

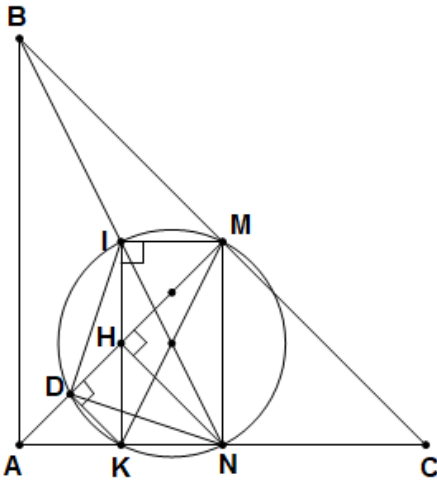
HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ ĐÁP ÁN

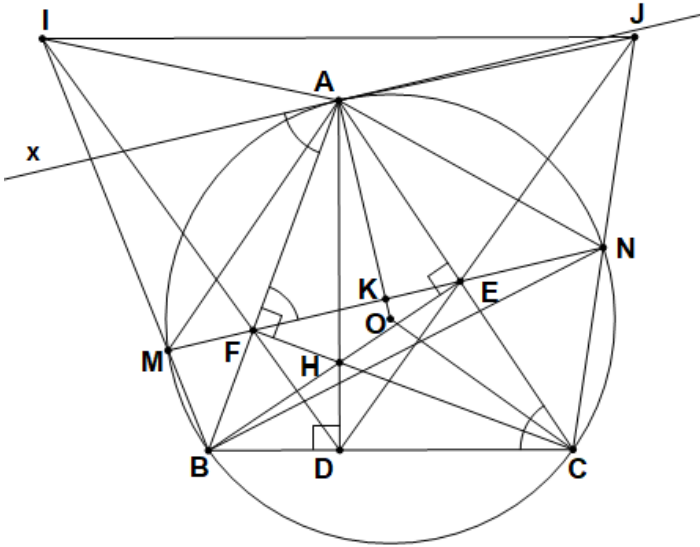
Môn: TOÁN

(Hướng dẫn chấm này có 05 trang)

Câu	Đáp án	Điểm
Câu 1 (4,0 đ)	a) Cho biểu thức $A = \frac{x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+2}{x-1} - \frac{x+2\sqrt{x}-3}{x+4\sqrt{x}+3}$, với $x \geq 0$ và $x \neq 1$. Rút gọn biểu thức A và tìm x để $A = x - 3$.	2,5
	$\frac{x\sqrt{x}-3\sqrt{x}+2}{x-1} = \frac{x\sqrt{x}-\sqrt{x}-2\sqrt{x}+2}{x-1} = \frac{\sqrt{x}(x-1)-2(\sqrt{x}-1)}{x-1} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)-2}{\sqrt{x}+1}$	0,75
	$\frac{x+2\sqrt{x}-3}{x+4\sqrt{x}+3} = \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}+3)} = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}$	0,75
	$\Rightarrow A = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)-2}{\sqrt{x}+1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}+1} = \sqrt{x}-1$	0,5
	$A = x - 3 \Leftrightarrow \sqrt{x} - 1 = x - 3 \Leftrightarrow x - \sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow (\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-2) = 0$ $\Leftrightarrow \sqrt{x} - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$. Đổi chiếu điều kiện suy ra $x = 4$ là giá trị cần tìm.	0,5
	b) Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + 2(m+2)x + m^2 + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $ x_1 + x_2 = x_1 x_2$.	1,5
	$\Delta' = (m+2)^2 - 1.(m^2 + 1) = 4m + 3$	0,25
	+ Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{4}$	0,25
	$x_1 x_2 = m^2 + 1, x_1 + x_2 = -2(m+2)$	0,25
	$x_1 + x_2 = -2(m+2) < 0$ (vì $m > -\frac{3}{4} \Rightarrow m+2 > \frac{5}{4} \Rightarrow -2(m+2) < 0$) $x_1 x_2 = m^2 + 1 > 0$ Suy ra $x_1 < 0, x_2 < 0$.	0,25
	Khi đó $ x_1 + x_2 = x_1 x_2 \Leftrightarrow -x_1 - x_2 = x_1 x_2 \Leftrightarrow x_1 x_2 + (x_1 + x_2) = 0$ $\Leftrightarrow m^2 + 1 - 2(m+2) = 0 \Leftrightarrow m^2 - 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow m^2 + 1 - 2(m+2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 3 \end{cases}$ Đổi chiếu điều kiện suy ra giá trị m cần tìm là $m = 3$.	0,5
	* Cách khác: $\Delta' = (m+2)^2 - 1.(m^2 + 1) = 4m + 3$ + Phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt khi $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m + 3 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{3}{4}$ Vì $x_1 x_2 = m^2 + 1 > 0$ nên ta có $ x_1 + x_2 = x_1 x_2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = (x_1 x_2)^2 \Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2 x_1 x_2 = (x_1 x_2)^2$ $\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 + 2x_1 x_2 = (x_1 x_2)^2 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 = (x_1 x_2)^2 \Leftrightarrow [-2(m+2)]^2 = (m^2 + 1)^2$ (Giải tìm được giá trị của m, đổi chiếu điều kiện để kết luận)	

Câu 2 (4,0 đ)	a) Giải phương trình $\sqrt{2-x} + \sqrt{3+x} + 2\sqrt{(2-x)(3+x)} - 7 = 0$	2,0
	Điều kiện: $\begin{cases} 2-x \geq 0 \\ 3+x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq 2.$	0,25
	Đặt $t = \sqrt{2-x} + \sqrt{3+x}$ ($t \geq 0$) $\Rightarrow 2\sqrt{(2-x)(3+x)} = t^2 - 5$	0,25
	Phương trình đã cho trở thành: $t^2 + t - 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -4 \\ t = 3 \end{cases}$ ($t = -4$ không thỏa).	0,5
	$t = 3 \Leftrightarrow \sqrt{2-x} + \sqrt{3+x} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{(2-x)(3+x)} = 2$	0,25
	$\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \end{cases}$ (thỏa điều kiện)	0,25
	Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm $x = -2, x = 1.$	0,25
	b) Giải hệ phương trình $\begin{cases} (2x+y)(x+y) + y = 2 \\ 4x^2 + y^2 - 2x - 2y + 4xy = -2 \end{cases}$	2,0
	Cộng vế theo vế hai phương trình ta được: $(2x+y)(x+y) + 4x^2 + y^2 - 2x - y + 4xy = 0$ $\Leftrightarrow (2x+y)(x+y) + (2x+y)^2 - (2x+y) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (2x+y)(3x+2y-1) = 0 \Leftrightarrow 2x+y=0$ hoặc $3x+2y-1=0$	0,5
	- Với $2x+y=0 \Leftrightarrow y=-2x$ thay vào phương trình thứ nhất của hệ ta được: $y=2 \Rightarrow x=-1.$	0,5
	- Với $3x+2y-1=0 \Leftrightarrow y = \frac{1-3x}{2}$ thay vào phương trình thứ nhất của hệ ta được: $x^2 + 6x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = -1$ hoặc $x = -5.$	0,25
	$x = -1 \Rightarrow y = 2; x = -5 \Rightarrow y = 8.$	0,25
	Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm: $(x; y) = (-1; 2)$ và $(x; y) = (-5; 8).$	0,25
	* Cách khác: $\begin{cases} (2x+y)(x+y) + y = 2 \\ 4x^2 + y^2 - 2x - 2y + 4xy = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2x+y)(x+y) + 2(x+y) - (2x+y) = 2 \\ (2x+y)^2 - 2(x+y) = -2 \end{cases} \quad (*)$ Đặt $a = 2x + y, b = x + y$. Hệ phương trình (*) trở thành $\begin{cases} ab + 2b - a = 2 \\ a^2 - 2b = -2 \end{cases} \quad (1)$ Cộng vế theo vế hai phương trình của hệ (1) ta được: $a^2 + ab - a = 0 \Leftrightarrow a(a+b-1) = 0 \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $b = 1 - a$ - Với $a = 0 \Rightarrow b = 1$, ta có hệ: $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ x + y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$. - Với $b = 1 - a$ suy ra $a^2 - 2(1-a) = -2 \Leftrightarrow a^2 + 2a = 0 \Leftrightarrow a = 0$ hoặc $a = -2$ + $a = 0 \Rightarrow b = 1$ (đã xét ở trên) + $a = -2 \Rightarrow b = 3$, ta có hệ: $\begin{cases} 2x + y = -2 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 8 \end{cases}$. Vậy hệ phương trình đã cho có hai nghiệm: $(x; y) = (-1; 2)$ và $(x; y) = (-5; 8).$	

Câu 3 (3,0 đ)	Cho tam giác ABC vuông cân tại A, $AB = 4\text{cm}$. Gọi M, N, I lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng BC, AC và BN. Điểm D thuộc đoạn thẳng AM sao cho $AM = 4AD$.	3,0
	a) Tính diện tích tam giác DMN .	1,5
	 (Hình vẽ phục vụ câu a: 0,25; Hình vẽ phục vụ câu b: 0,25)	
	Gọi H là trung điểm của AM. Suy ra $NH \perp AM$. $S_{\triangle DMN} = \frac{1}{2} \cdot NH \cdot DM$	0,25
	$BC = 4\sqrt{2} \Rightarrow AM = 2\sqrt{2} \text{ (cm)}$	0,25
	Ta có: $NH = \frac{1}{2}CM = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$, $DM = \frac{3}{4}AM = \frac{3}{4} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{3\sqrt{2}}{2} \text{ (cm)}$	0,5
	$\Rightarrow S_{\triangle DMN} = \frac{1}{2}NH \cdot DM = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{3}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$	0,25
	* Cách khác: + Ta có $MD = \frac{3}{4}AD \Rightarrow S_{\triangle DMN} = \frac{3}{4}S_{\triangle AMN} = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot AM \cdot MN = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = \frac{3}{2} \text{ (cm}^2\text{)}$	
	b) Chứng minh tam giác DIN vuông cân.	1,5
	- Gọi K là trung điểm của AN. + Ta có: $IM \parallel KN$ và $IM = KN$ suy ra tứ giác $MNKI$ là hình bình hành. Hơn nữa, IK vuông góc KN nên tứ giác $MNKI$ là hình chữ nhật.	0,25
	+ Lại có $\frac{AD}{AM} = \frac{AK}{AC} = \frac{1}{4} \Rightarrow KD \parallel CM$ Mà $CM \perp AM \Rightarrow CM \perp KD$	0,25
	Suy ra 5 điểm M, N, K, D, I cùng nằm trên một đường tròn đường kính KM .	0,25
	Mà đường tròn đường kính KM cũng chính là đường tròn đường kính IN . Suy ra DN vuông góc với DI .	0,25
	+ Lại có $\angle DIN = \angle DMN = 45^\circ$ nên tam giác DIN vuông cân tại D .	0,25

Câu 4 (4,0 đ)	Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$), nội tiếp trong đường tròn (O). Dựng các đường cao AD, BE, CF của tam giác ABC. Đường thẳng EF cắt đường tròn (O) tại M và N (M, N lần lượt nằm trên cung nhỏ AB, AC). Gọi I là giao điểm của BM và DF, J là giao điểm của CN và DE.	4,0
	a) Chứng minh EB là tia phân giác của DEM.	1,0
	 (Hình vẽ phục vụ <u>mỗi câu</u>: 0,25)	
	+ Tứ giác ABDE nội tiếp đường tròn nên $BED = BAD$	0,25
	+ Gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Tứ giác AEHF nội tiếp đường tròn nên $BAD = FEH$	0,25
	Suy ra $BED = FEH$ hay EB là tia phân giác của DEM.	0,25
	b) Chứng minh $AM = AN$.	1,5
	Gọi K là giao điểm của OA và EF, ta có tứ giác BCEF nội tiếp nên có $AEF = ABC = \frac{1}{2} AOC$	0,5
	Tam giác OAC cân ở O nên $2OAC + AOC = 180^\circ \Rightarrow OAC = 90^\circ - \frac{1}{2} AOC$	0,25
	Do đó $AEF + OAC = 90^\circ \Rightarrow OA \perp MN \Rightarrow AM = AN$.	0,5
	* Cách khác: + Dựng tiếp tuyến Ax của đường tròn (O) tại A. $\Rightarrow xAB = ACB$ (cùng chắn cung AB). Mà $ACB = AFN$ (cùng bù BFE) $\Rightarrow xAB = AFN \Rightarrow Ax \parallel MN$. Mà OA vuông góc Ax nên OA vuông góc với MN. Suy ra $AM = AN$.	
	c) Chứng minh tứ giác MNJI nội tiếp trong đường tròn.	1,5
	+ Tứ giác AFDC nội tiếp đường tròn nên $AFD + ACB = 180^\circ$ + Tứ giác BFEC nội tiếp đường tròn nên $BFE + ACB = 180^\circ$	0,25
	Suy ra $AFD = BFE \Rightarrow BFI = BFN$	0,25
	Lại có $MBA = NBA$ (vì chắn hai cung bằng nhau) Do đó $\triangle BFI = \triangle BFN$ (g.c.g) suy ra $BI = BN, FI = FN$.	0,25
	Suy ra FB là trung trực của IN hay AB là trung trực IN, do đó $AI = AN$	0,25

	+ Hoàn toàn tương tự ta cũng chứng minh được $AJ = AM$. Suy ra $AM = AN = AI = AJ$. Vậy tứ giác $MNIJ$ nội tiếp đường tròn.	0,25
Câu 5	a) Tìm tất cả các số tự nhiên sao cho tổng của số đó với tổng các chữ số của nó bằng 2023.	3,0
	Gọi số n là tự nhiên thỏa đề, $S(n)$ là tổng các chữ số của số n . Theo đề bài ta có $n + S(n) = 2023$. Ta có: $n > 0, S(n) > 0$, do đó $0 < n < 2023 \Rightarrow S(n) \leq 28$ (khi $n = \overline{1999}, S(n) = 1 + 9 + 9 + 9 = 28$).	0,5
	Suy ra $2023 - 28 \leq n < 2023$ hay $1995 \leq n < 2023$	0,25
	Nên n là số có 4 chữ số $n = \overline{abcd} \Rightarrow a = 1$ hoặc $a = 2$	0,25
	+ Nếu $a = 1$ thì $n = \overline{1bcd} \Rightarrow n + S(n) = 1000 + \overline{bcd} + 1 + b + c + d = 2023$ $\Rightarrow 101b + 11c + 2d + 1 = 1023$	0,25
	Mà $0 \leq b, c, d \leq 9$ nên $b = 9; 11c + 2d = 113 \Rightarrow c = 9, d = 7$. Suy ra $n = 1997$	0,5
	+ Nếu $a = 2$ thì $n = \overline{2bcd} \Rightarrow n + S(n) = 2000 + 101b + 11c + 2d + 2 = 2023$ $\Rightarrow 101b + 11c + 2d = 21$ $\Rightarrow b = 0, 11c + 2d = 21 \Rightarrow c = 1, d = 5$. Suy ra $n = 2015$.	1,0
	Vậy có 2 số thỏa mãn đề bài: 1997 và 2015.	0,25
	b) Cho ba số thực dương x, y, z thỏa mãn $xyz \geq 1$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $H = \frac{x^3 - 1}{x^2 + y + z} + \frac{y^3 - 1}{y^2 + z + x} + \frac{z^3 - 1}{z^2 + x + y}$	2,0
	$\frac{1}{x^2 + y + z} - \frac{1}{x(x + y + z)} = \frac{(x - 1)(y + z)}{x(x^2 + y + z)(x + y + z)}$	0,25
	$\Rightarrow \frac{x^3 - 1}{x^2 + y + z} - \frac{x^3 - 1}{x(x + y + z)} = \frac{(x - 1)^2(x^2 + x + 1)(y + z)}{x(x^2 + y + z)(x + y + z)} \geq 0$ $\Rightarrow \frac{x^3 - 1}{x^2 + y + z} \geq \frac{x^3 - 1}{x(x + y + z)}$	0,5
	Tương tự: $\frac{y^3 - 1}{y^2 + z + x} \geq \frac{y^3 - 1}{y(x + y + z)}, \frac{z^3 - 1}{z^2 + x + y} \geq \frac{z^3 - 1}{z(x + y + z)}$ Suy ra $H \geq \frac{x^3 - 1}{x(x + y + z)} + \frac{y^3 - 1}{y(x + y + z)} + \frac{z^3 - 1}{z(x + y + z)}$	0,25
	hay $H \geq \frac{1}{x + y + z} \left(x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{z} \right)$	0,25
	Lại có $\frac{1}{x} \leq yz, \frac{1}{y} \leq zx, \frac{1}{z} \leq xy \Rightarrow H \geq \frac{1}{x + y + z} (x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)$	0,25
	$\Rightarrow H \geq \frac{1}{2(x + y + z)} [(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2] \geq 0$	0,25
	Dấu bằng xảy ra khi $x = y = z = 1$ Vậy $\min H = 0$ khi $x = y = z = 1$.	0,25

----- HẾT -----

Ghi chú: Nếu học sinh có cách giải khác đúng thì Ban Giám khảo thảo luận và thống nhất thang điểm cho phù hợp với Hướng dẫn chấm.