

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của logarit.

Câu 2. Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$

B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$

C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$

D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Lời giải

Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$. Ta có: $\log_a \frac{1}{x} = \log_a x^{-1} \neq \frac{1}{\log_a x}$. Vậy A sai.

Theo các tính chất logarit thì các phương án B, C và D đều đúng.

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $\log_a b^a = a \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

C. $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.

D. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 4. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.

A. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$

B. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$

C. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$

D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

Lời giải

Theo tính chất làm Mũ-Log.

Câu 5. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

A. $\log_a a = 2a$

B. $\log_a a^\alpha = \alpha$

C. $\log_a 1 = 0$

D. $a^{\log_a b} = b$

Lời giải

Chọn A

Câu 6. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$

B. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$

C. $\log(ab) = \log a + \log b$

D. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$

Lời giải

Ta có $\log(ab) = \log a + \log b$

Câu 7. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$

B. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$

C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$

D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln b - \ln a$

Lời giải

Chọn A.

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$

B. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$

C. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$

D. $\log(ab) = \log a + \log b$

Lời giải

Với các số thực dương a, b bất kì ta có:

$$+) \log \frac{a}{b} = \log a - \log b$$

nên **B, C** sai.

$$+) \log(ab) = \log a + \log b$$

nên **A** sai, **D** đúng.

Vậy chọn **D**.

Câu 9. Cho $a, b, c > 0$, $a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. $\log_a a^c = c$

B. $\log_a a = 1$

C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$

D. $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$

Lời giải

Chọn D

Theo tính chất của logarit, mệnh đề sai là $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$.

Câu 10. Cho a, b, c là các số dương ($a, b \neq 1$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

A. $\log_a \left(\frac{b}{a^3} \right) = \frac{1}{3} \log_a b$.

B. $a^{\log_b a} = b$.

C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b (\alpha \neq 0)$.

D. $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2} (ab^2)$ bằng

A. 2 .

B. $\frac{3}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{5}{2}$.

Lời giải

$$\log_{a^2} (ab^2) = \frac{\log_a (ab^2)}{\log_a a^2} = \frac{1 + \log_a b^2}{2} = \frac{1 + 2 \log_a b}{2} = \frac{1 + 2 \cdot 2}{2} = \frac{5}{2}$$

Ta có

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7 (7a)$ bằng

A. $1 - \log_7 a$.

B. $1 + \log_7 a$.

C. $1 + a$.

D. a .

Lời giải

$$\log_7 (7a) = \log_7 7 + \log_7 a = 1 + \log_7 a$$

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng:

A. $\ln a$.

B. $\ln \frac{2}{3}$.

C. $\ln(6a^2)$.

D. $\ln \frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có
$$\ln(3a) - \ln(2a) = \ln \frac{3a}{2a} = \ln \frac{3}{2}$$

Câu 14. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

A. $\frac{1}{2} \log_2 a$.

B. $\log_2 a + 1$.

C. $\log_2 a - 1$.

D. $\log_2 a - 2$.

Lời giải

Chọn C

Có $\log_2 \frac{a}{2} = \log_2 a - \log_2 2 = \log_2 a - 1$

Câu 15. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3\log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a = 4b^3$. B. $a = 3b + 4$. C. $a = 3b + 2$. D. $a = \frac{4}{b^3}$.

Lời giải

Chọn A

ĐK: $a, b > 0$

$$\log_2 a - 3\log_2 b = 2 \Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b^3 = 2 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b^3} = 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b^3} = 4 \Leftrightarrow a = 4b^3$$

Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2\log a$. B. $2\log a$. C. $-4\log a$. D. $8\log a$.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0$, ta có $4\log \sqrt{a} = 4\log \left(a^{\frac{1}{2}} \right) = 4 \cdot \frac{1}{2} \log a = 2\log a$

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4\log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-4\log a$. B. $8\log a$. C. $2\log a$. D. $-2\log a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $4\log \sqrt{a} = 4\log a^{\frac{1}{2}} = 2\log a$

Câu 18. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $1 - \log a$. B. $2 + \log a$. C. $2 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Lời giải

Chọn B

$$\log(100a) = \log(100) + \log a = 2 + \log a$$

Câu 19. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $3\log_a b$. B. $\log_a b$. C. $-3\log_a b$. D. $\frac{1}{3}\log_a b$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = -\log_a b^{-3} = 3\log_a b$$

- Câu 20.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng
- A. $2 - \log a$. B. $2 + \log a$. C. $1 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Lời giải

Chọn B

Với $a > 0$, ta có

$$\log(100a) = \log 100 + \log a = \log 10^2 + \log a = 2 + \log a$$

- Câu 21.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng
- A. $\log_a b$. B. $-3\log_a b$. C. $\frac{1}{3}\log_a b$. D. $3\log_a b$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3} = \log_{a^{-1}} b^{-3} = 3\log_a b$

- Câu 22.** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng
- A. 4 . B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4 .

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_a \sqrt[4]{a} = \log_a a^{\frac{1}{4}} = \frac{1}{4}$

- Câu 23.** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng
- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3 .

Lời giải

Chọn B

$$\log_a \sqrt[3]{a} = \frac{1}{3}\log_a a = \frac{1}{3}$$

- Câu 24.** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

A. $\frac{1}{5}$.

B. $-\frac{1}{5}$.

C. 5.

D. -5.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a a^{\frac{1}{5}} = \frac{1}{5} \log_a a = \frac{1}{5}$.

Câu 25. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. $-\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Với $a > 0$ và $a \neq 1$, ta có: $\log_a \sqrt{a} = \log_a a^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \log_a a = \frac{1}{2}$.

Câu 26. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 (9a)$ bằng

A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$.

B. $2 \log_3 a$.

C. $(\log_3 a)^2$.

D. $2 + \log_3 a$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3 (9a) = \log_3 9 + \log_3 a = \log_3 3^2 + \log_3 a = 2 + \log_3 a$.

Câu 27. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng:

A. $5 \log_a b$.

B. $\frac{1}{5} + \log_a b$.

C. $5 + \log_a b$.

D. $\frac{1}{5} \log_a b$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 28. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng

A. $\frac{1}{2} + \log_a b$.

B. $\frac{1}{2} \log_a b$.

C. $2 + \log_a b$.

D. $2 \log_a b$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{a^2} b = \frac{1}{2} \log_a b$.

Câu 29. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng

- A. $3 + \log_a b$ B. $3 \log_a b$ C. $\frac{1}{3} + \log_a b$ D. $\frac{1}{3} \log_a b$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_{a^3} b = \frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 30. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 (5a)$ bằng

- A. $5 + \log_5 a$ B. $5 - \log_5 a$ C. $1 + \log_5 a$ D. $1 - \log_5 a$

Lời giải

Chọn C

$\log_5 (5a) = \log_5 5 + \log_5 a = 1 + \log_5 a$
Ta có:

Câu 31. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng

- A. $1 + \log_2 a$ B. $1 - \log_2 a$ C. $2 - \log_2 a$ D. $2 + \log_2 a$

Lời giải

Chọn A

$\log_2 2a = \log_2 2 + \log_2 a = 1 + \log_2 a$

Câu 32. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

- A. $2 + \log_2 a$ B. $\frac{1}{2} + \log_2 a$ C. $2 \log_2 a$ D. $\frac{1}{2} \log_2 a$

Lời giải

Chọn C

Với $a > 0; b > 0; a \neq 1$. Với mọi α . Ta có công thức: $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$.

Vậy: $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$

Câu 33. Với a là hai số thực dương tùy ý, $\log_2 (a^3)$ bằng

- A. $\frac{3}{2} \log_2 a$ B. $\frac{1}{3} \log_2 a$ C. $3 + \log_2 a$ D. $3 \log_2 a$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 (a^3) = 3 \log_2 a$.

Câu 34. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

- A. $3 + \log_2 a$. B. $3 \log_2 a$. C. $\frac{1}{3} \log_2 a$. D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^3 = 3 \log_2 a$.

Câu 35. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_5 a$. B. $\frac{1}{3} + \log_5 a$. C. $3 + \log_5 a$. D. $3 \log_5 a$.

Lời giải

Chọn D

$\log_5 a^3 = 3 \log_5 a$

Câu 36. Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 a = \log_a 2$ B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$ C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$ D. $\log_2 a = -\log_a 2$

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức đổi cơ số.

Câu 37. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. B. $2 + \log_2 a$ C. $2 \log_2 a$. D. $\frac{1}{2} + \log_2 a$.

Lời giải

Chọn C

Vì a là số thực dương tùy ý nên $\log_2 a^2 = 2 \log_2 a$.

Câu 38. Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2(\log a + \log b)$ B. $\log a + \frac{1}{2} \log b$ C. $2 \log a + \log b$ D. $\log a + 2 \log b$

Lời giải

Chọn D

Có $\log(ab^2) = \log a + \log b^2 = \log a + 2 \log b$.

Câu 39. Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $P = \frac{1}{3}$

B. $P = 3$

C. $P = 1$

D. $P = 9$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{\sqrt[3]{a}} a^3 = \log_{a^{\frac{1}{3}}} a^3 = 9$$

Câu 40. Với a là số thực dương tùy ý, bằng $\log_5 a^2$

A. $\frac{1}{2} \log_5 a.$

B. $2 + \log_5 a.$

C. $\frac{1}{2} + \log_5 a.$

D. $2 \log_5 a.$

Lời giải

Chọn D

Vì a là số thực dương nên ta có $\log_5 a^2 = 2 \log_5 a.$

Câu 41. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$

B. $\ln \frac{7}{3}$

C. $\ln(4a)$

D. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$

Lời giải

Chọn B

$$\ln(7a) - \ln(3a) = \ln\left(\frac{7a}{3a}\right) = \ln \frac{7}{3}$$

Câu 42. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:

A. $\ln \frac{5}{3}$

B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$

C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$

D. $\ln(2a)$

Lời giải

Chọn A

$$\ln(5a) - \ln(3a) = \ln \frac{5}{3}$$

Câu 43. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:

A. $1 - \log_3 a$

B. $3 \log_3 a$

C. $3 + \log_3 a$

D. $1 + \log_3 a$

Lời giải

Chọn D

Câu 44. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b.$

B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b.$

C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$.

D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Lời giải

Chọn A

Theo tính chất của lôgarit: $\forall a > 0, b > 0 : \ln(ab) = \ln a + \ln b$

Câu 45. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$

- A. $I = -2$. B. $I = 2$ C. $I = \frac{1}{2}$ D. $I = 0$

Lời giải

Chọn B

Với a là số thực dương khác 1 ta được: $I = \log_{\sqrt{a}} a = \log_{a^{\frac{1}{2}}} a = 2 \log_a a = 2$

Câu 46. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right)$ bằng:

- A. $1 - \log_3 a$ B. $3 - \log_3 a$ C. $\frac{1}{\log_3 a}$ D. $1 + \log_3 a$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right) = \log_3 3 - \log_3 a = 1 - \log_3 a$.

Câu 47. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$.

- A. $P = 13$ B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_a (b^2 c^3) = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2.2 + 3.3 = 13$.

Câu 48. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 32.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a^3 b^2 = \log_2 32 \Leftrightarrow 3 \log_2 a + 2 \log_2 b = 5$

Câu 49. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$ B. $P = -1 + \sqrt{3}$ C. $P = -1 - \sqrt{3}$ D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Phương pháp tự luận.

$$P = \frac{\log_a \sqrt{\frac{b}{a}}}{\log_a \frac{\sqrt{b}}{a}} = \frac{\frac{1}{2}(\log_a b - 1)}{\log_a \sqrt{b} - 1} = \frac{\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)}{\frac{1}{2}\log_a b - 1} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 2} = -1 - \sqrt{3}.$$

Cách 2: Phương pháp trắc nghiệm.

Chọn $a=2$, $b=2^{\sqrt{3}}$. Bấm máy tính ta được $P = -1 - \sqrt{3}$.

- Câu 50.** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng
- A. 2. B. 8. C. 16. D. 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 (a^2 b^3) = \log_2 16 = 4$

- Câu 51.** Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha$, $\log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta$ B. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right)$

C. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta$ D. $\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right)$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{3}{2} \log_{27} x - 3 \log_{27} y = \frac{1}{2} \log_3 x - \log_3 y = \frac{\alpha}{2} - \beta.$$

- Câu 52.** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4\log_2 a + \log_2 b$ bằng
- A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

Lời giải

Chọn A

$$4\log_2 a + \log_2 b = \log_2 a^4 + \log_2 b = \log_2 (a^4 b) = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4.$$

- Câu 53.** Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{4} \log_a b$ B. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$

C. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} \log_a b$ D. $\log_{a^2} (ab) = 2 + 2 \log_a b$

Lời giải

Chọn B

$$\log_{a^2}(ab) = \log_{a^2} a + \log_{a^2} b = \frac{1}{2} \cdot \log_a a + \frac{1}{2} \cdot \log_a b = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \log_a b$$

Ta có:

Câu 54. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 6\log_a b$ B. $P = 27\log_a b$ C. $P = 15\log_a b$ D. $P = 9\log_a b$

Lời giải

Chọn A

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3\log_a b + \frac{6}{2}\log_a b = 6\log_a b$$

Câu 55. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(3a) = \frac{1}{3}\log a$ B. $\log(3a) = 3\log a$ C. $\log a^3 = \frac{1}{3}\log a$ D. $\log a^3 = 3\log a$

Lời giải

Chọn D

Câu 56. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

- A. $I = 2$ B. $I = -\frac{1}{2}$ C. $I = -2$ D. $I = \frac{1}{2}$

Lời giải

Chọn A

$$I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right) = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a}{2} \right)^2 = 2$$

Câu 57. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $x = 5a + 3b$ B. $x = a^5 + b^3$ C. $x = a^5 b^3$ D. $x = 3a + 5b$

Lời giải

Chọn C

$$\text{Có } \log_2 x = 5\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a^5 + \log_2 b^3 = \log_2 a^5 b^3 \Leftrightarrow x = a^5 b^3$$

Câu 58. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3\log_2 b$ bằng

- A. 6. B. 2. C. 3. D. 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2 a + 3\log_2 b = \log_2 a + \log_2 b^3 = \log_2 (ab^3) = \log_2 8 = 3$

Câu 59. Cho $P = \sqrt[20]{3^7 \sqrt{27^4 \sqrt{243}}}$. Tính $\log_3 P$?

- A. $\frac{45}{28}$. B. $\frac{9}{112}$. C. $\frac{45}{56}$. D. Đáp án khác.

Lời giải

Ta có: $P = \sqrt[20]{3^7 \sqrt{27^4 \sqrt{243}}} \Rightarrow P = 3^{\frac{1}{20}} \cdot 27^{\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{2}} \cdot 243^{\frac{1}{20} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4}} = 3^{\frac{9}{112}} \Rightarrow \log_3 P = \log_3 3^{\frac{9}{112}} = \frac{9}{112}$

Câu 60. Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

- A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{3}{4a}$ C. $\frac{4}{3a}$ D. $\frac{4a}{3}$

lời giải

Chọn B

Ta có $\log_{16} 27 = \frac{3}{4} \log_2 3 = \frac{3}{4 \cdot \log_3 2} = \frac{3}{4a}$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 61. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a + \log_2 b$ B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a + \log_2 b$
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$ D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3}\log_2 a - \log_2 b$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = \log_2 (2a^3) - \log_2 (b) = \log_2 2 + \log_2 a^3 - \log_2 b = 1 + 3\log_2 a - \log_2 b$

Câu 62. Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$

- A. $I = \frac{5}{4}$ B. $I = 0$ C. $I = 4$ D. $I = \frac{3}{2}$

Lời giải

Chọn D

$I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2 = 2\log_3 (\log_3 3 + \log_3 a) + 2\log_{2^{-2}} b = 2 \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

Câu 63. Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$
 C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$ D. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$

Lời giải:

Chọn C

Ta có $a^2 + b^2 = 8ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 10ab$

Lấy log cơ số 10 hai vế ta được: $\log(a+b)^2 = \log(10ab) \Leftrightarrow 2\log(a+b) = \log 10 + \log a + \log b$

Hay $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$

Câu 64. Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.

- A. $P = 12$ B. $P = \frac{12}{7}$ C. $P = \frac{7}{12}$ D. $P = \frac{1}{12}$

Lời giải

Chọn B

$$P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}$$

Câu 65. Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)}$.

- A. $M = \frac{1}{2}$ B. $M = \frac{1}{3}$ C. $M = \frac{1}{4}$ D. $M = 1$

Lời giải

Chọn D

Ta có $x^2 + 9y^2 = 6xy \Leftrightarrow (x - 3y)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3y$

Khi đó
$$M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2 \log_{12} (x + 3y)} = \frac{\log_{12} (12xy)}{\log_{12} (x + 3y)^2} = \frac{\log_{12} (36y^2)}{\log_{12} (36y^2)} = 1$$

Câu 66. Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8 (ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $a = b^2$ B. $a^3 = b$ C. $a = b$ D. $a^2 = b$

Lời giải

Chọn D

Theo đề ta có:

$$\log_2 a = \log_8(ab) \Leftrightarrow \log_2 a = \frac{1}{3} \log_2(ab) \Leftrightarrow 3 \log_2 a = \log_2(ab) \\ \Leftrightarrow \log_2 a^3 = \log_2(ab) \Leftrightarrow a^3 = ab \Leftrightarrow a^2 = b$$

- Câu 67.** Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng
A. $a + 2b = 2$. **B.** $4a + 2b = 1$. **C.** $4ab = 1$. **D.** $2a + 4b = 1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có:

$$\log_3(3^a \cdot 9^b) = \log_9 3 \Leftrightarrow \log_3(3^a \cdot 3^{2b}) = \log_{3^2} 3 \\ \Leftrightarrow \log_3 3^{a+2b} = \log_3 3^{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow a + 2b = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 2a + 4b = 1.$$

- Câu 68.** Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng
A. 3. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A

Từ giả thiết ta có : $4^{\log_2(ab)} = 3a$

$$\Leftrightarrow \log_2(ab) \cdot \log_2 4 = \log_2(3a) \\ \Leftrightarrow 2(\log_2 a + \log_2 b) = \log_2 a + \log_2 3 \\ \Leftrightarrow \log_2 a + 2\log_2 b = \log_2 3 \\ \Leftrightarrow \log_2(ab^2) = \log_2 3 \\ \Leftrightarrow ab^2 = 3$$

- Câu 69.** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng
A. 3. **B.** 6. **C.** 2 **D.** 4

Lời giải

Chọn D

Ta có : $9^{\log_3(ab)} = 4a \hat{=} 2 \log_3(ab) = \log_3(4a) \hat{=} \log_3(a^2 b^2) = \log_3(4a) \Rightarrow a^2 b^2 = 4a$
 $\hat{=} ab^2 = 4$.

- Câu 70.** Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2 \log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $a = 9b^2$. **B.** $a = 9b$. **C.** $a = 6b$. **D.** $a = 9b^2$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_3 a - 2\log_9 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 2 \Leftrightarrow \log_3 \left(\frac{a}{b} \right) = 2 \Leftrightarrow a = 9b$$

Ta có:

Câu 71. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 27b$

B. $a = 9b$

C. $a = 27b^4$

D. $a = 27b^2$

Lời giải

Chọn A

$$\log_3 a - 2\log_9 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 a - \log_3 b = 3 \Leftrightarrow \log_3 \frac{a}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = 27 \Leftrightarrow a = 27b$$

Ta có:

Câu 72. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 16b^2$

B. $a = 8b$

C. $a = 16b$

D. $a = 16b^4$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2\log_{2^2} b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - 2 \cdot \frac{1}{2} \log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 a - \log_2 b = 4$$

$$\Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b} = 4$$

$$\Leftrightarrow \frac{a}{b} = 2^4$$

$$\Leftrightarrow a = 16b$$

Câu 73. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng:

A. $a^3 b = 64$

B. $a^3 b = 36$

C. $a^3 + b = 64$

D. $a^3 + b = 36$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6 \Leftrightarrow a^3 b = 2^6 \Leftrightarrow a^3 b = 64$

Câu 74. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b = 64$

B. $a^3 b = 256$

C. $a^3 b = 64$

D. $a^3 + b = 256$

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8 \Rightarrow \log_2 (a^3 b) = 8 \Leftrightarrow a^3 b = 2^8 = 256$

Vậy $a^3 b = 256$

- Câu 75.** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?
A. $a^3 b = 32$ **B.** $a^3 b = 25$ **C.** $a^3 + b = 25$ **D.** $a^3 + b = 32$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5 \Leftrightarrow \log_2 (a^3 b) = 5 \Leftrightarrow a^3 b = 32$

- Câu 76.** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^2 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $a^2 + b = 49$ **B.** $a^2 b = 128$ **C.** $a^2 + b = 128$ **D.** $a^2 b = 49$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 a^2 + \log_2 b = 7 \Leftrightarrow \log_2 (a^2 b) = 7 \Leftrightarrow a^2 b = 2^7 = 128$

- Câu 77.** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a = x; \ln b = y$. Tính $\ln(a^3 b^2)$
A. $P = x^2 y^3$ **B.** $P = 6xy$ **C.** $P = 3x + 2y$ **D.** $P = x^2 + y^2$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\ln(a^3 b^2) = \ln a^3 + \ln b^2 = 3 \ln a + 2 \ln b = 3x + 2y$

- Câu 78.** Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng
A. 48 **B.** 56 **C.** 36 **D.** $8 \log_2 256$

Lời giải

Chọn C

Ta có $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256 = \log_2 (2 \cdot 4 \cdot 8 \dots 256) = \log_2 (2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \dots 2^8)$
 $= \log_2 (2^{1+2+3+\dots+8}) = (1+2+3+\dots+8) \log_2 2 = 1+2+3+\dots+8 = 36$

- Câu 79.** Cho $\log_8 c = m$ và $\log_{c^3} 2 = n$. Khẳng định **đúng** là

- A.** $mn = \frac{1}{9} \log_2 c$ **B.** $mn = 9$ **C.** $mn = 9 \log_2 c$ **D.** $mn = \frac{1}{9}$

Lời giải

$mn = \log_8 c \cdot \log_{c^3} 2 = \left(\frac{1}{3} \log_2 c \right) \cdot \left(\frac{1}{3} \log_c 2 \right) = \frac{1}{9}$

- Câu 80.** Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a x = -1, \log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$

- A.** $P = 18$ **B.** $P = 6$ **C.** $P = 14$ **D.** $P = 10$

Lời giải

Ta có $\log_a (x^2 \cdot y^3) = \log_a x^2 + \log_a y^3 = 2 \log_a x + 3 \log_a y = 2 \cdot (-1) + 3 \cdot 4 = 10$

Câu 81. Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2 (a^3 b^4)$ bằng

- A. $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$ **B.** $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$ C. $2(\log_2 a + \log_2 b)$ D. $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2 (a^3 b^4) = \log_2 a^3 + \log_2 b^4 = 3 \log_2 a + 4 \log_2 b$ nên **B** đúng.

Câu 82. Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng

- A. 1. **B.** 0. C. $\ln \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$ D. $\ln (abcd)$

Lời giải

Cách 1:

Ta có $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln \left(\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{a} \right) = \ln 1 = 0$

Cách 2:

Ta có: $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a} = \ln a - \ln b + \ln b - \ln c + \ln c - \ln d + \ln d - \ln a = 0$

Câu 83. Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a$, $\log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3} a - b$ **B.** $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3} a + b$
C. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} a - b$ **D.** $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} a + b$

Lời giải

Do x, y là các số thực dương nên ta có:

$$\begin{aligned} \log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) &= -\frac{1}{3} \log_3 \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} (\log_3 x - \log_3 y^3) = -\frac{1}{3} (\log_3 x - 3 \log_3 y) \\ &= -\frac{1}{3} \log_3 x + \log_3 y = -\frac{1}{3} a + b \end{aligned}$$

Câu 84. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $P = 27 \log_a b$ B. $P = 15 \log_a b$ C. $P = 9 \log_a b$ D. $P = 6 \log_a b$

Lời giải

$$P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b.$$

Ta có

Câu 85. Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2 \log_a b.$ B. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b.$
C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_a b.$ D. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2 \log_a b.$

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} \log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} &= \log_a \sqrt[3]{a} - \log_a b^2 \\ &= \log_a a^{\frac{1}{3}} - 2 \log_a b \\ &= \frac{1}{3} \log_a a - 2 \log_a b = \frac{1}{3} - 2 \log_a b \end{aligned}$$

Câu 86. Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$ B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$
C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$ D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a b \cdot \log_{b^{\frac{1}{2}}} c = 2 \log_a b \cdot 2 \log_b c = 4 \log_a b \cdot \log_b c = 4 \log_a c$

Câu 87. Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

- A. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$ B. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$
C. $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$ D. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$

Lời giải

Chọn B

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + \log(ab)^2 \Rightarrow A \text{ đúng}$$

$$1 + \log a + \log b = \log(10ab) \Rightarrow (1 + \log a + \log b)^2 = \log^2(10ab) \neq \log(10ab)^2 \Rightarrow B \text{ sai}$$

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2\log(ab) \Rightarrow C \text{ đúng}$$

$$\log(10ab)^2 = \log 10^2 + \log(ab)^2 = 2 + 2\log(ab) = 2(1 + \log a + \log b) \Rightarrow D \text{ đúng}$$

- Câu 88.** Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?
A. 13 **B.** 5 **C.** 8 **D.** 10

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c}) = \log_a a^3 + \log_a b^2 + \log_a \sqrt{c} = 3 + 2\log_a b + \frac{1}{2}\log_a c = 3 + 2.3 - \frac{1}{2}.2 = 8$

- Câu 89.** Rút gọn biểu thức $M = 3\log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6\log_9 (3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}$.
A. $M = -\log_3 (3x)$ **B.** $M = 2 + \log_3 \left(\frac{x}{3}\right)$ **C.** $M = -\log_3 \left(\frac{x}{3}\right)$ **D.** $M = 1 + \log_3 x$

Lời giải

Chọn A

ĐK: $x > 0$.

$$M = 3\log_3 x - 3(1 + \log_3 x) - \log_3 x + 2 = -1 - \log_3 x = -(1 + \log_3 x) = -\log_3 (3x).$$

- Câu 90.** Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.
A. $P = 56$ **B.** $P = 16$ **C.** $P = 8$ **D.** $P = 64$

Lời giải

Điều kiện: $x, y \neq 0$

Cộng vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 |xy| + \log_4 x^2 y^2 = 12 \Leftrightarrow \log_2 |xy| = 9 \Leftrightarrow |xy| = 512 \quad (1)$$

Trừ vế với vế của hai phương trình, ta được:

$$\log_8 \left| \frac{x}{y} \right| + \log_4 \frac{y^2}{x^2} = -2 \Leftrightarrow \log_2 \left| \frac{x}{y} \right| = 3 \Leftrightarrow \left| \frac{x}{y} \right| = 8 \Leftrightarrow |x| = 8|y| \quad (2)$$

Từ (1) và (2) suy ra $|y| = 8 \Rightarrow |x| = 64 \Leftrightarrow P = 56$

- Câu 91.** Cho hai số thực dương a, b . Nếu viết $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = 1 + x\log_2 a + y\log_4 b \quad (x, y \in \mathbb{Q})$ thì biểu thức $P = xy$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A.** $P = \frac{1}{3}$ **B.** $P = \frac{2}{3}$ **C.** $P = -\frac{1}{12}$ **D.** $P = \frac{1}{12}$

Lời giải

Ta có $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = \log_2 64^{\frac{1}{6}} + \frac{1}{2}\log_2 a + \frac{1}{3}\log_2 b - \log_2 a - \log_2 b$
 $= 1 - \frac{1}{2}\log_2 a - \frac{4}{3}\log_4 b$. Khi đó $x = -\frac{1}{2}; y = -\frac{4}{3} \Rightarrow P = xy = \frac{2}{3}$

- Câu 92.** Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.
 A. $T = 7$. B. $T = 3$. C. $T = 2$. D. $T = 1$.

Lời giải

Ta có: $\log_{700} 490 = \frac{\log 490}{\log 700} = \frac{\log 10 + \log 49}{\log 100 + \log 7} = \frac{1 + 2\log 7}{2 + \log 7} = \frac{4 + 2\log 7 - 3}{2 + \log 7} = 2 + \frac{-3}{2 + \log 7}$
 Suy ra $a = 2, b = -3, c = 2$
 Vậy $T = 1$.

- Câu 93.** Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây **sai**?
 A. $2\log_2(a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$. B. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$.
 C. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$. D. $2\log_4(a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$.

Lời giải

Ta có $a^2 + b^2 = 14ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 16ab$
 Suy ra $\log_4(a+b)^2 = \log_4(16ab) \Leftrightarrow 2\log_4(a+b) = 2 + \log_4 a + \log_4 b$

- Câu 94.** Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.
 A. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a - b$. B. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3}a + b$.
 C. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a - b$. D. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}a + b$.

Lời giải

$\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \log_{3^{-3}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}\log_3 \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3}(\log_3 x - \log_3 y^3) = -\frac{1}{3}\log_3 x + \log_3 y = -\frac{1}{3}a + b$

- Câu 95.** Cho $\alpha = \log_a x, \beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ bằng.

A. $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$. B. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$. C. $\frac{2}{2\alpha+\beta}$. D. $\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$.

Lời giải

$$\begin{aligned} \log_{ab^2} x^2 &= 2 \log_{ab^2} x = 2 \cdot \frac{1}{\log_x ab^2} = \frac{2}{\log_x a + \log_x b^2} = \frac{2}{\frac{1}{\log_a x} + 2 \cdot \frac{1}{\log_b x}} \\ &= \frac{2}{\frac{1}{\alpha} + \frac{2}{\beta}} = \frac{2\alpha\beta}{\beta + 2\alpha} \end{aligned}$$

Câu 96. Tính giá trị biểu thức
(với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

$$P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2})$$

- A. $\sqrt{3}$. B. 1. C. $\sqrt{2}$. D. 2 .

Lời giải

$$P = \log_{a^2} (a^{10} b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}} \right) + \log_{\sqrt[3]{b}} (b^{-2}) = 5 + \log_a b + 2 - \log_a b - 6 = 1$$

Ta có:

Câu 97. Đặt $M = \log_6 56, N = a + \frac{\log_3 7 - b}{\log_3 2 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Bộ số a, b, c nào dưới đây để có $M = N$?

A. $a = 3, b = 3, c = 1$ B. $a = 3, b = \sqrt{2}, c = 1$
C. $a = 1, b = 2, c = 3$ D. $a = 1, b = -3, c = 2$

Lời giải

Ta có:

$$M = \log_6 56 = \frac{\log_3 56}{\log_3 6} = \frac{\log_3 2^3 \cdot 7}{1 + \log_3 2} = \frac{3 \log_3 2 + \log_3 7}{1 + \log_3 2} = \frac{3(1 + \log_3 2) + \log_3 7 - 3}{1 + \log_3 2} = 3 + \frac{\log_3 7 - 3}{\log_3 2 + 1}$$

$$M = N \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = 3 \\ c = 1 \end{cases}$$

Vậy

Câu 98. Tính $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$.

- A. $\frac{1}{10}$. B. -2. C. $\frac{1}{100}$. D. 2 .

Lời giải

$$T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100} = \log \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \log \frac{1}{100} = \log 10^{-2} = -2$$

Câu 99. Cho $a, b, x > 0; a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$

Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a + 2b)^2}$ có giá trị bằng:

A. $P = \frac{5}{4}$.

B. $P = \frac{2}{3}$.

C. $P = \frac{16}{15}$.

D. $P = \frac{4}{5}$.

Lời giải

$$\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2} \quad \hat{=} \quad \log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \log_x \sqrt{b}$$

$$\hat{=} a+2b = 3\sqrt{ab} \quad \hat{=} a^2 - 5ab + 4b^2 = 0 \quad \hat{=} (a-b)(a-4b) = 0 \quad \hat{=} a = 4b \quad (\text{do } a > b).$$

$$P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2} = \frac{32b^2 + 12b^2 + b^2}{36b^2} = \frac{5}{4}.$$

Câu 100. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$

C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$ D. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

Lời giải

Chọn B

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{1 + a} = \frac{2a + \frac{\log_2 3}{\log_5 3}}{1 + a} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{a+2ab}{ab+b}$$

CASIO: Sto\Gán $A = \log_2 3, B = \log_5 3$ bằng cách: Nhập $\log_2 3 \backslash \text{shift} \backslash \text{Sto} \backslash A$ tương tự B

Thử từng đáp án A: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 \approx 1,34$ (Loại)

Thử đáp án C: $\frac{A+2AB}{AB} - \log_6 45 = 0$ (chọn).

Câu 101. Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_6 48$ bằng

A. $\frac{3a-1}{a-1}$

B. $\frac{3a+1}{a+1}$

C. $\frac{4a-1}{a-1}$

D. $\frac{4a+1}{a+1}$

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Giải trực tiếp

$$\log_6 48 = \log_6 6.8 = \log_6 6 + \log_6 8 = 1 + \frac{1}{\log_8 6} = 1 + \frac{1}{\log_2 2.3} = 1 + \frac{1}{\frac{1}{3}(1 + \log_2 3)}$$

$$= \frac{1 + \log_2 3 + 3}{(1 + \log_2 3)} = \frac{4 + \frac{1}{a}}{1 + \frac{1}{a}} = \frac{4a + 1}{a + 1}$$

. Chọn đáp án D

Cách 2: Dùng máy tính Casio

$$\log_6 48 = 2.1605584217 \quad a = \log_3 2 = 0.63092975375$$

Ta có . Thay

vào 4 đáp án thì ta chọn đáp án

$$\frac{4a + 1}{a + 1} = 2.1605584217$$

D vì

Câu 102. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c ?

A. $P = 2a - b + c$.

B. $P = 2a + b + c$.

C. $P = 2a + b - c$.

D. $P = a + 2b - c$.

Lời giải

Ta có $\log_3 6 = b \Leftrightarrow \log_3 2 + 1 = b \Leftrightarrow \log_3 2 = b - 1$, $\log_3 22 = c \Leftrightarrow \log_3 2 + \log_3 11 = c$
 $\Leftrightarrow \log_3 11 = c - \log_3 2 = c - b + 1$

Khi đó $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right) = \log_3 90 - \log_3 11 = 2 + \log_3 2 + \log_3 5 - \log_3 11 = 2b + a - c$

Câu 103. Với $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a + b)c}{1 + c}$

B. $\frac{(3a + b)c}{1 + b}$

C. $\frac{(3a + b)c}{1 + a}$

D. $\frac{(3b + a)c}{1 + c}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log_{27} 5 = a \Rightarrow a = \frac{1}{3} \log_3 5 \Rightarrow 3a = \log_3 5 \Rightarrow \log_5 3 = \frac{1}{3a}$

$\log_3 7 = b \Rightarrow \log_7 3 = \frac{1}{b}$; $bc = \log_2 3 \cdot \log_3 7 = \log_2 7 \Rightarrow \log_7 2 = \frac{1}{bc}$;

$3ac = \log_3 5 \cdot \log_2 3 = \log_2 5 \Rightarrow \log_5 2 = \frac{1}{3ac}$

$\log_6 35 = \log_6 5 + \log_6 7 = \frac{1}{\log_5 6} + \frac{1}{\log_7 6} = \frac{1}{\log_5 2 + \log_5 3} + \frac{1}{\log_7 3 + \log_7 2}$
 $= \frac{1}{\frac{1}{3ac} + \frac{1}{3a}} + \frac{1}{\frac{1}{b} + \frac{1}{bc}} = \frac{(3a + b)c}{c + 1}$

Câu 104. Đặt $a = \log_2 3$, $b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ thì $m+n+p$ bằng

A. 3 B. 4 C. 6 D. -3

Lời giải

Chọn B

$$\log_6 45 = \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 9 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{a(2b+1)}{b(1+a)}$$

Suy ra $m=1, n=2, p=1 \Rightarrow m+n+p=4$

Câu 105. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a = x$, $\log_3 b = y$. Tính $P = \log_3 (3a^4b^5)$.

A. $P = 3x^4y^5$ B. $P = 3 + x^4 + y^5$ C. $P = 60xy$ D. $P = 1 + 4x + 5y$

Lời giải

Chọn D

$$P = \log_3 (3a^4b^5) = \log_3 3 + \log_3 a^4 + \log_3 b^5 = 1 + 4\log_3 a + 5\log_3 b = 1 + 4x + 5y$$

Câu 106. Biết $\log_6 3 = a, \log_6 5 = b$. Tính $\log_3 5$ theo a, b

A. $\frac{b}{a}$ B. $\frac{b}{1+a}$ C. $\frac{b}{1-a}$ D. $\frac{b}{a-1}$

Lời giải

Chọn A

$$\log_6 3 = a \Leftrightarrow 3 = 6^a, \log_6 5 = b \Leftrightarrow 5 = 6^b \Rightarrow \log_3 5 = \log_{6^a} 6^b = \frac{b}{a}$$

Câu 107. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

A. $\frac{3a-1}{3-a}$ B. $\frac{3a+1}{3-a}$ C. $\frac{3a+1}{3+a}$ D. $\frac{3a-1}{3+a}$

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có: } a = \log_{12} 3 = \frac{\log_2 3}{\log_2 12} = \frac{\log_2 3}{\log_2 (2^2 \cdot 3)} = \frac{\log_2 3}{\log_2 (2^2) + \log_2 3} = \frac{\log_2 3}{2 + \log_2 3} \Rightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{1-a}$$

$$\text{Ta có: } \log_{24} 18 = \frac{\log_2 18}{\log_2 24} = \frac{\log_2 (2 \cdot 3^2)}{\log_2 (2^3 \cdot 3)} = \frac{1 + 2\log_2 3}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + 2 \cdot \frac{2a}{1-a}}{3 + \frac{2a}{1-a}} = \frac{3a+1}{3-a}$$

Vậy $\log_{24} 18 = \frac{3a+1}{3-a}$.

Câu 108. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

- A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$. B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$.
 C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$. D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$.

Lời giải

$$\begin{aligned}\log_6 45 &= \frac{\log_3 45}{\log_3 6} = \frac{\log_3 3^2 \cdot 5}{\log_3 2 \cdot 3} = \frac{\log_3 3^2 + \log_3 5}{\log_3 2 + \log_3 3} \\ &= \frac{2 + \frac{1}{\log_5 3}}{\frac{1}{\log_2 3} + 1} = \frac{2 + \frac{1}{b}}{\frac{1}{a} + 1} = \frac{\left(\frac{2b+1}{b}\right)}{\left(\frac{a+1}{a}\right)} = \frac{(2b+1)a}{b(a+1)} = \frac{a+2ab}{b+ab}\end{aligned}$$

Câu 109. Đặt $a = \ln 2, b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .
 A. $-2(a+b)$ B. $-2(a-b)$ C. $2(a+b)$ D. $2(a-b)$

Lời giải

$$\begin{aligned}I &= \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100} \\ &= \ln \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \dots \cdot \frac{98}{99} \cdot \frac{99}{100} \right) = \ln \frac{1}{100} = \ln 10^{-2} \\ &= -2 \ln 10 = -2(\ln 2 + \ln 5) = -2(a+b)\end{aligned}$$

Câu 110. Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$ Biểu diễn đúng của $\log_{20} 12$ theo a, b là

- A. $\frac{ab+1}{b-2}$. B. $\frac{a+b}{b+2}$. C. $\frac{a+1}{b-2}$. D. $\frac{a+2}{ab+2}$.

Lời giải

$$\log_{20} 12 = \log_{20} 3 + 2 \log_{20} 2 = \frac{1}{2 \log_3 2 + \log_3 5} + \frac{2}{\log_2 5 + 2} = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{a} + b} + \frac{2}{ab+2} = \frac{a+2}{ab+2}$$

Ta có

Câu 111. Cho $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$, khi đó $\log_{15} 8$ bằng

- A. $\frac{a+b}{3}$ B. $\frac{1}{3(a+b)}$ C. $3(a+b)$ D. $\frac{3}{a+b}$

Lời giải

Chọn D

$$\log_{15} 8 = 3 \log_{15} 2 = \frac{3}{\log_2 15} = \frac{3}{\log_2 3 + \log_2 5} = \frac{3}{a+b}$$

Câu 112. Giả sử $\log_{27} 5 = a$; $\log_8 7 = b$; $\log_2 3 = c$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 35$ theo a, b, c ?

- A. $\frac{3b+3ac}{c+2}$. B. $\frac{3b+3ac}{c+1}$. C. $\frac{3b+2ac}{c+3}$. D. $\frac{3b+2ac}{c+2}$.

Lời giải

$$\log_{27} 5 = a \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_3 5 = a \Leftrightarrow \frac{\log_2 5}{\log_2 3} = 3a \Leftrightarrow \log_2 5 = 3ac.$$

$$\log_8 7 = b \Leftrightarrow \frac{1}{3} \log_2 7 = b \Leftrightarrow \log_2 7 = 3b.$$

$$\log_{12} 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 12} = \frac{\log_2 (5 \cdot 7)}{\log_2 (3 \cdot 2^2)} = \frac{\log_2 5 + \log_2 7}{\log_2 3 + 2} = \frac{3ac + 3b}{c + 2}.$$

Xét

Câu 113. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c .

- A. $P = 2a + b - c$. B. $P = a + 2b - c$. C. $P = 2a + b + c$. D. $P = 2a - b + c$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} P &= \log_3 \left(\frac{90}{11} \right) = \log_3 \left(\frac{180}{22} \right) = \log_3 180 - \log_3 22 = \log_3 (36 \cdot 5) - \log_3 22 = \log_3 36 + \log_3 5 - \log_3 22 \\ &= \log_3 (6^2) + \log_3 5 - \log_3 22 = 2 \log_3 6 + \log_3 5 - \log_3 22 = a + 2b - c. \end{aligned}$$

Vậy $P = a + 2b - c$.

Câu 114. Đặt $a = \log_2 3$; $b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .

- A. $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$. B. $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$. C. $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$. D. $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$.

Lời giải

$$\log_{20} 12 = \frac{\log_2 12}{\log_2 20} = \frac{\log_2 4 \cdot 3}{\log_2 4 \cdot 5} = \frac{2 + \log_2 3}{2 + \log_2 5} = \frac{2 + \log_2 3}{2 + \log_2 3 \cdot \log_3 5} = \frac{a+2}{ab+2}.$$

Ta có

Câu 115. Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng

- A. $\frac{2+a}{3+a}$. B. $\frac{2+3a}{3+2a}$. C. $\frac{3+2a}{2+3a}$. D. $\frac{2+3a}{2+2a}$.

Lời giải

$$\log_{72} 108 = \frac{\log_2 108}{\log_2 72} = \frac{\log_2 (2^2 \cdot 3^3)}{\log_2 (2^3 \cdot 3^2)} = \frac{2 + 3 \log_2 3}{3 + 2 \log_2 3} = \frac{2 + 3a}{3 + 2a}.$$

Ta có

Câu 116. Cho $\log_{30} 3 = a$; $\log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b ; $\log_{30} 1350$ bằng

A. $2a + b$

B. $2a + b + 1$

C. $2a + b - 1$

D. $2a + b - 2$

Lời giải

Ta có $1350 = 30.45 = 30.9.5 = 30.3^2.5$

Nên $\log_{30} 1350 = \log_{30} 30.3^2.5 = \log_{30} 30 + \log_{30} 3^2 + \log_{30} 5 = 1 + 2\log_{30} 3 + \log_{30} 5 = 1 + 2a + b$

Câu 117. Đặt $m = \log 2$ và $n = \log 7$. Hãy biểu diễn $\log 6125\sqrt{7}$ theo m và n .

A. $\frac{6 + 6m + 5n}{2}$

B. $\frac{1}{2}(6 - 6n + 5m)$

C. $5m + 6n - 6$

D. $\frac{6 + 5n - 6m}{2}$

Lời giải

Ta có $\log 6125\sqrt{7} = \log 5^{37^{\frac{5}{2}}} = 3\log 5 + \frac{5}{2}\log 7 = 3\log \frac{10}{2} + \frac{5}{2}\log 7$

$$= 3(1 - \log 2) + \frac{5}{2}\log 7 = 3(1 - m) + \frac{5}{2}n = \frac{6 + 5n - 6m}{2}$$

Vậy $\log 6125\sqrt{7} = \frac{6 + 5n - 6m}{2}$

Câu 118. Cho $\log_{27} 5 = a$, $\log_3 7 = b$, $\log_2 3 = c$. Tính $\log_6 35$ theo a , b và c .

A. $\frac{(3a + b)c}{1 + c}$

B. $\frac{(3a + b)c}{1 + b}$

C. $\frac{(3a + b)c}{1 + a}$

D. $\frac{(3b + a)c}{1 + c}$

Lời giải

Chọn D.

Theo giả thiết, ta có $\log_{27} 5 = a \hat{=} \frac{1}{3}\log_3 5 = a \hat{=} \log_3 5 = 3a$

Ta có $\log_2 5 = \log_2 3 \times \log_3 5 = 3ac$ và $\log_2 7 = \log_2 3 \times \log_3 7 = bc$

Vậy $\log_6 35 = \frac{\log_2 35}{\log_2 6} = \frac{\log_2 5 + \log_2 7}{\log_2 2 + \log_2 3} = \frac{3ac + bc}{1 + c} = \frac{(3a + b)c}{1 + c}$

Câu 119. Cho $a = \log_2 m$ và $A = \log_m 16m$, với $0 < m \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $A = \frac{4 - a}{a}$

B. $A = \frac{4 + a}{a}$

C. $A = (4 + a)a$

D. $A = (4 - a)a$

Lời giải

Ta có $A = \log_m 16m = \frac{\log_2 16m}{\log_2 m} = \frac{\log_2 16 + \log_2 m}{\log_2 m} = \frac{4 + a}{a}$

Câu 120. Biết $\log_3 15 = a$, tính $P = \log_{25} 81$ theo a ta được

A. $P = 2(a + 1)$

B. $P = 2(a - 1)$

C. $P = \frac{2}{a + 1}$

D. $P = \frac{2}{a - 1}$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_3 15 = a \Rightarrow 1 + \log_3 5 = a \Rightarrow \log_3 5 = a - 1$

$$P = \log_{25} 81 = \frac{\log_3 81}{\log_3 25} = \frac{4}{2\log_3 5} = \frac{4}{2(a-1)} = \frac{2}{a-1}$$

Câu 121. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \frac{90}{11}$ theo a, b, c .

- A. $P = 2a + b - c$ **B. $P = a + 2b - c$** C. $P = 2a + b + c$ D. $P = 2a - b + c$

Lời giải

Ta có: $P = \log_3 90 - \log_3 11 = \log_3 90 + \log_3 2 - \log_3 11 - \log_3 2$

$$= \log_3 180 - \log_3 2 = \log_3 (5 \cdot 36) - \log_3 2 = \log_3 5 + 2\log_3 6 - \log_3 2 = a + b - 2c$$

Câu 122. Nếu $\log_3 5 = a$ thì $\log_{45} 75$ bằng

- A. $\frac{2+a}{1+2a}$ B. $\frac{1+a}{2+a}$ **C. $\frac{1+2a}{2+a}$** D. $\frac{1+2a}{1+a}$

Lời giải

Ta có $\log_{45} 75 = 2 \cdot \log_{45} 5 + \log_{45} 3$

$$\log_{45} 5 = \frac{1}{\log_5 45} = \frac{1}{2\log_5 3 + 1} = \frac{1}{\frac{2}{a} + 1} = \frac{a}{a+2}; \log_{45} 3 = \frac{1}{\log_3 45} = \frac{1}{2 + \log_3 5} = \frac{1}{a+2}$$

Và

$$\text{Do đó } \log_{45} 75 = \frac{2a}{a+2} + \frac{1}{a+2} = \frac{1+2a}{2+a}$$

Câu 123. Cho $\log_3 5 = a$, $\log_3 6 = b$, $\log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c .

- A. $P = 2a + b - c$ **B. $P = a + 2b - c$** C. $P = 2a + b + c$ D. $P = 2a - b + c$

Lời giải.

$$\text{Ta có } P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right) = \log_3 \left(\frac{180}{22} \right) = \log_3 \left(\frac{5 \cdot 6^2}{22} \right) = \log_3 5 + 2\log_3 6 - \log_3 22 = a + 2b - c$$

Câu 124. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

- A. $\frac{3a+1}{3-a}$ B. $\frac{3a+1}{3+a}$ C. $\frac{3a-1}{3+a}$ **D. $\frac{3a-1}{3-a}$**

Lời giải

$$a = \log_{12} 3 = \frac{1}{\log_3 12} = \frac{1}{1 + 2\log_3 2} \Leftrightarrow \log_2 3 = \frac{2a}{1-a}$$

Ta có

$$\log_{24} 18 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 2)}{\log_2 (2^3 \cdot 3)} = \frac{1 + 2 \log_2 3}{3 + \log_2 3} = \frac{1 + 2 \cdot \frac{2a}{1-a}}{3 + \frac{2a}{1-a}} = \frac{1+3a}{3-a}$$

Khi đó:

- Câu 125.** Đặt $\log_a b = m, \log_b c = n$. Khi đó $\log_a (ab^2c^3)$ bằng
- A. $1 + 6mn$ B. $1 + 2m + 3n$ C. $6mn$ D. $1 + 2m + 3mn$

Lời giải

$$\begin{aligned} \log_a (ab^2c^3) &= \log_a a + 2\log_a b + 3\log_a c \\ &= 1 + 2m + 3 \frac{\log_b c}{\log_b a} = 1 + 2m + 3 \log_a b \cdot \log_b c = 1 + 2m + 3mn \end{aligned}$$

- Câu 126.** Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b
- A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$ B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$ C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$ D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$

Lời giải

Chọn A

$$\log_6 45 = \frac{\log_2 (3^2 \cdot 5)}{\log_2 (2 \cdot 3)} = \frac{2\log_2 3 + \log_2 3 \cdot \log_3 5}{1 + \log_2 3} = \frac{2a + \frac{a}{b}}{1 + a} = \frac{2ab + a}{ab + b}$$

- Câu 127.** Cho $\log_9 5 = a; \log_4 7 = b; \log_2 3 = c$. Biết $\log_{24} 175 = \frac{mb+nc}{pc+q}$. Tính $A = m + 2n + 3p + 4q$.
- A. 27 B. 25 C. 23 D. 29

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \log_{24} 175 &= \log_{24} 7 \cdot 5^2 = \log_{24} 7 + 2\log_{24} 5^2 = \frac{1}{\log_7 24} + \frac{2}{\log_5 24} = \\ \text{Ta có} \quad & \frac{1}{\log_7 3 + \log_7 2^3} + \frac{2}{\log_5 3 + \log_5 2^3} = \frac{1}{\frac{1}{\log_3 7} + \frac{3}{\log_2 7}} + \frac{2}{\frac{1}{\log_3 5} + \frac{3}{\log_2 5}} = \\ & \frac{1}{\frac{1}{\log_2 7 \cdot \log_3 2} + \frac{3}{\log_2 7}} + \frac{2}{\frac{1}{\log_3 5} + \frac{3}{\log_2 3 \cdot \log_3 5}} = \frac{1}{\frac{1}{2b \cdot \frac{1}{c}} + \frac{3}{2b}} + \frac{2}{\frac{1}{2a} + \frac{3}{c \cdot 2a}} = \\ & \frac{1}{\frac{c}{2b} + \frac{3}{2b}} + \frac{2}{\frac{c}{2ac} + \frac{3}{2ac}} = \frac{2b}{c+3} + \frac{4ac}{c+3} = \frac{2b+4ac}{c+3} \end{aligned}$$

$$A = m + 2n + 3p + 4q = 2 + 8 + 3 + 12 = 25$$

Câu 128. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2(a+b)$ bằng

- A. $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$ B. $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$
C. $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$ D. $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$

Lời giải

Ta có: $a^2 + b^2 = 6ab \Leftrightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 6ab + 2ab \Leftrightarrow (a+b)^2 = 8ab$ (*)

Do $a, b > 0 \Rightarrow \begin{cases} ab > 0 \\ a+b > 0 \end{cases}$, lấy logarit cơ số 2 hai vế của (*) ta được:

$$\log_2(a+b)^2 = \log_2(8ab) \Leftrightarrow 2\log_2(a+b) = 3 + \log_2 a + \log_2 b$$

$$\Leftrightarrow \log_2(a+b) = \frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$$

Câu 129. Biết $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b$. Giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a và b là

- A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$ B. $\frac{ab-1}{a(8+5b)}$ C. $\frac{2ab+1}{8a-5b}$ D. $\frac{2ab+1}{8a+5b}$

Lời giải

Chọn A

Do $\log_7 12 = a$; $\log_{12} 24 = b \Rightarrow a, b > 0$

$$\bullet \log_7 12 = a \Leftrightarrow \log_7(2^2 \cdot 3) = a \Leftrightarrow 2\log_7 2 + \log_7 3 = a \quad (1)$$

$$\bullet \log_{12} 24 = b \Leftrightarrow \frac{\log_7 24}{\log_7 12} = b \Leftrightarrow \frac{3\log_7 2 + \log_7 3}{a} = b \Leftrightarrow 3\log_7 2 + \log_7 3 = ab \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} 2\log_7 2 + \log_7 3 = a \\ 3\log_7 2 + \log_7 3 = ab \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_7 2 = ab - a \\ \log_7 3 = 3a - 2ab \end{cases}$$

$$\log_{54} 168 = \frac{\log_7 168}{\log_7 54} = \frac{\log_7(2^3 \cdot 3 \cdot 7)}{\log_7(2 \cdot 3^3)} = \frac{3\log_7 2 + \log_7 3 + 1}{\log_7 2 + 3\log_7 3}$$

Mặt khác:

$$\Rightarrow \log_{54} 168 = \frac{3(ab - a) + 3a - 2ab + 1}{ab - a + 3(3a - 2ab)} = \frac{3ab - 3a + 3a - 2ab + 1}{ab - a + 9a - 6ab} = \frac{ab + 1}{8a - 5ab} = \frac{ab + 1}{a(8 - 5b)}$$

$$\log_{54} 168 = \frac{ab + 1}{a(8 - 5b)}$$

Vậy

Câu 130. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020}$. Giá trị của biểu thức

$$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a} \text{ bằng}$$

- A. $\sqrt{2014}$ B. $\sqrt{2016}$ C. $\sqrt{2018}$ D. $\sqrt{2020}$

Lời giải

Chọn B

Do $a > b > 1$ nên $\log_a b > 0$, $\log_b a > 0$ và $\log_b a > \log_a b$.

Ta có: $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020}$

$$\Leftrightarrow \log_b a + \log_a b = \sqrt{2020}$$

$$\Leftrightarrow \log_b^2 a + \log_a^2 b + 2 = 2020$$

$$\Leftrightarrow \log_b^2 a + \log_a^2 b = 2018 \quad (*)$$

Khi đó, $P = \log_b ab - \log_a ab = \log_b a + \log_b b - \log_a a - \log_a b = \log_b a - \log_a b$

Suy ra: $P^2 = (\log_b a - \log_a b)^2 = \log_b^2 a + \log_a^2 b - 2 = 2018 - 2 = 2016 \Rightarrow P = \sqrt{2016}$

Câu 131. Tìm số nguyên dương n sao cho

$$\log_{2018} 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{2018}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2018}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{2018}} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

A. $n = 2021$. **B.** $n = 2019$. **C.** $n = 2020$. **D.** $n = 2018$.

Lời giải

$$\log_{2018} 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{2018}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2018}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{2018}} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

$$\Leftrightarrow \log_{2018} 2019 + 2^3 \log_{2018} 2019 + 3^3 \log_{2018} 2019 + \dots + n^3 \log_{2018} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3) \log_{2018} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

$$\Leftrightarrow 1 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = 1010^2 \cdot 2021^2$$

$$\Leftrightarrow (1 + 2 + \dots + n)^2 = 1010^2 \cdot 2021^2$$

$$\Leftrightarrow \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2 = 1010^2 \cdot 2021^2$$

$$\Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 1010 \cdot 2021$$

$$\Leftrightarrow n^2 + n - 2020 \cdot 2021 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} n = 2020 \\ n = -2021 \text{ (l)} \end{cases}$$

$$f(x) = \log_2 \left[x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right] \quad T = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right)$$

Câu 132. Cho hàm số . Tính

A. $T = \frac{2019}{2}$

B. $T = 2019$

C. $T = 2018$

D. $T = 1009$

Lời giải

$$f(1-x) = \log_2 \left(\frac{1}{1-x} - x - \frac{1}{2} + \sqrt{(1-x)^2 - (1-x) + \frac{17}{4}} \right) = \log_2 \left(\frac{1}{x^2 - x + \frac{17}{4}} - x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right)$$

Ta có:

$$f(x) + f(1-x) = \log_2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right) + \log_2 \left(\frac{1}{x^2 - x + \frac{17}{4}} - x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right)$$

$$= \log_2 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right) \left(\frac{1}{x^2 - x + \frac{17}{4}} - x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right) = \log_2 4 = 2$$

$$T = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right)$$

$$= f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2018}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + f\left(\frac{2017}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2009}{2019}\right) + f\left(\frac{2010}{2019}\right)$$

$$= 1009 \cdot 2 = 2018$$

Câu 133. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{\log_3 2 \cdot \log_3 3 \cdot \log_3 4 \dots \log_3 n}{9^n}$ với $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của n để $f(n) = a$.

A. 2

B. 4

C. 1

D. vô số

Lời giải

Chọn A

$$f(n) = \frac{\log_3 2 \cdot \log_3 3 \cdot \log_3 4 \dots \log_3 n}{9^n} = \frac{1}{9} \log_{3^9} 2 \cdot \log_{3^9} 3 \cdot \log_{3^9} 4 \dots \log_{3^9} n$$

Ta có:

- Nếu $2 \leq n \leq 3^8 \Rightarrow 0 < \log_{3^9} k < 1 \Rightarrow f(n) = \frac{1}{9} \log_{3^9} 2 \cdot \log_{3^9} 3 \cdot \log_{3^9} 4 \dots \log_{3^9} n \geq f(3^8)$

- Nếu $n = 3^9 \Rightarrow f(3^9) = f(3^8) \cdot \log_{3^9} 3^9 = f(3^8)$

- Nếu $n > 3^9 \Rightarrow \log_{3^9} n > 1 \Rightarrow f(n) = f(3^9) \cdot \log_{3^9} (3^9 + 1) \dots \log_{3^9} n > f(3^9)$

Từ đó suy ra $\min f(n) = f(3^9) = f(3^8)$

Câu 134. Cho x , y và z là các số thực lớn hơn 1 và gọi w là số thực dương sao cho $\log_x w = 24$, $\log_y w = 40$ và $\log_{xyz} w = 12$. Tính $\log_z w$.

A. 52

B. - 60

C. 60

D. - 52

Lời giải

Chọn C

$$\log_x w = 24 \Rightarrow \log_w x = \frac{1}{24}$$

$$\log_y w = 40 \Rightarrow \log_w y = \frac{1}{40}$$

Lại do

$$\begin{aligned} \log_{xyz} w = 12 &\Leftrightarrow \frac{1}{\log_w (xyz)} = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_w x + \log_w y + \log_w z} = 12 \Leftrightarrow \frac{1}{\log_w x + \log_w y + \log_w z} = 12 \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{\frac{1}{24} + \frac{1}{40} + \log_w z} = 12 \Leftrightarrow \log_w z = \frac{1}{60} \Rightarrow \log_z w = 60 \end{aligned}$$

Câu 135. Cho $f(1)=1$, $f(m+n)=f(m)+f(n)+mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log_e \frac{f(96) - f(69) - 241}{2}$$

A. $T = 9$

B. $T = 3$

C. $T = 10$

D. $T = 4$

Lời giải

Chọn B

Có $f(1)=1$, $f(m+n)=f(m)+f(n)+mn$

Þ

$$f(96) = f(95+1) = f(95) + f(1) + 95 = f(95) + 96 = f(94) + 95 + 96 = \dots = f(1) + 2 + \dots + 95 + 96$$

Þ $f(96) = 1 + 2 + \dots + 95 + 96 = \frac{96 \cdot 97}{2} = 4656$

Tương tự $f(69) = 1 + 2 + \dots + 68 + 69 = \frac{69 \cdot 70}{2} = 2415$

Vậy $T = \log_e \frac{f(96) - f(69) - 241}{2} = \log_e \frac{4656 - 2415 - 241}{2} = \log_e 1000 = 3$

Câu 136. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn đồng thời $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 y} + \frac{1}{\log_2 z} = \frac{1}{2020}$ và

$\log_2 (xyz) = 2020$. Tính $\log_2 (xyz(x+y+z) - xy - yz - zx + 1)$

A. 4040

B. 1010

C. 2020.

D. 2020^2

Lời giải

Chọn A

Đặt $a = \log_2 x; b = \log_2 y; c = \log_2 z$

Ta có $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = \frac{1}{2020}$ và $a + b + c = 2020$

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) (a + b + c) &= 1 \Leftrightarrow (a + b + c)(ab + ac + bc) = abc \\ \Leftrightarrow a^2b + ab^2 + abc + abc + b^2c + bc^2 + a^2c + ac^2 &= 0 \\ \Leftrightarrow (a + b)(b + c)(c + a) &= 0 \end{aligned}$$

Vì vai trò a, b, c như nhau nên giả sử $a + b = 0 \Rightarrow c = 2020 \Rightarrow z = 2^{2020}$ và $xy = 1$.

$$\begin{aligned} \log_2 (xyz(x + y + z) - xy - yz - zx + 1) &= \log_2 (z(x + y + z) - 1 - yz - zx + 1) \\ &= \log_2 (z^2) = 2 \log_2 z = 4040 \end{aligned}$$

Câu 137. Cho ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương a ($a \neq 1$) thì $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[4]{a}} z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu

thức
$$P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}.$$

- A. 60. B. 2019. C. 4038. D. $\frac{2019}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: x, y, z là ba số thực dương, theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì $y^2 = xz$ (1).

Với mỗi số thực a ($a \neq 1$), $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[4]{a}} z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng thì

$$2 \log_{\sqrt{a}} y = \log_a x + \log_{\sqrt[4]{a}} z \quad \hat{=} \quad 4 \log_a y = \log_a x + 3 \log_a z \quad (2)$$

Thay (1) vào (2) ta được $2 \log_a xz = \log_a x + 3 \log_a z \quad \hat{=} \quad \log_a x = \log_a z \quad \hat{=} \quad x = z$.

Từ (1) ta suy ra $y = x = z$.

Thay vào giả thiết thì $P = 1959 + 2019 + 60 = 4038$.

Câu 138. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$ và hai số thực m, n thuộc khoảng $(0; 1)$ sao cho $m + n = 1$. Tính $f(m) + f(n)$.

- A. 2. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

$$f(m) + f(n) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \right) + \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2n}{1-n} \right)$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{2} \left[\log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \right) + \log_2 \left(\frac{2n}{1-n} \right) \right] \\
&= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2m}{1-m} \cdot \frac{2n}{1-n} \right) \\
&= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{4mn}{1-m-n+mn} \right), \text{ vì } m+n=1 \\
&= \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{4mn}{mn} \right) = \frac{1}{2} \log_2 4 = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1
\end{aligned}$$

- Câu 139.** Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.
- A. $P = 32$. B. $P = 23$. C. $P = 43$. D. $P = 41$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x} \\
&\Leftrightarrow \log_x 3 + 2 \log_x 3 + 3 \log_x 3 + \dots + n \log_x 3 = 190 \log_x 3 \\
&\Leftrightarrow \log_x 3 (1 + 2 + 3 + \dots + n) = 190 \log_x 3 \\
&\Leftrightarrow 1 + 2 + 3 + \dots + n = 190 \\
&\Leftrightarrow \frac{n(n+1)}{2} = 190 \\
&\Leftrightarrow n^2 + n - 380 = 0 \\
&\Leftrightarrow \begin{cases} n = 19 \\ n = -20 \end{cases} \Rightarrow n = 19 \quad (\text{do } n \text{ nguyên dương}) \Rightarrow P = 2n + 3 = 41
\end{aligned}$$

- Câu 140.** Cho x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân; $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng, với a là số thực dương khác 1. Giá trị của $P = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x}$ là
- A. 13. B. 3. C. 12. D. 10.

Lời giải

Chọn A

x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân nên ta có $xz = y^2$ (1).

$\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng nên:

$$\log_a x + \log_{\sqrt[3]{a}} z = 2 \log_{\sqrt{a}} y \Leftrightarrow \log_a x + 3 \log_a z = 4 \log_a y \Leftrightarrow xz^3 = y^4 \quad (2).$$

Từ (1) và (2) ta suy ra $x=y=z$.

$$\text{Vậy } p = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x} = 9+1+3=13.$$

Câu 141. Cho $f(1)=1$; $f(m+n)=f(m)+f(n)+mn$ với mọi $m,n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức

$$T = \log \left[\frac{f(2019) - f(2009) - 145}{2} \right]$$

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 10.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } f(2019) = f(2009+10) = f(2009) + f(10) + 20090$$

$$\text{Do đó } f(2019) - f(2009) - 145 = f(10) + 20090 - 145$$

$$f(10) = f(9) + f(1) + 9$$

$$f(9) = f(8) + f(1) + 8$$

.....

$$f(3) = f(2) + f(1) + 2$$

$$f(2) = f(1) + f(1) + 1$$

$$\text{Từ đó cộng vế với vế ta được: } f(10) = 10.f(1) + 1 + 2 + \dots + 8 + 9 = 55.$$

$$\text{Vậy } \log \left[\frac{f(2019) - f(2009) - 145}{2} \right] = \log \frac{20090 - 145 + 55}{2} = \log 10000 = 4.$$

Câu 142. Có bao nhiêu số nguyên dương n để $\log_n 256$ là một số nguyên dương?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

$$\log_n 256 = 8 \cdot \log_n 2 = \frac{8}{\log_2 n} \text{ là số nguyên dương}$$

$$\Leftrightarrow \log_2 n \in \{1; 2; 4; 8\} \Leftrightarrow n \in \{2; 4; 16; 256\}$$

Vậy có 4 số nguyên dương.

Câu 143. Cho tam giác ABC có $BC=a$, $CA=b$, $AB=c$. Nếu a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì

A. $\ln \sin A \cdot \ln \sin C = (\ln \sin B)^2$.

B. $\ln \sin A \cdot \ln \sin C = 2 \ln \sin B$.

C. $\ln \sin A + \ln \sin C = 2 \ln \sin B$.

D. $\ln \sin A + \ln \sin C = \ln (2 \sin B)$.

Lời giải

Chọn C

Theo định lý sin trong tam giác ABC ta có:
$$\begin{cases} a = 2R \sin A \\ b = 2R \sin B \\ c = 2R \sin C \end{cases}$$
, với R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

Vì a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân nên ta có:

$$a.c = b^2 \Rightarrow (2R \sin A).(2R \sin C) = (2R \sin B)^2 \Rightarrow \sin A. \sin C = (\sin B)^2$$

Do $0^\circ < \sin A, \sin B, \sin C \leq 180^\circ$ nên $\sin A, \sin B, \sin C > 0$.

Vì thế ta có thể suy ra $\ln(\sin A. \sin C) = \ln[(\sin B)^2] \Rightarrow \ln \sin A + \ln \sin C = 2 \ln \sin B$.

Câu 144. Cho $x = 2018!$. Tính
$$A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$$

- A. $A = \frac{1}{2017}$. B. $A = 2018$. C. $A = \frac{1}{2018}$. D. $A = 2017$.

Lời giải

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x} \\ &= \log_x 2^{2018} + \log_x 3^{2018} + \dots + \log_x 2017^{2018} + \log_x 2018^{2018} \\ &= 2018. \log_x 2 + 2018. \log_x 3 + \dots + 2018. \log_x 2017 + 2018. \log_x 2018 \\ &= 2018. (\log_x 2 + \log_x 3 + \dots + \log_x 2017 + \log_x 2018) = 2018. \log_x (2.3. \dots .2017.2018) \end{aligned}$$

Câu 145. (Chuyên Hùng Vương - Gia Lai - 2018) Tìm bộ ba số nguyên dương $(a; b; c)$ thỏa mãn $\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + \dots + \log(1+3+5+ \dots +19) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3$

- A. $(2; 6; 4)$. B. $(1; 3; 2)$. C. $(2; 4; 4)$. D. $(2; 4; 3)$.

Lời giải

Ta có

$$\begin{aligned} &\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + \dots + \log(1+3+5+ \dots +19) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3 \\ &\Leftrightarrow \log 1 + \log 2^2 + \log 3^2 + \dots + \log 10^2 - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3 \\ &\Leftrightarrow \log (1.2^2.3^2.10^2) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3 \\ &\Leftrightarrow \log (1.2.3.10)^2 - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3 \\ &\Leftrightarrow 2 \log (1.2.3.10) - 2 \log 5040 = a + b \log 2 + c \log 3 \\ &\Leftrightarrow 2 (\log 10! - \log 7!) = a + b \log 2 + c \log 3 \Leftrightarrow 2 \log (8.9.10) = a + b \log 2 + c \log 3 \\ &\Leftrightarrow 2 + 6 \log 2 + 4 \log 3 = a + b \log 2 + c \log 3 \end{aligned}$$

Vậy $a = 2, b = 6, c = 4$.

Câu 146. Tổng $S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{2018\sqrt{2}} 2$ dưới đây.

- A. $1008^2.2018^2$. B. $1009^2.2019^2$. C. $1009^2.2018^2$. D. 2019^2 .

Lời giải

Ta có
$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{(n(n+1))^2}{4}$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} S &= 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt[2018]{2}} 2 = 1 + 2^2 \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2}}}} 2 + 3^2 \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{3}}}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\frac{1}{2^{\frac{1}{2018}}}} 2 \\ &= 1 + 2^3 \log_2 2 + 3^3 \log_2 2 + \dots + 2018^3 \log_2 2 = 1 + 2^3 + 3^3 + \dots + 2018^3 = \left[\frac{2018(2018+1)}{2} \right]^2 \\ &= 1009^2 \cdot 2019^2 \end{aligned}$$

Câu 147. Số $20172018^{20162017}$ có bao nhiêu chữ số?

- A. 147278481. B. 147278480. C. 147347190. D. 147347191.

Lời giải

Số chữ số của một số tự nhiên x là: $[\log x] + 1$ ($[\log x]$ là phần nguyên của $\log x$).

Vậy số chữ số của số $20172018^{20162017}$ là

$$[\log 20172018^{20162017}] + 1 = 20162017 \log(20172018) + 1 = 147278481.$$

Câu 148. Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và $\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b} \right) + 9 \log_a c = 4 \log_a b$.

Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 3.

Lời giải

Chọn A

Đặt $\log_a b = x, \log_b c = y \Rightarrow \log_a c = xy$. Điều kiện: $x, y > 0$.

Bài toán trở thành:

Cho $4x^2 + y(2y - 1) + 9xy - 4x = 0$. Tính $P = x + 2y$.

Rút $x = P - 2y$ thay vào giả thiết, ta có:

$$4(P - 2y)^2 + y(2y - 1) + 9(P - 2y)y - 4(P - 2y) = 0$$

$$\Leftrightarrow 4P^2 - 7Py - 4P + 7y = 0.$$

$$\Leftrightarrow (P - 1)(4P - 7y) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} P = 1 \\ 4P - 7y = 0 \end{cases}$$

Xét TH: $4x - 7y = 0 \Leftrightarrow 4x + y = 0$, loại vì $x, y > 0$.

Vậy $P = 1$.