frac{3\sqrt{2}}{4}$. D. $R = \frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 10. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng $a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $V = 3\pi a^3\sqrt{6}$. B. $V = \pi a^3\sqrt{6}$. C. $V = \frac{\pi a^3\sqrt{6}}{8}$. D. $V = \frac{3\pi a^3\sqrt{6}}{8}$.

Câu 11. (Nguyễn Trãi - Thái Bình - 2020) Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a và góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng 45° . Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{4\pi a^2}{3}$ B. $\frac{3\pi a^2}{4}$ C. $\frac{2\pi a^2}{3}$ D. $\frac{9\pi a^2}{4}$

Câu 12. (THPT Võ Nguyên Giáp - Quảng Bình - 2022) Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và các cạnh

còn lại đều bằng a . Biết rằng bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$ bằng $\frac{a\sqrt{m}}{n}$ với

$m, n \in \mathbb{N}^*$; $m \leq 15$. Tổng $T = m + n$ bằng

A. 15. B. 17. C. 19. D. 21.

Dạng 2.4 Khối chóp khác

Câu 1. (Chuyên Quốc Học Huế 2019) Cho mặt cầu tâm O và tam giác ABC có ba đỉnh nằm trên mặt cầu với góc $BAC = 30^\circ$ và $BC = a$. Gọi S là điểm nằm trên mặt cầu, không thuộc mặt phẳng (ABC) và thỏa mãn $SA = SB = SC$, góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Tính thể tích V của khối cầu tâm O theo a .

A. $V = \frac{\sqrt{3}}{9}\pi a^3$ B. $V = \frac{32\sqrt{3}}{27}\pi a^3$ C. $V = \frac{4\sqrt{3}}{27}\pi a^3$ D. $V = \frac{15\sqrt{3}}{27}\pi a^3$

Câu 2. (Chuyên Bắc Giang 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, các cạnh còn lại cùng bằng a .

Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là:

A. $R = \frac{a\sqrt{13}}{2}$ B. $R = \frac{a}{3}$ C. $R = \frac{a\sqrt{13}}{3}$ D. $R = \frac{a\sqrt{13}}{6}$

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = a$, $\widehat{ASB} = \widehat{ASC} = 90^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.

A. $\frac{7\pi a^2}{18}$ B. $\frac{7\pi a^2}{12}$ C. $\frac{7\pi a^2}{3}$ D. $\frac{7\pi a^2}{6}$

- Câu 4. (Sở Vĩnh Phúc 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là điểm H thuộc đoạn AC thỏa mãn $AC = 4AH$ và $SH = a$. Tính bán kính mặt cầu nội tiếp hình chóp $S.ABCD$ (mặt cầu tiếp xúc với tất cả các mặt bên của hình chóp)
- A. $\frac{4a}{9+\sqrt{13}}$. B. $\frac{4a}{5+\sqrt{17}}$. C. $\frac{4a}{5+\sqrt{13}}$. D. $\frac{4a}{9+\sqrt{17}}$.
- Câu 5. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3, AD = 4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.
- A. $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. B. $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. C. $V = \frac{50\sqrt{3}}{3}\pi$. D. $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.
- Câu 6. (Chuyên Phan Bội Châu Nghệ An 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a , tam giác SAB đều và tam giác SCD vuông cân tại S . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp.
- A. $\frac{7\pi a^2}{3}$. B. $\frac{8\pi a^2}{3}$. C. $\frac{5\pi a^2}{3}$. D. πa^2 .
- Câu 7. (Chuyên Hưng Yên 2019)** Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I cạnh $AB = 3a, BC = 4a$. Hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của ID . Biết rằng SB tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc 45° . Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABCD$.
- A. $\frac{25\pi}{2}a^2$. B. $\frac{125\pi}{4}a^2$. C. $\frac{125\pi}{2}a^2$. D. $4\pi a^2$.
- Câu 8. (Chuyên Hạ Long -2019)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 3, AD = BC = 5, AC = BD = 6$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.
- A. 35π (đvtt). B. 35 (đvtt). C. $\frac{35\sqrt{35}}{6}\pi$ (đvtt). D. $35\sqrt{35}\pi$ (đvtt).
- Câu 9. (THPT Yên Phong Số 1 Bắc Ninh 2019)** Cho đường tròn tâm O có đường kính $AB = 2a$ nằm trong mặt phẳng (P) . Gọi I là điểm đối xứng với O qua A . Lấy điểm S sao cho SI vuông góc với mặt phẳng (P) và $SI = 2a$. Tính bán kính R của mặt cầu qua đường tròn tâm O và điểm S .
- A. $R = \frac{a\sqrt{65}}{4}$. B. $R = \frac{a\sqrt{65}}{16}$. C. $R = a\sqrt{5}$. D. $R = \frac{7a}{4}$.
- Câu 10. (Liên Trường THPT Tp Vinh Nghệ An 2019)** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $B, AB = BC = 3a\sqrt{2}, \widehat{SAB} = \widehat{SCB} = 90^\circ$. Biết khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $2a\sqrt{3}$. Tính thể tích mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.
- A. $72\sqrt{18}\pi a^3$. B. $18\sqrt{18}\pi a^3$. C. $6\sqrt{18}\pi a^3$. D. $24\sqrt{18}\pi a^3$.
- Câu 11. (Chuyên ĐHSPT Hà Nội 2019)** Cho hình chóp $O.ABC$ có $OA = OB = OC = a, \widehat{AOB} = 60^\circ, \widehat{BOC} = 90^\circ, \widehat{AOC} = 120^\circ$. Gọi S là trung điểm cạnh OB . Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ là
- A. $\frac{a}{4}$ B. $\frac{a\sqrt{7}}{4}$ C. $\frac{a\sqrt{7}}{2}$ D. $\frac{a}{2}$
- Câu 12. (Hsg Bắc Ninh 2019)** Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = 6a, CD = 8a$ và các cạnh còn lại bằng $a\sqrt{74}$. Tính diện tích mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $S = 25\pi a^2$. B. $S = 100\pi a^2$. C. $S = \frac{100}{3}\pi a^2$. D. $S = 96\pi a^2$.

Câu 13. (Sở Bắc Ninh 2019) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, đường thẳng AC' tạo với mặt phẳng $(BCC'B')$ một góc 30° . Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp lăng trụ đã cho bằng:

A. $3\pi a^2$. B. $6\pi a^2$. C. $4\pi a^2$. D. $24\pi a^2$.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với (ABC) , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$ bằng

A. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$. C. $\pi a^3 \sqrt{2}$. D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

Câu 15. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng 60° . Gọi G là trọng tâm tam giác $A'BC$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $G.ABC$.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{12}$. B. a . C. $\frac{7a}{12}$. D. $a\sqrt{3}$.

Câu 16. (Bắc Ninh 2019) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$, $\widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCC_1B_1$ bằng

A. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$. B. $\pi a^3 \sqrt{2}$. C. $\frac{4}{3}\pi a^3$. D. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$.

Câu 17. (Thi thử Lâmônôxốp - Hà Nội 2019) Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại A và $AB = AC = a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình tứ diện $AA'B'C$ là:

A. $\frac{8\pi a^3}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{4\pi a^3}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}\pi a^3}{3}$.

Câu 18. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác với $AB = 2\text{cm}$, $AC = 3\text{cm}$, $\widehat{BAC} = 60^\circ$, $SA \perp (ABC)$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính thể tích khối cầu đi qua năm điểm A, B, C, B_1, C_1 .

A. $\frac{28\sqrt{21}\pi}{27}\text{cm}^3$. B. $\frac{76\sqrt{57}\pi}{27}\text{cm}^3$. C. $\frac{7\sqrt{7}\pi}{6}\text{cm}^3$. D. $\frac{27\pi}{6}\text{cm}^3$.

Câu 19. (Trường THPT Thăng Long 2019) Cho tứ diện $ABCD$ có các mặt ABC và BCD là các tam giác đều cạnh bằng 2, hai mặt phẳng (ABD) và (ACD) vuông góc với nhau. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$.

A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 20. (Cụm liên trường Hải Phòng -2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a . Đường thẳng $SA = a\sqrt{2}$ vuông góc với đáy $(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của SC , mặt phẳng (α) đi qua điểm A và M đồng thời song song với BD cắt SB, SD lần lượt tại E, F . Bán kính mặt cầu đi qua năm điểm S, A, E, M, F nhận giá trị nào sau đây?

- A. a . B. $\frac{a}{2}$. C. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. D. $a\sqrt{2}$.

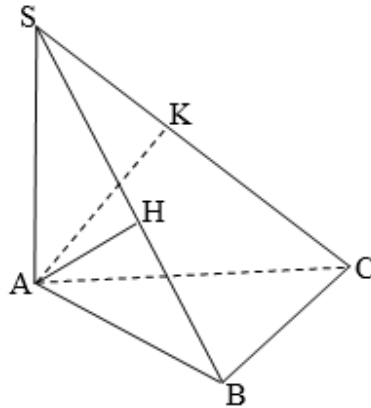
Câu 21. (Chuyên Lê Quý Đôn Điện Biên 2019) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 3, AD = 4$ và các cạnh bên của hình chóp tạo với mặt đáy một góc 60° . Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

- A. $V = \frac{250\sqrt{3}}{3}\pi$. B. $V = \frac{125\sqrt{3}}{6}\pi$. C. $V = \frac{50\sqrt{3}}{3}\pi$. D. $V = \frac{500\sqrt{3}}{27}\pi$.

Câu 22. (Chuyên Hưng Yên - 2020) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh 1. Mặt bên (SAC) là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, $SA = SC = \frac{3}{2}$. Gọi D là điểm đối xứng với B qua C . Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABD$.

- A. $\frac{\sqrt{34}}{8}$. B. $\frac{3\sqrt{34}}{4}$. C. $\frac{3\sqrt{34}}{16}$. D. $\frac{3\sqrt{34}}{8}$.

Câu 23. (Chuyên Phan Bội Châu - Nghệ An - 2020) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác đều, $SA = a\sqrt{3}$ và góc giữa đường thẳng SB và đáy bằng 60° . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Tính bán kính mặt cầu đi qua các điểm A, B, H, K .



- A. $\frac{a}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}a}{6}$. C. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}a}{3}$.

Câu 24. (Chuyên Vĩnh Phúc - 2020) Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BC = a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy (ABC) . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB và SC . Thể tích của khối cầu ngoại tiếp hình chóp $A.HKCB$ bằng

- A. $\sqrt{2}\pi a^3$. B. $\frac{\sqrt{2}\pi a^3}{3}$. C. $\frac{\pi a^3}{6}$. D. $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 25. (Sở Ninh Bình 2020) Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $AB = \sqrt{3}$, $AC = 2$ và $\widehat{BAC} = 30^\circ$. Gọi M, N lần lượt là hình chiếu của A trên SB, SC . Bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $A.BCNM$ là

- A. $R = 2$. B. $R = \sqrt{13}$. C. $R = 1$. D. $R = \sqrt{2}$.

Câu 26. (Kim Thành - Hải Dương - 2020) Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , $AB = a, AC = a\sqrt{2}, \widehat{BAC} = 45^\circ$. Gọi B_1, C_1 lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $ABCC_1B_1$ bằng

- A. $\frac{\pi a^3}{\sqrt{2}}$. B. $\pi a^3 \sqrt{2}$. C. $\frac{\pi a^3 \sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{4}{3}\pi a^3$.

