

Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Phương trình bậc hai một ẩn (hay còn gọi là phương trình bậc hai) là phương trình có dạng: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) trong đó a, b, c là những số thực cho trước được gọi là hệ số, x là ẩn số.
- **Chú ý:** Giải phương trình bậc hai một ẩn là đi tìm tập nghiệm của phương trình bậc hai một ẩn đó.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Nhận dạng và tìm hệ số của phương trình bậc hai một ẩn

- Đưa phương trình đã cho về dạng $ax^2 + bx + c = 0$, từ đó đưa ra kết luận về dạng phương trình và các hệ số.
- **Lưu ý:** Phương trình bậc hai có hệ số a khác 0.

Ví dụ 1. Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$ và chỉ rõ các hệ số a, b, c .

- a) $3 - x^2 = 0$. **ĐS:** $-x^2 + 3 = 0$, với $a = -1, b = 0, c = 3$.
- b) $x^2 - x = 3x + 1$. **ĐS:** $x^2 - 4x - 1 = 0$, với $a = 1, b = -4, c = -1$.
- c) $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x + 2$. **ĐS:** $3x^2 - (4 + \sqrt{2})x - 2 = 0$, với $a = 3, b = -4 - \sqrt{2}, c = -2$.
- d) $(x - 1)^2 = 3(x + 1)$. **ĐS:** $x^2 - 5x - 2 = 0$, với $a = 1, b = -5, c = -2$.

Ví dụ 2. Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$ và chỉ rõ các hệ số a, b, c .

- a) $3x - x^2 = 0$. **ĐS:** $-x^2 + 3x = 0$, với $a = -1, b = 3, c = 0$.
- b) $x^2 - 3x = 2x - 3$. **ĐS:** $x^2 - 5x + 3 = 0$, với $a = 1, b = -5, c = 3$.
- c) $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x^2 - 2$. **ĐS:** $(3 - \sqrt{2})x^2 - 4x + 2 = 0$, với $a = 3 - \sqrt{2}, b = -4, c = 2$.
- d) $(x + 1)^2 = 2(x - 1)$. **ĐS:** $x^2 + 3 = 0$, với $a = 1, b = 0, c = 3$.

Ví dụ 3. Phương trình nào sau đây đưa được về phương trình bậc 2? Xác định hệ số a của phương trình đó (m là hằng số)

- a) $1 + mx = x^2$. **ĐS:** $x^2 - mx - 1 = 0; a = 1$.
- b) $1 + mx = m^2$. **ĐS:** Không đưa được về phương trình bậc 2.
- c) $m^2x^2 - 4mx = -\sqrt{2}x^2 + 1$. **ĐS:** $(m^2 + \sqrt{2})x^2 - 4mx - 1 = 0, a = m^2 + \sqrt{2}$.
- d) $m(x - 1)^2 = mx^2 - 1$. **ĐS:** Không đưa được về phương trình bậc 2.

Ví dụ 4. Phương trình nào sau đây đưa được về phương trình bậc 2 ? Xác định hệ số a của phương trình đó (m là hằng số)

a) $x = x^2 - m$. **ĐS:** $x^2 - x - m = 0, a = 1$.

b) $m = m^2 - mx$. **ĐS:** Không đưa được về phương trình bậc 2.

c) $(m^2 - 1)x^2 - mx = -3x^2$. **ĐS:** $(m^2 + 2)x^2 - mx = 0, a = m^2 + 2$.

d) $m(x - 1)^2 = x(1 + mx)$. **ĐS:** Không đưa được về phương trình bậc 2.

Dạng 2: Sử dụng các phép biến đổi, giải phương trình bậc hai một ẩn cho trước

- Cách 1: Đưa phương trình đã cho về dạng tích.
- Cách 2: Đưa phương trình đã cho về phương trình mà vế trái của phương trình đó là bình phương, còn vế phải là một hằng số.

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 2x = 0$. **ĐS:** $x = 0; x = 2$.

b) $\sqrt{3}x^2 = 2x$. **ĐS:** $x = 0; x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

c) $-3x^2 + 12 = 0$. **ĐS:** $x = -2; x = 2$.

d) $x^2 - 3x + 2 = 0$. **ĐS:** $x = 1; x = 2$.

Ví dụ 6. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 3x = 0$. **ĐS:** $x = 0; x = 3$.

b) $x^2 = \sqrt{2}x$. **ĐS:** $x = 0; x = \sqrt{2}$.

c) $x^2 - 2 = 0$. **ĐS:** $x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$.

d) $x^2 + x - 2 = 0$. **ĐS:** $x = 1; x = -2$.

Ví dụ 7. Giải các phương trình sau:

a) $(x + 1)^2 = 4$. **ĐS:** $x = 1; x = -3$.

b) $x^2 + 2x = 3$. **ĐS:** $x = 1; x = -3$.

c) $2x^2 + 4x - 7 = 0$. **ĐS:** $x = \frac{3}{\sqrt{2}} - 1; x = -\frac{3}{\sqrt{2}} - 1$.

d) $4x^2 + 8x - 5 = 0$. **ĐS:** $x = \frac{1}{2}; x = -\frac{5}{2}$.

Ví dụ 8. Giải các phương trình sau:

a) $(x-2)^2 = 9$.

ĐS: $x = -1; x = 5$.

b) $x^2 - 4x = 5$.

ĐS: $x = -1; x = 5$.

c) $2x^2 - 8x + 5 = 0$.

ĐS: $x = \sqrt{\frac{3}{2}} + 2; x = -\sqrt{\frac{3}{2}} + 2$.

d) $4x^2 - 16x - 9 = 0$.

ĐS: $x = -\frac{1}{2}; x = \frac{9}{2}$.

Ví dụ 9. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$.

ĐS: $x = \frac{1}{2}$.

b) $x^2 - x = 2$.

ĐS: $x = -1; x = 2$.

c) $2x^2 - 2x - 5 = 0$.

ĐS: $x = \frac{\sqrt{11}+1}{2}; x = \frac{-\sqrt{11}+1}{2}$.

d) $x^2 - x + 1 = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

Ví dụ 10. Giải các phương trình sau

a) $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$.

ĐS: $x = \frac{3}{2}$.

b) $x^2 - 3x - 4 = 0$.

ĐS: $x = -1; x = 2$.

c) $2x^2 - 6x + 3 = 0$.

ĐS: $x = \frac{\sqrt{11}+1}{2}; x = \frac{-\sqrt{11}+1}{2}$.

d) $x^2 - 3x + 3 = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

Ví dụ 11. Giải các phương trình sau

a) $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$.

ĐS: $x = \frac{3}{2}$.

b) $x^2 - 3x - 4 = 0$.

ĐS: $x = -1; x = 4$.

c) $2x^2 - 6x + 3 = 0$.

ĐS: $x = \frac{\sqrt{3}+3}{2}; x = \frac{-\sqrt{3}+3}{2}$.

d) $x^2 - 3x + 3 = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

Ví dụ 12. Tìm giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm bằng 1

a) $x^2 + m^2 = 4x$.

ĐS: $m = \pm\sqrt{3}$.

b) $x^2 - (m+3)x + m^2 = 0$.

ĐS: $m = 2, m = -1$.

Ví dụ 13. Với giá nào của m thì phương trình sau có nghiệm bằng 1

a) $x^2 - m^2 + 4 = 0$.

ĐS: $m = \pm\sqrt{5}$.

b) $m^2 + 4mx - 5 = 0 = 0$.

ĐS: $m = 1, m = -5$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$ và tính tổng $T = a + b + c$

a) $25 - 4x^2 = 0$.

ĐS: $T = 21$.

b) $x^2 - 4x = -5x + 2$.

ĐS: $T = 0$.

c) $(x-1)^2 - 3x + 4 = 0$.

ĐS: $T = 1$.

d) $x(x-3) = \sqrt{2}x^2 - 2x$.

ĐS: $T = -\sqrt{2}$.

Bài 2. Giải các phương trình sau

a) $4x^2 - 9 = 0$.

ĐS: $x = \pm\frac{3}{2}$.

b) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$.

ĐS: $x = 0; x = 2\sqrt{2}$.

c) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 2$.

ĐS: $x = \sqrt{2}$.

d) $x^2 - \sqrt{8}x + 5 = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

Bài 3. Giải các phương trình sau

a) $x^2 + 2x = 0$.

ĐS: $x = 0, x = -2$.

b) $x^2 - 5 = 0$.

ĐS: $x = \pm\sqrt{5}$.

c) $x^2 + 2x - 8 = 0$.

ĐS: $x = 2, x = -4$.

d) $2x^2 + 4x - 5 = 0$.

ĐS: $x = -\sqrt{\frac{7}{2}} - 1$.

Bài 4. Với giá nào của m thì phương trình sau có nghiệm là -1

a) $4x^2 - 25m^2 = 0$.

ĐS: $m = \pm\frac{2}{5}$.

b) $x^2 - 3mx + 3m^2 = 0$.

ĐS: Không tìm được m .

HƯỚNG DẪN GIẢI

Ví dụ 1. Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$ và chỉ rõ các hệ số a, b, c .

a) $3 - x^2 = 0$.

b) $x^2 - x = 3x + 1$.

c) $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x + 2$.

d) $(x-1)^2 = 3(x+1)$.

Lời giải.

a) Biến đổi PT $3 - x^2 = 0$ thành $-x^2 + 3 = 0$, với $a = -1, b = 0, c = 3$.

b) Biến đổi PT $x^2 - x = 3x + 1$ thành $x^2 - 4x - 1 = 0$, với $a = 1, b = -4, c = -1$.

c) Biến đổi PT $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x + 2$ thành $3x^2 - (4 + \sqrt{2})x - 2 = 0$, với $a = 3, b = -4 - \sqrt{2}, c = -2$.

d) Biến đổi PT $(x-1)^2 = 3(x+1)$ thành $x^2 - 5x - 2 = 0$, với $a = 1, b = -5, c = -2$.

Ví dụ 2. Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$ và chỉ rõ các hệ số a, b, c .

a) $3x - x^2 = 0$.

b) $x^2 - 3x = 2x - 3$.

c) $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x^2 - 2$.

d) $(x+1)^2 = 2(x-1)$.

Lời giải.

a) Biến đổi PT $3x - x^2 = 0$ thành $-x^2 + 3x = 0$, với $a = -1, b = 3, c = 0$.

b) Biến đổi PT $x^2 - 3x = 2x - 3$ thành $x^2 - 5x + 3 = 0$, với $a = 1, b = -5, c = 3$.

c) Biến đổi PT $3x^2 - 4x = \sqrt{2}x^2 - 2$ thành $(3 - \sqrt{2})x^2 - 4x + 2 = 0$, với $a = 3 - \sqrt{2}, b = -4, c = 2$.

d) Biến đổi PT $(x+1)^2 = 2(x-1)$ thành $x^2 + 3 = 0$, với $a = 1, b = 0, c = 3$.

Ví dụ 3. Phương trình nào sau đây đưa được về phương trình bậc 2? Xác định hệ số a của phương trình đó (m là hằng số)

a) $1 + mx = x^2$.

b) $1 + mx = m^2$.

c) $m^2x^2 - 4mx = -\sqrt{2}x^2 + 1$.

d) $m(x-1)^2 = mx^2 - 1$.

Lời giải.

a) Biến đổi $1 + mx = x^2$ thành $x^2 - mx - 1 = 0; a = 1$.

b) $1 + mx = m^2$ không đưa được về phương trình bậc 2.

c) Biến đổi $m^2x^2 - 4mx = -\sqrt{2}x^2 + 1$ thành $(m^2 + \sqrt{2})x^2 - 4mx - 1 = 0, a = m^2 + \sqrt{2}$.

d) $m(x-1)^2 = mx^2 - 1$ không đưa được về phương trình bậc 2.

Ví dụ 4. Phương trình nào sau đây đưa được về phương trình bậc 2? Xác định hệ số a của phương trình đó (m là hằng số)

a) $x = x^2 - m$.

b) $m = m^2 - mx$.

c) $(m^2 - 1)x^2 - mx = -3x^2$.

d) $m(x-1)^2 = x(1+mx)$.

Lời giải.

a) $x = x^2 - m \Leftrightarrow x^2 - x - m = 0, a = 1$.

b) $m = m^2 - mx$ không đưa được về phương trình bậc 2.

c) $(m^2 - 1)x^2 - mx = -3x^2 \Leftrightarrow (m^2 + 2)x^2 - mx = 0, a = m^2 + 2$.

d) $m(x-1)^2 = x(1+mx)$ không đưa được về phương trình bậc 2.

Ví dụ 5. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 2x = 0$.

b) $\sqrt{3}x^2 = 2x$.

c) $-3x^2 + 12 = 0$.

d) $x^2 - 3x + 2 = 0$.

Lời giải.

a) Biến đổi $x^2 - 2x = 0$ thành $x(x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x-2 = 0$, từ đó tìm được $x = 0; x = 2$.

b) Biến đổi $\sqrt{3}x^2 = 2x$ thành $x(\sqrt{3}x-2) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $\sqrt{3}x-2 = 0$, từ đó tìm được $x = 0; x = \frac{2}{\sqrt{3}}$.

c) Biến đổi $-3x^2 + 12 = 0$ thành $-3(x+2)(x-2) = 0$ hoặc đưa về $x^2 = 4$, từ đó tìm được $x = -2; x = 2$.

d) Biến đổi $x^2 - 3x + 2 = 0$ thành $(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow x-1 = 0$ hoặc $x-2 = 0$, từ đó tìm được $x = 1; x = 2$.

Ví dụ 6. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 3x = 0$.

b) $x^2 = \sqrt{2}x$.

c) $x^2 - 2 = 0$.

d) $x^2 + x - 2 = 0$.

Lời giải.

a) Biến đổi $x^2 - 3x = 0$ thành $x(x-3) = 0$, từ đó tìm được $x = 0; x = 3$.

b) Biến đổi $x^2 = \sqrt{2}x$ thành $x(x - \sqrt{2}) = 0$, từ đó tìm được $x = 0; x = \sqrt{2}$.

c) Biến đổi $x^2 - 2 = 0$ thành $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = 0$, từ đó tìm được $x = -\sqrt{2}; x = \sqrt{2}$.

d) Biến đổi $x^2 + x - 2 = 0$ thành $(x - 1)(x + 2) = 0$, từ đó tìm được $x = 1; x = -2$.

Ví dụ 7. Giải các phương trình sau:

a) $(x + 1)^2 = 4$.

b) $x^2 + 2x = 3$.

c) $2x^2 + 4x - 7 = 0$.

d) $4x^2 + 8x - 5 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có PT $(x + 1)^2 = 4 \Leftrightarrow x + 1 = \pm 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3. \end{cases}$

b) Biến đổi $x^2 + 2x = 3$ ta được $(x + 1)^2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -3. \end{cases}$

Cách khác: đưa PT về dạng tích $(x - 1)(x + 3) = 0$.

c) Biến đổi $2x^2 + 4x - 7 = 0$ ta được $2x^2 + 4x - 7 = 0 \Rightarrow (x + 1)^2 = \frac{9}{2}$, từ đó tìm được $x = \frac{3}{\sqrt{2}} - 1; x = -\frac{3}{\sqrt{2}} - 1$.

d) Biến đổi PT $4x^2 + 8x - 5 = 0$ thành $x^2 + 2x = \frac{5}{4} \Leftrightarrow (x + 1)^2 = \frac{9}{4}$, từ đó tìm được $x = \frac{1}{2}; x = -\frac{5}{2}$.

Ví dụ 8. Giải các phương trình sau:

a) $(x - 2)^2 = 9$.

b) $x^2 - 4x = 5$.

c) $2x^2 - 8x + 5 = 0$.

d) $4x^2 - 16x - 9 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có PT $(x - 2)^2 = 9 \Leftrightarrow x - 2 = \pm 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5. \end{cases}$

b) Biến đổi $x^2 - 4x = 5$ ta được $(x - 2)^2 = 9 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5. \end{cases}$

Cách khác: đưa PT về dạng tích $(x + 1)(x - 5) = 0$.

c) Biến đổi $2x^2 - 8x + 5 = 0$ ta được $2x^2 - 8x + 5 = 0 \Rightarrow (x-2)^2 = \frac{3}{2}$, từ đó tìm được $x = \sqrt{\frac{3}{2}} + 2; x = -\sqrt{\frac{3}{2}} + 2$.

d) Biến đổi PT $4x^2 - 16x - 9 = 0$ thành $x^2 - 4x = \frac{9}{4} \Leftrightarrow (x-2)^2 = \frac{25}{4}$, từ đó tìm được $x = -\frac{1}{2}; x = \frac{9}{2}$.

Ví dụ 9. Giải các phương trình sau:

a) $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0$.

b) $x^2 - x = 2$.

c) $2x^2 - 2x - 5 = 0$.

d) $x^2 - x + 1 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có PT $x^2 - x + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = 0$, từ đó tìm được $x = \frac{1}{2}$.

b) Biến đổi $x^2 - x = 2$ thành $x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, từ đó tìm được $x = -1; x = 2$.

Cách khác: chuyển về đưa PT về dạng tích $(x+1)(x-2) = 0$.

c) Biến đổi PT đã cho $2x^2 - 2x - 5 = 0$ thành $x^2 - x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{11}{4}$, từ đó tìm được $x = \frac{\sqrt{11}+1}{2}; x = \frac{-\sqrt{11}+1}{2}$.

d) Biến đổi PT đã cho $x^2 - x + 1 = 0$ thành $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Ví dụ 10. Giải các phương trình sau

a) $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$.

b) $x^2 - 3x - 4 = 0$.

c) $2x^2 - 6x + 3 = 0$.

d) $x^2 - 3x + 3 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có PT $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$, từ đó tìm được $x = \frac{3}{2}$.

b) Biến đổi $x^2 - 3x - 4 = 0$ thành $x^2 - x + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$, từ đó tìm được $x = -1; x = 2$.

Cách khác: chuyển về đưa PT về dạng tích $(x+1)(x-2) = 0$.

c) Biến đổi PT đã cho $2x^2 - 6x + 3 = 0$ thành $x^2 - x = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{11}{4}$, từ đó tìm được $x = \frac{\sqrt{11}+1}{2}; x = \frac{-\sqrt{11}+1}{2}$.

d) Biến đổi PT đã cho $x^2 - 3x + 3 = 0$ thành $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Ví dụ 11. Giải các phương trình sau

a) $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$.

b) $x^2 - 3x - 4 = 0$.

c) $2x^2 - 6x + 3 = 0$.

d) $x^2 - 3x + 3 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có PT $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \frac{9}{4} = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$, từ đó tìm được $x = \frac{3}{2}$.

b) Biến đổi $x^2 - 3x - 4 = 0$ thành $x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{25}{4} \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$, từ đó tìm được $x = -1; x = 4$.

Cách khác: chuyển về đưa PT về dạng tích $(x+1)(x-4) = 0$.

c) Biến đổi PT đã cho $2x^2 - 6x + 3 = 0$ thành $x^2 - 3x = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$, từ đó tìm được $x = \frac{\sqrt{3}+3}{2}; x = \frac{-\sqrt{3}+3}{2}$.

d) Biến đổi PT đã cho $x^2 - 3x + 3 = 0$ thành $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = -\frac{3}{4} \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Ví dụ 12. Tìm giá trị của tham số m để phương trình sau có nghiệm bằng 1

a) $x^2 + m^2 = 4x$.

b) $x^2 - (m+3)x + m^2 = 0$.

Lời giải.

a) PT có nghiệm là $1 \Leftrightarrow 1 + m^2 = 4$, từ đó tìm được $m = \pm\sqrt{3}$.

b) PT có nghiệm là $1 \Leftrightarrow 1 - (m+3) + m^2 = 0$, biến đổi thành $(m-2)(m+1) = 0$ suy ra $m = 2, m = -1$.

Ví dụ 13. Với giá nào của m thì phương trình sau có nghiệm bằng 1

a) $x^2 - m^2 + 4 = 0$.

b) $m^2 + 4mx - 5 = 0 = 0$.

Lời giải.

a) PT có nghiệm là $1 \Leftrightarrow 1 - m^2 + 4 = 0$, từ đó tìm được $m = \pm\sqrt{5}$.

b) PT có nghiệm là $1 \Leftrightarrow m^2 + 4m - 5 = 0 = 0$, biến đổi thành $(m-1)(m+5) = 0$ suy ra $m = 1, m = -5$.

Bài 1. Đưa các phương trình sau về dạng $ax^2 + bx + c = 0$ và tính tổng $T = a + b + c$

a) $25 - 4x^2 = 0$.

b) $x^2 - 4x = -5x + 2$.

c) $(x-1)^2 - 3x + 4 = 0$.

d) $x(x-3) = \sqrt{2}x^2 - 2x$.

Lời giải.

a) Phương trình $25 - 4x^2 = 0$ trở thành $-4x^2 + 25 = 0 \Rightarrow a = -4; b = 0; c = 25$. Từ đó tìm được $T = 21$.

b) Phương trình $x^2 - 4x = -5x + 2$ trở thành $x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow T = 0$

c) Phương trình $(x-1)^2 - 3x + 4 = 0$ trở thành $x^2 - 5x + 5 = 0 \Rightarrow T = 1$.

d) Phương trình $x(x-3) = \sqrt{2}x^2 - 2x$ trở thành $(1-\sqrt{2})x^2 - x = 0 \Rightarrow T = -\sqrt{2}$.

Bài 2. Giải các phương trình sau

a) $4x^2 - 9 = 0$.

b) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$.

c) $x^2 - 2\sqrt{2}x = 2$.

d) $x^2 - \sqrt{8}x + 5 = 0$.

Lời giải.

a) Biến đổi $4x^2 - 9 = 0$ thành $x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \pm\frac{3}{2}$.

b) Biến đổi $x^2 - 2\sqrt{2}x = 0$ thành $x(x - 2\sqrt{2}) = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = 2\sqrt{2}$.

c) Biến đổi $x^2 - 2\sqrt{2}x = 2$ thành $(x - \sqrt{2})^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2}$.

d) Biến đổi $x^2 - \sqrt{8}x + 5 = 0$ thành $x - 2\sqrt{2}x + 2 = -3 \Leftrightarrow (x - \sqrt{2})^2 = -3 \Leftrightarrow$ PT vô nghiệm.

Bài 3. Giải các phương trình sau

a) $x^2 + 2x = 0$.

b) $x^2 - 5 = 0$.

c) $x^2 + 2x - 8 = 0$.

d) $2x^2 + 4x - 5 = 0$.

Lời giải.

a) Biến đổi $x^2 + 2x = 0$ thành $x(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$.

b) Biến đổi $x^2 - 5 = 0$ thành $x^2 = 5 \Rightarrow x = \pm\sqrt{5}$.

c) Biến đổi $x^2 + 2x - 8 = 0$ thành $(x - 2)(x + 4) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -4$.

Cách khác: Biến đổi thành $(x + 1)^2 = 9 \Rightarrow$ kết quả.

d) Biến đổi $2x^2 + 4x - 5 = 0$ thành $2(x^2 + 2x) = 5 \Leftrightarrow (x + 1)^2 = \frac{7}{2}$. Từ đó tìm được

$$x = \sqrt{\frac{7}{2}} - 1, x = -\sqrt{\frac{7}{2}} - 1.$$

Bài 4. Với giá nào của m thì phương trình sau có nghiệm là -1

a) $4x^2 - 25m^2 = 0$.

b) $x^2 - 3mx + 3m^2 = 0$.

Lời giải.

a) Điều kiện $\Leftrightarrow 4 - 25m^2 = 0 \Leftrightarrow m = \pm\frac{2}{5}$.

b) Điều kiện $\Leftrightarrow 1 + 3m + 3m^2 = 0$.

Biến đổi thành $\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 = -\frac{1}{12} \Rightarrow$ PT vô nghiệm. Không tìm được m .

--- HẾT ---

Bài 4. CÔNG THỨC NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

▪ Xét phương trình bậc hai ẩn x : $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$). Với biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$, ta có

a) Trường hợp 1. Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình vô nghiệm.

b) Trường hợp 2. Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$.

c) Trường hợp 3. Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình có hai nghiệm phân biệt: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Sử dụng công thức nghiệm để giải phương trình bậc hai một ẩn cho trước

- Bước 1: xác định các hệ số a, b, c .
- Bước 2: Sử dụng công thức nghiệm để giải phương trình.

Ví dụ 1. Xác định các hệ số a, b, c ; tính biệt thức Δ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$.

ĐS: $x_1 = 1; x_2 = 2$.

b) $-2x^2 + x + 1 = 0$.

ĐS: $x_1 = 1; x_2 = \frac{-1}{2}$.

c) $x^2 - 4x + 4 = 0$.

ĐS: $x_1 = x_2 = 2$.

d) $x^2 - x + 4 = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

Ví dụ 2. Xác định các hệ số a, b, c ; tính biệt thức Δ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a) $x^2 - x - 2 = 0$.

ĐS: $x_1 = -1; x_2 = 2$.

b) $-x^2 - 5x + 6 = 0$.

ĐS: $x_1 = 1; x_2 = -6$.

c) $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

ĐS: $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$.

d) $x^2 - 3x + 4 = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau :

a) $2x^2 - 2x + 0,5 = 0$.

ĐS: $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$.

b) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0$.

ĐS: $x_1 = x_2 = -\sqrt{2}$.

c) $x^2 - \sqrt{3}x = -1$.

ĐS: PT vô nghiệm.

d) $\sqrt{2}(x^2 - 2) = 4x$.

ĐS: $x_{1,2} = \sqrt{2} \pm 2$.

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau :

a) $x^2 - x + 1 = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

b) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$.

ĐS: $x_1 = x_2 = \sqrt{3}$.

c) $x^2 + \sqrt{8}x = 2$.

ĐS: $x_1 = -\sqrt{2}; x_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

d) $-x^2 - \sqrt{5}x = 1$.

ĐS: $x_1 = \frac{-\sqrt{5}+1}{2}; x_2 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}$.

Dạng 2: Sử dụng công thức nghiệm, xác định số nghiệm của phương trình dạng bậc hai

Xét phương trình dạng bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$. (*)

- Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases}$.
- Phương trình (*) có nghiệm kép khi và chỉ khi $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$.
- Phương trình (*) có đúng một nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$.
- Phương trình (*) có vô nghiệm khi và chỉ khi $\begin{cases} a = 0, b = 0, c \neq 0 \\ a \neq 0, \Delta < 0 \end{cases}$.

Ví dụ 5. Cho phương trình $mx^2 - 3x + 1 = 0$ (m là tham số). Tìm m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt. **ĐS:** $m < \frac{9}{4}, m \neq 0$.

b) Có nghiệm kép. **ĐS:** $m = \frac{9}{4}$.

c) Vô nghiệm. **ĐS:** $m > \frac{9}{4}$.

d) Có đúng một nghiệm. **ĐS:** $m = 0$.

Ví dụ 6. Cho phương trình $mx^2 - 2x + 1 = 0$ (m là tham số?). Tìm m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt. **ĐS:** $m < 1, m \neq 0$.

b) Có nghiệm kép. **ĐS:** $m = 1$.

c) Vô nghiệm. **ĐS:** $m > 1$.

d) Có đúng một nghiệm. **ĐS:** $m = 0$.

Dạng 3: Giải và biện luận phương trình dạng bậc hai

- Giải và biện luận phương trình bậc hai theo tham số m là tìm tập nghiệm của phương trình tùy theo sự thay đổi của m.
- Xét phương trình dạng bậc hai: $ax^2 + bx + c = 0$ với $\Delta = b^2 - 4ac$.
- ✓ Nếu $a = 0$, ta biện luận phương trình bậc nhất.
- ✓ Nếu $a \neq 0$, ta biện luận phương trình bậc hai theo Δ .

Ví dụ 7. Giải và biện luận các phương trình sau: (m là tham số)

a) $x^2 - x + m = 0$.

b) $mx^2 - (2m+1)x + m = 0$.

Ví dụ 8. Giải và biện luận các phương trình sau: (m là tham số)

a) $x^2 - 2x + m = 0$.

b) $mx^2 - x + 1 = 0$.

Dạng 4: Một số bài toán về tính số nghiệm của phương trình bậc hai

- Dựa vào điều kiện của Δ để phương trình bậc hai $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ có nghiệm.

Ví dụ 9. Chứng tỏ rằng khi một phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có các hệ số a và c trái dấu thì phương trình đó luôn có nghiệm.

Ví dụ 10. Không tính Δ , hãy giải thích vì sao các phương trình sau đây có nghiệm

a) $3x^2 + 2x - 5 = 0$.

b) $-x^2 + 3x + \sqrt{2} - 1 = 0$.

c) $5x^2 + 2x - m^2 - 1 = \sqrt{2}x + 2$.

d) $\sqrt{2}mx^2 + x - m = 0 (m \neq 0)$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Xác định các hệ số a, b, c ; tính biệt thức Δ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$.

ĐS: $x_1 = 2; x_2 = 3$.

b) $-3x^2 - 2x + 1 = 0$.

ĐS: $x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{3}$.

c) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$.

ĐS: $x_1 = 1; x_2 = \sqrt{2}$.

d) $x^2 - 2x + 4 = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

Bài 2. Giải các phương trình sau

a) $x^2 - x = 3$.

ĐS: $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$.

b) $-x^2 - 3x = x - 1$.

ĐS: $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{5}$.

c) $x^2 = 2(x + 1)$.

ĐS: $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}$.

d) $x^2 - \sqrt{3}(x - 1) = 0$.

ĐS: PT vô nghiệm.

Bài 3. Cho phương trình $mx^2 - x + 2 = 0$ (m là tham số?). Tìm m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt.

ĐS: $m < \frac{1}{8}, m \neq 0$.

b) Có nghiệm kép.

ĐS: $m = \frac{1}{8}$.

c) Vô nghiệm.

ĐS: $m > \frac{1}{8}$.

d) Có đúng một nghiệm.

ĐS: $m = 0$.

Bài 4. Giải và biện luận các phương trình sau: (m là tham số)

a) $x^2 - x - m = 0$.

b) $mx^2 - x + 3 = 0$.

Câu 15. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì phương trình sau luôn có nghiệm.

a) $x^2 - (m + 2)x + 2m = 0$.

b) $x^2 - 2mx + (m - 1) = 0$.

HƯỚNG DẪN GIẢI

Ví dụ 1. Xác định các hệ số a, b, c ; tính biệt thức Δ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 3x + 2 = 0$.

b) $-2x^2 + x + 1 = 0$.

c) $x^2 - 4x + 4 = 0$.

d) $x^2 - x + 4 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có $a = 1, b = -3, c = 2; \Delta = b^2 - 4ac = 1$, từ đó tìm được $x_1 = 1; x_2 = 2$.

b) Ta có $a = -2, b = 1, c = 1; \Delta = b^2 - 4ac = 9$, từ đó tìm được $x_1 = 1; x_2 = \frac{-1}{2}$.

c) Ta có $a = 1, b = -4, c = 4; \Delta = b^2 - 4ac = 0$, từ đó tìm được $x_1 = x_2 = 2$.

d) Ta có $a = 1, b = -1, c = 4; \Delta = b^2 - 4ac = -15 < 0, \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Ví dụ 2. Xác định các hệ số a, b, c ; tính biệt thức Δ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a) $x^2 - x - 2 = 0$.

b) $-x^2 - 5x + 6 = 0$.

c) $4x^2 - 4x + 1 = 0$.

d) $x^2 - 3x + 4 = 0$.

Lời giải.

a) Ta có $a = 1, b = -1, c = -2; \Delta = b^2 - 4ac = 9$, từ đó tìm được $x_1 = -1; x_2 = 2$.

b) Ta có $a = -1, b = -5, c = 6; \Delta = b^2 - 4ac = 49$, từ đó tìm được $x_1 = 1; x_2 = -6$.

c) Ta có $a = 4, b = -4, c = 1; \Delta = b^2 - 4ac = 0$, từ đó tìm được $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$.

d) Ta có $a = 1, b = -3, c = 4; \Delta = b^2 - 4ac = -7 < 0, \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Ví dụ 3. Giải các phương trình sau :

a) $2x^2 - 2x + 0,5 = 0$.

b) $x^2 + 2\sqrt{2}x + 2 = 0$.

c) $x^2 - \sqrt{3}x = -1$.

d) $\sqrt{2}(x^2 - 2) = 4x$.

Lời giải.

a) Ta có $\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$.

b) Ta có $\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = -\sqrt{2}$.

c) Biến đổi thành $x^2 - \sqrt{3}x + 1 = 0, \Delta = -1 < 0 \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

d) Biến đổi thành $x^2 - 2\sqrt{2}x - 2 = 0, \Delta = 16$. Từ đó tìm được $x_{1,2} = \sqrt{2} \pm 2$.

Ví dụ 4. Giải các phương trình sau :

a) $x^2 - x + 1 = 0$.

b) $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3 = 0$.

c) $x^2 + \sqrt{8}x = 2$.

d) $-x^2 - \sqrt{5}x = 1$.

Lời giải.

a) $\Delta = -3 < 0 \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

b) Ta có $\Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = \sqrt{3}$.

c) Biến đổi PT thành $3x^2 + \sqrt{8}x - 2 = 0, \Delta = 4\sqrt{2} \Rightarrow x_1 = -\sqrt{2}; x_2 = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

d) Biến đổi PT thành $-x^2 - \sqrt{5}x - 1 = 0, \Delta = 1 \Rightarrow x_1 = \frac{-\sqrt{5}+1}{2}; x_2 = \frac{-\sqrt{5}-1}{2}$.

Ví dụ 5. Cho phương trình $mx^2 - 3x + 1 = 0$ (m là tham số?). Tìm m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt.

b) Có nghiệm kép.

c) Vô nghiệm.

d) Có đúng một nghiệm.

Lời giải.

Xét $\Delta = 9 - 4m$.

a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$. Tìm được $m < \frac{9}{4}, m \neq 0$.

b) Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$. Tìm được $m = \frac{9}{4}$.

c) Xét $m = 0 \Rightarrow 3x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3}$. Suy ra $m = 0$ loại

Xét $m \neq 0$ phương trình vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow m > \frac{9}{4}$.

d) Có đúng một nghiệm khi $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

Ví dụ 6. Cho phương trình $mx^2 - 2x + 1 = 0$ (m là tham số) Tìm m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt.

b) Có nghiệm kép.

c) Vô nghiệm.

d) Có đúng một nghiệm.

Lời giải.

Xét $\Delta = 4 - 4m$.

a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ Tìm được $m < 1, m \neq 0$.

b) Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$ Tìm được $m = 1$.

c) Xét $m = 0 \Rightarrow -2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Suy ra $m = 0$ loại

Xét $m \neq 0$ phương trình vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow m > 1$.

d) Có đúng một nghiệm khi $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

Ví dụ 7. Giải và biện luận các phương trình sau: (m là tham số)

a) $x^2 - x + m = 0$.

b) $mx^2 - (2m + 1)x + m = 0$.

Lời giải.

a) $x^2 - x + m = 0$.

Xét $\Delta = 1 - 4m$.

$\Delta < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}$: Phương trình vô nghiệm.

$\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}$: Phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$.

$\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}$: Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4m}}{2}$.

b) $mx^2 - (2m + 1)x + m = 0$.

Với $m = 0 \Rightarrow$ phương trình có 1 nghiệm $x = 0$.

Với $m \neq 0 \Rightarrow \Delta = 4m + 1$.

$\Delta < 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$: Phương trình vô nghiệm.

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-1}{4}: \text{Phương trình có nghiệm kép } x_1 = x_2 = \frac{2m+1}{2m}.$$

$$\Delta > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-1}{4}: \text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt } x_{1,2} = \frac{2m+1 \pm \sqrt{1+4m}}{2m}.$$

Ví dụ 8. Giải và biện luận các phương trình sau: (m là tham số)

a) $x^2 - 2x + m = 0.$

b) $mx^2 - x + 1 = 0.$

Lời giải.

a) $x^2 - 2x + m = 0.$

Xét $\Delta = 4 - 4m.$

$\Delta < 0 \Leftrightarrow m > 1:$ Phương trình vô nghiệm.

$\Delta = 0 \Leftrightarrow m = 1:$ Phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = 1.$

$\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 1:$ Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4m}}{2}.$

b) $mx^2 - x + 1 = 0.$

Với $m = 0 \Rightarrow$ phương trình có 1 nghiệm $x = 1.$

Với $m \neq 0 \Rightarrow \Delta = -4m + 1.$

$\Delta < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{4}: \text{Phương trình vô nghiệm.}$

$\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{4}: \text{Phương trình có nghiệm kép } x_1 = x_2 = \frac{1}{2m}.$

$\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{4}: \text{Phương trình có hai nghiệm phân biệt } x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-4m}}{2m}.$

Ví dụ 9. Chứng tỏ rằng khi một phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có các hệ số a và c trái dấu thì phương trình đó luôn có nghiệm.

Lời giải.

Do $a \cdot c < 0 \Rightarrow -a \cdot c > 0.$ Ta có $\Delta = b^2 - 4ac = b^2 + 4(-ac) > 0 \Rightarrow$ Phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt.

Ví dụ 10. Không tính Δ , hãy giải thích vì sao các phương trình sau đây có nghiệm

a) $3x^2 + 2x - 5 = 0.$

b) $-x^2 + 3x + \sqrt{2} - 1 = 0.$

c) $5x^2 + 2x - m^2 - 1 = \sqrt{2}x + 2.$

d) $\sqrt{2}mx^2 + x - m = 0 \ (m \neq 0).$

Lời giải.

a) Do $a.c = 3(-5) = -15 < 0.$

b) Do $a.c = -1(\sqrt{2} - 1) = 1 - \sqrt{2} < 0.$

c) Do $a.c = 5(-m^2 - 3) < 0.$

d) Do $a.c = -\sqrt{2} \cdot m^2 < 0.$

Bài 1. Xác định các hệ số a, b, c ; tính biệt thức Δ , từ đó áp dụng công thức nghiệm để giải các phương trình sau:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0.$

b) $-3x^2 - 2x + 1 = 0.$

c) $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0.$

d) $x^2 - 2x + 4 = 0.$

Lời giải.

a) Ta có $a = 1, b = -5, c = 6; \Delta = 1$, từ đó tìm được $x_1 = 2; x_2 = 3.$

b) Ta có $a = -3, b = -2, c = 1; \Delta = 16$, từ đó tìm được $x_1 = -1; x_2 = \frac{1}{3}.$

c) Ta có $a = 1, b = -2\sqrt{2}, c = 2; \Delta = 0$, từ đó tìm được $x_1 = 1; x_2 = \sqrt{2}.$

d) Ta có $a = 1, b = -2, c = 4; \Delta = -12 \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Bài 2. Giải các phương trình sau

a) $x^2 - x = 3.$

b) $-x^2 - 3x = x - 1.$

c) $x^2 = 2(x + 1).$

d) $x^2 - \sqrt{3}(x - 1) = 0.$

Lời giải.

a) $\Delta = 13$, từ đó tìm được $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}.$

b) $\Delta = 20$, từ đó tìm được $x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{5}.$

c) $\Delta = 12$, từ đó tìm được $x_{1,2} = 1 \pm \sqrt{3}.$

d) Biến đổi thành $x^2 - \sqrt{3}x + \sqrt{3} = 0, \Delta = 3 - 4\sqrt{3} < 0 \Rightarrow$ PT vô nghiệm.

Bài 3. Cho phương trình $mx^2 - x + 2 = 0$ (m là tham số?). Tìm m để phương trình:

a) Có hai nghiệm phân biệt.

b) Có nghiệm kép.

c) Vô nghiệm.

d) Có đúng một nghiệm.

Lời giải.

Xét $\Delta = 1 - 8m$.

a) Phương trình có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$ Tìm được $m < \frac{1}{8}, m \neq 0$.

b) Phương trình có nghiệm kép $\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$ Tìm được $m = \frac{1}{8}$.

c) Xét $m = 0 \Rightarrow -x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$. Suy ra $m = 0$ loại

Xét $m \neq 0$ phương trình vô nghiệm khi $\Delta < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{8}$.

d) Có đúng một nghiệm khi $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ -1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 0$.

Bài 4. Giải và biện luận các phương trình sau: (m là tham số)

a) $x^2 - x - m = 0$.

b) $mx^2 - x + 3 = 0$.

Lời giải.

a) $x^2 - x - m = 0$. Xét $\Delta = 1 + 4m$.

$\Delta < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}$: Phương trình vô nghiệm.

$\Delta = 0 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{4}$: Phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{1}{2}$.

$\Delta > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$: Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4m}}{2}$.

b) $mx^2 - x + 3 = 0$.

Với $m = 0 \Rightarrow$ phương trình có 1 nghiệm $x = 3$.

Với $m \neq 0 \Rightarrow \Delta = -12m + 1$.

$\Delta < 0 \Leftrightarrow m > \frac{1}{12}$: Phương trình vô nghiệm.

$\Delta = 0 \Leftrightarrow m = \frac{1}{12}$: Phương trình có nghiệm kép $x_1 = x_2 = \frac{1}{2m}$.

$\Delta > 0 \Leftrightarrow m < \frac{1}{12}$: Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-12m}}{2m}$.

Bài 5. Chứng minh rằng với mọi giá trị của m thì phương trình sau luôn có nghiệm.

a) $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$.

b) $x^2 - 2mx + (m-1) = 0$.

Lời giải.

a) $x^2 - (m+2)x + 2m = 0$. Có $\Delta = (m-2)^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên với mọi giá trị của m thì phương trình sau luôn có nghiệm

b) $x^2 - 2mx + (m-1) = 0$. Có $\Delta = (2m-1)^2 + 3 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ nên với mọi giá trị của m thì phương trình sau luôn có nghiệm

--- HẾT ---