

▮ BÀI 4 : BA ĐƯỜNG CONIC

▮ BÀI GIẢNG 1 : ELIP



LÝ THUYẾT



Memorize :



Lý thuyết bài giảng :



LÀM

☒ Các yếu tố về Elip

$$(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$$

Câu 236: Cho Elip

- a) Tính độ lớn các trục, tiêu cự ? b) Tìm tọa độ các đỉnh, tiêu điểm ?

 **Lời giải :**

$$(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

Câu 237: Cho Elip

- a) Tìm tâm sai e . Viết phương trình đường chuẩn?

b) $M \left(1; \frac{8\sqrt{6}}{5} \right) \in (E)$. Tìm MF_1, MF_2 ?

 **Lời giải :**

$$(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$$

Câu 238: Cho Elip

- a) $\angle MF_1F_2 = 90^\circ$ b) $MF_1 = 2MF_2$.

 **Lời giải :**

Câu 239: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm M thuộc (E) sao cho $\angle F_1MF_2 = 60^\circ$.

 **Lời giải :**

Câu 240: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{1} = 1, d: 2x - y - m = 0$. Tìm m sao cho

a) $d \cap (E)$ tại hai điểm phân biệt b) $d \cap (E)$ tại 1 điểm duy nhất.

 **Lời giải :**

☑ **Lập phương trình về Elip:**

Câu 241: Lập phương trình (E) qua $M\left(4; \frac{9}{5}\right)$ và $N\left(3; \frac{12}{5}\right)$.

 Lời giải :

Câu 242: Lập phương trình (E) qua $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và M nhìn F_1F_2 dưới 1 góc vuông.

 Lời giải :

Câu 243: Lập phương trình (E) có trục lớn bằng 8 và tâm sai $e = \frac{\sqrt{3}}{2}$

 **Lời giải :**

Câu 244: Lập phương trình (E) qua $M\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ và có $F_2(\sqrt{3}; 0)$

 **Lời giải :**

Câu 245: Lập phương trình Elip (E) biết Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 41$ và đi qua điểm $A(0; 5)$.

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

☑ Các yếu tố về Elip

Câu 246: Cho elip (E) có phương trình chính tắc: $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$.

a) Tìm các giao điểm của (E) với hai trục tọa độ.

b) Tìm hai tiêu điểm F_1, F_2 của (E) .

Lời giải

a) Gọi A là giao điểm của (E) với trục Ox , suy ra $A(x; 0)$. Vì A thuộc (E) nên

$$\frac{x^2}{100} + \frac{0^2}{64} = 1 \Rightarrow \begin{cases} x = 10 \\ x = -10 \end{cases}$$

Vậy (E) giao với trục Ox tại hai điểm có tọa độ $(-10; 0)$ và $(10; 0)$.

Gọi B là giao điểm của (E) với trục Oy , suy ra $B(0; y)$. Vì B thuộc (E) nên

$$\frac{0^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1 \Rightarrow \begin{cases} y = 8 \\ y = -8 \end{cases}$$

Vậy (E) giao với trục Oy tại hai điểm có tọa độ $(0; -8)$ và $(0; 8)$.

b) Ta có: $a^2 = 100, b^2 = 64$, suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 100 - 64 = 36$.

Vậy hai tiêu điểm của (E) là $F_1(-6; 0), F_2(6; 0)$.

Câu 247: Cho elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{16} = 1$. Tìm tiêu điểm và tiêu cự của elip.

Lời giải

Trong phương trình chính tắc của (E) ta có $\begin{cases} a^2 = 36 \\ b^2 = 16 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 - b^2} = 2\sqrt{5}$.

Vậy (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-2\sqrt{5}; 0), F_2(2\sqrt{5}; 0)$ và có tiêu cự là $2c = 4\sqrt{5}$.

Câu 248: Cho elip (E) : $9x^2 + 16y^2 = 144$.

a) Tìm các tiêu điểm, tiêu cự và tâm sai của elip.

Lời giải

a) (E) : $9x^2 + 16y^2 = 144 \Leftrightarrow \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Ta có $a^2 = 16, b^2 = 9 \Rightarrow a = 4, b = 3, c = \sqrt{a^2 - b^2} = 5$.

Vậy elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-\sqrt{7};0)$; $F_2(\sqrt{7};0)$, tiêu cự $2c=2\sqrt{7}$, tâm sai $e=\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Câu 249: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Xác định độ dài các trục, tiêu cự, tọa độ tiêu điểm, tọa độ các đỉnh, tâm sai, phương trình đường chuẩn của (E) .

Lời giải.

Từ phương trình $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$ (E) , ta có $a=2$; $b=1$. Suy ra $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{3}$.

Suy ra tọa độ các đỉnh là $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$, $B_1(0;-1)$, $B_2(0;1)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2=4$, độ dài trục bé $B_1B_2=2$.

Tiêu cự $F_1F_2=2c=2\sqrt{3}$, tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{3};0)$; $F_2(\sqrt{3};0)$.

Tâm sai của c là $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 250: Cho Elip $(E): 4x^2 + 25y^2 = 100$. Xác định độ dài các trục, tiêu cự, tọa độ tiêu điểm, tọa độ các đỉnh, tâm sai, phương trình đường chuẩn của (E) .

Lời giải.

Ta có $4x^2 + 25y^2 = 100 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$. Ta có $a=5$; $b=2$ nên $c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{21}$.

Do đó tọa độ các đỉnh là $A_1(-5;0)$, $A_2(5;0)$, $B_1(0;-2)$, $B_2(0;2)$.

Độ dài trục lớn $A_1A_2=10$, độ dài trục bé $B_1B_2=4$.

Tiêu cự $F_1F_2=2c=2\sqrt{21}$, tiêu điểm là $F_1(-\sqrt{21};0)$; $F_2(\sqrt{21};0)$.

Tâm sai của c là $e=\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{21}}{5}$.

☑ Viết phương trình Elip

Câu 251: Lập phương trình chính tắc của mỗi đường conic trong các trường hợp sau:

a) Elip có một tiêu điểm là $F_2(3;0)$ và đi qua điểm $A(11;0)$;

b) Elip đi qua hai điểm $M(0;3)$ và $N\left(3;-\frac{12}{5}\right)$;

Lời giải

a) Gọi elip cần lập phương trình chính tắc là (E) . Elip (E) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$.

Do $F_2(3;0)$ là một tiêu điểm của (E) nên $c=3$.

Điểm $A(11;0)$ nằm trên (E) nên $\frac{11^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1$.

Do đó $a^2 = 121$, suy ra $b^2 = a^2 - c^2 = 121 - 9 = 112$.

Vậy elip (E) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{121} + \frac{y^2}{112} = 1$.

b) Gọi elip cần lập phương trình chính tắc là (E) . Elip (E) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$.

Điểm $M(0;3)$ nằm trên (E) nên $\frac{0^2}{a^2} + \frac{3^2}{b^2} = 1$. Do đó $b^2 = 9$.

Điểm $N\left(3; -\frac{12}{5}\right)$ nằm trên (E) nên:

$$\frac{3^2}{a^2} + \frac{\left(-\frac{12}{5}\right)^2}{9} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{a^2} + \frac{144}{225} = 1 \Leftrightarrow \frac{9}{a^2} = 1 - \frac{144}{225} = \frac{81}{225} \Leftrightarrow a^2 = \frac{9 \cdot 225}{81} = 25.$$

Vậy elip (E) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 252: Lập phương trình chính tắc của Elip biết:

a) Elip có tâm sai $e = \frac{3}{5}$ và khoảng cách từ tâm đối xứng của nó đến một đường chuẩn bằng $\frac{25}{3}$

b) Elip có một cạnh hình chữ nhật cơ sở của Elip nằm trên $d: x - \sqrt{5} = 0$ và độ dài đường chéo hình chữ nhật bằng 6.

Lời giải

$$e = \frac{3}{5} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{3}{5} \Leftrightarrow c = \frac{3}{5}a$$

a) Ta có

Elip có khoảng cách từ tâm đối xứng O đến một đường chuẩn là $\frac{25}{3}$ nên:

$$\frac{a}{e} = \frac{25}{3} \Leftrightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{25}{3} \Leftrightarrow \frac{a^2}{\frac{3}{5}a} = \frac{25}{3} \Leftrightarrow a = 5$$

Với $a = 5 \Rightarrow c = 3$ và $b^2 = a^2 - c^2 = 16$

Vậy Elip cần tìm có phương trình là: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$

b) Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x = \pm a; y = \pm b$

Theo giả thiết một cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x - \sqrt{5} = 0$ nên $a = \sqrt{5}$.

Độ dài đường chéo của hình chữ nhật cơ sở bằng 6 nên:

$$\sqrt{4a^2 + 4b^2} = 6 \Leftrightarrow 4a^2 + 4b^2 = 36 \Leftrightarrow 20 + 4b^2 = 36 \Leftrightarrow b^2 = 4$$

Vậy phương trình Elip cần tìm là: $\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$

Câu 253: Lập phương trình chính tắc của Elip biết:

a) Elip có hình chữ nhật cơ sở nội tiếp đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 41$ và đi qua điểm $A(0; 5)$.

b) Elip đi qua điểm $M(2\sqrt{3}; 2)$ và M nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông

Lời giải

a) Elip đi qua điểm $A(0; 5) \in Oy$, suy ra $b = 5$.

Phương trình các cạnh của hình chữ nhật cơ sở là: $x = \pm a; y = \pm b$

Suy ra một đỉnh của hình chữ nhật cơ sở là $(a; 5)$.

Theo giả thiết $(a; 5)$ thuộc đường tròn (C) nên ta có:

$$a^2 + 25 = 41 \Leftrightarrow a^2 = 16$$

Vậy phương trình Elip cần tìm là: $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$

b) Từ giả thiết, ta suy ra $\overline{MF_1} \cdot \overline{MF_2} = 0 \Leftrightarrow (-c - 2\sqrt{3})(c - 2\sqrt{3}) + 4 = 0 \Leftrightarrow c^2 = 16$

Hơn nữa (E) qua điểm M nên:

$$\frac{12}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \frac{12}{b^2 + 16} + \frac{4}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^4 = 64 \Leftrightarrow b^2 = 8$$

Suy ra: $a^2 = b^2 + c^2 = 24$.

Vậy phương trình (E) cần tìm là : $\frac{x^2}{24} + \frac{y^2}{8} = 1$

Câu 254:Viết phương trình chính tắc của elip (E) biết:

a) Độ dài hai trục lần lượt là 26 và 10.

b) Elip có tổng độ dài hai trục bằng 8 và tâm sai $e = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

a) Ta có: $2a = 26; 2b = 10$, suy ra $a = 13; b = 5$.

Vậy phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$.

b) Tổng độ dài hai trục bằng 8 nên $2a + 2b = 8$. (1)

Tâm sai $e = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow a = \sqrt{2}c$. (2)

Từ (1) và (2), ta có:
$$\begin{cases} 2a + 2b = 8 \\ e = \frac{c}{a} = \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + b = 4 \\ a = \sqrt{2}c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 4 - \sqrt{2}c \\ a = \sqrt{2}c \end{cases}$$

Thay vào hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được.

$$2c^2 = (4 - \sqrt{2}c)^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 - 8\sqrt{2}c + 16 = 0 \Leftrightarrow c = 4\sqrt{2} \pm 4$$

Với $c = 4\sqrt{2} + 4$, suy ra $\begin{cases} a = 8 + 4\sqrt{2} \\ b = -8 - 4\sqrt{2} \end{cases}$ (không thỏa mãn)

Với $c = 4\sqrt{2} - 4$, suy ra $\begin{cases} a = 8 - 4\sqrt{2} \\ b = -4 + 4\sqrt{2} \end{cases}$

Do đó Elip cần tìm có phương trình (E) : $\frac{x^2}{(8 - 4\sqrt{2})^2} + \frac{y^2}{(4\sqrt{2} - 4)^2} = 1$

Câu 255:Lập phương trình chính tắc của Elip, biết

$$e = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

a) Elip có tâm sai có hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20.

b) Elip có tiêu điểm $F_1(-2; 0)$ và có hình chữ nhật cơ sở có diện tích bằng $12\sqrt{5}$.

Lời giải.

$$e = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow a = \frac{3}{\sqrt{5}}c$$

a) Elip có tâm sai

Mặt khác, Elip có hình chữ nhật cơ sở có chu vi bằng 20 nên:

$$2(2a+2b)=20 \Leftrightarrow a+b=5 \Leftrightarrow b=5-a$$

Thay (1);(2) vào hệ thức $a^2 = b^2 + c^2$, ta được:

$$\left(\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2 = (5-a)^2 + c^2 \Leftrightarrow \left(\frac{3}{\sqrt{5}}c\right)^2 = \left(5 - \frac{3}{\sqrt{5}}a\right)^2 + c^2 \Leftrightarrow c^2 - \frac{30}{\sqrt{5}}c + 25 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} c = 5\sqrt{5} \\ c = \sqrt{5} \end{cases}$$

Với $c = 5\sqrt{5}$, suy ra $\begin{cases} a = 15 \\ b = -10 \end{cases}$ (không thỏa mãn).

Với $c = \sqrt{5}$, suy ra $\begin{cases} a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$. Do đó Elip cần tìm có phương trình (E) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$:

b) Elip có một tiêu điểm $F_1(-2;0)$ nên $c=2$.

$$\text{Diện tích hình chữ nhật cơ sở } s = 2a \cdot 2b = 12\sqrt{5} \Leftrightarrow ab = 3\sqrt{5} \Leftrightarrow a^2b^2 = 45 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác, ta có } a^2 = b^2 + c^2 = b^2 + 4 \quad (2)$$

Kết hợp (1);(2) ta được:

$$a^2b^2 = 45 \Leftrightarrow (b^2 + 4)b^2 = 45 \Leftrightarrow b^4 + 4b^2 - 45 = 0 \Leftrightarrow b^2 = 5 \text{ hoặc } b^2 = -9$$

$$\text{Với } b^2 = 5 \Rightarrow a^2 = 9$$

$$\text{Vậy phương trình Elip cần tìm là: } \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$$

☑ Tìm điểm thuộc Elip

Câu 256: Cho elip (E): $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

a) Tìm tọa độ hai tiêu điểm, tiêu cự của (E).

b) Cho điểm M bất kì thuộc (E). Tính $MF_1 + MF_2$.

c) Cho điểm M thuộc (E) sao cho M nhìn hai tiêu điểm dưới một góc vuông. Tính đoạn OM , trong đó O là gốc tọa độ, từ đó hãy tìm tọa độ điểm M .

Lời giải

a) Trong phương trình chính tắc của (E) ta có

$$a^2 = 25, b^2 = 9 \Rightarrow a = 5, b = 3, c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4.$$

Vậy (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-c;0)=(-4;0), F_2(c;0)=(4;0)$, có tiêu cự là $2c=8$

b) Vì điểm M thuộc (E) nên theo định nghĩa của đường elip ta có $MF_1 + MF_2 = 2a = 2 \cdot 5 = 10$.

c) Gọi $M(x_0; y_0)$. Do M thuộc (E) nên ta có $\frac{x_0^2}{25} + \frac{y_0^2}{9} = 1$. (1)

Theo giả thiết ta có $\angle F_1MF_2 = 90^\circ$, kết hợp với O là trung điểm của F_1F_2 nên ta suy ra $OM = \frac{F_1F_2}{2} = c = 4$. Điều này tương đương với $x_0^2 + y_0^2 = 4^2 = 16 \Leftrightarrow y_0^2 = 16 - x_0^2$. (2)

Thay (2) vào (1) ta được

$$\frac{x_0^2}{25} + \frac{16 - x_0^2}{9} = 1 \Leftrightarrow 9x_0^2 + 25(16 - x_0^2) = 225 \Leftrightarrow x_0^2 = \frac{175}{16} \Leftrightarrow x_0 = \pm \frac{5\sqrt{7}}{4}.$$

Thay x_0 vào (2) ta được $y_0^2 = 16 - x_0^2 = 16 - \frac{175}{16} = \frac{81}{16} \Leftrightarrow y_0 = \pm \frac{9}{4}$.

Vậy $OM = 4$ và có bốn điểm M thỏa mãn đề bài, các điểm này có tọa độ là

$$M_1\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right), M_2\left(\frac{5\sqrt{7}}{4}; -\frac{9}{4}\right), M_3\left(-\frac{5\sqrt{7}}{4}; \frac{9}{4}\right), M_4\left(-\frac{5\sqrt{7}}{4}; -\frac{9}{4}\right).$$

Câu 257: Elip $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tìm những điểm M thuộc (E) sao cho nó nhìn hai tiêu điểm của Elip dưới một góc vuông.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 1 \end{cases}$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 2 \Rightarrow c = 2\sqrt{2}$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $\angle F_1MF_2 = 90^\circ$ nên:

$$F_1F_2^2 = MF_1^2 + MF_2^2 \Leftrightarrow 4c^2 = (a + ex)^2 + (a - ex)^2$$

$$\Leftrightarrow 32 = 2a^2 + 2e^2x^2$$

$$\Leftrightarrow 32 = 18 + 2 \cdot \frac{8}{9} \cdot x^2$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$$

Thay vào (E) , ta được $y^2 = \frac{1}{8} \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{2\sqrt{2}}$

Vậy $M\left(\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right); M\left(\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}; -\frac{1}{2\sqrt{2}}\right); M\left(-\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}; \frac{1}{2\sqrt{2}}\right); M\left(-\frac{3\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}; -\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$

Câu 258: Elip $(E): \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Gọi $F_1; F_2$ là hai tiêu điểm của Elip. Tìm tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho $\angle MF_1F_2 = 60^\circ$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} a^2 = 4 \\ b^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \end{cases}$. Suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$.

Gọi $M(x; y) \in (E)$. Ta có $\angle MF_1F_2 = 60^\circ$ nên :

$$\begin{aligned} F_1F_2^2 &= MF_1^2 + MF_2^2 - 2MF_1MF_2 \cdot \cos 60^\circ \\ \Leftrightarrow 4c^2 &= (a+ex)^2 + (a-ex)^2 - 2(a+ex)(a-ex) \cdot \frac{1}{2} \\ \Leftrightarrow 12 &= 2a^2 + 2e^2x^2 - a^2 + e^2x^2 \\ \Leftrightarrow x^2 &= \frac{12 - a^2}{3e^2} = \frac{32}{9} \Leftrightarrow x = \pm \frac{4\sqrt{2}}{3} \end{aligned}$$

Thay vào (E) , ta được $y^2 = \frac{1}{9} \Leftrightarrow y = \pm \frac{1}{3}$

Vậy $M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right); M\left(\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right); M\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; \frac{1}{3}\right); M\left(-\frac{4\sqrt{2}}{3}; -\frac{1}{3}\right)$

Câu 259: Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$ và hai điểm $A(-5; -1)$, $B(-1; 1)$. Xác định tọa độ điểm M thuộc (E) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất.

Lời giải

Gọi $M(x; y) \in (E)$ nên $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5} = 1$. Phương trình đường thẳng $AB: x - 2y + 3 = 0$. Ta có

$$S_{\Delta MAB} = \frac{1}{2} AB \cdot d(M, AB) = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{5} \cdot \frac{|x - 2y + 3|}{\sqrt{5}} = |x - 2y + 3|$$

Áp dụng bất đẳng thức **Bunhiacopski**, ta được

$$\begin{aligned}(x-2y)^2 &= \left(4 \cdot \frac{1}{4}x - 2\sqrt{5} \cdot \frac{y}{\sqrt{5}}\right)^2 \leq \left[\left(\frac{1}{4}x\right)^2 + \left(\frac{y}{\sqrt{5}}\right)^2\right] \left[4^2 + (2\sqrt{5})^2\right] \\ &= \left(\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{5}\right) \cdot 36 \\ &= 1 \cdot 36 = 36\end{aligned}$$

Suy ra $|x-2y| \leq 6$ nên $|x-2y+3| \leq 9$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi:
$$\begin{cases} \frac{\frac{1}{4}x}{4} = \frac{\frac{y}{\sqrt{5}}}{-2\sqrt{5}} \\ x-2y+3=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = -\frac{5}{3} \end{cases}.$$

Vậy $M\left(\frac{8}{3}; -\frac{5}{3}\right)$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 260: Cho điểm $M(x_0; y_0)$ thuộc elip (E) có phương trình $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{1} = 1$.

a) Tính $MF_1^2 - MF_2^2$ theo $x_0; y_0$. Từ đó tính MF_1, MF_2 theo $x_0; y_0$.

b) Tìm điểm M sao cho $MF_2 = 2MF_1$.

c) Tìm M sao cho góc nhìn của M tới hai điểm F_1, F_2 (tức là góc $\angle F_1MF_2$) là lớn nhất?

Lời giải

Trong phương trình chính tắc của (E) ta có $a = \sqrt{2}, b = 1, c = \sqrt{a^2 - b^2} = 1$.

(E) có hai tiêu điểm là $F_1(-1; 0), F_2(1; 0)$.

a) Ta có $MF_1^2 - MF_2^2 = (x_0 + 1)^2 + y_0^2 - [(x_0 - 1)^2 + y_0^2] = 4x_0$.

Mặt khác, do M thuộc (E) nên ta có $MF_1 + MF_2 = 2a = 2\sqrt{2}$. (1)

Từ đó suy ra $MF_1 - MF_2 = \frac{MF_1^2 - MF_2^2}{MF_1 + MF_2} = \frac{4x_0}{2\sqrt{2}} = \sqrt{2}x_0$. (2)

Từ (1) và (2) ta suy ra
$$\begin{cases} MF_1 = \sqrt{2} + \frac{x_0}{\sqrt{2}} \\ MF_2 = \sqrt{2} - \frac{x_0}{\sqrt{2}} \end{cases}$$

b) Sử dụng kết quả của phần a) ta có

$$MF_2 = 2MF_1 \Leftrightarrow \sqrt{2} - \frac{x_0}{\sqrt{2}} = 2 \left(\sqrt{2} + \frac{x_0}{\sqrt{2}} \right) \Leftrightarrow \frac{3x_0}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2} \Leftrightarrow x_0 = -\frac{2}{3}.$$

Mặt khác do M thuộc (E) nên ta có

$$\frac{x_0^2}{2} + \frac{y_0^2}{1} = 1 \Leftrightarrow y_0^2 = 1 - \frac{x_0^2}{2} = 1 - \frac{\left(-\frac{2}{3}\right)^2}{2} = \frac{7}{9} \Leftrightarrow \begin{cases} y_0 = \frac{\sqrt{7}}{3} \\ y_0 = -\frac{\sqrt{7}}{3} \end{cases}.$$

Vậy $M\left(-\frac{2}{3}; \frac{\sqrt{7}}{3}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{2}{3}; -\frac{\sqrt{7}}{3}\right)$.

c) Áp dụng định lí côsin trong tam giác MF_1F_2 ta có

$$\cos \angle F_1MF_2 = \frac{MF_1^2 + MF_2^2 - F_1F_2^2}{2 \cdot MF_1 \cdot MF_2} = \frac{\left(\sqrt{2} + \frac{x_0}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\sqrt{2} - \frac{x_0}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2^2}{2 \cdot \left(\sqrt{2} + \frac{x_0}{\sqrt{2}}\right) \cdot \left(\sqrt{2} - \frac{x_0}{\sqrt{2}}\right)} = \frac{x_0^2}{4 - x_0^2}.$$

$$\text{Ta có } \frac{x_0^2}{2} = 1 - y_0^2 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq x_0^2 \leq 2.$$

$$\text{Suy ra } \cos \angle F_1MF_2 \geq 0 \Rightarrow \angle F_1MF_2 \leq 90^\circ.$$

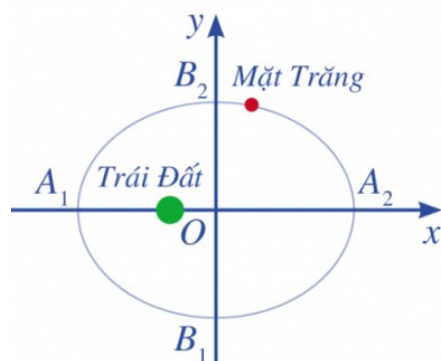
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x_0 = 0 \Rightarrow y_0 = \pm 1$.

Vậy $M(0; \pm 1)$ thì M nhìn hai tiêu điểm dưới góc nhìn lớn nhất.

☑ Vẻ đẹp của Elip trong toán thực tế

Câu 261: Ta biết rằng Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một elip mà

Trái Đất là một tiêu điểm. Elip có $A_1A_2 = 768800 \text{ km}$ và $B_1B_2 = 767619 \text{ km}$ (Nguồn: Ron Larson (2014), Precalculus Real Mathematics, Real People, Cengage (Hình).
Viết phương trình chính tắc của elip đó.



Lời giải

Có:

$$A_1A_2 = 2a = 768800 \Rightarrow a = 384400 \Rightarrow a^2 = 384400^2$$

$$B_1B_2 = 2b = 767619 \Rightarrow b = 383809,5 \Rightarrow b^2 = 383809,5^2$$

Phương trình chính tắc của elip: $\frac{x^2}{384400^2} + \frac{y^2}{383809,5^2} = 1$

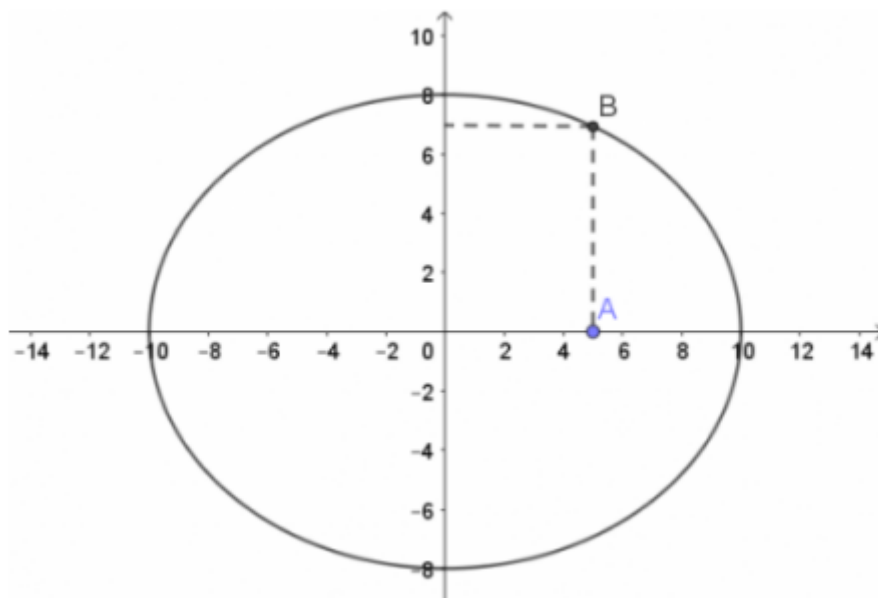
Câu 262: Một nhà vòm chứa máy bay có mặt cắt hình nửa elip cao 8m, rộng 20m (Hình).



- Chọn hệ tọa độ thích hợp và viết phương trình của elip nói trên.
- Tính khoảng cách theo phương thẳng đứng từ một điểm cách chân tường 5m đến nóc nhà vòm.

Lời giải

- Chọn hệ tọa độ như hình vẽ:



Ta có: $b = 8m, 2a = 20m \Rightarrow a = 10m$

Vậy phương trình của elip (E) là: $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{64} = 1$

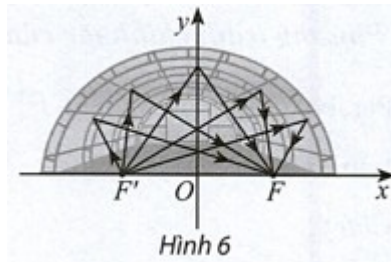
- Điểm A cách chân tường 5m nên $A = (5; 0)$. Ta có độ dài AB chính là khoảng cách từ điểm A đến nóc nhà vòm.

Gọi $B(5; y_B)$. Vì $B \in (E)$ nên thay tọa độ B vào phương trình (E) , ta được:

$$\frac{5^2}{100} + \frac{y_B^2}{64} = 1 \Rightarrow y_B = 4\sqrt{3} \approx 6,9$$

Vậy $AB = 6,9m$.

Câu 263: Một mái vòm nhà hát có mặt cắt là hình nửa elip. Cho biết khoảng cách giữa hai tiêu điểm là $F'F = 50m$ và chiều dài của đường đi của một tia sáng từ F' đến mái vòm rồi phản chiếu về F là $100m$. Viết phương trình chính tắc của elip đó.



Lời giải

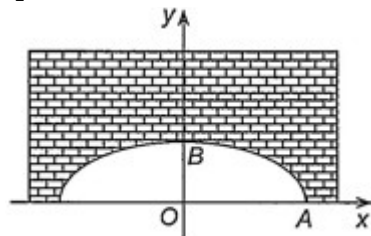
Ta có $F'F = 2c = 50$, suy ra $c = 25$.

Tổng khoảng cách $F'M + FM = 2a = 100$, suy ra $a = 50$.

Ta có $b^2 = a^2 - c^2 = 50^2 - 25^2 = 1875$.

Vậy elip có phương trình $\frac{x^2}{2500} + \frac{y^2}{1875} = 1$.

Câu 264: Một người kĩ sư thiết kế một đường hầm một chiều có mặt cắt là một nửa hình elip, chiều rộng của hầm là $12m$, khoảng cách từ điểm cao nhất của elip so với mặt đường là $3m$. Người kĩ sư này muốn đưa ra cảnh báo cho các loại xe có thể đi qua hầm. Biết rằng những loại xe tải có chiều cao $2,8m$ thì có chiều rộng không quá $3m$. Hỏi chiếc xe tải có chiều cao $2,8m$ có thể đi qua hầm được không?



Lời giải

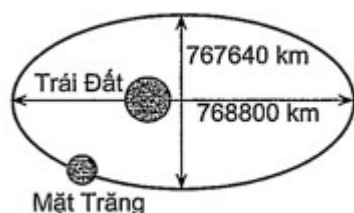
Phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, trong đó $a > b > 0$. Do các điểm $B(0;3)$ và $A(6;0)$ thuộc (E) nên thay vào phương trình của (E) ta có $b = 3$ và $a = 6$.

Suy ra phương trình của (E) là $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Với những xe tải có chiều cao 2,8 m, chiều rộng của xe tải là 3 m, tương ứng với $x=1,5$. Thay vào phương trình của elip để ta tìm ra độ cao y của điểm M (có hoành

độ bằng 1,5 thuộc (E)) so với trục Ox $y_M = 3 \cdot \sqrt{1 - \frac{x_M^2}{16}} = 3 \cdot \sqrt{1 - \frac{1,5^2}{16}} \approx 2,905 > 2,8$.

Câu 265: Mặt Trăng chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là một đường elip với tâm Trái Đất là một tiêu điểm. Độ dài trục lớn, độ dài trục nhỏ của quỹ đạo lần lượt là 768800 km và 767640 km. Tìm khoảng cách lớn nhất và bé nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng.



Lời giải

Vì $2a = 768800$ và $2b = 767640$ nên ta có $a = 384400$ và $b = 383820$.

Từ đó suy ra $c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{384400^2 - 383820^2} \approx 21108$.

Vì vậy, khoảng cách lớn nhất từ tâm của Trái Đất đến Mặt Trăng là $a + c \approx 384400 + 21108 = 405508(km)$

và khoảng cách nhỏ nhất là $a - c \approx 384400 - 21108 = 363292(km)$.



Câu 266: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của elip?

A. $\frac{x^2}{3^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

B. $\frac{x^2}{3^2} - \frac{y^2}{3^2} = 1$

C. $\frac{x^2}{6} + y^2 = 1$

D. $\frac{x^2}{2^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$

Câu 267: Đường Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có tiêu cự bằng

A. 6.

B. 8.

C. 9.

D. $(-2; +\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Elip $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$ có $a^2 = 16$, $b^2 = 7$ suy ra $c^2 = a^2 - b^2 = 16 - 7 = 9 \Leftrightarrow c = 3$.

Vậy tiêu cự $2c = 2 \cdot 3 = 6$.

Câu 268: Cho elip (E) có phương trình $16x^2 + 25y^2 = 400$. Khẳng định nào sai trong các khẳng định sau?

- A. (E) có trục nhỏ bằng 8.
 B. (E) có tiêu cự bằng 3.
 C. (E) có trục nhỏ bằng 10.
 D. (E) có các tiêu điểm $F_1(-3;0)$ và $F_2(3;0)$.

Lời giải

Chọn B

$$(E): 16x^2 + 25y^2 = 400 \Leftrightarrow \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$$

$$\text{Elip } (E) \text{ có } a=5, b=4, c=\sqrt{a^2-b^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3.$$

Tiêu cự của elip (E) là $2c=6$ nên khẳng định “ (E) có tiêu cự bằng 3” là khẳng định sai.

Câu 269: Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho elip $(E): \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. Tiêu cự của (E) bằng
 A. 10. B. 16. C. 4. D. 8.

Lời giải

Chọn D

Phương trình chính tắc của elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0)$.

$$\text{Do đó elip } (E) \text{ có } \begin{cases} a=5 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow c=\sqrt{a^2-b^2}=4.$$

Tiêu cự của elip (E) bằng $2c=8$.

Câu 270: Một elip có diện tích hình chữ nhật cơ sở là 80 , độ dài tiêu cự là 6 . Tâm sai của elip đó là
 A. $e=\frac{4}{5}$. B. $e=\frac{3}{4}$. C. $e=\frac{3}{5}$. D. $e=\frac{4}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích hình chữ nhật cơ sở là $2a \cdot 2b = 80$, suy ra $a \cdot b = 20$ (1).

Lại có $2c = 6 \Rightarrow c = 3 \Rightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 9$ (2).

Từ (1) $\Rightarrow b = \frac{20}{a}$, thay vào (2) ta được:

$$a^2 - \frac{400}{a^2} = 9 \Rightarrow a^4 - 9a^2 - 400 = 0 \Leftrightarrow a^2 = 25 \Rightarrow a = 5.$$

Do đó tâm sai $e = \frac{3}{5}$.

Câu 271: Cho elip $(E): 4x^2 + 5y^2 = 20$. Diện tích hình chữ nhật cơ sở của (E) là

- A. $2\sqrt{5}$. B. 80. C. $8\sqrt{5}$. D. 40.

Lời giải

Chọn C

$$(E): 4x^2 + 5y^2 = 20 \Leftrightarrow \frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1$$

Độ dài trục lớn: $2a = 2\sqrt{5}$.

Độ dài trục bé: $2b = 2.2 = 4$.

Diện tích hình chữ nhật cơ sở của (E) là: $2\sqrt{5}.4 = 8\sqrt{5}$.

Câu 272: Cho elip có phương trình chính tắc $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$. Tính tâm sai của elip.

- A. $\frac{2}{\sqrt{3}}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^2 = 4 \Rightarrow a = 2; b^2 = 1 \Rightarrow b = 1; c^2 = a^2 - b^2 = 3 \Rightarrow c = \sqrt{3}$

Tâm sai của elip là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 273: Trong hệ trục Oxy , cho Elip (E) có các tiêu điểm $F_1(-4;0), F_2(4;0)$ và một điểm M nằm trên (E) . Biết rằng chu vi của tam giác MF_1F_2 bằng 18. Xác định tâm sai e của (E) .

- A. $e = \frac{4}{5}$. B. $e = \frac{4}{18}$. C. $e = -\frac{4}{5}$. D. $e = \frac{4}{9}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $F_1(-4;0) \Rightarrow c = 4$.

$$P_{\Delta MF_1F_2} = MF_1 + MF_2 + F_1F_2$$

$$\Leftrightarrow 18 = 2a + 2c \Leftrightarrow 18 = 2a + 8 \Leftrightarrow a = 5.$$

Tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$.

Câu 274: Cho Elip (E) đi qua điểm $A(-3;0)$ và có tâm sai $e = \frac{5}{6}$. Tiêu cự của (E) là

A. 10. B. $\frac{5}{3}$. C. 5. D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi phương trình chính tắc của (E) là $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ với $a > b > 0$.

Vì (E) đi qua điểm $A(-3;0)$ nên $\frac{9}{a^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$.

Lại có $e = \frac{c}{a} = \frac{5}{6} \Rightarrow c = \frac{5a}{6} = \frac{5}{2} \Rightarrow 2c = 5$.

Câu 275: Phương trình chính tắc của đường elip với $a = 4$, $b = 3$ là

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$. D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình chính tắc $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Câu 276: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình chính tắc của elip biết một đỉnh là $A_1(-5;0)$ và một tiêu điểm là $F_2(2;0)$.

A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$. B. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{29} + \frac{y^2}{25} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{29} = 1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a = 5; c = 2 \Rightarrow b^2 = 25 - 4 = 21$

Vậy $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{21} = 1$.

Câu 277: Tìm phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng $4\sqrt{10}$ và đi qua điểm $A(0;6)$.

A. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{12} = 1$. B. $\frac{x^2}{160} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{160} + \frac{y^2}{32} = 1$. D. $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{36} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình chính tắc Elip (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$.

Theo giả thiết ta có $2a = 4\sqrt{10} \Rightarrow a = 2\sqrt{10}$.

Mặt khác (E) đi qua $A(0; 6)$ nên ta có $\frac{6^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b = 6$.

Vậy phương trình chính tắc của (E) là: $\frac{x^2}{40} + \frac{y^2}{36} = 1$

Câu 278: Lập phương trình chính tắc của Elip đi qua điểm $B(0; 2)$ và có tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$ C. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{3} = 1$

Lời giải

Chọn A

Phương trình chính tắc của Elip có dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b > 0)$

Elip đi qua điểm B nên $\frac{0^2}{a^2} + \frac{2^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow b^2 = 4$

Tâm sai $e = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3} \Leftrightarrow c = \frac{\sqrt{5}}{3}a$

$$a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow a^2 = 4 + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}a\right)^2 \Leftrightarrow a^2 = 9$$

Vậy phương trình chính tắc của Elip cần tìm là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 279: Phương trình chính tắc của Elip có đỉnh $(-3; 0)$ và một tiêu điểm là $(1; 0)$ là

- A. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{9} = 1$ B. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$ C. $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{1} = 1$

Lời giải

Chọn B

Elip có đỉnh $(-3; 0) \Rightarrow a = 3$ và một tiêu điểm $(1; 0) \Rightarrow c = 1$.

Ta có $c^2 = a^2 - b^2 \Leftrightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 9 - 1 = 8$.

Vậy phương trình $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{8} = 1$.

Câu 280: Tìm phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và trục lớn bằng 10.

- A. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$. B. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$. C. $\frac{x^2}{100} + \frac{y^2}{81} = 1$. D. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình chính tắc của elip: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Độ dài trục lớn $2a = 10 \Leftrightarrow a = 5$

Tiêu cự $2c = 6 \Leftrightarrow c = 3$

Ta có: $a^2 = b^2 + c^2 \Leftrightarrow b^2 = a^2 - c^2 = 16$

Vậy phương trình chính tắc của elip là $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.

Câu 281: Cho elip (E) có độ dài trục lớn gấp hai lần độ dài trục nhỏ và tiêu cự bằng 6. Viết phương trình của (E) ?

- A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$. C. $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{12} = 1$. D. $\frac{x^2}{48} + \frac{y^2}{12} = 1$.

Lời giải:

Chọn B

Ta có: $a = 2b, 2c = 6 \Rightarrow c = 3$.

Mà
$$a^2 - b^2 = c^2 \Rightarrow 4b^2 - b^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} b^2 = 3 \\ a^2 = 12 \end{cases}$$

Vậy phương trình (E) : $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$.

Câu 282: Phương trình chính tắc của Elip có độ dài trục lớn bằng 8, độ dài trục nhỏ bằng 6 là:

- A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1$. B. $\frac{x^2}{64} + \frac{y^2}{36} = 1$. C. $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$. D. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn D.

+ Phương trình Elip dạng: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, a > b > 0$.

+ Do có độ dài trục lớn bằng 8 $= 2a \Rightarrow a = 4$

+ Do có độ dài trục nhỏ bằng 6 $= 2b \Rightarrow b = 3$

+ Suy ra phương trình là $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$

Vậy chọn D

Câu 283: Elip có một tiêu điểm $F(-2;0)$ và tích độ dài trục lớn với trục bé bằng $12\sqrt{5}$. Phương trình chính tắc của elip là:

A. $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$. B. $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{16} = 1$. C. $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{5} = 1$. D. $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1$.

A

Lời giải:

Chọn A

Gọi (E) có dạng $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$)

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} ab = 3\sqrt{5} \\ a^2 - b^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 9 \\ b^2 = 5 \end{cases}$

Vậy (E) cần tìm là $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 284: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình chính tắc của elip (E) biết (E) đi qua $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ và M nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 dưới một góc vuông.

A. (E): $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ B. (E): $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ C. (E): $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{3} = 1$ D. (E): $\frac{x^2}{3} + \frac{y^2}{2} = 1$

Lời giải

Chọn B

Gọi (E): $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

Ta có: (E) đi qua $M\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$ nên: $\frac{9}{5a^2} + \frac{16}{5b^2} = 1 \Leftrightarrow 16a^2 + 9b^2 = 5a^2b^2$ (1)

Vì M nhìn hai tiêu điểm F_1, F_2 dưới một góc vuông nên: $OM = \frac{F_1F_2}{2} = c$

$\Leftrightarrow OM^2 = c^2 \Leftrightarrow \frac{9}{5} + \frac{16}{5} = c^2 \Leftrightarrow a^2 - b^2 = c^2 = 5 \Leftrightarrow a^2 = 5 + b^2$ thế vào (1) ta được:

$16(5 + b^2) + 9b^2 = 5(5 + b^2)b^2 \Leftrightarrow b^4 = 16 \Rightarrow b^2 = 4$ nên $a^2 = 9$.

Vậy: $(E): \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 285: Cho Elip $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ và điểm M nằm trên (E) . Nếu điểm M có hoành độ bằng 1 thì các khoảng cách từ M đến hai tiêu điểm của (E) bằng:

- A. 3,5 và 4,5. B. $4 \pm \sqrt{2}$. C. 3 và 5. D. $4 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Giả sử phương trình $(E): \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) Ta có : $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c^2 = a^2 - b^2 = 4 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ c = 2 \end{cases}$

Gọi F_1, F_2 lần lượt là hai tiêu điểm của Elip (E) , $M(1; y_M) \in (E)$, ta có :

$$\begin{cases} MF_1 = a + \frac{c}{a}x_M = 4 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 4,5 \\ MF_2 = a - \frac{c}{a}x_M = 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 = 3,5 \end{cases}$$

Chọn A.

Thiên tài chỉ có 1% là năng khiếu bẩm sinh, 99% còn lại là mồ hôi. Thiên tài chỉ đơn thuần là một người tài năng đã hoàn thành tất cả cá bài tập về nhà

▮ **BÀI GIẢNG 2 : HYPEBOL**



LÝ THUYẾT



Memorize :



Lý thuyết bài giảng :



LÀM

☒ **Các yếu tố về Hypebol**

Câu 286: Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 286:Cho Hypebol

- a) Tính độ dài các trục, tiêu cự ? b) Tìm tọa độ các đỉnh, tiêu điểm ?

 Lời giải :

Câu 287: Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$

Câu 287:Cho Hypebol

- a) Viết phương trình đường tiệm cận và đường chuẩn?

b) Tìm tâm sai e ?

 Lời giải :

Câu 288: Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{32} - \frac{y^2}{8} = 1$

Câu 288:Cho Hypebol

và $M(6; -1) \in (H)$. Tím $MF_1; MF_2$.

• TÌm $MF_1; MF_2$.

 Lời giải :

Câu 289: Cho Hypebol $(H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$. Tìm M thuộc (H) sao cho $\angle MF_1MF_2 = 90^\circ$.

 **Lời giải :**

Câu 290: Lập phương trình chính tắc của hypebol (H) , biết rằng (H) có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$ và (H) đi qua điểm $A(-3;0)$. Tìm điểm M thuộc (H) có hoành độ dương sao cho khoảng cách từ M đến gốc tọa độ là nhỏ nhất.

 **Lời giải :**

☑ **Lập phương trình về Hypebol :**

Câu 291: Lập phương trình (H) qua $M(\sqrt{10}; 6)$ và có $e = \sqrt{5}$

 Lời giải :

Câu 292: Lập phương trình (H) có tiêu cự bằng $2\sqrt{3}$ và có một tiệm cận là $y = -\frac{2}{3}x$.

 **Lời giải :**

Câu 293: Lập phương trình (H) có trục ảo bằng 6 và hai tiệm cận vuông góc.

 **Lời giải :**

Câu 294: Lập phương trình (H) qua $M(4\sqrt{2}; 3)$ và có tiêu điểm trùng với tiêu điểm của $(E): \frac{x^2}{35} + \frac{y^2}{10} = 1$.

 **Lời giải :**

Câu 295: Lập phương trình (H) biết :

a) Có hình chữ nhật cơ sở với diện tích bằng 24 và chu vi bằng 20

b) Qua hai điểm $M(6; -1)$ và $N(-8; \sqrt{8})$

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

☑ Các yếu tố về Hypebol

Câu 296: Cho hypebol (H) có phương trình chính tắc: $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{33} = 1$. Tìm tọa độ các tiêu điểm của (H).

Lời giải

Ta có: $a^2 = 49, b^2 = 33$, suy ra $c^2 = a^2 + b^2 = 49 + 33 = 82$.

Vậy hai tiêu điểm của (H) là $F_1(-\sqrt{82}; 0), F_2(\sqrt{82}; 0)$.

Câu 297: Cho hypebol (H) có phương trình $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$. Tìm tiêu điểm và tiêu cự của hypebol.

Lời giải

Trong phương trình chính tắc của (H) ta có $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 20 \end{cases} \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2} = 6$.

Vậy (H) có hai tiêu điểm là $F_1(-6; 0), F_2(6; 0)$ và có tiêu cự là $2c = 12$.

Câu 298: Xác định tọa độ các đỉnh, các tiêu điểm, tính tâm sai, độ dài trục thực, độ dài trục ảo và viết phương trình các đường tiệm cận của các hypebol (H): $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{8} = 1$.

Lời giải

Ta có $a^2 = 6, b^2 = 8$ nên $a = \sqrt{6}, b = 2\sqrt{2}, c = \sqrt{a^2 + b^2} = 10$.

Suy ra tọa độ các đỉnh là $A_1(-\sqrt{6}; 0), A_2(\sqrt{6}; 0)$.

Tiêu điểm là $F_1(-10; 0), F_2(10; 0)$.

Tâm sai của (H) là $e = \frac{c}{a} = \frac{10}{\sqrt{6}}$.

Độ dài trục thực $2a = 2\sqrt{6}$, độ dài trục ảo $2b = 4\sqrt{2}$.

Đường tiệm cận có phương trình là $y = \pm \frac{b}{a}x = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}x$.

Câu 299: Xác định tọa độ các đỉnh, các tiêu điểm, tính tâm sai, độ dài trục thực, độ dài trục ảo và viết phương trình các đường tiệm cận của các hypebol $(H): 5x^2 - 4y^2 = 20$.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (H) là $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1$.

Ta có $a^2 = 4$, $b^2 = 5$ nên $a = 2$, $b = \sqrt{5}$, $c = \sqrt{a^2 + b^2} = 3$.

Suy ra tọa độ các đỉnh là $A_1(-2;0)$, $A_2(2;0)$.

Tiêu điểm là $F_1(-3;0)$, $F_2(3;0)$.

Tâm sai của (H) là $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{2}$.

Độ dài trục thực $2a = 4$, độ dài trục ảo $2b = 2\sqrt{5}$.

Đường tiệm cận có phương trình là $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$.

☑ Lập phương trình về Hypebol:

Câu 300: Lập phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết :

a) Hypebol (H) có một tiêu điểm là $F_2(2;0)$ và đi qua điểm $A(1;0)$

b) Hypebol (H) đi qua hai điểm $M(-1;0)$ và $N(2;2\sqrt{3})$

Lời giải

a) Gọi hypebol cần lập phương trình chính tắc là (H) . Hypebol (H) có phương trình chính tắc là:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$$

Do $F_2(2;0)$ là một tiêu điểm của (H) nên $c = 2$.

Điểm $A(1;0)$ nằm trên (H) nên $\frac{1^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1$.

Do đó $a^2 = 1$, suy ra $b^2 = c^2 - a^2 = 4 - 1 = 3$.

Vậy hypebol (H) có phương trình chính tắc là: $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$.

b) (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$. Vì M thuộc (H) nên ta có: $\frac{(-1)^2}{a^2} + \frac{0^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 1$. Vì N thuộc (H) nên ta có: $\frac{2^2}{1} - \frac{(2\sqrt{3})^2}{b^2} = 1 \Rightarrow b^2 = 4$. Vậy phương trình chính tắc của hypebol (H) là: $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Câu 301: Lập phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết :

- a) Hypebol (H) có $N(\sqrt{10}; 2)$ nằm trên (H) và hoành độ một giao điểm của (H) đối với trục Ox bằng 3
b) Hypebol (H) có độ dài trục thực bằng 16 và tiêu cự bằng 20

Lời giải

a) Giả sử phương trình chính tắc của Hypebol có dạng: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0; b > 0)$

Do hoành độ 1 giao điểm của (H) với trục Ox bằng 3.

$$\Rightarrow \frac{3^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a^2 = 9$$

Do $N(\sqrt{10}; 2) \in (H)$ nên: $\frac{(\sqrt{10})^2}{a^2} - \frac{2^2}{b^2} = 1$

mà $a^2 = 9 \Rightarrow \frac{(\sqrt{10})^2}{9} - \frac{2^2}{b^2} = 1$

hay $b^2 = 36$

Vậy phương trình chính tắc của Hypebol là:

$$\frac{(\sqrt{10})^2}{9} - \frac{2^2}{16} = 1$$

$$\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{36} = 1 (a > 0; b > 0)$$

b) Ta có: $2a = 16 \Rightarrow a = 8; 2c = 20 \Rightarrow c = 10; b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$.

Vậy phương trình chính tắc của hypebol là $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$

Câu 302: Lập phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết :

a) Hypebol (H) có tiêu cự $2c = 20$ và độ dài trục thực $2a = 12$

b) Hypebol (H) có một tiêu điểm tọa độ là $(-4; 0)$ và độ dài trục ảo bằng $2\sqrt{7}$

Lời giải

a) Ta có: $2c=20; 2a=12 \Rightarrow c=10; a=6 \Rightarrow b=\sqrt{c^2-a^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

Vậy phương trình chính tắc của hypebol (H) là: $\frac{x^2}{36}-\frac{y^2}{4}=1$.

b) (H) có một tiêu điểm tọa độ là $(-4;0)$ suy ra $c=4$.

Độ dài trục ảo bằng $2\sqrt{7}$ suy ra $2b=2\sqrt{7} \Rightarrow b^2=7, a^2=c^2-b^2=9$.

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{7}=1$.

Câu 303: Lập phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết :

a) Hypebol (H) có tiêu cự bằng 10 và đường tiệm cận là $y=\pm\frac{4}{3}x$.

b) Hypebol (H) có tâm sai bằng $\frac{\sqrt{13}}{3}$ và diện tích hình chữ nhật cơ sở bằng 48

Lời giải

a) (H) có tiêu cự bằng 10 suy ra $2c=10 \Rightarrow a^2+b^2=25$. (1)

Đường tiệm cận là $y=\pm\frac{4}{3}x$ suy ra $\frac{b}{a}=\frac{4}{3}$ hay $b^2=\frac{16}{9}a^2$. (2)

Thế (2) vào (1) ta được $a^2+\frac{16}{9}a^2=25 \Leftrightarrow a^2=9 \Rightarrow b^2=16$.

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{16}=1$.

b) Tâm sai bằng $\frac{\sqrt{13}}{3}$ suy ra $\frac{c}{a}=\frac{\sqrt{13}}{3} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a}=\frac{\sqrt{13}}{3}$ hay $4a^2=9b^2$. (3)

Diện tích hình chữ nhật cơ sở bằng 48 suy ra $2a.2b=48 \Leftrightarrow ab=12$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $a^2=18, b^2=8$.

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{18}-\frac{y^2}{8}=1$.

Câu 304: Lập phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết (H) đi qua hai điểm

$M(\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ và $N(-1; -\sqrt{3})$.

Lời giải

(H) đi qua hai điểm $M(\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$ và $N(-1; -\sqrt{3})$ nên ta có hệ

$$\begin{cases} \frac{2}{a^2} - \frac{8}{b^2} = 1 \\ \frac{1}{a^2} - \frac{3}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = \frac{2}{5} \\ b^2 = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{\frac{2}{5}} - \frac{y^2}{2} = 1$.

☑ Tìm điểm thuộc Hypebol

Câu 305: Tìm điểm M trên hypebol (H): $4x^2 - y^2 - 4 = 0$ sao cho M nhìn hai tiêu điểm dưới góc vuông.

Lời giải

Viết lại phương trình của (H) $\Leftrightarrow \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$.

Suy ra $a^2 = 1 \Rightarrow a = 1$; $b^2 = 4 \Rightarrow b = 2$, $c^2 = a^2 + b^2 = 5 \Rightarrow c = \sqrt{5}$, $e = \frac{c}{a} = \sqrt{5}$.

Hypebol (H) có các tiêu điểm $F_1(-\sqrt{5}; 0)$, $F_2(\sqrt{5}; 0)$.

a) Gọi $M(x; y)$ là điểm cần tìm. Ta có $\overline{F_1M} = (x + \sqrt{5}; y)$, $\overline{F_2M} = (x - \sqrt{5}; y)$.

Ta có $\overline{F_1M} \perp \overline{F_2M} \Leftrightarrow \overline{F_1M} \cdot \overline{F_2M} = 0 \Leftrightarrow (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) + y^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Mà $M \in (H) \Leftrightarrow 4x^2 - y^2 = 4$ nên $5x^2 = 9$.

Từ đó ta được $x = \pm \frac{3}{\sqrt{5}}$; $y = \pm \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Vậy có bốn điểm cần tìm là $\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$, $\left(-\frac{3}{\sqrt{5}}; -\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$, $\left(-\frac{3}{\sqrt{5}}; \frac{4}{\sqrt{5}}\right)$, $\left(\frac{3}{\sqrt{5}}; -\frac{4}{\sqrt{5}}\right)$.

Câu 306: Cho hypebol (H): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{6} = 1$ có tiêu điểm F_1 và F_2 . Tìm điểm M trên (H) trong các trường hợp sau:

a) Điểm M có hoành độ là 4.

b) Khoảng cách hai điểm M và F_1 bằng 3.

Lời giải

Giả sử $M(x_M; y_M) \in (H)$ suy ra $\frac{x_M^2}{9} - \frac{y_M^2}{6} = 1$ (*)

a) Ta có $x_M = 4$ suy ra $y_M = \pm \sqrt{6 \left(\frac{x_M^2}{9} - 1 \right)} = \pm \sqrt{\frac{42}{3}}$.

Vậy điểm cần tìm là $M_1 \left(4; \frac{\sqrt{42}}{3} \right); M_2 \left(4; -\frac{\sqrt{42}}{3} \right)$.

b) Ta có $MF_1 = \left| a + \frac{c}{a} x_M \right|$ nên $3 = \left| 3 + \frac{\sqrt{15}}{3} x_M \right| \Leftrightarrow x_M = 0$ (loại) hoặc $x_M = \frac{-18}{\sqrt{15}}$ (nhận).

Suy ra $y_M = \pm \frac{\sqrt{210}}{5}$.

Vậy điểm cần tìm là $M_1 \left(-\frac{18}{\sqrt{15}}; \frac{\sqrt{210}}{5} \right)$ và $M_2 \left(-\frac{18}{\sqrt{15}}; -\frac{\sqrt{210}}{5} \right)$.

Câu 307: Lập phương trình chính tắc của hypebol (H) , biết rằng (H) có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$ và (H) đi qua điểm $A(-3;0)$. Tìm điểm M thuộc (H) có hoành độ dương sao cho khoảng cách từ M đến gốc toạ độ là nhỏ nhất.

Lời giải

Phương trình chính tắc của (H) có dạng $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, trong đó $a, b > 0$. Vì (H) đi qua điểm $A(-3;0)$ nên ta có $\frac{(-3)^2}{a^2} - \frac{0^2}{b^2} = 1 \Rightarrow a = 3$.

Do (H) có một tiêu điểm là $F_2(5;0)$ nên ta có $c = 5 \Rightarrow b^2 = c^2 - a^2 = 5^2 - 3^2 = 16$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$.

Gọi $M(x_0; y_0)$, điều kiện $x_0 > 0$. Do M thuộc (H) nên ta có $\frac{x_0^2}{9} - \frac{y_0^2}{16} = 1 \Rightarrow \frac{x_0^2}{9} = 1 + \frac{y_0^2}{16} \geq 1 \Rightarrow x_0^2 \geq 9$.

Kết hợp với $x_0 > 0$ ta được $x_0 \geq 3$.

Từ đó suy ra $OM = \sqrt{x_0^2 + y_0^2} \geq \sqrt{x_0^2} = x_0 \geq 3$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} y_0 = 0 \\ x_0 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow M(3;0)$.

Vậy $M(3;0)$.

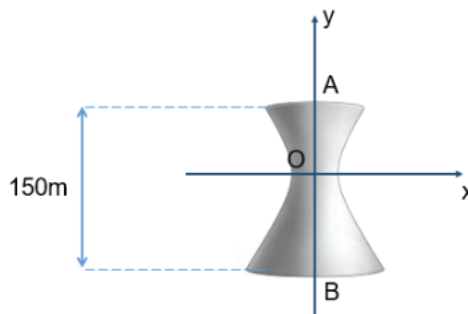
☑ Vẻ đẹp của Hypebol trong toán thực tế:

Câu 308: Một tháp làm nguội của một nhà máy có mặt cắt là hình

hypebol có phương trình là $\frac{x^2}{28^2} - \frac{y^2}{42^2} = 1$ (Hình). Biết chiều cao của tháp là $150m$ và khoảng cách từ nóc tháp đến tấm đối xứng của hypebol bằng $\frac{2}{3}$ khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.



Lời giải



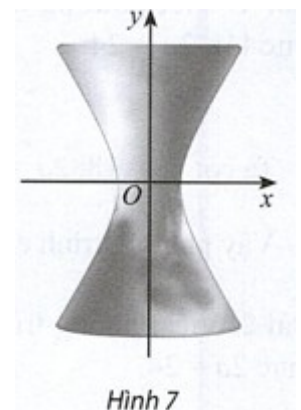
Theo bài ra ta có: $OA + OB = 150m, OA = \frac{2}{3}OB \Rightarrow OA = 60m, OB = 90m$
 $\Rightarrow A(0; 60), B(0; -90)$

Thay $y = 60$ vào phương trình (H), ta được: $\frac{x^2}{28^2} - \frac{60^2}{42^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 2384 \Leftrightarrow x = \pm 4\sqrt{149}$
 $\Rightarrow$ Bán kính nóc bằng $4\sqrt{149}m$.

Thay $y = -90$ vào phương trình (H), ta được:
 $\frac{x^2}{28^2} - \frac{(-90)^2}{42^2} = 1 \Leftrightarrow x^2 = 4384 \Leftrightarrow x = \pm 4\sqrt{274}$
 $\Rightarrow$ Bán kính đáy bằng $4\sqrt{274}m$.

Câu 309: Một tháp triển lãm có mặt cắt hình hypebol có phương trình

$\frac{x^2}{18^2} - \frac{y^2}{36^2} = 1$. Cho biết chiều cao của tháp là $100m$ và khoảng cách từ nóc tháp đến tâm đối xứng của hypebol bằng khoảng cách từ tâm đối xứng đến đáy. Tính bán kính nóc và bán kính đáy của tháp.



Lời giải

Do tính đối xứng của hypebol nên ta có hai bán kính của nóc và đáy tháp đều bằng r . Do điểm $M(r;50)$ nằm trên hypebol nên thay tọa độ của điểm M vào phương trình của hypebol ta có:

$$\frac{r^2}{18^2} - \frac{50^2}{36^2} = 1 \Rightarrow r = 18\sqrt{1 + \frac{50^2}{36^2}} \approx 31(m).$$

Vậy bán kính của nóc và đáy của tháp bằng $31m$.

Câu 310: Có hai trạm phát tín hiệu vô tuyến đặt tại hai vị trí A, B cách nhau $300km$. Tại cùng một thời điểm, hai trạm cùng phát tín hiệu với vận tốc $292000 km/s$ để một tàu thủy thu và đo độ lệch thời gian. Tín hiệu từ A đến sớm hơn tín hiệu từ B là $0,0005s$. Từ thông tin trên, ta có thể xác định được tàu thủy thuộc đường hypebol nào? Viết phương trình chính tắc của hypebol đó theo đơn vị kilômét.

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho A, B nằm trên trục Ox , tia Ox trùng với tia OB , O là trung điểm của AB . Nên tọa độ hai điểm là: $A(-150;0)$ và $B(150;0)$

Khi đó vị trí tàu thủy là điểm M nằm trên hypebol có 2 tiêu điểm là A và B .

Tín hiệu từ A đến sớm hơn tín hiệu từ B là $0,0005s$ nên ta có:
 $|MA - MB| = 0,0005 \cdot 292000 = 146 km$. Gọi phương trình chính tắc của hypebol có dạng:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \text{ với } a, b > 0.$$

$$\text{Do } |MA - MB| = 146 = 2a \Leftrightarrow a = 73.$$

Do hai tiêu điểm là: $A(-150;0)$ và $B(150;0)$ nên $c = 150$

$$\Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = \sqrt{17171}$$

Vậy phương trình chính tắc của hypebol cần tìm là: $\frac{x^2}{5329} - \frac{y^2}{17171} = 1$



Câu 311: Đường Hyperbol $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ có tiêu cự bằng:

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 6.

Lời giải.

Chọn D.

Ta có: $a^2 = 5$ và $b^2 = 4$ nên $c^2 = a^2 + b^2 = 9 \Rightarrow c = 3$.

Vậy tiêu cự là: $2c = 6$

Câu 312: Đường Hyperbol $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ có một tiêu điểm là điểm nào dưới đây ?

- A. $(-5; 0)$. B. $(0; \sqrt{7})$. C. $(\sqrt{7}; 0)$. D. $(0; 5)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ suy ra $\begin{cases} a^2 = 16 \\ b^2 = 9 \end{cases} \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 25 \Leftrightarrow c = 5$

Tiêu điểm $F_1(-5; 0), F_2(5; 0)$.

Câu 313: Cho điểm M nằm trên Hyperbol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{20} = 1$. Nếu điểm M có hoành độ bằng 12 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm là bao nhiêu?

- A. 8 . B. 10; 6 . C. $4 \pm \sqrt{7}$. D. 14; 22 .

Lời giải

Chọn D

Ta có $a^2 = 16; b^2 = 20 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 36$

Vậy $a = 4; b = 2\sqrt{5}, c = 6$

Tiêu điểm $F_1(-6; 0); F_2(6; 0)$

M có hoành độ $x = 12$ khi đó

$$MF_1 = \left| a + \frac{c}{a}x \right| = \left| 4 + \frac{6}{4} \cdot 12 \right| = 22; MF_2 = \left| a - \frac{c}{a}x \right| = \left| 4 - \frac{6}{4} \cdot 12 \right| = 14$$

Câu 314: Cho điểm M nằm trên Hyperbol $(H): \frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$. Nếu hoành độ điểm M bằng 8 thì khoảng cách từ M đến các tiêu điểm của (H) là bao nhiêu?

- A. 6 và 14 . B. 5 và 13 . C. $8 \pm \sqrt{5}$. D. $8 \pm 4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a^2 = 16; b^2 = 9 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 = 25$

Vậy $a = 4; b = 3, c = 5$

Tiêu điểm $F_1(-5; 0); F_2(5; 0)$

$$M \text{ có hoành độ } x=8 \text{ khi đó } MF_1 = \left| a + \frac{c}{a}x \right| = \left| 4 + \frac{5}{4} \cdot 8 \right| = 14; MF_2 = \left| a - \frac{c}{a}x \right| = \left| 4 - \frac{5}{4} \cdot 8 \right| = 6$$

Câu 315: Tâm sai của Hyperbol $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

B. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

C. $\frac{3}{5}$.

D. $\frac{4}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $a^2 = 5, b^2 = 4$ suy ra $\begin{cases} c^2 = 5 + 4 = 9 \Rightarrow c = 3 \\ a = \sqrt{5}, b = 2 \end{cases}$

Tâm sai của Hyperbol là $e = \frac{c}{a} = \frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 316: Đường Hyperbol $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{16} = 1$ có tiêu cự bằng

A. 4.

B. 2.

C. 12.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $a^2 = 20, b^2 = 16$ suy ra $c^2 = 20 + 16 = 36 \Rightarrow c = 6$.

Khi đó Hyperbol có tiêu cự là $2c = 12$.

Câu 317: Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{12} = 1$?

A. $x + 8 = 0$.

B. $x - \frac{3}{4} = 0$.

C. $x + 2 = 0$.

D. $x + \frac{5\sqrt{2}}{2} = 0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{12} = 1$ suy ra $a = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}; b = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$

$\Rightarrow c = \sqrt{b^2 + a^2} = 4\sqrt{2} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{2\sqrt{10}}{5}$

Khi đó đường chuẩn của Hyperbol $x \pm \frac{a}{e} = 0 \Leftrightarrow x \pm \frac{5\sqrt{2}}{2} = 0$.

Câu 318: Đường thẳng nào dưới đây là đường chuẩn của Hyperbol $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{15} = 1$?

A. $x + 4\sqrt{5} = 0$. B. $x + 4 = 0$. C. $x - \frac{4\sqrt{35}}{7} = 0$. D. $x + 2 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{15} = 1$ suy ra $a = 2\sqrt{5}; b = \sqrt{15} \Rightarrow c = \sqrt{35} \Rightarrow e = \frac{\sqrt{7}}{2}$

Khi đó đường chuẩn của Hyperbol $x \pm \frac{4\sqrt{35}}{7} = 0$.

Khi đó đường chuẩn của Hyperbol $x \pm \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{10}} = 0$.

Câu 319: Điểm nào trong 4 điểm $M(5; 0), N(10; 3), P(5; 3), Q(5; 4)$ nằm trên một đường tiệm

cận của hyperbol $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1$?

A. M . B. N . C. P . D. Q .

Lời giải

Chọn C.

$\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{9} = 1 \Rightarrow a = 5; b = 3 \Rightarrow TC: y = \pm \frac{3}{5}x$.

Vậy $P \in y = \frac{3}{5}x$.

Câu 320: Tìm góc giữa 2 đường tiệm cận của hyperbol $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$.

A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Lời giải

Chọn B.

$\frac{x^2}{3} - y^2 = 1 \Rightarrow a = \sqrt{3}; b = 1 \Rightarrow TC: y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}x \Rightarrow k_1 = \frac{\sqrt{3}}{3}; k_2 = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\Rightarrow \tan \alpha = \left| \frac{k_1 - k_2}{1 + k_1 k_2} \right| = \sqrt{3} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Câu 321: Hyperbol (H) có 2 đường tiệm cận vuông góc nhau thì có tâm sai bằng bao nhiêu?

- A. 2 . B. 3 . C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn D.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0)$.

Hai đường tiệm cận của (H) có phương trình là $y = \frac{b}{a}x$ và $y = -\frac{b}{a}x$.

Do hai đường tiệm cận vuông góc với nhau nên ta có

$$\frac{b}{a} \cdot \left(-\frac{b}{a}\right) = -1 \Leftrightarrow \frac{b^2}{a^2} = 1 \Leftrightarrow a^2 = b^2 = 1 \Rightarrow c^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2}.$$

Vậy tâm sai của (H) là $e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$.

Câu 322: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó có tâm sai bằng 2 và tiêu cự bằng 4.

- A. $\frac{x^2}{3} - y^2 = 1$. B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4} = 1$. C. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{5} = 1$. D. $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0)$.

Theo giả thiết, ta có
$$\begin{cases} \frac{c}{a} = 2 \\ 2c = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow b = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$$

Vậy (H) có phương trình là $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1 \Leftrightarrow x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$.

Câu 323: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó có một đường chuẩn là $2x + \sqrt{2} = 0$.

- A. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{4} = 1$. B. $x^2 - y^2 = 1$. C. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{2} = 1$. D. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$.

Lời giải

Chọn B.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$).

$$2x + \sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\sqrt{2}}{2} = -\frac{a}{e} = -\frac{a^2}{c} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Ta có

Xét phương án A, ta có

$$a^2 = 1, c = \sqrt{5} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

Vậy phương án A không thỏa mãn.

Xét phương án B, ta có

$$a^2 = b^2 = 1 \Rightarrow c^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{a^2}{c} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Vậy phương án B thỏa mãn.

Xét phương án C, ta có

$$a^2 = b^2 = 2 \Rightarrow c^2 = 4 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow \frac{a^2}{c} = 1$$

Vậy phương án C sai.

Tương tự, phương án D cũng sai.

Câu 324: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó đi qua điểm $(2; 1)$ và có một đường chuẩn là $x + \frac{2}{\sqrt{3}} = 0$

A. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $x^2 - \frac{y^2}{2} = 1$ C. $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ D. $\frac{x^2}{2} - y^2 = 1$

Lời giải

Chọn D.

Phương án A và D không đi qua điểm $(2; 1)$ nên loại.

Phương án C là phương trình của Elip nên loại.

Vậy phương án D đúng.

Câu 325: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó có trục thực dài gấp đôi trục ảo và có tiêu cự bằng 10.

A. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ B. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$ C. $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ D. $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{10} = 1$

Lời giải

Chọn B.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0)$.

Theo giả thiết, ta có

$$\begin{cases} a=2b \\ 2c=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ \sqrt{a^2+b^2}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ \sqrt{5b^2}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2b \\ b=\sqrt{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2\sqrt{5} \\ b=\sqrt{5} \end{cases}$$

Vậy phương trình (H) là $\frac{x^2}{20} - \frac{y^2}{5} = 1$.

Câu 326: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó tiêu điểm là $(3;0)$ và một đường tiệm cận có phương trình là $\sqrt{2}x + y = 0$.

A. $\frac{x^2}{6} - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$ C. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{2} = 1$ D. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{8} = 1$

Lời giải

Chọn B.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0)$.

Do (H) có một tiêu điểm là $(3; 0)$ nên $c=3$.

Đường tiệm cận $\sqrt{2}x + y = 0 \Leftrightarrow y = -\sqrt{2}x \Rightarrow \frac{b}{a} = \sqrt{2} \Rightarrow b = \sqrt{2}a$.

Vậy ta có

$$\begin{cases} b=\sqrt{2}a \\ \sqrt{a^2+b^2}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\sqrt{2}a \\ \sqrt{3a^2}=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\sqrt{6} \\ a=\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{6} = 1$$

Suy ra phương án B đúng.

Câu 327: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó tiêu điểm là $(\sqrt{10};0)$ và một đường tiệm cận có phương trình là $3x + y = 0$.

A. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{6} = 1$ C. $\frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1$ D. $-x^2 + \frac{y^2}{9} = 1$

Lời giải

Chọn C.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0)$.

Do (H) có một tiêu điểm là $(\sqrt{10}; 0)$ nên $c = \sqrt{10}$.

Đường tiệm cận $3x + y = 0 \Leftrightarrow y = -3x \Rightarrow \frac{b}{a} = 3 \Rightarrow b = 3a$.

Vậy ta có

$$\begin{cases} b = 3a \\ \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3a \\ \sqrt{10a^2} = \sqrt{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{1} - \frac{y^2}{9} = 1.$$

Suy ra phương án B đúng.

Câu 328: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) mà hình chữ nhật cơ sở có một đỉnh là $(2; 3)$

A. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{-3} = 1$. C. $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{3} = 1$. D. $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Lời giải

Chọn D.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$).

Một đỉnh hình chữ nhật cơ sở là $(2; 3) \Rightarrow a = 2, b = 3$.

Vậy phương án D đúng.

Câu 329: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó có một đường tiệm cận là $x - 2y = 0$ và hình chữ nhật cơ sở của nó có diện tích bằng 24.

A. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1$. B. $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{12} = 1$. C. $\frac{x^2}{48} - \frac{y^2}{12} = 1$. D. $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{48} = 1$.

Lời giải

Chọn A.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$).

Tiệm cận $x - 2y = 0 \Leftrightarrow y = \frac{x}{2} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1}{2}$ (1).

Diện tích hình chữ nhật cơ sở bằng 24 $\Leftrightarrow 2a \cdot 2b = 24 \Leftrightarrow ab = 6$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\begin{cases} a = 2b \\ ab = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2\sqrt{3} \\ b = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{3} = 1.$

Câu 330: Tìm phương trình chính tắc của Hypebol (H) biết nó đi qua điểm là $(5; 4)$ và một đường tiệm cận có phương trình là $x + y = 0$.

- A. $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$. B. $x^2 - y^2 = 9$. C. $x^2 - y^2 = 1$. D. $x^2 - y^2 = 3$.

Lời giải

Chọn B.

Xét hyperbol (H) có phương trình chính tắc là $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 \ (a > 0, b > 0)$.

Đường tiệm cận $x + y = 0 \Leftrightarrow y = -x \Rightarrow \frac{b}{a} = 1 \Leftrightarrow a = b \ (1)$.

Hyperbol đi qua điểm $(5; 4) \Rightarrow \frac{25}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1 \ (2)$.

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a = b \\ \frac{25}{a^2} - \frac{16}{b^2} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow (H): \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1 \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 9$$

Hãy học tập chăm chỉ, dù điều đó dường như không thể, dù điều đó tốn nhiều thời gian hay khiến bạn phải thức cả đêm. Chỉ cần nhớ rằng cảm giác thành công là điều tuyệt vời nhất trên thế giới

▣ BÀI GIẢNG 3 : PARABOL



LÝ THUYẾT



Lý thuyết bài giảng :



Memorize :

A cartoon illustration of a young boy with brown hair, wearing a pink shirt, sitting on a red rug and reading a blue book. He has a surprised or excited expression on his face.

Câu 331: Cho Parabol $(P): y^2 = 4x$. Xác định các yếu tố của (P) và vẽ (P) .

 Lời giải :

L'origine :

Câu 332: Lập phương trình của Parabol (P) biết (P) đi qua điểm $M(1; -1)$.

 **Lời giải :**

Câu 333: Lập phương trình Parabol (P) có tiêu điểm $F(1;1)$ và đường chuẩn $\Delta: x + y = 0$.

 **Lời giải :**

Câu 334: Viết phương trình chính tắc của Parabol (P) có đường chuẩn $\Delta: x = -5$.

 **Lời giải :**

Câu 335: Lập phương trình của Parabol (P) có tiêu điểm là $F(3;0)$.

 **Lời giải :**

Câu 336: Cho Elip $(E): 9x^2 + 16y^2 = 144$. Lập phương trình (P) có tiêu điểm trùng với tiêu điểm phải của (E) .

 **Lời giải :**

Câu 337: Cho Parabol $(P): y^2 = 4x$. Tìm M thuộc (P) sao cho $MF = 3$

 **Lời giải :**

Câu 338: Cho Parabol $(P): y^2 = 4x$ có tiêu điểm F . Tìm tọa độ điểm A, B thuộc (P) sao cho $\triangle FAB$ đều.

 **Lời giải :**

Câu 339: Cho Parabol $(P): y^2 = x$ và đường thẳng $d: x - y - 2 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của đường thẳng d và parabol (P) . Tìm tọa độ điểm C thuộc (P) sao cho $S_{\triangle ABC} = 6$.

[illegible]

 **Lời giải :**



MÓN QUÀ

☑ Bài tập cơ bản về Parabol :

Câu 341: Cho parabol (P) có phương trình chính tắc: $y^2 = 14x$. Tìm tọa độ tiêu điểm và viết phương trình đường chuẩn của (P) .

Lời giải

Ta có: $2p = 14$, suy ra $p = 7$.

Vậy tiêu điểm của (P) là $F\left(\frac{7}{2}; 0\right)$ và phương trình đường chuẩn của (P) là $x + \frac{7}{2} = 0$.

Câu 342: Cho parabol (P) có phương trình $y^2 = 4x$. Tìm tiêu điểm và đường chuẩn của parabol.

Lời giải

Trong phương trình chính tắc của (P) ta có $2p = 4 \Rightarrow p = 2$.

Vậy (P) có tiêu điểm là $F(1;0)$ và có đường chuẩn là $\Delta: x = -1$.

Câu 343:Viết phương trình chính tắc của parabol (P) , biết:

a) Phương trình đường chuẩn của (P) là $x + \frac{1}{8} = 0$;

b) (P) đi qua điểm $M(1; -8)$.

Lời giải

a) Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = 2px (p > 0)$.

Vì phương trình đường chuẩn của (P) là: $x + \frac{1}{8} = 0$ nên $\frac{p}{2} = \frac{1}{8} \Rightarrow p = \frac{1}{4}$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = \frac{1}{2}x$.

b) Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = 2px (p > 0)$.

Vì (P) đi qua điểm $M(1; -8)$ nên $(-8)^2 = 2p \cdot 1 \Rightarrow p = 32$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 64x$.

Câu 344:Viết phương trình chính tắc của đường parabol, biết tiêu điểm là $F(6;0)$

Lời giải

Giả sử phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px (p > 0)$

Vì (P) có tiêu điểm là $F(6;0)$ nên $\frac{p}{2} = 6$, tức $p = 12$.

Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 24x$

Câu 345:Viết phương trình chính tắc của parabol (P) biết:

a) (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$;

b) (P) đi qua điểm $M(2;1)$.

Lời giải

Gọi phương trình chính tắc của parabol (P) là: $y^2 = 2px (p > 0)$.

a) Vì (P) có tiêu điểm là $F(5;0)$ nên $\frac{p}{2} = 5$, tức là $p = 10$. Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = 20x$.

b) Do điểm $M(2;1)$ nằm trên (P) nên $1^2 = 2p \cdot 2$, tức là $p = \frac{1}{4}$. Vậy phương trình chính tắc của parabol (P) là $y^2 = \frac{x}{2}$.

Câu 346: Tìm tọa độ điểm M thuộc parabol $(P): y^2 = 4x$ và đường thẳng $d: x - 2y = 0$.

Lời giải

Điểm M thuộc đường thẳng d nên $m - 2n = 0$ hay $m = 2n$.

Vì M thuộc (P) nên $n^2 = 4m \Rightarrow n^2 = 8n \Rightarrow n = 0$ hoặc $n = 8$.

Vậy có hai trường hợp là $M(0;0)$ và $M(16;8)$.

Câu 347: Cho parabol (P) có phương trình ở dạng chính tắc và (P) đi qua điểm $A(8;8)$.

a) Viết phương trình của (P) .

b) Tìm tọa độ tiêu điểm F , phương trình đường chuẩn Δ và tham số tiêu p của (P) .

c) Cho điểm M thuộc (P) và có hoành độ bằng 3. Tính độ dài đoạn thẳng MF .

Lời giải

a) Phương trình chính tắc của (P) có dạng $y^2 = 2px$, trong đó $p > 0$.

Vì $A(8;8)$ thuộc (P) nên ta có phương trình $8^2 = 2p \cdot 8 \Leftrightarrow p = 4$.

Vậy phương trình chính tắc của (P) là $y^2 = 8x$.

b) (P) có tiêu điểm là $F\left(\frac{p}{2}; 0\right) = (2; 0)$, phương trình đường chuẩn Δ là $x = -\frac{p}{2} = -2$ và có tham số tiêu là $p = 4$.

c) Vì điểm M thuộc (P) nên ta có $MF = d(M, \Delta)$.

Phương trình tổng quát của Δ là $x + 2 = 0$. Từ đó suy ra $MF = d(M, \Delta) = \frac{|3 + 2|}{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 5$.

Câu 348: Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol có tiêu điểm $F(2;0)$.

a) Tìm trên (P) điểm M cách F một khoảng là 3.

b) Tìm điểm M trên (P) sao cho $S_{OMF} = 8$.

c) Tìm điểm A nằm trên parabol và một điểm B nằm trên đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 5 = 0$ sao cho AB ngắn nhất.

Lời giải

a) Giả sử $M(x_M; y_M) \in (P) \Rightarrow y_M^2 = 8x_M$. (*)

Từ phương trình (P) có $p=4$ nên $F(2;0)$.

Ta có $FM = \frac{p}{2} + x_M$ suy ra $x_M = 1$, kết hợp với (*) ta có $y_M = \pm 2\sqrt{2}$.

Vậy có hai điểm thỏa mãn là $M_1(1; 2\sqrt{2}), M_2(1; -2\sqrt{2})$.

b) Ta có $M \in (P) \Rightarrow M\left(\frac{a^2}{8}; a\right)$ với $a \geq 0$.

$$S_{OMF} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} OF \cdot d(M; OF) = 8 \Leftrightarrow a = 8.$$

Vậy điểm M cần tìm là $M(8;8)$.

c) Với mọi điểm $A \in (P)$, $B \in \Delta$ ta luôn có $AB \geq d(A; \Delta)$.

$$A \in (P) \Rightarrow A\left(\frac{a^2}{8}; a\right) \text{ với } a \geq 0, \text{ khi đó } d(A; \Delta) = \frac{\left|4 \cdot \frac{a^2}{8} - 3a + 5\right|}{5} = \frac{(a-3)^2 + 1}{10} \geq \frac{1}{10}.$$

Suy ra AB nhỏ nhất khi và chỉ khi $A\left(\frac{9}{8}; 3\right)$ và B là hình chiếu của A lên Δ .

Đường thẳng đi qua A vuông góc với Δ nhận $u = (3; 4)$ là véc - tơ pháp tuyến nên

$$\text{có phương trình là } 3\left(x - \frac{9}{8}\right) + 4(y - 3) = 0 \Leftrightarrow 24x + 32y - 123 = 0.$$

$$\begin{cases} 4x - 3y + 5 = 0 \\ 24x + 32y - 123 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{209}{200} \\ y = \frac{153}{50} \end{cases}.$$

Do đó tọa độ điểm B là nghiệm của hệ

$$\text{Vậy } A\left(\frac{9}{8}; 3\right), B\left(\frac{209}{200}; \frac{153}{50}\right) \text{ thỏa yêu cầu bài toán.}$$

Câu 349: Cho parabol $(P): y^2 = 12x$ có tiêu điểm $F(3;0)$. Tìm hai điểm A, B trên (P) sao cho tam giác OAB có trục tâm là F .

Lời giải

Ta có: $F(3;0)$ nên tam giác OAB nhận F là trục tâm thì A, B đối xứng qua Ox .

Gọi $A(m; n)$ thì $B(m; -n)$, $m \neq 0$.

Ta có
$$\begin{cases} A \in (P) \\ OA \perp BF \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2 = 12m \\ m(m-3) - n^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m(m-15) = 0 \\ n^2 = 12m \end{cases}$$

Chọn $m=15$ nên $n^2=180 \Rightarrow n=\pm 6\sqrt{5}$. Vậy $A(15; 6\sqrt{5})$ và $B(15; -6\sqrt{5})$.

Câu 350: Cho parabol (P) có phương trình $y^2=4x$. Tìm tọa độ các điểm M nằm trên parabol (P) và cách tiêu điểm một khoảng bằng 3.

Lời giải

Giải (P) : $y^2=4x=2px \Rightarrow p=2$.

Gọi $M(x; y) \in (P)$ thì $MF = x + \frac{p}{2} = x+1$. Ta có $MF=3 \Leftrightarrow x+1=3 \Leftrightarrow x=2$.

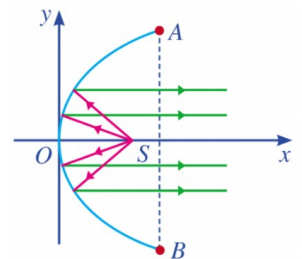
Thế vào (P) : $y^2=8 \Rightarrow y=\pm 2\sqrt{2}$.

Vậy có hai điểm $M_1(2; 2\sqrt{2})$ và $M_2(2; -2\sqrt{2})$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

☑ Vẽ đẹp của Parabol trong toán thực tế :

Câu 351: Một chiếc đèn có mặt cắt ngang là hình parabol (Hình).

Hình parabol có chiều rộng giữa hai mép vành là $AB=40\text{ cm}$ và chiều sâu $h=30\text{ cm}$ (h bằng khoảng cách từ O đến AB). Bóng đèn nằm ở tiêu điểm S . Viết phương trình chính tắc của parabol đó.



Lời giải

Phương trình chính tắc của parabol có dạng: $y^2=2px (p>0)$

Vì $AB=40$ nên khoảng cách từ A đến trục Ox là $\frac{40}{2}=20$

h = khoảng cách từ O đến AB = khoảng cách từ A đến trục $Oy=30$

$\Rightarrow$ Parabol đi qua $A(30; 20) \Rightarrow 20^2=2p \cdot 30$ hay $p=\frac{20}{3}$

Vậy phương trình chính tắc của Parabol là: $y^2=\frac{40}{3}x$

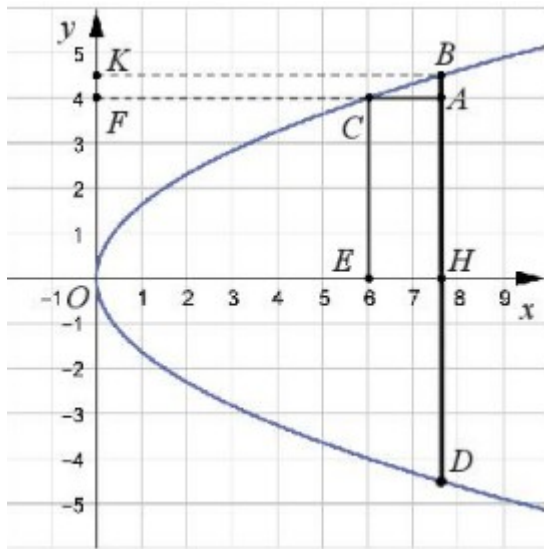
Câu 352: Cổng của một ngôi trường có dạng một parabol.

Để đo chiều cao h của cổng, một người đo khoảng cách giữa hai chân cổng được $9m$, người đó thấy nếu đứng cách chân cổng $0,5m$ thì đầu chạm cổng. Cho biết người này cao $1,6m$, hãy tính chiều cao của cổng.



Lời giải

Ta vẽ lại parabol và chọn hệ trục tọa độ như Hình. Gọi phương trình của parabol là $y^2 = 2px$.



Ta có chiều cao của cổng là $OH = BK = h$, bề rộng của cổng là $BD = 9$, suy ra $BH = 4,5$. Vậy điểm B có tọa độ là $(h; 4,5)$.

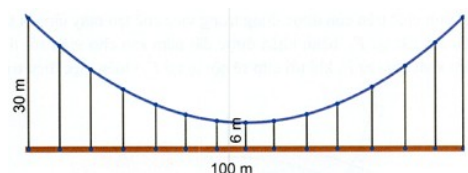
Chiều cao của người đo là $AC = 1,6$ và khoảng cách từ chân người đo đến chân cổng là $BA = 0,5$. Suy ra $FC = FA - AC = h - 1,6$ và $EC = BH - AB = 4,5 - 0,5 = 4$. Vậy điểm C có tọa độ là $(h - 1,6; 4)$.

Ta có hai điểm B và C nằm trên parabol nên thay tọa độ của B và C vào phương trình (P) , ta được:

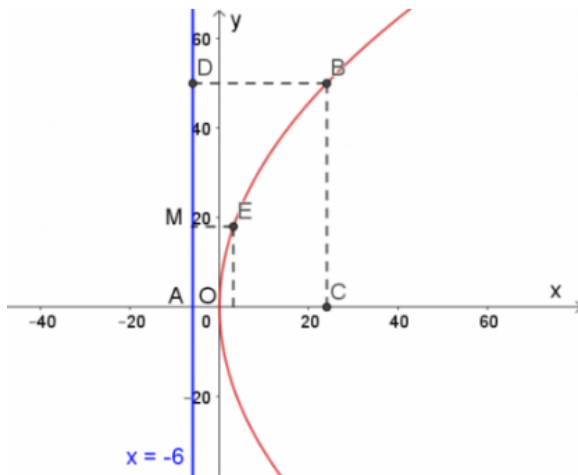
$$\begin{cases} 4,5^2 = 2ph \\ 4^2 = 2p(h - 1,6) \end{cases} \Rightarrow 2p = \frac{4,5^2}{h} = \frac{4^2}{h - 1,6} = \frac{4,5^2 - 4^2}{1,6} \Rightarrow h = \frac{1,6 \cdot 4,5^2}{4,5^2 - 4^2} \approx 7,62(m)$$

Vậy cổng trường đó cao khoảng $7,62m$.

Câu 353: Một cái cầu có dây cáp treo hình parabol, cầu dài $100m$ và được nâng đỡ bởi những thanh thẳng đứng treo từ cáp xuống, thanh dài nhất là $30m$, thanh ngắn nhất là $6m$ (Hình). Tính chiều dài của thanh cách điểm giữa cầu $18m$.



Lời giải



Theo bài ra ta có: $AO = 6m, AD = 50m, BD = 30m \Rightarrow$ điểm B có tọa độ $B(24;50)$.

Gọi phương trình của parabol (P) là $y^2 = 2px$.

Vì $B(24;50) \in (P)$ nên thay tọa độ điểm B vào phương trình (P) , ta được:

$$50^2 = 2p \cdot 24 \Rightarrow p = \frac{625}{12}$$

$\Rightarrow$ Phương trình (P) là: $y^2 = \frac{625}{6}x$

Ta có: Độ dài đoạn ME chính là chiều dài của thanh cách điểm giữa cầu $18m$. Gọi

$E = (m, 18)$, vì $E \in (P)$ nên thay tọa độ E vào phương trình P , ta được: $18^2 = \frac{625}{6}m$.

$$\Rightarrow m = 3,1104 \Rightarrow ME = 6 + 3,1104 = 9,1104(m)$$

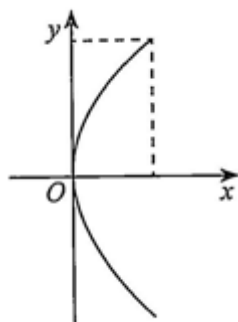
Vậy thanh cách điểm giữa cầu $18m$ có chiều dài là $9,1104m$.

Câu 354: Cổng chào của một thành phố dạng hình parabol có chiều cao $h = 25m$ và khoảng cách giữa hai chân cổng là $d = 120m$. Hãy viết phương trình parabol của cổng chào.



Lời giải

Ta chọn hệ tọa độ như Hình 9.



Hình 9

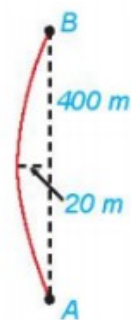
Gọi parabol có Phương trình của parabol có dạng: $y^2 = 2px$. Ta có $M(25;60)$ là tọa độ một điểm tại chân cổng chào. Thay tọa độ điểm M vào phương trình (P) ta có:

$$60^2 = 2p \cdot 25 \Rightarrow p = \frac{60^2}{50} = 72$$

Vậy phương trình của (P) là $y^2 = 144x$.

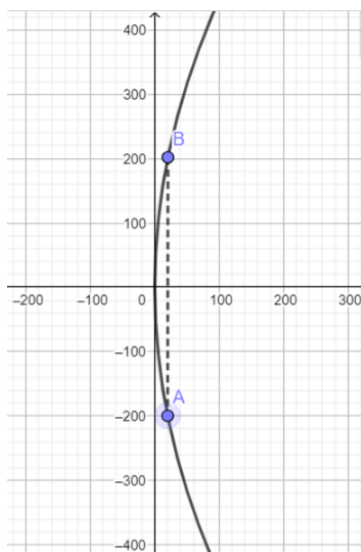
Câu 355: Khúc cua của một con đường có dạng hình parabol, điểm đầu vào khúc cua là A , điểm cuối là B , khoảng cách $AB = 400m$. Đỉnh parabol (P) của khúc cua cách đường thẳng AB một khoảng 20 m và cách đều A, B .

- Lập phương trình chính tắc của (P) , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng $1m$ trên thực tế.
- Lập phương trình chính tắc của (P) , với 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng $1km$ trên thực tế.



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ sao cho đỉnh của parabol trùng với gốc tọa độ $O(0;0)$ (như hình vẽ).



- Nếu 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng $1m$ trên thực tế thì tọa độ các điểm là: $A(20; -200)$ và $B(20; 200)$ thuộc vào parabol có dạng $y^2 = 2px$

Thay tọa độ điểm A và ta có: $200^2 = 2p \cdot 20 \Rightarrow 2p = 2000$

Vậy parabol có dạng: $y^2 = 2000 \cdot x$

b. Nếu 1 đơn vị đo trong mặt phẳng tọa độ tương ứng 1 km trên thực tế thì tọa độ các điểm là: $A(0,02; -0,2)$ và $B(0,02; 0,2)$ thuộc vào parabol có dạng $y^2 = 2px$

Thay tọa độ điểm A và ta có: $0,2^2 = 2p \cdot 0,02 \Rightarrow 2p = 2$

Vậy parabol có dạng: $y^2 = 2 \cdot x$



Câu 356:Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(1; 2)$.

- A. $y^2 = 4x$. B. $y^2 = 2x$. C. $y = 2x^2$. D. $y = x^2 + 2x - 1$.

Lời giải

Chọn A.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

$$A(1; 2) \in (P) \Rightarrow 2p = 4$$

Vậy phương trình $(P): y^2 = 4x$.

Câu 357:Viết phương trình chính tắc của Parabol đi qua điểm $A(5; 2)$.

- A. $y = x^2 - 3x - 12$. B. $y = x^2 - 27$. C. $y^2 = \frac{4x}{5}$. D. $y^2 = 5x - 21$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

$$A(5; 2) \in (P) \Rightarrow 2p = \frac{4}{5}$$

Vậy phương trình $(P): y^2 = \frac{4}{5}x$.

Câu 358:Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm $F(2; 0)$.

- A. $y^2 = 2x$. B. $y^2 = 4x$. C. $y^2 = 8x$. D. $y = \frac{1}{6}x^2$.

Lời giải

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px$

Tiêu điểm $F(2;0) \Rightarrow p=4$

Vậy, phương trình parabol $y^2=8x$.

Câu 359:Viết phương trình chính tắc của Parabol biết tiêu điểm $F(5;0)$.

- A. $y^2=5x$. B. $y^2=10x$. C. $y^2=\frac{1}{5}x$. D. $y^2=20x$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2=2px$

Ta có: tiêu điểm $F(5;0) \Rightarrow p=5 \Rightarrow 2p=10$

Vậy $(P): y^2=10x$.

Câu 360:Viết phương trình chính tắc của Parabol biết đường chuẩn có phương trình

$$x + \frac{1}{4} = 0$$

- A. $y^2=-x$. B. $y^2=x$. C. $y^2=2x$. D. $y^2=\frac{1}{2}x$.

Lời giải

Chọn B.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2=2px$

Parabol có đường chuẩn $x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \Rightarrow (P): y^2 = x$.

Vậy $y^2=x$.

Câu 361:Cho Parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2=4x$. Một đường thẳng đi qua tiêu điểm F của (P) cắt (P) tại 2 điểm A và B . Nếu $A(1;2)$ thì tọa độ của B bằng bao nhiêu?

- A. $(4;4)$. B. $(2;2\sqrt{2})$. C. $(1;-2)$. D. $(1;2)$.

Lời giải

Chọn C.

(P) có tiêu điểm $F(1;0)$.

Đường thẳng $AF: x=1$.

Đường thẳng AF cắt parabol tại $B(1;-2)$.

Vậy $B(1;-2)$.

- Câu 362:** Một điểm A thuộc Parabol $(P): y^2 = 4x$. Nếu khoảng cách từ A đến đường chuẩn bằng 5 thì khoảng cách từ A đến trục hoành bằng bao nhiêu?
- A. 3. B. 8. C. 5. D. 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $A \in (P) \Rightarrow A(m^2; 2m)$, đường chuẩn $\Delta: x = -1$

Khoảng cách từ A đến đường chuẩn $d(A, \Delta) = |m^2 + 1| = m^2 + 1 = 5 \Rightarrow m^2 = 4$

Vậy khoảng cách từ A đến trục hoành bằng $|2m| = 4$.

- Câu 363:** Một điểm M thuộc Parabol $(P): y^2 = x$. Nếu khoảng cách từ M đến tiêu điểm F của (P) bằng 1 thì hoành độ của điểm M bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. 3.

Lời giải

Chọn B.

$M \in (P): y^2 = x \Rightarrow M(m^2; m)$

(P) có tiêu điểm $F\left(\frac{1}{4}; 0\right)$

$$MF^2 = \left(m^2 - \frac{1}{4}\right)^2 + m^2 = 1 \Leftrightarrow m^4 + \frac{1}{2}m^2 - \frac{15}{16} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = \frac{3}{4} \\ m^2 = -\frac{5}{4} \end{cases}$$

Vậy hoành độ điểm M là $\frac{3}{4}$.

- Câu 364:** Cho M là một điểm thuộc Parabol $(P): y^2 = 64x$ và N là một điểm thuộc đường thẳng $d: 4x + 3y + 46 = 0$. Xác định M, N để đoạn MN ngắn nhất.

- A. $M(-9; 24), N(5; -22)$ B. $M(-9; 24), N\left(-\frac{37}{5}; \frac{126}{5}\right)$
- C. $M(9; -24), N\left(-5; -\frac{26}{3}\right)$ D. $M(9; -24), N\left(\frac{37}{5}; -\frac{126}{5}\right)$

Lời giải.

Chọn D.

$M \in (P) \Rightarrow M(m^2; 8m)$

$$d(M;d) = \frac{|4m^2 + 24m + 46|}{5} = \frac{|(2m+6)^2 + 10|}{5} \geq 2$$

$d(M;d)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $m = -3 \Rightarrow M(9; -24)$

N là hình chiếu của M lên đường thẳng d

Đường thẳng $MN: 3x - 4y - 123 = 0$

N là giao điểm MN và d suy ra $N\left(\frac{37}{5}; -\frac{126}{5}\right)$.

Câu 365: Cho parabol $(P): y^2 = 4x$ và đường thẳng $d: 2x - y - 4 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P) . Tìm tung độ dương của điểm $C \in (P)$ sao cho ΔABC có diện tích bằng 12.

A. 3

B. 6

C. 2

D. 4

Lời giải.

Chọn B.

Ta có: d cắt (P) tại $A(4; 4); B(1; -2)$

$$C \in (P) \Rightarrow C(c^2; 2c)$$

$$\overline{AC} = (c^2 - 4; 2c - 4)$$

$$\overline{BC} = (c^2 - 1; 2c + 2)$$

$$\text{Diện tích tam giác } ABC: S_{ABC} = \frac{1}{2} |(c^2 - 4)(2c + 2) - (c^2 - 1)(2c - 4)| = 12$$

$$|6c^2 - 6c - 12| = 24 \Rightarrow \begin{cases} c = -2 \\ c = 3 \end{cases}$$

Vậy tung độ của điểm C dương là 6.

Câu 366: Cho parabol $(P): y^2 = x$ và đường thẳng $d: x - y - 2 = 0$. Gọi A, B là giao điểm của d và (P) . Tìm tung độ điểm $C \in (P)$ sao cho ΔABC đều.

A. $\frac{-1 + \sqrt{13}}{2}$

B. $\frac{-1 - \sqrt{13}}{2}$

C. $\frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$

D. Không tồn tại điểm C.

Lời giải.

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của d và $(P): (x-2)^2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=4 \end{cases}$
 $\Rightarrow A(1; -1), B(4; 2)$

$$C \in (P) \Rightarrow C(c^2; c)$$

$$AB = 3\sqrt{2}, \quad AC = \sqrt{(c^2 - 1)^2 + (c + 1)^2}, \quad BC = \sqrt{(c^2 - 4)^2 + (c - 2)^2}$$

$$AC = BC \Rightarrow 6c^2 + 6c - 18 = 0 \Rightarrow c = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$$

So với điều kiện $AC = 3\sqrt{2}$ ta thấy không có giá trị c thoả.

Vậy không tồn tại điểm C thoả đề.

Câu 367: Cho Parabol $(P): y^2 = 2x$ và đường thẳng $\Delta: x - 2y + 6 = 0$. Tính khoảng cách ngắn nhất giữa Δ và (P) .

A. $d_{\min} = \frac{4\sqrt{5}}{5}$

B. $d_{\min} = 2$

C. $d_{\min} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

D. $d_{\min} = 4$

Lời giải.

Chọn A.

Gọi $M \in (P) \Rightarrow M(2m^2; 2m)$

$$d(M; \Delta) = \frac{|2m^2 - 4m + 6|}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} |(m-1)^2 + 2| \geq \frac{4}{\sqrt{5}}.$$

Câu 368: Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Descartes vuông góc Oxy , cho điểm $A(0; 2)$ và parabol $(P): y = x^2$. Xác định các điểm M trên (P) sao cho AM ngắn nhất.

A. $M\left(\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right)$.

B. $M\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{3}{2}; \frac{9}{4}\right)$.

C. $M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{3}{4}\right)$.

D. $M\left(\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{7}{4}\right)$ hoặc $M\left(-\frac{\sqrt{7}}{2}; \frac{7}{4}\right)$.

Lời giải.

Chọn A.

$$M \in (P) \Rightarrow M(m; m^2)$$

$$AM^2 = m^2 + (m^2 - 2)^2 = m^4 - 3m^2 + 4 = \left(m^2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{7}{4} \geq \frac{7}{4}$$

$$AM \text{ ngắn nhất khi } m^2 - \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow m = \pm \frac{\sqrt{6}}{2}$$

$$\text{Vậy, } M\left(\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right) \text{ hoặc } M\left(-\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{3}{2}\right).$$

Câu 369: Lập phương trình chính tắc của parabol (P) biết (P) cắt đường phân giác của góc phần tư thứ nhất tại hai điểm A, B và $AB = 5\sqrt{2}$.

A. $y^2 = 20x$

B. $y^2 = 2x$

C. $y^2 = 5x$

D. $y^2 = 10x$

Lời giải.

Chọn C.

Phương trình chính tắc của parabol $(P): y^2 = 2px \ (p > 0)$

Đường phân giác góc phần tư thứ nhất: $y = x$

Ta có: $A \equiv O, \ B(m; m) \ (m > 0) \Rightarrow AB^2 = 2m^2 = (5\sqrt{2})^2 \Rightarrow m = 5$

$$B(5; 5) \in (P) \Rightarrow 25 = 2p \cdot 5 \Rightarrow 2p = 5$$

$$\text{Vậy } (P): y^2 = 5x$$

Câu 370: Cho điểm $A(3; 0)$, gọi M là một điểm tùy ý trên $(P): y^2 = -x$. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM .

A. 3.

B. $\frac{9}{2}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải.

Chọn A.

Ta có: $M \in (P) \Rightarrow M(-m^2; m)$

$$AM^2 = (-m^2 - 3)^2 + m^2 = m^4 + 7m^2 + 9$$

Vì $m^2 \geq 0$ nên $AM^2 \geq 9$

Vậy giá trị nhỏ nhất của AM là 3 khi $M \equiv O$.

Sự trì hoãn sẽ khiến cho những điều dễ dàng trở nên khó khăn và những điều khó khăn trở nên khó khăn hơn.

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>