

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 13

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ -k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn.

A. $y = \sin |2021x| + \cos 2022x$

B. $y = \cot 2021x - 2022 \sin x$

C. $y = \tan 2021x + \cot 2022x$

D. $y = 2021 \cos x + 2022 \sin x$

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$.

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} + 1.$

B. $\min y = -3\sqrt{2} - 2; \max y = 3\sqrt{2} - 1.$

C. $\min y = -3\sqrt{2}; \max y = 3\sqrt{2} - 1.$

D. $\min y = -3\sqrt{2} - 1; \max y = 3\sqrt{2} - 1.$

Câu 4: Phương trình $2\cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

C. $x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

A. $u_n = 2 + (n-1)^2$

B. $u_n = 2 + n^2$

C. $u_n = 2 + (n+1)^2$

D. $u_n = 2 - (n-1)^2$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1.$

B. $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}.$

C. $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1.$

D. $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}.$

Câu 7: Cho cấp số cộng có dãy số: $1; -3; -7; -11; -15$. Công sai d của cấp số cộng này bằng:

A. 1

B. -4

C. -2

D. 3

Câu 8: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

A. $q = \frac{1}{2}$

B. $q = -2$

C. $q = 2$

D. $q = -\frac{1}{2}$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 27

B. 31

C. 35

D. 29

Câu 10: Giá trị của tổng $7 + 77 + 777 + \dots + 777\dots 7$ bằng

A. $\frac{70}{9} (10^{2018} - 1) + 2018$

B. $\frac{7}{9} \frac{10^{2018} - 10}{9} - 2018 \frac{10^{\frac{1}{9}}}{9}$

C. $\frac{7 \cdot 10^{2019} - 10}{9} - 2018$

D. $\frac{7}{9}(10^{2018} - 1)$

Câu 11: Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Tốc độ v (km/h)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số lần	18	28	35	43	41	35

Nhóm chứa một là:

- A. [165; 170). B. [150; 155). C. [170; 175). D. [175; 180).

Câu 12: Cho bảng số liệu sau:

Nhóm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Tần số	3	8	12	12	4

Giá trị đại diện của [2;4) bằng:

- A. 3 B. 0 C. 2 D. 8

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin x = -\frac{1}{2}$, khi đó:

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

(I) Phương trình tương đương

$$x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

(II) Phương trình có nghiệm là:

$$-\frac{\pi}{3}$$

(III) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng

$$(-\pi; \pi)$$

(IV) Số nghiệm của phương trình trong khoảng là ba nghiệm

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Khi đó:

$$u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$$

(I) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là

$$-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$$

(II) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là

$$-\frac{85}{86}$$

(III) $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 85 của dãy số (u_n)

$$-\frac{99}{101}$$

(IV) $-\frac{99}{101}$ không phải là một số hạng của dãy số (u_n)

Câu 3: Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Tần số	3	8	12	12	4

(I) Nhóm [0;2) có tần số là 3

(II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$

(III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$

(IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$

Câu 4: Cho các dãy số có số hạng tổng quát $a_n = 4n - 3$; $b_n = \frac{2 - 3n}{4}$; $c_n = n^2$. Khi đó

(I) (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$

(II) (a_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 4$

(III) (b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = \frac{3}{4}$

(IV) (c_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho biểu thức $g(x) = \frac{-2 \cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$ với $x \neq 0, x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \pi$. Tính $g\left(\frac{2024\pi}{2023}\right)$

Câu 2: Biết rằng $\sin 5x - 2 \sin x (\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$. khi đó $k = ?$

Câu 3: Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 4$, công sai $d = -3$ và $u_n = -41$. Tìm n .

Câu 4: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

Câu 5: Số bài tập của các bộ môn được giáo viên cho học sinh về làm ở khối 11 ở một nhóm học sinh trường THPT được giao về làm trong 01 tuần được cho như sau:

Số bài tập	[5;12)	[12;19)	[19;26)	[26;33)	[33;40)
Số học sinh	27	58	22	23	10

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 5$ và $u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3}$ với $\forall n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100}$ bằng?

-----**Hết**-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 15

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{1 + \cos x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ -k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$

*C. $D = \mathbb{R} \setminus \{ \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Hướng dẫn giải

Điều kiện xác định của hàm số: $\cos x \neq -1 \Leftrightarrow x \neq \pi + k2\pi$.

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn.

*A. $y = \sin |2021x| + \cos 2022x$

B. $y = \cot 2021x - 2022 \sin x$

C. $y = \tan 2021x + \cot 2022x$

D. $y = 2021 \cos x + 2022 \sin x$

Hướng dẫn giải

Xét hàm $y = \sin |2021x| + \cos 2022x$ (1) ta có

TXĐ $D = \mathbb{R}$, $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$.

Có $y(-x) = \sin |(-2021x)| + \cos (-2022x) = \sin |2021x| + \cos 2022x = y(x)$ nên là hàm chẵn.

Câu 3: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin^2 x + 3\sin 2x - 4\cos^2 x$.

A. $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} + 1$.

B. $\min y = -3\sqrt{2} - 2$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

C. $\min y = -3\sqrt{2}$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

*D. $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = 1 - \cos 2x + 3\sin 2x - 2(1 + \cos 2x) = 3\sin 2x - 3\cos 2x - 1 = 3\sqrt{2} \sin \left(2x - \frac{\pi}{4} \right) - 1$

$\Rightarrow -3\sqrt{2} - 1 \leq y \leq 3\sqrt{2} - 1 \quad \forall x \in \mathbb{R}$.

Vậy $\min y = -3\sqrt{2} - 1$; $\max y = 3\sqrt{2} - 1$.

Câu 4: Phương trình $2\cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

*C. $x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Hướng dẫn giải

Ta có $2 \cot x - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \cot x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_{n+1} - u_n = 2n - 1 \end{cases}$$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) với . Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- *A. $u_n = 2 + (n-1)^2$ B. $u_n = 2 + n^2$ C. $u_n = 2 + (n+1)^2$ D. $u_n = 2 - (n-1)^2$

Hướng dẫn giải

$$\begin{cases} u_1 = 2 \\ u_2 = u_1 + 1 \\ u_3 = u_2 + 3 \\ \dots \end{cases}$$

Ta có: $u_n = u_{n-1} + 2n - 3$. Cộng hai vế ta được $u_n = 2 + 1 + 3 + 5 + \dots + (2n - 3) = 2 + (n-1)^2$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 3^n$. Tìm số hạng u_{2n-1} .

- A. $u_{2n-1} = 3^2 \cdot 3^n - 1$ *B. $u_{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$ C. $u_{2n-1} = 3^{2n} - 1$ D. $u_{2n-1} = 3^{2(n-1)}$

Hướng dẫn giải

Ta có $u_{2n-1} = 3^{2n-1} = 3^n \cdot 3^{n-1}$

Câu 7: Cho cấp số cộng có dãy số: 1; -3; -7; -11; -15 . Công sai d của cấp số cộng này bằng:

- A. 1 *B. -4 C. -2 D. 3

Hướng dẫn giải

Công sai bằng số hạng sau—số hạng trước = -3 - 1 = -4

Câu 8: Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = \frac{1}{2}$ và $u_6 = 16$.

- A. $q = \frac{1}{2}$ B. $q = -2$ *C. $q = 2$ D. $q = -\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

$$u_6 = u_1 \cdot q^5 \Rightarrow 16 = \frac{1}{2} \cdot q^5 \Leftrightarrow q = 2$$

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) , biết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$. Giá trị của u_{15} bằng

- A. 27 B. 31 C. 35 *D. 29

Hướng dẫn giải

Từ giả thiết $u_2 = 3$ và $u_4 = 7$ suy ra ta có hệ phương trình:
$$\begin{cases} u_1 + d = 3 \\ u_1 + 3d = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 1 \\ d = 2 \end{cases}$$

Vậy $u_{15} = u_1 + 14d = 29$

Câu 10: Giá trị của tổng $7 + 77 + 777 + \dots + 777\dots 7$ bằng

- A. $\frac{70}{9} (10^{2018} - 1) + 2018$ B. $\frac{7}{9} \frac{10^{2018} - 10}{9} - 2018 \frac{10}{9}$ *C. $\frac{7}{9} \frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \frac{10}{9}$ D. $\frac{7}{9} (10^{2018} - 1)$

Hướng dẫn giải

Ta có $7 + 77 + 777 + \dots + 777\dots 7$

$$= \frac{7}{9} (9 + 99 + 999 + \dots + 99\dots 9) = \frac{7}{9} (10 - 1 + 10^2 - 1 + 10^3 - 1 + \dots + 10^{2018} - 1)$$

$$= \frac{7}{9} (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} - 2018)$$

Mặt khác, ta có $10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018}$ là tổng của một cấp số nhân với $u_1 = 10$ và công bội $q = 10$ p

$$10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} = 10 \frac{10^{2018} - 1}{9} = \frac{10^{2019} - 10}{9}$$

$$\text{Do đó } \frac{7}{9} (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{2018} - 2018) = \frac{7}{9} \left(\frac{10^{2019} - 10}{9} - 2018 \right)$$

Câu 11: Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Tốc độ v (km/h)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số lần	18	28	35	43	41	35

Nhóm chứa một là:

- A. [165;170).
- B. [170;175).
- B. [150;155).
- D. [175;180).

Hướng dẫn giải

Chọn A

Nhóm chứa một là nhóm có tần số lớn nhất [165;170)

Câu 12: Cho bảng số liệu sau:

Nhóm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Tần số	3	8	12	12	4

Giá trị đại diện của [2;4) bằng:

- A. 3 B. 0 C. 2 D. 8

Hướng dẫn giải

Giá trị đại diện của [0;2) bằng $\frac{0+2}{2} = 1$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin x = -\frac{1}{2}$, khi đó:

$$\sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$$

(I) Phương trình tương đương

$$x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

(II) Phương trình có nghiệm là:

(III) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$

(IV) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là ba nghiệm

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Sai
---------	-----------	-----------	----------

Ta có: $\sin x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \pi - (-\frac{\pi}{6}) + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

Vậy phương trình có nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{6}$

Khi $x \in (-\pi; \pi)$ phương trình có hai nghiệm

Câu 2: Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{-n}{n+1}$. Khi đó:

- (I) Năm số hạng đầu tiên của dãy số là $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$
- (II) Số hạng u_{10}, u_{100} lần lượt là $-\frac{10}{11}; -\frac{100}{101}$
- (III) $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 85 của dãy số (u_n)
- (IV) $-\frac{99}{101}$ không phải là một số hạng của dãy số (u_n)

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Đúng	(IV) Đúng
----------	-----------	------------	-----------

(I) Ta có: $u_1 = -\frac{1}{2}; u_2 = -\frac{2}{3}; u_3 = -\frac{3}{4}; u_4 = -\frac{4}{5}; u_5 = -\frac{5}{6}$

(II) Ta có: $u_{10} = -\frac{10}{11}; u_{100} = -\frac{100}{101}$

(III) Xét $-\frac{85}{86} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 85n + 85 = 86n \Leftrightarrow n = 85$

Vậy $-\frac{85}{86}$ là số hạng thứ 85 của dãy (u_n)

(IV) Xét $-\frac{99}{101} = \frac{-n}{n+1} \Leftrightarrow 99n + 99 = 101n \Leftrightarrow n = \frac{99}{2} \notin \mathbb{N}$ (loại).

Vậy $-\frac{99}{101}$ không phải là số hạng của dãy số (u_n)

Câu 3: Hãy tìm các tứ phân vị của mẫu số liệu được cho dưới dạng bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Tần số	3	8	12	12	4

- (I) Nhóm [0;2) có tần số là 3
- (II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 2,69$
- (III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 \approx 5,42$
- (IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 7,04$

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Sai	(III) Đúng	(IV) Đúng
----------	----------	------------	-----------

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 3 + 8 + 12 + 12 + 4 = 39$

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{39}$ là mẫu số liệu được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu này là $x_{20} \in [4;6)$

Ta có: $n_m = 12; C_2 = 3 + 8 = 11; u_m = 4; u_{m+1} = 6$

Tứ phân vị thứ hai chính là trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_2 = M_e = 4 + \frac{\frac{39}{2} - 11}{12} (6 - 4) = \frac{65}{12} \approx 5,42.$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, \dots, x_{19}$ có trung vị $x_{10} \in [2;4)$

Ta có: $n_l = 8; C_1 = 3; x_l = 2; x_{l+1} = 4$. Suy ra tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: $Q_1 = 2 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{8} (4 - 2) = \frac{59}{16} \approx 3,69$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, \dots, x_{39}$ có trung vị $x_{30} \in [6;8)$

Ta có: $n_r = 12; C_3 = 3 + 8 + 12 = 23; x_r = 6; x_j = 8$

Suy ra tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là:

$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.39}{4} - 23}{12} (8 - 6) = \frac{169}{24} \approx 7,04$$

Vậy các tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 \approx 3,69; Q_2 = 5,42; Q_3 = 7,04$

Câu 4: Cho các dãy số có số hạng tổng quát $a_n = 4n - 3$; $b_n = \frac{2 - 3n}{4}$; $c_n = n^2$. Khi đó

(I) (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 1$

(II) (a_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 4$.

(III) (b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = \frac{3}{4}$

(IV) (c_n) là một cấp số cộng với công sai $d = 2$

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Sai
----------	-----------	-----------	----------

(I) (II) Ta có: $a_{n+1} - a_n = 4(n+1) - 3 - (4n - 3) = 4, \forall n \geq 1$

Do đó (a_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $a_1 = 4 \cdot 1 - 3 = 1$ và công sai $d = 4$.

(III) Ta có: $b_{n+1} - b_n = \frac{2 - 3(n+1)}{4} - \frac{2 - 3n}{4} = \frac{2 - 3n - 3 - 2 + 3n}{4} = -\frac{3}{4}, \forall n \geq 1$

Suy ra: (b_n) là một cấp số cộng với số hạng đầu $b_1 = \frac{2 - 3 \cdot 1}{4} = -\frac{1}{4}$ và công sai $d = -\frac{3}{4}$

(IV) Ta có: $c_{n+1} - c_n = (n+1)^2 - n^2 = 2n + 1$ (phụ thuộc vào giá trị của n).

Suy ra (c_n) không phải là một cấp số cộng.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Cho biểu thức $g(x) = \frac{-2\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\cot x}$ với $x \neq 0, x \neq \frac{\pi}{2}, x \neq \pi$

Tính $g\left(\frac{2024\pi}{2023}\right)$

Trả lời: -2

Hướng dẫn giải

$$g(x) = -2 - \frac{\cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cos x}{\frac{\cos x}{\sin x}}$$

$$= -2 - \frac{\cos^2 x}{\frac{\cos^2 x}{\sin^2 x}} + \sin^2 x = -2 - \sin^2 x + \sin^2 x = -2.$$

Vậy biểu thức $g(x)$ không phụ thuộc vào x .

Câu 2: Biết rằng $\sin 5x - 2 \sin x (\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$ khi đó $k = ?$

Trả lời: 1

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} \sin 5x - 2 \sin x (\cos 4x + \cos 2x) &= \sin 5x - 2 \sin x \cos 4x - 2 \sin x \cos 2x \\ &= \sin 5x - (\sin 5x - \sin 3x) - (\sin 3x - \sin x) = \sin x \end{aligned}$$

Câu 3: Cho dãy số (u_n) là một cấp số cộng có $u_1 = 4$, công sai $d = -3$ và $u_n = -41$. Tìm n .

Trả lời: $n = 16$

Hướng dẫn giải

Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d$, suy ra $-41 = 4 + (n - 1) \cdot (-3) \Leftrightarrow n = 16$

Với điều kiện $n \in \mathbb{N}^*$, vậy $n = 16$ thỏa mãn.

Câu 4: Cho cấp số nhân có $u_1 = -3, q = \frac{2}{3}$. Số $\frac{-96}{243}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

Trả lời: 6

Hướng dẫn giải

$$u_n = u_1 q^{n-1} = -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$$

Số hạng tổng quát của cấp số nhân là:

$$u_n = \frac{-96}{243} \Rightarrow -3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{-96}{243} \Rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1} = \frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 \Rightarrow n-1=5 \Rightarrow n=6$$

Xét

- 96

Vậy 243 là số hạng thứ 6 của cấp số nhân đã cho.

Câu 5: Số bài tập của các bộ môn được giáo viên cho học sinh về làm ở khối 11 ở một nhóm học sinh trường THPT được giao về làm trong 01 tuần được cho như sau:

Số bài tập	[5;12)	[12;19)	[19;26)	[26;33)	[33;40)
Số học sinh	27	58	22	23	10

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Trả lời: 23,7

Hướng dẫn giải

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{140}$ là hàm lượng vitamin C của một số loại trái cây xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1, \dots, x_{27} \in [5; 12); x_{28}, \dots, x_{85} \in [12; 19)$ nên trung vị của mẫu là $\frac{1}{2}(x_{70} + x_{71}) \in [8; 9)$

Ta xác định được $n=140, n_m=58, C=27, u_m=12, u_{m+1}=19$

$$M_e = 12 + \frac{\frac{140}{2} - 27}{58} (19 - 12) = 23,7.$$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) thỏa mãn: $u_1 = 5$ và $u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3}$ với $\forall n \geq 1$. Giá trị nhỏ nhất của n để $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n > 5^{100}$ bằng?

A. 142.

***B. 146.**

C. 141.

D. 145.

Hướng dẫn giải

$$u_{n+1} = 3u_n + \frac{4}{3} \Leftrightarrow u_{n+1} + \frac{2}{3} = 3\left(u_n + \frac{2}{3}\right)$$

Đặt $v_n = u_n + \frac{2}{3} \Rightarrow v_n$ là cấp số nhân với $v_1 = \frac{17}{3}$, công bội $q = 3$.

Khi đó

$$S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \left(v_1 - \frac{2}{3}\right) + \left(v_2 - \frac{2}{3}\right) + \dots + \left(v_n - \frac{2}{3}\right)$$

$$= v_1 + v_2 + \dots + v_n - \frac{2n}{3} = v_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1} - \frac{2n}{3} = \frac{17 \cdot 3^n - 17 - 4n}{6}$$

Bằng cách thử trực tiếp ta có n bé nhất để $S_n > 5^{100}$ là $n=146$.

-Hết-

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.

-Giám thị không giải thích gì thêm.