UBND HUYỆN KIM THÀNH ĐỀ KIỂM TRA ĐỘI TUYỂN HỌC SINH GIỎI

TRƯỜNG THCS CỘNG HÒA MÔN TOÁN – LỚP 9

NĂM HỌC 2022 – 2023

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Thời gian làm bài: 120 phút

(Đề thi gồm 1 trang)

Câu 1. (2,0 điểm)

1. Rút gọn biểu thức  với 
2. Cho ba số a, b, c thỏa mãn 

Tính giá trị của biểu thức 

Câu 2. (3 điểm)

1. Giải phương trình: 
2. Giải hệ phương trình: 

Câu 3. (2,0 điểm)

1. Tìm các nghiệm nguyên của phương trình: 
2. Tìm tất cả các số nguyên tố p để  và  cũng là số nguyên tố

Câu 4. (3 điểm)

1. Cho tam giác nhọn ABC có 3 đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H. Trên các đoạn thẳng HA, HB, HC lần lượt lấy các điểm M, N, P sao cho 
2. Chứng minh tam giác ANP cân.
3. Gọi S,S,,S, lần lượt là diện tích các tam giác MBC, ABC và HBC. Chứng minh rằng: 
4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Tia phân giác của góc BAH cắt BH ở D. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Gọi E là giao điểm của MD và AH. Chứng minh

rằng: AD//CE.

Câu 5 (1,0 điểm).

Cho a,b,c là các số thực dương thỏa mãn . Chứng minh rằng: 

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Câu | Ý | Nội dung | Điểm |
| 1 | 1 |  | 0,5  0,25  0,25  0,25 |
| 2 | Từ (1) thay vào (2) được: | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,25 |
| 2 | 1 | Điều kiện:  PT: | 0,25 |
|  | 0,25 |
|  | 0,5 |
| 2 |  |  |
| Giải hệ PT: | 0,25 |
| Giải hệ PT: | 0,25 |
| 4 | 1 | CM: tam giác ABE đồng dạng với tam giác ACF (g-g) suy ra được: AC.AE=AB.AF (3) | 0.25 |
| Từ (1), (2), (3) suy ra suy ra AN=AP suy ra tam giác ANP cân tại A | 0,25 |
| b) Xét tam giác MBC vuông tại M có MD là đường cao nên | 0,25 |
| CM: tam giác BHD đồng dạng tam giác ACD suy ra:  Từ (4) và (5) suy ra | 0,25 |
| Ta có:  Suy ra | 0,25 |
| Suy ra |  |
| 2 |  |  |
| Gọi N là điểm đối xứng của D qua M  Khi đó ADBN là hình bình hành suy ra BD = AN; DH//NA  Xét tam giác EAN có: DH//AN nên | 0,25 |
| Xét tam giác ABH, AD là phân giác suy ra  CM: tam giác HAB đồng dạng HCA suy ra | 0,25 |
| CM tam giác CAD cân tại C suy ra CA = CD | 0,25 |
|  | Suy ra tam giác HEC đồng dạng tam giác HAD | 0,25 |
| 5 |  | Chứng minh bất đẳng thức phụ  với là các số dương. Dấu “ =” khi  Áp dụng BĐT (\*) |  |
| Từ (1); (2); (3)  Mặt khác chứng minh được:  Do đó Dấu “=” xảy ra khi |  |