

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

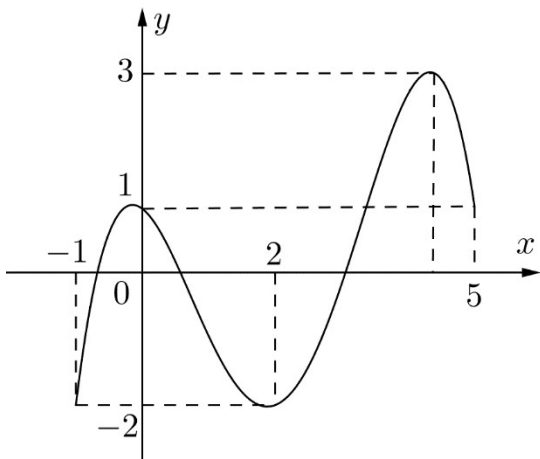
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$ B. $(0; 1)$ C. $(-1; 1)$ D. $(-1; 0)$

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 3. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2; 19]$ bằng

- A. -36 B. $-14\sqrt{7}$ C. $14\sqrt{7}$ D. -34

$$y = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$$

Câu 4. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là:

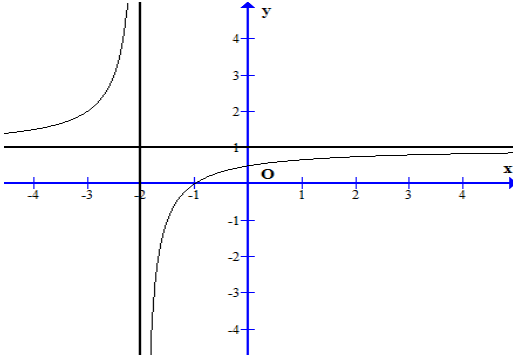
A. $y = x$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x + 2$.

D. $y = x + 3$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



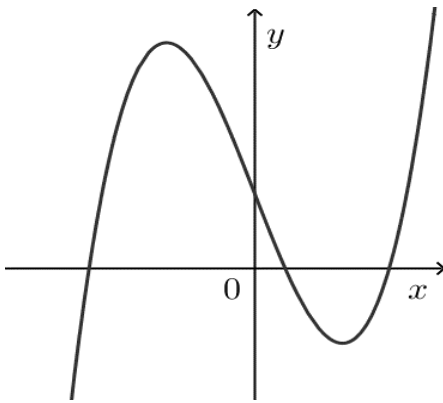
A. Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 1$.

B. Tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.

C. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$.

D. Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 6. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x + 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^2 - x^2 + 1$

D. $y = -x^2 + x - 1$

Câu 7. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

A. $2\sqrt{5}$.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $6\sqrt{3}$.

D. $2\sqrt{15}$.

Câu 8. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó

A. $\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CD} = 3\vec{CG}$.

B. $\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CD} = 3\vec{GC}$.

C. $\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CD} = 2\vec{CG}$.

D. $\vec{CA} + \vec{CB} + \vec{CD} = \vec{CG}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(2; 2; 1)$. Vectơ $\vec{AB}$ có tọa độ là:

A. $(3; 3; -1)$.

B. $(-1; -1; -3)$.

C. $(3; 1; 1)$.

D. $(1; 1; 3)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-2; 2; 1)$ B. $I(1; 0; 4)$ C. $I(2; 0; 8)$ D. $I(2; -2; -1)$

Câu 11. Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Câu 12. Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

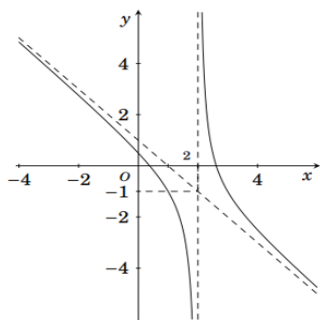
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
y'		+	0	-		
				+	0	+

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 1)$.
 b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
 c) Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.
 d) Hàm số có một điểm cực đại và hai điểm cực tiểu.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình bên.



- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- c) Điểm $I(2;1)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.
- d) Hệ số a và m trái dấu.

Câu 3: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(4;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(-1;3;-2)$.

- a) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- b) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(3; \frac{3}{2}; 2\right)$.
- c) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $\left(\frac{5}{3}; 2; 1\right)$.
- d) Tứ giác ABCD là hình bình hành thì tọa độ điểm $D(1;4;-4)$.

Câu 4: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

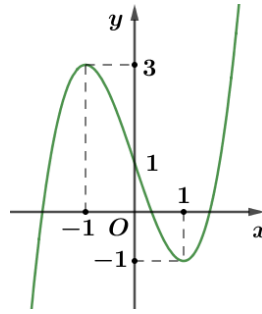
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, biết bể có thể chứa tối đa $10m^3$ nước và giá tiền thuê nhân công là 500000 đồng/ m^2 . Số tiền (triệu đồng) trả ít nhất cho nhân công mà ông phải trả gần nhất với số nào sau đây?

Câu 2: Một hợp tác xã nuôi cá trong hồ. nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng: $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

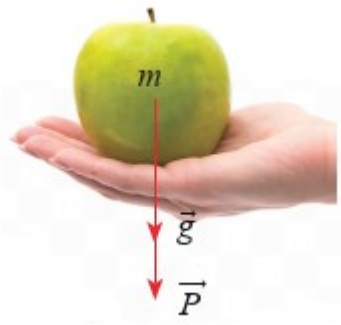
Câu 3: Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t cho bởi công thức $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$, với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t \geq 0$. Khi thời gian t trở nên rất lớn, nồng độ oxygen trong hồ sẽ tiến dần về giá trị cố định là bao nhiêu mg/l?

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ

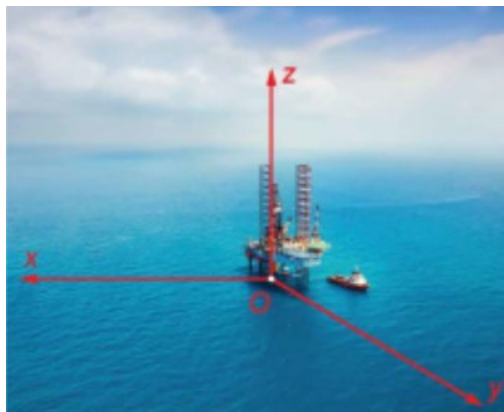


Gọi điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(4 - x) + 1$ là $M(x_0; y_0)$. Tính giá trị $x_0 + y_0$.

Câu 5: Nếu một vật có khối lượng m (kg) thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $P = mg$, trong đó g là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 100 gam (Hình vẽ)



Câu 6: Trong không gian, xét hệ toạ độ Oxyz có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian Oxyz lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm có toạ độ là $(25; 15; -10)$ thì ra đa không phát hiện được. Hỏi khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là bao nhiêu km (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)?



ĐÁP ÁN ĐỀ MẪU

PHẦN I

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được 0,25 điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Chọn	D	C	B	B	A	A	D	A	D	B	A	A

PHẦN II

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là 1 điểm.

- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được 0,1 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được 0,25 điểm.
- Thí sinh chỉ lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được 0,50 điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được 1 điểm.

Câu 1:	Câu 2:	Câu 3:	Câu 4:
a) S	a) S	a) S	a) Đ
b) Đ	b) Đ	b) Đ	b) Đ
c) Đ	c) S	c) S	c) S
d) S	d) Đ	d) Đ	d) Đ

PHẦN III. (Mỗi câu trả lời Đúng thí sinh được 0,5 Điểm)

Câu	1	2	3	4	5	6
Chọn	14	12	5	9	0,98	550

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	-1	4	-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty; -1)$.

B. $(0;1)$.

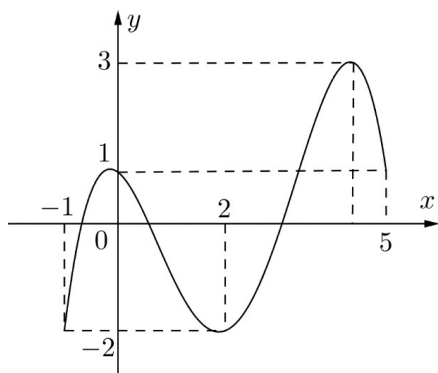
C. $(-1;1)$.

D. $(-1;0)$

Lời giải**Chọn D**

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$

Câu 2: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1;5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;5]$ bằng



A. -1

B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy:

$$\begin{cases} M = \max_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ n = \min_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + n = 1.$$

Câu 3: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -36.

B. $-14\sqrt{7}$.

C. $14\sqrt{7}$.

D. -34.

Lời giải**Chọn B**

Trên đoạn $[2;19]$, ta có:

$$y' = 3x^2 - 21 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\sqrt{7} \notin [2;19] \\ x = \sqrt{7} \in [2;19] \end{cases}$$

Ta có: $y(2) = -34$; $y(\sqrt{7}) = -14\sqrt{7}$; $y(19) = 6460$. Vậy $m = -14\sqrt{7}$.

$$y = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$$

Câu 4: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là:

A. $y = x$.

B. $y = x + 1$.

C. $y = x + 2$.

D. $y = x + 3$.

Lời giải

Chọn B

$$a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{y}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 3x + 5}{x(x+2)} = 1$$

Ta có:

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [y - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2 + 3x + 5}{x+2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x+5}{x+2} = 1$$

và

$$y = x + 1$$

$$x \rightarrow +\infty$$

Vậy đường thẳng là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho (khi $x \rightarrow +\infty$).

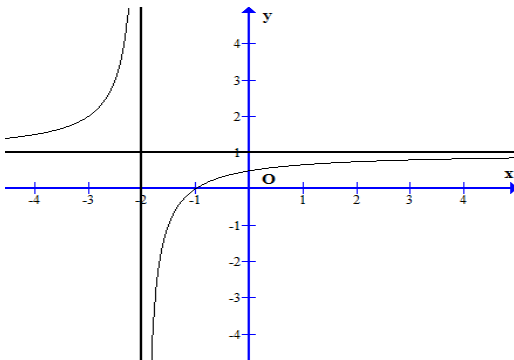
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{y}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} [y - x] = 1$$

$$y = x + 1$$

Tương tự, do và nên đường thẳng là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho khi $(x \rightarrow -\infty)$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 1$.

B. Tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.

C. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$.

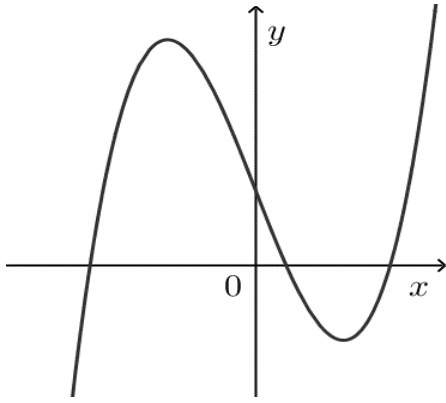
D. Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Câu 6: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số

được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A. $y = x^3 - 3x + 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^2 - x^2 + 1$ D. $y = -x^2 + x - 1$

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$ và đây là đồ thị hàm bậc ba nên ta chọn phương án $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 2x}{x - 1}$. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là:

- A. $2\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $6\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{15}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2x - 2}{(x - 1)^2}$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 1 - \sqrt{3} \Rightarrow y_1 = 2x_1 + 2 \\ x_2 = 1 + \sqrt{3} \Rightarrow y_2 = 2x_2 + 2 \end{cases}$$

Suy ra khoảng cách giữa hai điểm cực trị:

$$\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} = \sqrt{5(x_1 - x_2)^2} = 2\sqrt{15}$$

Câu 8: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABD . Khi đó

- A. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$. B. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{GC}$.
C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{CG}$. D. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CG}$.

Lời giải

Chọn A

G là trọng tâm tam giác ABD nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} - 3\overrightarrow{CG} = \vec{0}$
 $\Rightarrow \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{CG}$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là:
 A. $(3;3;-1)$ B. $(-1;-1;-3)$ C. $(3;1;1)$ D. $(1;1;3)$

Lời giải

Chọn D

Tọa độ của một véc tơ là tọa độ của điểm sau trừ đi tọa độ điểm đầu.

$$\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2)) \quad \overrightarrow{AB} = (1;1;3)$$

hay

Câu 10: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
 A. $I(-2;2;1)$ B. $I(1;0;4)$ C. $I(2;0;8)$ D. $I(2;-2;-1)$

Lời giải

Chọn B

Tọa độ trung điểm I của đoạn AB với $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$ được tính bởi

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = 0 \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1;0;4)$$

Câu 11: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $45 - 20 = 25$ (phút)

Câu 12: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 5,98.

B. 6.

C. 2,44.

D. 2,5.

Lời giải

Chọn A

Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3

Số trung bình: $\bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = 12,68$

Độ lệch chuẩn: $\sigma = \sqrt{\frac{4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2}{25} - 12,68^2} \approx 5,98$

Từ đồ thị hàm số thấy tiệm cận đứng $x = 2$ nên tập xác định của hàm số là $R \setminus \{2\}$.

Quan sát từ trái qua phải trong khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$ đồ thị có hướng đi xuống nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là điểm có tọa độ $(2; -1)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số.

Tiệm cận xiên là đường thẳng có hệ số góc là $\frac{a}{m}$, từ trái qua phải đường thẳng có hướng đi xuống nên hệ số góc của đường thẳng là số âm vì vậy a và m trái dấu.

a)	b)	c)	d)
S	Đ	S	Đ

Câu 3: Trong không gian Oxyz, cho ba điểm $A(4;2;1)$, $B(2;1;3)$, $C(-1;3;-2)$.

a) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

b) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(3; \frac{3}{2}; 2\right)$.

c) Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $\left(\frac{5}{3}; 2; 1\right)$.

d) Tứ giác ABCD là hình bình hành thì tọa độ điểm D(1;4;-4).

Lời giải

$\overrightarrow{AB} = (-2; -1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (-5; 1; -3)$, $\overrightarrow{AB} \neq k\overrightarrow{AC}$ vì vậy ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(3; \frac{3}{2}; 2\right)$.

Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $\left(\frac{5}{3}; 2; \frac{2}{3}\right)$.

Tứ giác ABCD là hình bình hành khi $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, tọa độ điểm D(1;4;-4).

a)	b)	c)	d)
S	Đ	S	Đ

Câu 4: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $R = 300 - 50 = 250$ (km).

Cỡ mẫu $n = 5 + 10 + 9 + 4 + 2 = 30$.

Gọi $x_1; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về độ dài quãng đường bác tài xế đã lái xe mỗi ngày trong một tháng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$$x_1; \dots; x_5 \in [50; 100)$$

$$x_6; \dots; x_{15} \in [100; 150)$$

$$x_{16}; \dots; x_{24} \in [150; 200)$$

$$x_{25}; \dots; x_{28} \in [200; 250)$$

$$x_{29}; x_{30} \in [250; 300)$$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in [100; 150)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 100 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{10} (150 - 100) = 112,5$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in [150; 200)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 150 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - (5 + 10)}{9} (200 - 150) = \frac{575}{3}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 79,17$

Ta có bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Giá trị đại diện	75	125	175	225	275
Số ngày	5	10	9	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{5 \cdot 75 + 10 \cdot 125 + 9 \cdot 175 + 4 \cdot 225 + 2 \cdot 275}{30} = 155$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{30} (5 \cdot 75^2 + 10 \cdot 125^2 + 9 \cdot 175^2 + 4 \cdot 225^2 + 2 \cdot 275^2) - 155^2 = 3100$$

$$S = \sqrt{S^2} \approx 55,68$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

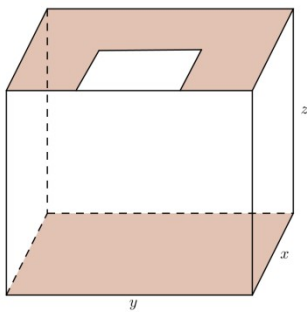
a)	b)	c)	d)
Đ	Đ	S	Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật, phần nắp trên ông để trống một ô có diện tích bằng 20% diện tích của đáy bể. Biết đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, biết bể có thể chứa tối đa $10m^3$ nước và giá tiền thuê nhân công là 500000 đồng/ m^2 . Số tiền (triệu đồng) trả ít nhất cho nhân công mà ông phải trả gần nhất với số nào sau đây?

Trả lời: 14 triệu đồng.

Lời giải



Gọi x, y, z lần lượt là chiều rộng, chiều dài và chiều cao của cái bể ($x, y, z > 0; y = 2x$). Đơn vị đo độ dài là mét (m).

Theo đề bài ta có: $V = xyz = 2x^2z = 10 \Leftrightarrow z = \frac{5}{x^2}$ (m)

Diện tích toàn phần cái bể:

$$S = 2xz + 2xy + 2yz - \frac{1}{5}xy = 2x \cdot \frac{5}{x^2} + 2x \cdot 2x + 2 \cdot 2x \cdot \frac{5}{x^2} - \frac{1}{5}x \cdot 2x \text{ (m}^2\text{)}.$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{30}{x} + \frac{16}{5}x^2 = \frac{15}{x} + \frac{15}{x} + \frac{18}{5}x^2 \geq 3\sqrt{810} \text{ (Cos i)}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra} \Leftrightarrow \frac{15}{x} = \frac{18}{5}x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\frac{75}{18}} \Rightarrow S \approx 27,965 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Vậy số tiền trả cho nhất công ít nhất là: $27,965 \times 500000 = 13.982.500$.

Câu 2: Một hợp tác xã nuôi cá trong hồ. nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng: $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

Trả lời: Phải thả 12 con cá

Lời giải

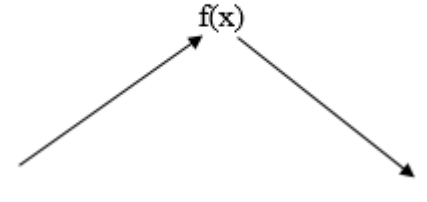
Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì sau một vụ, số cá trên mỗi đơn vị diện tích mặt hồ trung bình cân nặng:

$$f(n) = n \cdot P(n) = 480n - 20n^2 \text{ (gam)} \quad n \in \mathbb{N}^*$$

Xét hàm số $f(x) = 480x - 20x^2$ trên $(0; +\infty)$

(Biến n lấy các giá trị nguyên dương được thay bằng biến số x lấy các giá trị trên khoảng $(0; +\infty)$)

$$f'(x) = 480 - 40x; f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 12$$

x	0	12	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

Tren $(0; +\infty)$ hàm số $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 12$

Suy ra trên tập hợp N^* các số nguyên dương, hàm số f đạt giá trị lớn nhất tại điểm $n = 12$.

Vậy muốn thu hoạch được nhiều cá nhất sau một vụ thì trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ phải thả 12 con cá.

Câu 3: Nồng độ oxygen trong hồ theo thời gian t cho bởi công thức $y(t) = 5 - \frac{15t}{9t^2 + 1}$, với y được tính theo mg/l và t được tính theo giờ, $t \geq 0$. Khi thời gian t trở nên rất lớn, nồng độ oxygen trong hồ sẽ tiến dần về giá trị cố định là bao nhiêu mg/l ?

5 mg/l .

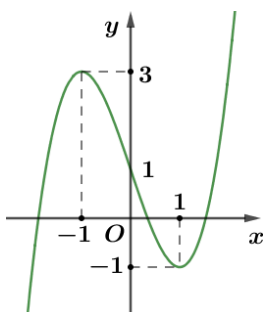
Trả lời:

Lời giải

$$\text{Có } \lim_{t \rightarrow +\infty} y(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{15t}{9t^2 + 1} \right) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(5 - \frac{\frac{15}{t}}{9 + \frac{1}{t^2}} \right) = 5;$$

Do đó $y = 5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số. Hay khi thời t trở nên rất lớn, nồng độ oxygen trong hồ sẽ tiến dần về giá trị cố định là 5 mg/l . Điều này có thể được hiểu sau một thời gian dài, môi trường trong hồ sẽ đạt đến một trạng thái ổn định nồng độ oxygen không thay đổi nhiều.

Câu 4: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ



Gọi điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(4 - x) + 1$ là $M(x_0; y_0)$. Tính giá trị $x_0 + y_0$.

Trả lời: 9

Lời giải

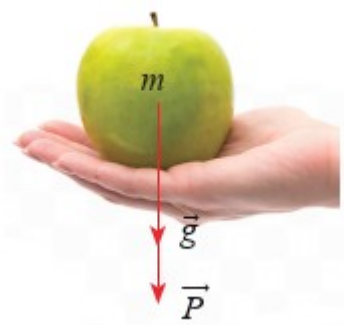
Ta có $y' = -f'(4 - x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow f'(4 - x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - x = -1 \\ 4 - x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ x = 3 \end{cases}$.

Dựa vào đồ thị, với $x > 5$ thì $4 - x < 1$ nên $f'(4 - x) > 0$, lập luận tương tự với các trường hợp còn lại, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		3		5		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$						
					4		
			0				$-\infty$

Suy ra đồ thị hàm số $y = f(4 - x) + 1$ có điểm cực đại là $M(5; 4)$ nên $x_0 + y_0 = 9$.

Câu 5: Nếu một vật có khối lượng m (kg) thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 100 gam (Hình vẽ)



0,98 N.

Trả lời:

Lời giải

Đổi 100 gam $= 0,1 \text{ kg}$.

Độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo là: $|\vec{P}| = m|\vec{g}| = 0,1 \cdot 9,8 = 0,98 \text{ N}$.

Câu 6: Trong không gian, xét hệ tọa độ Oxyz có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng

thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian Oxyz lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(25; 15; -10)$ thì ra đa không phát hiện được. Hỏi khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là bao nhiêu km (làm tròn đến 1 chữ số thập phân)?



Trả lời: 30,8 km

Lời giải

Ta cần xác định khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm.

Theo đề ta có tọa độ của ra đa là $(0; 0; 0)$, tọa độ của tàu thám hiểm là $(25; 15; -10)$.

Khi đó khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là:

$$d = \sqrt{(25 - 0)^2 + (15 - 0)^2 + (-10 - 0)^2} = 5\sqrt{38} \approx 30,8.$$

HẾT