# **BÀI 1. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC**

## A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ

### 1. Góc giữa hai đường thẳng trong không gian

Góc giữa hai đường thẳng  và  trong không gian là góc giữa hai đường thẳng  và  cùng đi qua một điểm  và lần lượt song song (hoặc trùng) với  và , kí hiệu  hoặc .



**Nhận xét**

- Góc giữa hai đường thẳng  không phụ thuộc vào vị trí điểm . Thông thường, khi tìm góc giữa hai đường thẳng , ta chọn  thuộc  hoặc  thuộc .

- Góc giữa hai đường thẳng  bằng góc giữa hai đường thẳng , tức là .

- Góc giữa hai đường thẳng không vượt quá .

- Nếu  thì  với mọi đường thẳng  trong không gian.

### 2. Hai đường thẳng vuông góc trong không gian

Hai đường thẳng được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng .

Khi hai đường thẳng  và  vuông góc với nhau, ta kí hiệu .

**Nhận xét:** Nếu một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì nó vuông góc với đường còn lại.

## B.VÍ DỤ

### Vấn đề 1. Xác định góc giữa hai đường thẳng

Phuơng pháp: Đưa bài toán về xác định góc giũa hai đường thẳng trong cùng mặt phẳng

**Ví dụ 1.** Cho hình lăng trụ  có tam giác  cân tại  và . Các điểm  lần lượt thuộc hai đoạn thẳng  và  ' thoả mãn , các điểm  lần lượt thuộc hai đoạn thẳng  và  khác  thoả mãn  (Hình 2. Tính các góc sau:

a) ;

b) ;

c) .

**Giải**



a) Trong mặt phẳng , vì  nên



b) Vì tam giác  cân tại  nên .

Ta có  nên .

c) Vì  nên .

### Vấn đề 2. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

**Ví dụ 2.** Cho hình chóp  có đáy là hình bình hành,  là tam giác cân tại . Gọi  là trung điểm  (Hình 3). Chứng minh rằng .

**Giải**

****

Vì  nên  là đường trung trực của  trong . Suy ra .

Vì  là hình bình hành nên .

Từ đó, suy ra .

## C. BÀl TẬP

**Câu 1.** Cho hình lăng trụ  'có  là tam giác đều và  là hình chữ nhật. Gọi  là trung điểm của  (Hình 4).

****

a) Số đo góc giữa hai đường thẳng  và  bằng:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn C**

b) Số đo góc giữa hai đường thẳng  và  bằng:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn D**

c) Số đo góc giữa hai đường thẳng  và  bằng:

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

**Lời giải**

**Chọn A**

**Câu 2.** Hình 5 gợi nên hình ảnh một số cặp đường thẳng vuông góc với nhau. Hãy chỉ ra ba cặp đường thẳng vuông góc với nhau.



**Lời giải**

Ba cặp đường thẳng vuông góc có thể là  và  và  và .

**Câu 3.** Cho hình hộp  có đáy là hình vuông.

a) Chứng minh rằng  và .

b) Tính góc giữa hai đường thẳng  và .

**Lời giải**



a) Vì  ' là hình bình hành nên  '.

Do  là hình vuông nên .

Từ đó, suy ra .

Vì  có  và  nên  'à hình bình hành, suy ra . Mà  do  là hình vuông. Như vậy, ta có .

b) Xét hình vuông  có



Mà  nên .

Vậy góc giữa hai đường thẳng  và  bằng .

**Câu 4.** Cho hình lăng trụ  có tất cả các cạnh bằng nhau. Chứng minh rằng .

**Lời giải**



Vì  là hình thoi (do các cạnh bằng nhau) nên  '.

Do  và  nên  ' là hình bình hành, suy ra  '.

Từ đó ta có .

**Câu 5\*.** Cho tứ diện . Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và . Tính góc giữa hai đường thẳng  và , biết  và .

**Lời giải**



Gọi  là trung điểm .

Vì  lần lượt là đường trung bình của hai tam giác  nên  và

Khi đó .

Xét tam giác  có:

nên .

Suy ra .

Vậy góc giữa hai đường thẳng  và  bằng .