

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = -\frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = 3x + 4$.

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm).

Chứng minh phương trình: $2x^2 - 5x + 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - x_1x_2$

Câu 3. (1 điểm). Công thức YMCA dùng để đo lường “mỡ thừa” trong cơ thể dựa vào cân nặng và số đo vòng 2 như sau: $\frac{a + 4,15.m - 0,082.n}{n}$

Trong đó: Hệ số $a = -98,42$ nếu là nam và $a = -76,76$ nếu là nữ; m là số đo vòng 2 tính bằng inch, n là cân nặng tính bằng pound. ($1inch = 2,54cm$; $1kg = 2,2pound$)

Bảng phân loại đánh giá lượng “mỡ thừa” trong cơ thể

Xếp loại	Nữ (% chất béo)	Nam (% chất béo)
Tối thiểu	10% – 13%	2% – 5%
Ít mỡ	14% – 20%	6% – 13%
Bình thường	21% – 24%	14% – 17%
Thừa cân	25% – 31%	18% – 25%
Béo phì	32%+	26%+

- a) Anh Hoàng có số đo vòng 2 là $78cm$, nặng $74kg$. Dựa vào cách tính trên hãy đánh giá lượng “mỡ thừa” trong cơ thể của anh Hoàng.
b) Chị Hoa cân nặng $60kg$. Chị Hoa nên có số đo vòng 2 bao nhiêu để % chất béo chỉ từ 21% đến 24%.

Câu 4. (0,75 điểm). Qua nghiên cứu người ta nhận thấy rằng với mỗi người trung bình nhiệt độ môi trường giảm đi $1^\circ C$ thì lượng calo cần tăng thêm khoảng 30 calo. Tại $21^\circ C$, một người làm việc cần sử dụng khoảng 3000 calo mỗi ngày. Người ta thấy mối quan hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$ (x : đại lượng biểu thị cho nhiệt độ môi trường và y : đại lượng biểu thị cho lượng calo).

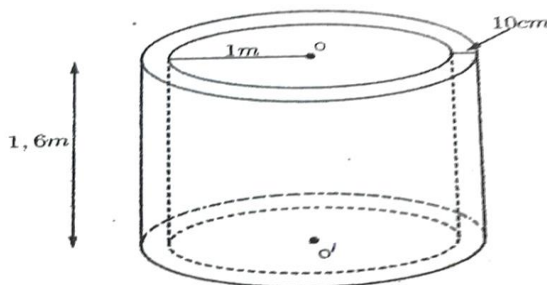
a) Xác định hệ số a, b .

b) Nếu một người làm việc ở sa mạc Sahara trong nhiệt độ 50°C thì cần bao nhiêu calo?

Câu 5. (1 điểm). Một người có 100 triệu đồng muốn gửi vào ngân hàng A có hai lựa chọn: Người gửi có thể nhận lãi suất $5\%/năm$ và 2000000 đồng tiền thưởng nếu gửi bằng tiền Việt Nam hoặc lãi suất $2\%/năm$ nếu gửi bằng đồng đô la Mỹ. Nếu giá đô la ở thời điểm gửi vào và lấy ra sau cùng một năm lần lượt là: 21500 đồng/đô la và 21800 đồng/đô la. Nếu người đó gửi có kỳ hạn một năm thì nên chọn giải pháp nào có lợi hơn (tính theo tiền đồng Việt Nam).

(Làm tròn đến hàng trăm nghìn)

Câu 6. (1 điểm). Để làm cống thoát nước cho một khu vực dân cư người ta cần đúc 500 ống cống bê tông hình trụ có đường kính trong là 2 m và chiều dài mỗi ống là $1,6\text{ m}$, độ dày thành ống là 10 cm . Hỏi các công nhân phải chuẩn bị bao nhiêu bao xi măng để làm đủ số ống nói trên ?. Biết mỗi mét khối bê tông cần 7 bao xi măng.



Câu 7. (1 điểm). Vào ngày lễ “Black Friday”, cửa hàng đồng loạt giảm giá toàn bộ sản phẩm trong cửa hàng. Một áo thể thao giảm 10% , một quần thể thao giảm 20% , một đôi giày thể thao giảm 30% . Đặc biệt nếu mua đủ bộ bao gồm 1 quần, 1 áo, 1 đôi giày thì sẽ được giảm tiếp (tính theo giá trị của 3 mặt hàng trên sau khi giảm giá). Bạn An vào cửa hàng mua 3 áo giá 300000 VNĐ/cái, 2 quần giá 250000/cái, 1 đôi giày giá 500000 VNĐ/ đôi (giá trên là giá chưa giảm). Vậy số tiền bạn An phải trả là bao nhiêu?

Câu 8. (3 điểm) Cho $\triangle ABC$ ($AB < AC$) nhọn nội tiếp (O) có AH là đường cao và I là tâm đường tròn nội tiếp $\triangle ABC$. Gọi T, D lần lượt là giao điểm của AI với BC và (O) .

a) Chứng minh: OD vuông góc với BC và tam giác IBD cân.

b) Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với AD , cắt AH và BC lần lượt tại P, R . Chứng minh: $IP \perp IR$.

c) Vẽ $IK \perp BC$ tại K, DK cắt AH tại S . Chứng minh: tứ giác $SIDP$ nội tiếp.

---HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $(P): y = -\frac{x^2}{2}$ và đường thẳng $(d): y = 3x + 4$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

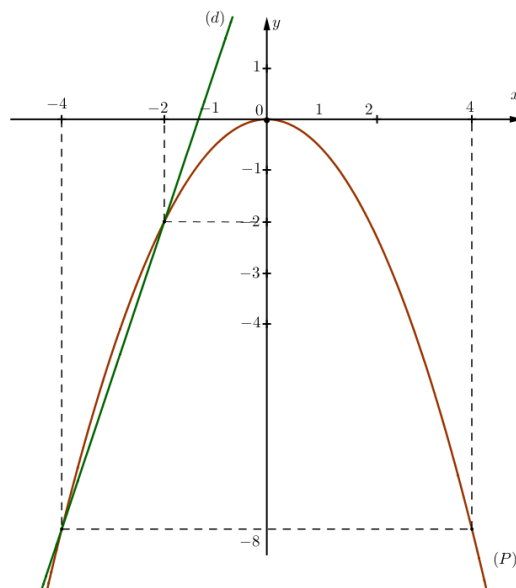
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

a) BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = -\frac{x^2}{2}$	-2	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2

x	0	1
$y = 3x + 4$	4	7



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$-\frac{x^2}{2} = 3x + 4$$

$$\Leftrightarrow -\frac{x^2}{2} - 3x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Thay $x = -2$ vào $y = -\frac{x^2}{2}$, ta được: $y = -2$.

Thay $x = -4$ vào $y = -\frac{x^2}{2}$, ta được: $y = -8$.

Vậy $(-2; -2)$, $(-4; -8)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm)

- Chứng minh phương trình: $2x^2 - 5x + 1 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 .

b) Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - x_1x_2$

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4.2.1 = 17 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = \frac{5}{2} \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{Ta có: } A = \frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} - x_1x_2$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1x_2} - x_1x_2$$

$$A = \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2}{x_1x_2} - x_1x_2$$

$$A = \frac{\left(\frac{5}{2}\right)^2 - 2 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}$$

$$A = 10$$

Câu 3. (1 điểm). Công thức YMCA dùng để đo lượng “mỡ thừa” trong cơ thể dựa vào cân nặng và số đo vòng 2 như sau: $\frac{a + 4,15.m - 0,082.n}{n}$

Trong đó: Hệ số $a = -98,42$ nếu là nam và $a = -76,76$ nếu là nữ; m là số đo vòng 2 tính bằng inch, n là cân nặng tính bằng pound. (1inch = 2,54cm; 1 kg = 2,2 pound)

Bảng phân loại đánh giá lượng “mỡ thừa” trong cơ thể

Xếp loại	Nữ (% chất béo)	Nam (% chất béo)
Tối thiểu	10% - 13%	2% - 5%
Ít mỡ	14% - 20%	6% - 13%
Bình thường	21% - 24%	14% - 17%
Thừa cân	25% - 31%	18% - 25%
Béo phì	32%+	26%+

Lời giải

a) Anh Hoàng có số đo vòng 2 là 78cm, nặng 74kg. Dựa vào cách tính trên hãy đánh giá lượng “mỡ thừa” trong cơ thể của anh Hoàng.

Đổi đơn vị: $78\text{ cm} = \frac{3900}{127}\text{ inch}$; $74\text{ kg} = 162,8\text{ pound}$.

Lượng mỡ thừa trong cơ thể anh Hoàng là:

$$\frac{a + 4,15.m - 0,082.n}{n} = \frac{-98,42 + 4,15 \cdot \frac{3900}{127} - 0,082 \cdot 162,8}{162,8} \approx 0,1 \approx 10\%$$

Vậy anh Hoàng thuộc loại ít mỡ.

b) Chị Hoa cân nặng 60kg. Chị Hoa nên có số đo vòng 2 bao nhiêu để % chất béo chỉ từ 21% đến 24%.

Đổi đơn vị: $60\text{ kg} = 132\text{ pound}$;

Lượng mỡ thừa trong cơ thể chị Hoa là:

$$21\% \leq \frac{a + 4,15.m - 0,082.n}{n} \leq 24\%$$

$$\Leftrightarrow 0,21 \leq \frac{-76,76 + 4,15.m - 0,082 \cdot 132}{132} \leq 0,24$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4,15.m \leq 119,264 \\ 115,304 \leq 4,15.m \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 27,784 \leq m \leq 28,738(\text{inch})$$

$$\Leftrightarrow 70,572 \leq m \leq 72,995(\text{cm})$$

Câu 4. (0,75 điểm). Qua nghiên cứu người ta nhận thấy rằng với mỗi người trung bình nhiệt độ môi trường giảm đi 1°C thì lượng calo cần tăng thêm khoảng 30 calo. Tại 21°C , một người làm việc cần sử dụng khoảng 3000 calo mỗi ngày. Người ta thấy mối quan hệ giữa hai đại lượng này là một hàm số bậc nhất $y = ax + b$ (x: đại lượng biểu thị cho nhiệt độ môi trường và y: đại lượng biểu thị cho lượng calo).

a) Xác định hệ số a, b.

b) Nếu một người làm việc ở sa mạc Sahara trong nhiệt độ 50°C thì cần bao nhiêu calo?

Lời giải

a) Theo đề bài:

Tại 21°C , một người làm việc cần sử dụng khoảng 3000 calo mỗi ngày, thay vào hàm số $y = ax + b$ ta có: $21a + b = 3000$ 1

Nhiệt độ môi trường giảm đi 1°C thì lượng calo cần tăng thêm khoảng 30 calo, ta có:

$$20a + b = 3030$$
 2

Từ 1, 2 ta có hpt:

$$\begin{cases} 21a + b = 3000 \\ 20a + b = 3030 \end{cases}$$

Giải hpt ta có: $a = -30$; $b = 3630$

b). Nếu người đó ở sa mạc Sahara trong nhiệt độ $50^{\circ}C$ thì người đó cần năng lượng là:

$$y = -30.50 + 3630 = 2130 \text{ calo}$$

Câu 5. (1 điểm) Một người có 100 triệu đồng muốn gửi vào ngân hàng A có hai lựa chọn: Người gửi có thể nhận lãi suất 5%/năm và 2 000 000 đồng tiền thưởng nếu gửi bằng tiền Việt Nam hoặc lãi suất 2%/năm nếu gửi bằng đồng đô la Mỹ. Nếu giá đô la ở thời điểm gửi vào và lấy ra sau cùng một năm lần lượt là: 21 500 đồng/đô la và 21 800 đồng/đô la. Nếu người đó gửi có kỳ hạn một năm thì nên chọn giải pháp nào có lợi hơn (tính theo tiền đồng Việt Nam).

(Làm tròn đến hàng trăm nghìn)

Lời giải

Đổi 100 (triệu đồng) = 4651 (đô la)

Với lãi suất 2%/năm ta được: $4651 \cdot (1 + 2\%) = 4744$ (đô la)

Đổi ra tiền Việt ở thời điểm lấy ra, ta được:

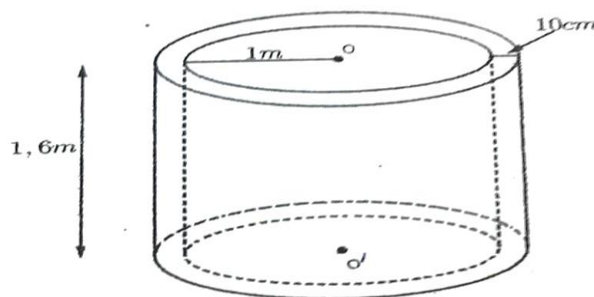
$$4744 \cdot 21\,800 = 103\,400\,000 \text{ (đồng)}$$

Nếu gửi bằng tiền Việt Nam, ta được:

$$100\,000\,000 \cdot 105\% + 2\,000\,000 = 107\,000\,000 \text{ (đồng)}.$$

Như vậy, gửi bằng tiền Việt Nam sẽ có lợi hơn (giải thích)

Câu 6. (1 điểm) Để làm cống thoát nước cho một khu vực dân cư người ta cần đúc 500 ống cống bê tông hình trụ có đường kính trong là 2 m và chiều dài mỗi ống là 1,6 m, độ dày thành ống là 10 cm. Hỏi các công nhân phải chuẩn bị bao nhiêu bao xi măng để làm đủ số ống nói trên ?. Biết mỗi mét khối bê tông cần 7 bao xi măng.



Lời giải

Đổi $10\text{cm} = 0,1\text{m}$. Bán kính trong $R' = 1\text{m}$

Bán kính ngoài : $R = 0,1 + 1 = 1,1 \text{ m}$

Lượng bê tông cần dùng cho một ống cống hình trụ là :

$$V = \pi R^2 h - \pi R'^2 h = \pi h (R^2 - R'^2) = \pi \cdot 1,6 \cdot (1,1^2 - 1^2) = 0,336\pi \text{ (m}^3\text{)}$$

Lượng bê tông cần dùng cho 500 ống cống là: $500 \cdot 0,336\pi = 168\pi \text{ (m}^3\text{)}$

Số bao xi măng để làm đủ số ống cống trên là : $168\pi \cdot 7 \approx 3695 \text{ (bao)}$

Câu 7. (1 điểm)). Vào ngày lễ “Black Friday”, cửa hàng đồng loạt giảm giá toàn bộ sản phẩm trong cửa hàng. Một áo thể thao giảm 10%, một quần thể thao giảm 20%, một đôi giày thể thao giảm 30% . Đặc biệt nếu mua đủ bộ bao gồm 1 quần, 1 áo, 1 đôi giày thì sẽ được giảm tiếp (tính theo giá trị của 3 mặt hàng trên sau khi giảm giá). Bạn An vào cửa hàng mua 3 áo giá 300 000 VNĐ/cái, 2 quần giá 250 000 /cái, 1 đôi giày giá 500 000 VNĐ/ đôi (giá trên là giá chưa giảm). Vậy số tiền bạn An phải trả là bao nhiêu?

Lời giải

Số tiền bạn An phải trả khi mua 3 áo là :

$$3 \cdot 300000 \cdot 90\% = 810000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bạn An phải trả khi mua 2 quần là :

$$2 \cdot 250000 \cdot 80\% = 400000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bạn An phải trả khi mua 1 đôi giày là :

$$500000 \cdot 70\% = 350000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bạn An được giảm khi mua đủ bộ là :

$$(810000 : 3 + 400000 : 2 + 350000) \cdot 5\% = 41000 \text{ (đồng)}$$

Vậy, số tiền bạn An phải trả là :

$$810000 + 400000 + 350000 - 41000 = 1519000 \text{ (đồng)}$$

Câu 8. (3 điểm)

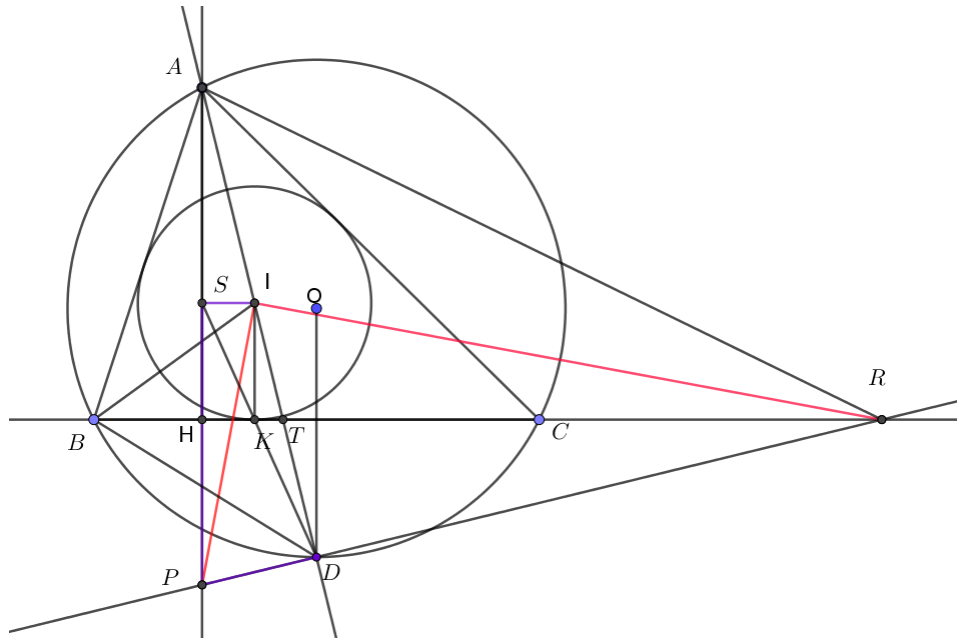
Cho ΔABC ($AB < AC$) nhọn nội tiếp (O) có AH là đường cao và I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC . Gọi T, D lần lượt là giao điểm của AI với BC và (O).

a) Chứng minh: OD vuông góc với BC và tam giác IBD cân.

b) Qua D vẽ đường thẳng vuông góc với AD, cắt AH và BC lần lượt tại P, R. Chứng minh rằng: IP vuông góc IR.

c) Vẽ $IK \perp BC$ tại K, DK cắt AH tại S. Chứng minh: tứ giác SIDP nội tiếp.

Lời giải



a) * C/m: $OD \perp BC$

I là tâm đường tròn nội tiếp ΔABC

nên AD là tia phân giác BAC

$\Rightarrow D$ là điểm chính giữa BC

$\Rightarrow OD \perp BC$

* C/m: ΔDBI cân tại D.

$$\begin{cases} BID = ABI + BAI \\ ABI = IBC \\ BAI = \frac{1}{2} \text{sd} BD = \frac{1}{2} \text{sd} BD = DBC \end{cases} \quad (BI \text{ là phân giác } ABC)$$

$\Rightarrow BID = IBC + DBC = IB D$

$\Rightarrow \Delta BID$ cân tại D

b) C/m: $IP \perp IR$.

- Dễ dàng chứng minh được: $\Delta DBT \sim \Delta DAB (g - g)$

$$\Rightarrow DB^2 = DT.DA$$

$$\Rightarrow DI^2 = DT.DA (\Delta BID \text{ cân tại } D) \quad 1$$

- Chứng minh dễ dàng: Tứ giác $AHDR$ nội tiếp

$$\Rightarrow PAD = PRT$$

$$\Rightarrow \Delta DRT \sim \Delta DAP (g - g)$$

$$\Rightarrow DT.DA = DP.DR \quad 2$$

Từ 1, 2 ta có: $DI^2 = DP.DR$

$$\Rightarrow \Delta DIP \sim \Delta DRI (g - g)$$

$$\begin{cases} \Rightarrow IPD = DIR \\ IPD + DIP = 90^\circ (\Delta IDP \text{ vuông tại } D) \end{cases}$$

$$\Rightarrow DIR + DIP = 90^\circ \text{ hay } IP \perp IR \text{ (đpcm)}$$

- c) Ta có: $PSD = IKS$ (hai góc so le trong)
 $IKS = DRI$ (tứ giác $IKDR$ nội tiếp)
 $DRI = DIP$ (cùng phụ IPR)

Suy ra: $PSD = DIP$

Suy ra: tứ giác $SIDP$ là tứ giác nội tiếp.