|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT NGHỆ AN**  **TRƯỜNG THPT NGUYỄN XUÂN ÔN** | **KỲ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HSG TỈNH LỚP 12**  **NĂM HỌC 2022– 2023. MÔN THI: TOÁN**  *Thời gian làm bài: 150 phút*  **( 11/8/2022) ĐỀ 32** |

**Câu 1:** *(4 điểm )*

1. Cho hàm số  có đồ thị  với  là tham số. Tìm  để trên đồ thị  có hai điểm phân biệt có hoành độ cùng dấu và tiếp tuyến của  tại mỗi điểm đó vuông góc với đường thẳng .
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  nghịch biến trên khoảng 

**Câu 2.** *(6 điểm)*

1. Tại một ga tàu có  khách lên tàu một cách ngẫu nhiên. Biết rằng đoàn tàu có  toa tàu và mỗi toa có đủ chỗ cho  khách. Tính xác suất để ít nhất  toa có khách lên.

|  |  |
| --- | --- |
| Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên . Đồ thị của hàm số  như hình vẽ.Có bao nhiêu giá thực của tham số  thuộc khoảng  thỏa mãn  và hàm số  có 5 điểm cực trị? |  |

**Câu 3.** *(5 điểm)*

1. Cho hàm số  là hàm đa thức có . Tìm tham s sao cho hàm số  nghịch biến trên khoảng .
2. Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hệ phương trình sau có nghiệm



**Câu 4.** *(3 điểm)*

Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh .

**a)** Biết cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng và  bằng . Tính thể tích khối chóp .

**b)** Biết cạnh đáy . Gọi  là điểm di động trong trong mặt phẳng , tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Câu 5.** *(2 điểm)*

Cho các số thực  thuộc đoạn  và thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**LỜI GIẢI CHI TIẾT**

**Câu 1:** *(2 điểm)*

Cho hàm số  có đồ thị  với  là tham số. Tìm  để trên đồ thị  có hai điểm phân biệt có hoành độ cùng dấu và tiếp tuyến của  tại mỗi điểm đó vuông góc với đường thẳng .

**Lời giải**

 có hệ số góc .

Vì tiếp tuyến tại mỗi điểm  trên  vuông góc với  nên 

 .

Yêu cầu bài toán PT  có 2 nghiệm phân biệt cùng dấu



.

**Câu 2:** *(2 điểm)*

Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hàm số  nghịch biến trên khoảng .

**Lời giải**

**Cách 1: Làm theo cách tự luận.**

Đkxđ: .

.

Hàm số nghịch biến trên khoảng  khi và chỉ khi

.

Vậy .

**Cách 2: Làm theo cách trắc nghiệm**

Đặt .

Ta có hàm số .

Do  nên hàm số  nghịch biến trên khoảng  thì hàm số  đồng biến trong khoảng .

Có .

Hàm số  đồng biến trong khoảng  .

**Câu 3:** *(2 điểm)*

Cho hàm số  là hàm đa thức có . Tìm tham số  sao cho hàm số  nghịch biến trên khoảng .

**Lời giải**

Hàm số  xác định  và nghịch biến trên khoảng 









**.**

Bảng biến thiên

**A picture containing diagram

Description automatically generated**

Từ bảng biến thiên, ta có  thỏa điều kiện .

**Câu 4.** *(2 điểm)*

Tại một ga tàu có  khách lên tàu một cách ngẫu nhiên. Biết rằng đoàn tàu có  toa tàu và mỗi toa có đủ chỗ cho  khách. Tính xác suất để ít nhất  toa có khách lên.

**Lời giải**

**⬩** Có  khách, mỗi người khách có  cách chọn toa tàu để lên nên .

**⬩** Gọi  là biến cố: “Có ít nhất toa có khách lên” suy ra  là biến cố: “Có nhiều nhất  toa có khách lên”.

**+** TH1: Chỉ có một toa có khách, ta có .

**+** TH2: Có hai toa có khách, ta có  khả năng ( toa  khách và  toa  khách hoặc  toa có 4 khách và  toa có  khách), ta có .

Do đó, .

**⬩** Vậy, xác suất cần tìm là .

**Câu 6.** *(4 điểm)*

Cho hình chóp tứ giác đều có cạnh .

**a)** Biết cosin của góc hợp bởi hai mặt phẳng và  bằng . Tính thể tích khối chóp .

**b)** Biết cạnh đáy . Gọi  là điểm di động trong trong mặt phẳng , tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Lời giải**

******

**a)** Tính thể tích khối chóp .

⬩Gọi  là giao điểm của  và . Có . Gọi  là hình chiếu của  trên cạnh . Suy ra  (1).

Có  (2).

Từ (1) và (2) suy ra . Do đó góc giữa hai mặt phẳng và là góc giữa hai đường thẳng và .

⬩ Gọi  là độ dài cạnh đáy của hình chóp. Ta có .

Xét tam giác . Gọi  là trung điểm của suy ra .

.

Tương tự tính được .

⬩ Xét tam giác 



.

⬩ Có .

.

**b)** Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức .

**Chart, radar chart

Description automatically generated**

⬩ Áp dụng định lý hàm số sin vào tam giác  ta có:

.

⬩ Ta có  . Dấu bằng xảy ra khi , hay tam giác  cân tại .

⬩ Gọi  là góc giữa  và mặt phẳng , suy ra 

.

Ta thấy 

Suy ra , dấu bằng xảy ra khi .

Do đó . Dấu bằng xảy ra khi  nằm trên đường thẳng  và . Vậy .

**Câu 7.** *(2 điểm)*

Tìm tất cả các giá trị của tham số  để hệ phương trình sau có nghiệm



**Lời giải**

Ta có:  

Điều kiện .





(do  không là nghiệm của phương trình nên ta chia cả hai vế của phương trình cho )

Xét hàm số  trên khoảng .

Ta có: 

 với .

Nên hàm số  đồng biến trên khoảng .

Khi đó , thay vào phương trình , ta được



Để hệ phương trình đã cho có nghiệm thì phương trình  có nghiệm lớn hơn .

Xét hàm số  trên khoảng .

Có .

.

Ta có bảng biến thiên

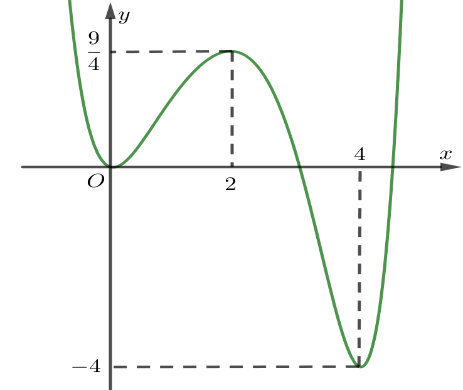
Diagram

Description automatically generated with medium confidence

Suy ra, yêu cầu bài toán .

**Câu 8.** *(2 điểm)*

Cho hàm số  có đạo hàm liên tục trên . Đồ thị của hàm số  như hình vẽ.



Có bao nhiêu giá thực của tham số  thuộc khoảng  thỏa mãn  và hàm số  có 5 điểm cực trị?

**Lời giải**

⬩Từ đồ thị hàm số  có bảng biến thiên như sau:

Chart

Description automatically generated with medium confidence

Đặt .

, .

Ta có bảng biến thiên hàm như sau:

Chart

Description automatically generated with low confidence

**⬩** Ta có  có 3 cực trị nên  cũng có 3 cực trị.

Do đó để hàm  có 5 cực trị thì phương trình  có đúng 2 nghiệm đơn.

.

Phương trình  có đúng 2 nghiệm đơn khi và chỉ khi

**.**

Mà  nên suy ra .

Do  nên 

Vậy có  giá trị  thỏa yêu cầu bài toán.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ***Câu 5***  ***(2,0đ)*** | ***Cho các số thực  thuộc đoạn  và thỏa mãn điều kiện . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức***  ***.*** |  |
| Đặt  Ta có | 0,5 |
| Suy ra : .  Ta có: . Suy ra**.** | 0,5 |
|  | 0,5 |
| Xét hàm số  Nên hàm số nghịch biến trên**.** Vậy **.**  Vậy  , đạt tại  và . | 0,5 |