|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****HẢI DƯƠNG****ĐỀ CHÍNH THỨC**  | **KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT** **NĂM HỌC 2023-2024****Môn thi: TOÁN** *Thời gian làm bài : 120 phút*  |

**Câu 1 ( 2,0 điểm)**

1. Giải phương trình: $\frac{2x+1}{5}=\frac{5-x}{3}$

2. Giải hệ phương trình:

**Câu 2 (2,0 điểm)**

1. Rút gọn biểu thức:$ A=\sqrt{x}(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$ với x > 0, $x\ne 1$

2. Cho đường thẳng $ (d):y=ax+b$.Tìm a và b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $ (d'):y=5x+3 $và đi qua điểm A(1;3).

**Câu 3 (2,0 điểm)**

1. Một đội công nhân phải trồng 96 cây xanh. Đội dự định chia đều số cây cho mỗi công nhân nhưng khi chuẩn bị trồng thì có 4 công nhân được điều đi làm việc khác nên mỗi công nhân còn lại phải trồng thêm 4 cây. Hỏi lúc đầu đội công nhân có bao nhiêu người ?

2. Cho parabol $(P):y=x^{2}$ và đường thẳng$(d):y=3x+m$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x\_{1},x\_{2}$ thoả mãn $x\_{1}+2x\_{2}=m+3$

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Cho tam giác có ba góc nhọn và các đường cao AF,BD,CE cắt nhau tại H .

1. Chứng minh rằng: $\hat{DAH}$= $\hat{DEH}$.

2. Gọi O và M lần lượt là trung điểm của BC và AH . Chứng minh rằng: tứ giác MDOE nội tiếp.

3. Gọi K là giao điểm của AH và DE. Chứng minh rằng: $AH^{2} = 2MK(AF+HF).$

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cho a,b,c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$a²+b²+c²+2abc+1 \geq 2(ab+bc+ca)$$

**HƯỚNG DẪN CHẤM**

**Câu 1 (2,0 điểm)**

Cách giải:

1. Giải phương trình: $\frac{2x+1}{5}=\frac{5-x}{3}$

Ta có: $\frac{2x+1}{5}=\frac{5-x}{3}$

$$⇔3(2x+1)=5(5-x)$$

$$⇔6x+3=25-5x$$

$$⇔6x+5x=25-3$$

$$⇔11x=22$$

$$⇔x=2$$

Vậy tập nghiệm của phương trinh là S = {2}.

2. Giải hệ phương trình



Vậy hệ phương trình có nghiệm duy nhất (x,y)=(1;2).

**Câu 2 (2,0 điểm)**

Cách giải:

1. Rút gọn biểu thức $ A=\sqrt{x}(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$ với x > 0, $x\ne 1$

Với x > 0, $x\ne 1$, ta có:

$ A=\sqrt{x}(\frac{1}{x-\sqrt{x}}+\frac{1}{\sqrt{x}-1}) : \frac{\sqrt{x}+1}{x-2\sqrt{x}+1}$ với x > 0, $x\ne 1$

$$⇔ A=\sqrt{x}.\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} : \frac{\sqrt{x}+1}{(\sqrt{x}-1)^{2}}$$

$$⇔ A=\sqrt{x}.\frac{1+\sqrt{x}}{\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} . \frac{ (\sqrt{x}-1)^{2}}{\sqrt{x}+1}$$

$$A = \sqrt{x}-1$$

$$Vậy với x > 0, x \ne 1 thì A = \sqrt{x}-1$$

2. Cho đường thẳng $ (d):y=ax+b$.Tìm a và b để đường thẳng (d) song song với đường thẳng $ (d'):y=5x+3 $và đi qua điểm A(1;3)

Để (d) / /(d') $⇒$ $\{\frac{a = 5}{b \ne 3}$

$⇒Phương trình đường thẳng (d) có dạng (d): y=5x+b$.

$$Vì A(1;3) ϵ (d)= Thay x = 1 và y = 3 vào phương trình đường thẳng (d) ta có: 3=5.1+b ⇔b=-2 (tm)$$

$$Vậy a=5, b=–2.$$

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. Một đội công nhân phải trồng 96 cây xanh. Đội dự định chia đều số cây cho mỗi công nhân nhưng khi chuẩn bị trồng thì có 4 công nhân được điều đi làm việc khác nên mỗi công nhân còn lại phải trồng thêm 4 cây. Hỏi lúc đầu đội công nhân có bao nhiêu người?

$$Gọi số công nhân của đội đó lúc đầu là x (công nhân, x ϵ N,x > 4)$$

Số cây lúc đầu mỗi công nhân phải trồng là: $\frac{96}{x}$ (cây)

Sau khi có 4 công nhân chuyển đi thì số công nhân còn lại là: $x -4 $(công nhân)

Khi đó số cây mỗi công nhân phải trồng là: $\frac{96}{x - 4}$

Vì sau khi có 4 công nhân chuyển đi thì mỗi công nhân phải trồng thêm nên ta có:

$\frac{96}{x - 4}$ $-$ $\frac{96}{x}$ = 4

$⇔$ $\frac{96x}{x(x-4)}-\frac{96(x-4)}{x(x-4)}=\frac{4x(x-4)}{x(x-4)}$

$⇔$ $96x-96(x-4)=4x(x-4)$

$⇔$ $96x-96x+384=4x^{2}-16x$

$⇔$ $4x^{2}-16x-384=0$

$⇔$ $x^{2}-4x-96=0$

$⇔$ $x^{2}-12x+8x-96=0$

$$⇔x(x-12)+8(x-12)=0$$

$⇔$ $(x+8)(x-12)=0$

$⇔$ $\{\frac{x+8=0}{x-12=0}$ $⇔$ $\{\frac{x=-8 (KTM)}{x=12(TM)}$

Vậy lúc đầu đội công nhân có 12 người

 2. Cho parabol $(P):y=x^{2}$ và đường thẳng$(d):y=3x+m$. Tìm m để đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ $x\_{1},x\_{2}$ thoả mãn $x\_{1}+2x\_{2}=m+3$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) ta có

$x^{2}=3x+m$ $⇔x^{2}-3x-m=0$ (1)

Ta có $Δ=3^{2}-4.1.(-m)=9+4m$

Đường thẳng (d) cắt parabol (P) tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) hai nghiệm phân biệt, tức là $Δ>0⇔ 9+4m >0 ⇔ 4m>-9 ⇔m>\frac{-9}{4}$

Khi đó, theo hệ thức Vi-et ta có: $\{\frac{x\_{1}+x\_{2}=3}{x\_{1}x\_{2}=-m (2)}$

Xét hệ phương trình $\{\frac{x\_{1}+x\_{2}=3}{x\_{1}+2x\_{2}=m+3 }$ $⇔$ $\{\frac{x\_{1}=3-x\_{2}}{x\_{2}=m }$ $⇔$ $\{\frac{x\_{1}=3-m}{x\_{2}=m }$

Thay $x\_{1}$ và $x\_{2}$ vào (2) ta được: $m(3-m)=-m$

 $⇔$ $3m-m^{2}=-m$

 $⇔$ $m^{2}-4m=0$

 $⇔$ $m(m^{}-4)=0$

 $⇔$ $\{\frac{m=0}{m-4=0}$ $⇔$ $\{\frac{m=0 (TM)}{m=4 (TM)}$

**Câu 4 (3,0 điểm)**

Cho tam giác có ba góc nhọn và các đường cao AF,BD,CE cắt nhau tại H .



1. Chứng minh rằng: $\hat{DAH}$= $\hat{DEH}$.

Do BD, CE là các đường cao của tam giác ABC nên $∠$ADH = $∠$AEH =$90°$

Xét tứ giác ADHE có $∠$ADH + $∠$AEH =90° + 90° =180°

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện nên tứ giác ADHE nội tiếp (dhnb)

$⇒$ $∠$DAH = $∠$DEH (hai góc nội tiếp cùng chắn cung DH) (đpcm)

2. Gọi O và M lần lượt là trung điểm của BC và AH . Chứng minh rằng: tứ giác MDOE nội tiếp

Do tứ giác ADHE nội tiếp (cmt) mà $∠$ADH =90° nên AH là đường kính

Do M là trung điểm đường kính AH nên M là tâm đường tròn đi qua A, E, H, D

$⇒$ $∠$EMD=2$∠$EAD (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung ED)

(1)

Xét tứ giác BEDC có $∠$BDC = $∠$BED =90° (do BD, CE là đường cao)

Mà E, D là 2 đỉnh kề nhau cùng nhìn BC dưới 2 góc bằng nhau nên B,E,D,C cùng thuộc đường tròn đường kính BC

Mà O là trung điểm BC nên O là tâm đường tròn đi qua B, E, D, C

= $∠$EOD=2$∠$ECD (góc ở tâm và góc nội tiếp cùng chắn cung ED) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $∠$EMD+$∠$EOD = 2($∠$EAD+ $∠$ECD)

= 2(180° - $∠$AEC) = 2(180°- 90°) = 2 . 90° = 180°

Mà 2 góc này ở vị trí đối diện của tứ gics MEOD

$⇒$ MEOD là tử giác nội tiếp (dhnb)

3. Gọi K là giao điểm của AH và DE. Chứng minh rằng: $AH ^{2}=2MK(AF+HF)$.

Do M là trung điểm AH nên AH = 2HM

Ta có AF + HF = AH + HF + HF = AH + 2HF = 2MH + 2HF = 2 (MH + HF) = 2MF

 ⇒2MK.(AF+HF) = 2 MK.2 MF = 4MK.MF (3)

Do M là tâm đường tròn đi qua A, E, H, D nên MD=ME= MA

$⇒Δ$MAD cân tại M = $∠$MDA= $∠$MAD

Tương tự OD = OB = OC = $Δ$ODC cân tại O $⇒$ $∠$ODC = $∠$DCO

Ta có $∠$ADM + $∠$MDO + $∠$ODC = 180° (các góc bù nhau)

$⇒$ $∠$MDO = 180° – ($∠$MDA + $∠$ODC) = 180° - ($∠$EAD + $∠$ECA ) = 180° – 90° = 90° ($ΔAEC$ vuông tại E)

Mà MEOD là tứ giác nội tiếp (cmt) nên M, E, O, D cùng thuộc đường tròn đường kính MỎ

Lại có $∠$MFO = 90° (gt) $⇒$ E thuộc đường tròn đường kính MO

Xét $Δ$MDK và $Δ$MDF có:

$∠$DMF chung

$∠$MDK = $∠$DFM (2 góc nội tiếp chắn 2 cung MD = ME)

⇒ $∠$MKD - $∠$MDF (g.g) => $\frac{MK }{MD} = \frac{MD}{MF} ⇔MD^{2}=MK MF$ (4)

Mà MD = MH = MA = $\frac{1}{2} $AH (đường tròn tâm M, đường kính AH, cmt)

⇒ AH² = 4MD² (5)

$$Từ (3) (4) (5) suy ra AH = 4MD^{2}= 4MK.MF =2MK.(AF+HF)$$

Hay $AH^{2}= 2MK.(AF+HF)$ (đpcm)

**Câu 5 (1,0 điểm)**

Cách giải:

Cho a, b, c là các số thực dương. Chứng minh rằng:

$$a²+b²+c²+2abc+1 \geq 2(ab+bc+ca)$$

Dễ thấy đẳng thức xảy ra khi a = b = c = 1, khi đó a − 1, b− 1, c − 1 cùng bằng 0.

Theo nguyên lí Direchlet, trong 3 số a − 1, b − 1, c − 1 luôn tồn tại hai số cùng dấu.

Giả sử a – 1 và b – 1 cùng dấu

⇒ $(a-1)(b-1) \geq 20$

⇒ $c (a-1)(b-1) \geq 20$

$⇔$ $c(ab-a-b+1) \geq 20$

$⇔$ $abc-ac-bc+c \geq 20$

Khi đó ta có:

$$a²+b²+c²+2abc+1=(a-b) ^{2}+(1-c)^{2}+2(abc-ac-bc$$

$+c+2(ab+bc+ca) $

Ta có: 



Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi a = b =c = 1