ĐỀ SỐ 23

Câu I. (6 điểm)

a) Giải phương trình $\sqrt{2}\sin\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)+\sqrt{6}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=1$

b) Giải hệ phương trình $\begin{cases}(y-2)\sqrt{x+2}-x\sqrt{y}=0\\ \sqrt{x+1}\left(\sqrt{y}+1\right)=(y-3)\left(1+\sqrt{x^2+y-3x}\right)\end{cases}$

Bài II. (3 điểm)

Cho sáu thẻ, mỗi thẻ ghi một trong các số của tập $E=\{1;2;3;4;6;8\}$ (*các thẻ khác nhau ghi các số khác nhau*). Rút ngẫu nhiên ba thẻ, tính xác suất để rút được ba thẻ ghi ba số là số đo ba cạnh của một tam giác có góc tù.

Bài III. (2 điểm)

Cho hai tia Ax và By tạo với nhau góc α, đường thẳng AB vuông góc với cả Ax và By ; $AB=d$. Hai điểm M,N lần lượt nằm trên hai tia Ax và By , $AM=m$, $BN=n$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB và MN .

Bài IV. (5 điểm)

Cho hình chóp $S.ABC$ có $CA=CB=\sqrt{2}$, $AB=2$, mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Gọi D là chân đường phân giác trong góc C của tam giác SBC.

a. Tính thể tích khối chóp $D.ABC$.

b. Gọi M là điểm sao cho các góc tạo bởi các mặt phẳng $(MAB),(MBC),(MCA)$ với mặt phẳng (ABC) bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của $T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+4\overrightarrow{MS}-4\overrightarrow{MC}\right|$.

Bài V. (4 điểm)

a) Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1=\frac{\sqrt{3}}{3}, u_{n+1}=\frac{\sqrt{u_n^2+1}-1}{u_n}; n=1,2,3...$

Chứng minh $\frac{1}{u_1}+\frac{1}{u_2}+....+\frac{1}{u_{2019}}<2^{2020}$.

b) Xét các số thực dương a, b, c thỏa mãn $a+b+c=3$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức:

$$P=a^3+b^3+c^3-\frac{3}{a}-\frac{3}{b}-\frac{3}{c}.$$