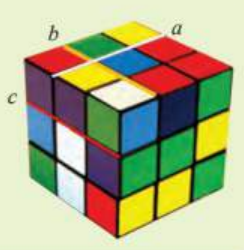
# **CHƯƠNG VIII: QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN**

# **BÀI 1. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC**

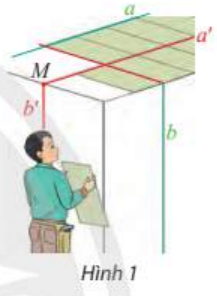
## **A. KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM**



Ta đã biết cách xác định góc giữa hai đường thẳng cùng thuộc một mặt phẳng. Có góc giữa hai đường thẳng chéo nhau không? Nếu có, làm thế nào để xác định?

**1. Góc giữa hai đường thẳng trong không gian**

 Cho hai đường thẳng chéo nhau  và  trong không gian. Qua một điểm  tuỳ ý vẽ  và vẽ . Khi thay đổi vị trí của điểm , có nhận xét gì về góc giữa  và ?



**Góc giữa hai đường thẳng **, trong không gian, kí hiệu , là góc giữa hai đường thẳng  và  cùng đi qua một điểm và lần lượt song song hoặc trùng với  và .

**Chú ý:**

a) Để xác định góc giữa hai đường thẳng ****, ta có thể lấy một điểm  nằm trên một trong hai đường thẳng đó và vẽ đường thẳng song song với đường thẳng còn lại.

b) Góc giữa hai đường thẳng nhận giá trị từ  đến .

**Ví dụ 1.** Cho hình hộp  có 6 mặt đều là hình vuông và , , ,  lần lượt là trung điểm các cạnh , , , . Tính góc giữa các cặp đường thẳng:

a)  và ;

b)  và .

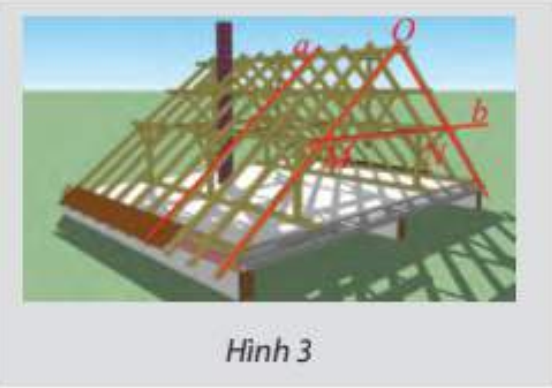
 Cho hình hộp  có 6 mặt đều là hình vuông , , ,  lần lượt là trung điểm các cạnh , , , . Tính góc giữa các cặp đường thẳng:

a)  và ;

b)  và ;

c)  và .

 Khung của một mái nhà được ghép bởi các thanh gỗ như Hình 3. Cho biết tam giác  vuông cân tại . Tính góc giữa hai thanh gỗ  và .



**2. Hai đường thẳng vuông góc trong không gian**

 Cho hình hộp  có 6 mặt đều là hình vuông. Nêu nhận xét về góc giữa các cặp đường thẳng:

a)  và ; b)  và .

a) là hình vuông nên góc giữa là .

b) Vì nên góc giữa là góc giữa và bằng .

***Định nghĩa***

 Hai đường thẳng ,  được gọi là vuông góc với nhau nếu góc giữa chúng bằng .

Hai đường thẳng ,  vuông góc được kí hiệu là  hoặc .

***Ví dụ 2.*** Cho hình hộp  có 6 mặt đều là hình vuông. Chứng minh rằng , .

 Cho hình hộp  có 6 mặt đều là hình vuông.

a) Tìm các đường thẳng đi qua hai đỉnh của hình lập phương và vuông góc với .

b) Trong các đường thẳng tìm được ở câu , tìm đường thẳng chéo với .

***Chú ý:***

a) Hai đường thẳng vuông góc có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

b) Cho hai đường thẳng song song, đường thẳng nào vuông góc với đường này thì cũng vuông góc với đường kia.

c) Trong không gian, khi có hai đường thẳng phân biệt ,  cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba  thì ta chưa kết luận được  như trong hình học phẳng.

Hình bên mô tả một người thợ đang ốp gạch vào tường có sử dụng thước laser để kẻ vạch. Tìm các đường thẳng vuông góc với đường thẳng  trong Hình 4.



,...

## **B. PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP**

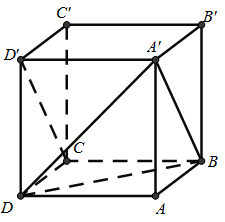
## **Dạng 1. Tính góc giữa hai đường thẳngHu**

### **1. Phương pháp**

* Lấy điểm O tùy ý ( ta có thể lấy điểm O thuộc một trong hai đường thẳng), qua đó vẽ các đường thẳng lần lượt song song (hoặc trùng) với hai đường thẳng đã cho.
* Tính một góc trong các góc được tạo bởi giữa hai đường thẳng cắt nhau tại O.
* Nếu góc đó nhọn thì đó là góc cần tìm, nếu góc đó tù thì góc cần tính là góc bù với góc đã tính.

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1:** Cho tứ diện đều ABCD. Gọi I là trung điểm của BC. Tính côsin của góc tạo bởi hai đường thẳng DI và AB. **Ví dụ 2:** Cho hình lập phương ABCD.A’B’C’D’. Xác định Góc tạo bởi hai đường thẳng BD và CD’.

****

Do  nên góc giữa BD và CD’ là góc giữa BD và BA’

Mà  là tam giác đều nên góc giữa BD và BA’ là 

Vậy góc giữa BD và CD’ là 

**Ví dụ 3:** Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh BC và AD. Cho biết  và . Xác định góc tạo bởi hai đường thẳng AB và CD

**Ví dụ 4.** Cho hình lập phương cạnh . Gọi  lần lượt là trung điểm các cạnh . Xác định góc giữa hai đường thẳng và .

**Ví dụ 5.** Cho hình chóp  có tất cả các cạnh đều bằng . Gọi lần lượt là trung điểm của . Tính số đo của góc hợp bởi  và .

## **Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian**

### **1. Phương pháp**

**Cách 1:** Dùng định nghĩa: 

**Cách 2**: Dùng định lí: 

### **2. Các ví dụ rèn luyện kĩ năng**

**Ví dụ 1.** Cho hình chóp  có , . Chứng minh  vuông góc với .

**Ví dụ 2.** Cho hình hộp  có sáu mặt đều là các hình vuông. Gọi ,  lần lượt là trung điểm của  và .

1. Chứng minh: , .
2. Tính góc giữa  và .

**Ví dụ 3:** Cho hình chóp  có  và .

Chứng minh rằng ,  và .

## **C. GIẢI BÀI TẬP SÁCH GIÁO KHOA**

**Bài 1.** Cho hình chóp có đáy là hình thoi cạnh . Cho biết , và. Tính góc giữa  và,  và.

**Bài 2.** Cho tứ diện đều . Chứng minh rằng .

**Bài 3.** Cho hình chóp  có , , . Cho  và  lần lượt là trung điểm của  và . Chứng minh rằng  và .

**Bài 4.** Cho tứ diện đều  cạnh . Gọi  là trung điểm của . Tính góc giữa hai đường thẳng  và .

**Bài 5.** Cho tứ diện . Gọi ,  lần lượt là trung điểm của  và . Biết  và . Tính góc giữa  và .

**Bài 6.** Một ô che nắng có viền khung hình lục giác đều  song song với mặt bàn và có cạnh  song song với cạnh bàn  (Hình 5). Tính số đo góc hợp bởi đường thẳng  lần lượt với các đường thẳng ,  và .



## **D. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM**

1. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

**A.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.

**B.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc với nhau thì song song với đường thẳng còn lại.

**C.** Hai đường thẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì vuông góc với nhau.

**D.** Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng kia.

1. Cho hai đường thẳng phân biệt  và mặt phẳng , trong đó. Mệnh đề nào sau đây là sai?

**A.** Nếu  thì . **B.** Nếu  thì.

**C.** Nếu  thì. **D.** Nếu  thì .

1. Cho hình lập phương . Hãy xác định góc giữa cặp vectơ  và?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hình lập phương . Góc giữa  và  là:

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hình hộp . Giả sử tam giác  và  đều có ba góc nhọn. Góc giữa hai đường thẳng  và  là góc nào sau đây?

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hình lập phương . Chọn khẳng định **sai?**

**A.** Góc giữa  và  bằng  **B.** Góc giữa  và  bằng 

**C.** Góc giữa  và  bằng  **D.** Góc giữa  và  bằng 

1. Cho tứ diện  có . Gọi  lần lượt là trung điểm của . Góc  bằng

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hình chóp  có tất cả các cạnh đều bằng . Gọi  và  lần lượt là trung điểm của  và . Số đo của góc  bằng:

**A. ** **B. ** **C. ** **D. **

1. Cho hình chóp  có cạnh , tất cả các cạnh còn lại đều bằng . Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng  và 

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho tứ diện  có . Gọi  lần lượt là trung điểm của  và . Biết  vuông góc với . Tính .

**A.  B.**  **C.**  **D.** 

1. Cho tứ diện  có  vuông góc với . Mặt phẳng  song song với  và  lần lượt cắt  tại . Tứ giác  là hình gì?

**A.** Hình thang. **B.** Hình bình hành.

**C.** Hình chữ nhật. **D.** Tứ giác không phải hình thang.

Ta có 

Tương tự ta có .

Do đó tứ giác  là hình bình hành

Ta có . Suy ra 

Ta có 



Vậy 

1. Cho tứ diện  có  vuông góc với , .  là điểm thuộc cạnh  sao cho . Mặt phẳng  đi qua  song song với  và . Diện tích thiết diện của  với tứ diện là:

**A.  B.**  **C.  D.** 