**51. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI**

### **A - TÓM TẮT LÝ THUYẾT CHUNG**

**1. Tam thức bậc hai**

***Tam thức bậc hai*** (đối với ) là biểu thức dạng . Trong đó  là nhứng số cho trước với .

Nghiệm của phương trình  được gọi là ***nghiệm của tam thức bậc hai*** ;  và  theo thứ tự được gọi là biệt thức và biệt thức thu gọn của tam thức bậc hai .

**2. Dấu của tam thức bậc hai**

Dấu của tam thức bậc hai được thể hiện trong bảng sau

|  |
| --- |
|  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |

***Nhận xét:***Cho tam thức bậc hai 

•  • 

•  • 

### **B – CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI**

* **DẠNG TOÁN 1: XÉT DẤU CỦA BIỂU THỨC CHỨA TAM THỨC BẬC HAI.**

**Phương pháp giải.**

Dựa vào định lí về dấu của tam thức bậc hai để xét dấu của biểu thức chứa nó.

\* Đối với đa thức bậc cao  ta làm như sau

 • Phân tích đa thức  thành tích các tam thức bậc hai (hoặc có cả nhị thức bậc nhất)

 • Lập bảng xét dấu của . Từ đó suy ra dấu của nó .

\* Đối với phân thức (trong đó  là các đa thức) ta làm như sau

 • Phân tích đa thức  thành tích các tam thức bậc hai (hoặc có cả nhị thức bậc nhất)

 • Lập bảng xét dấu của . Từ đó suy ra dấu của nó.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 1. Xét dấu của các tam thức sau:
2.
3.
4.

**🖎Lời giải tham khảo**1. Ta có

   *.*1. Ta có

Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
|  |      |
|   |    +   |

Suy ra  và 1. Ta có:

 suy ra  | **🖎Lưu ý** |
| **1.1** **🖎Lời giải** Ta có: Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
|  |      |
|   |       |

Suy ra\*  \*  . | **1.2**  **🖎Lời giải** Ta có:  Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
|  |      |
|   |       |

Suy ra \*   \*    |
| **1.3** **🖎Lời giải** Ta có  , có   (cùng dấu với a)  . | **1.4** **🖎Lời giải** Tam thức  có , có   (cùng dấu với a)  và . |
| **1.5** **🖎Lời giải** Ta có:  Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
|  |      |
|   |       |

Suy ra \*   \*    | **1.6**  **🖎Lời giải** Ta có  , có   (cùng dấu với a)  . |
| 1. Xét dấu của các tam thức sau:
2.
3.
4.

**🖎Lời giải tham khảo**1. Ta có  vô nghiệm

  Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
|  |      |
|  |   |  |  |
|  |  + 0  0 + |
|  |   0 + 0  |

Suy ra :*
*
1. Ta có

Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
|  |       |
|  |  + 0  0 + | + |
|  |   0 + | + 0  |
|  |   ||  0 + ||  |

Suy ra *
*
1. Ta có

Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
|  |       |
|  |   |  |  0 + |
|  |  + 0  0 + | + |
|  |   0 + 0  0 + |

Suy ra *
*
 | **🖎Lưu ý** |
| **2.1** **🖎Lời giải** Ta có:  ; Bảng xét dấu:

|  |  |
| --- | --- |
| x |   1 2 4  |
|  |  + | + 0 – | – 0 + |
|  |  + 0 – | – 0 + | +  |
| f(x) |  + 0 – 0 + 0 – 0 +  |

*
*
 |
| **2.2** **🖎Lời giải** Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
|  |    1 3 4   |
|  |   |  |  0 + | + | + |
|  |   0 + | + | + 0  |  |
|  |   |  0 + | + | + 0  |
|  |    0 + ||  0 + 0  || +  |

Suy ra*
*
 |
| **2.3** **🖎Lời giải** Ta có: Bảng xét dấu

|  |  |
| --- | --- |
| x |  -1 0 1 2 3 4  |
|  |  + | + 0 – | – | – 0 + | + |
|  |  + 0 – | – | – | – | – 0 +  |
|  |  + | + | + 0 – 0 + | + | +  |
| f(x) |  + || – 0 + || – || + 0 – || +  |

*
*
 |
| **2.4** **🖎Lời giải** Ta có:  **Bảng xét dấu**

|  |  |
| --- | --- |
|  |      |
|    |       |
|    |   |  0  |
|  |       |

**Suy ra***
*
 |
| 1. Tùy theo giá trị của tham số m, hãy xét dấu của các biểu thức

**🖎Lời giải tham khảo**Tam thức  có  và .\* Nếu .\* Nếu  và \* Nếu  có hai nghiệm  và . Khi đó: +)  +) . | **🖎Lưu ý** |
| **3.1** **🖎Lời giải**Tam thức  có  và .\* Nếu  \* Nếu  và  \* Nếu  có hai nghiệm  và  Khi đó: +)  +) . | **3.2** **🖎Lời giải** Nếu Nếu , khi đó là tam thức bậc hai có  và , do đó ta có các trường hợp sau: \*  có hai nghiệm phân biệt  và . ; .\* . |

* **DẠNG TOÁN 2: BÀI TOÁN CHỨA THAM SỐ LIÊN QUAN ĐẾN TAM THỨC BẬC HAI LUÔN MANG MỘT DẤU.**

Cho tam thức bậc hai 

•  • 

•  • 

|  |  |
| --- | --- |
| 1. Tìm các giá trị của  để biểu thức sau luôn âm

  **🖎Lời giải tham khảo**Với  thì  lấy cả giá trị dương (chẳng hạn ) nên  không thỏa mãn yêu cầu bài toánVới  thì  là tam thức bậc hai do đó Vậy với  thì biểu thức  luôn âm. | **🖎Lưu ý** |
| **4.1** **🖎Lời giải**Với  thì  thỏa mãn yêu cầu bài toánVới  thì  là tam thức bậc hai dó đó    Vậy với  thì biểu thức  luôn âm. | **4.2** **🖎Lời giải** Vậy với  thì biểu thức  luôn âm. |
| **4.3** **🖎Lời giải**Với   không thỏa mãn yêu cầu bài toánVới  thì  là tam thức bậc hai dó đó    Vậy với  thì biểu thức  luôn âm. | **4.4** **🖎Lời giải**Xét **+)** (không thỏa mãn yêu cầu bài toán)+)  (không thỏa mãn)Xét  |
| 1. Tìm các giá trị của  để biểu thức sau luôn dương

 **🖎Lời giải tham khảo**Tam thức  có   suy ra Do đó  luôn dương khi và chỉ khi  luôn âm Vậy với  thì biểu thức  luôn dương. | **🖎Lưu ý** |
| **5.1** **🖎Lời giải**  bpt vô nghiệm do  Vậy không có m thỏa mãn yêu cầu bài toán | **5.2** **🖎Lời giải**Biểu thức  luôn dương   Vậy với  thì biểu thức  luôn dương. |
| **5.3** **🖎Lời giải**\*   ( không thỏa mãn)\*       | **5.4****🖎Lời giải****+)** (thỏa mãn)**+)** Vậy với  thì  luôn dương |
| 1. Chứng minh rằng với mọi giá trị của  thì

a) Phương trình  luôn có nghiệmb) Phương trình  luôn vô nghiệm**🖎Lời giải tham khảo**a) Với  phương trình trở thành  suy ra phương trình có nghiệmVới , ta có  Vì tam thức  có  nên  với mọi  Do đó phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi . b) Ta có  Vì tam thức  có  nên  với mọi Do đó phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi .  | **🖎Lưu ý** |
| **6.1**  Phương trình  luôn có nghiệm **🖎Lời giải**Ta có  Vì tam thức  có  nên  với mọi  Do đó phương trình đã cho luôn có nghiệm với mọi .  | **6.2**  Phương trình  luôn vô nghiệm **🖎Lời giải**Ta có  Vì tam thức  có  nên  với mọi . Do đó phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi .  |
| **6.3**  Phương trình luôn vô nghiệm **🖎Lời giải**Ta có  Vì tam thức  có  nên  với mọi . Do đó phương trình đã cho luôn vô nghiệm với mọi .  | **6.4**  Phương trình luôn có 2 nghiệm phân biệt **🖎Lời giải**Ta có  Vì tam thức  có  nên với mọi .Do đó phương trình đã cho luôn có 2 nghiệm phân biệt với mọi .  |
| 1. Chứng minh rằng hàm số sau có tập xác định là  với mọi

 giá trị của  **🖎Lời giải tham khảo**ĐKXĐ: Xét tam thức bậc hai Ta có  Suy ra với mọi  ta có Do đó với mọi  ta có Vậy tập xác định của hàm số là   | **🖎Lưu ý** |
| **7.1**  **🖎Lời giải**ĐKXĐ:  +) Xét tam thức bậc hai  Ta có  Suy ra với mọi  ta có (1)+) Xét tam thức bậc hai Với  ta có , xét với  ta có Suy ra với mọi  ta có  (2)Từ (1) và (2) suy ra với mọi  thì  và  đúng với mọi giá trị của  Vậy tập xác định của hàm số là   | **7.2**  **🖎Lời giải**ĐKXĐ:  Xét tam thức bậc hai Ta có  (Vì tam thức bậc hai  có  )Suy ra với mọi  ta có Vậy tập xác định của hàm số là   |