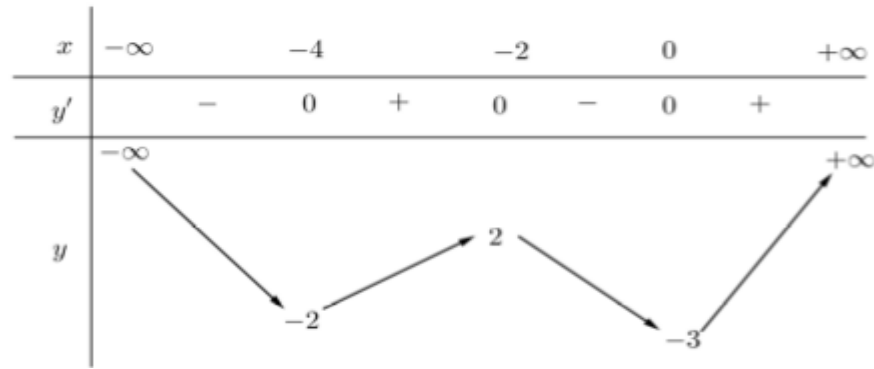


DẠNG 4**Tìm m liên quan đến tương giao hàm trùng phương**

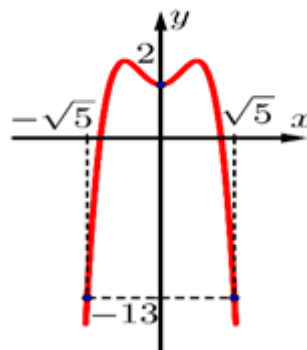
- Câu 1:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.
- Câu 2:** Biết đồ thị hàm số $y = (x-1)(x+1)(x^2-7) - m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3, x_4 . Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để $\frac{1}{1-x_1} + \frac{1}{1-x_2} + \frac{1}{1-x_3} + \frac{1}{1-x_4} > 1$.
A. 9. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 7.
- Câu 3:** Đường thẳng $y = m^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $m^2 \in (5; 7)$. **B.** $m^2 \in (3; 5)$. **C.** $m^2 \in (0; 1)$. **D.** $m^2 \in (1; 3)$.
- Câu 4:** Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - 2m = 0$ có nghiệm thuộc $(-2; 2)$?
A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.
- Câu 5:** Đường thẳng $y = m^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $m^2 \in (5; 7)$. **B.** $m^2 \in (3; 5)$. **C.** $m^2 \in (0; 1)$. **D.** $m^2 \in (1; 3)$.
- Câu 6:** Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $m \in (6; 9)$. **B.** $m \in (-6; -3)$. **C.** $m \in (-3; 2)$. **D.** $m \in (2; 6)$.
- Câu 7:** Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị (C_m) . Xác định tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) cắt đường thẳng $y = -1$ tại bốn điểm phân biệt
A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases}$ **C.** $m > -\frac{1}{3}$ **D.** $m < -\frac{1}{3}$.
- Câu 8:** Tập các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 - 3m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là
A. $(1; +\infty) \cup \{0\}$. **B.** $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right) \cup \{0\}$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(1; +\infty)$.
- Câu 9:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

- A. 25. B. 30. C. 29. D. 24.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x) \leq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ là:

- A. $m \geq \frac{2}{3}f(0)$. B. $m \geq \frac{2}{3}f(-\sqrt{5})$. C. $m \leq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$. D. $m \geq \frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.

Câu 11: Cho hàm số $y = x^4 - (3m + 2)x^2 + 3m$ có đồ thị (C_m) . Xác định tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) cắt đường thẳng $y = -1$ tại bốn điểm phân biệt

- A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases}$. C. $m > -\frac{1}{3}$. D. $m < -\frac{1}{3}$.

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = x^2 (t \geq 0)$. Ta được phương trình $t^2 - 3t + m = 0$, (1).

Phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi phương trình có 2 nghiệm dương

$$\text{phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 - 4m > 0 \\ 3 > 0 \\ m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m < \frac{9}{4}.$$

Do m nguyên nên $m \in \{1; 2\}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 2: Biết đồ thị hàm số $y = (x-1)(x+1)(x^2-7) - m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ là x_1, x_2, x_3, x_4 . Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để

$$\frac{1}{1-x_1} + \frac{1}{1-x_2} + \frac{1}{1-x_3} + \frac{1}{1-x_4} > 1.$$

A. 9.

B. 8.

C. 6.

D. 7.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y = (x-1)(x+1)(x^2-7) - m = x^4 - 8x^2 + 7 - m$.

Mặt khác ta có $y' = 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{cases}$. Ta có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$				
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$-9-m$	$7-m$	$-9-m$	$+\infty$				

Để phương trình có 4 nghiệm phân biệt thì $-9 < m < 7$. Vì hàm số chẵn nên có 2 cặp nghiệm đối xứng. Giả sử $x_1 + x_2 = 0$ và $x_3 + x_4 = 0$.

$$\text{Theo đề bài ta có: } \frac{1}{1-x_1} + \frac{1}{1+x_1} + \frac{1}{1-x_3} + \frac{1}{1+x_3} = \frac{2}{1-x_1^2} + \frac{2}{1-x_3^2} = \frac{4-2(x_3^2+x_1^2)}{1-(x_3^2+x_1^2)+x_3^2.x_1^2} > 1$$

$$\frac{4-2.8}{1-8+(7-m)} > 1 \Leftrightarrow 0 < m < 12. \text{ Kết hợp điều kiện suy ra } 0 < m < 7 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}.$$

Câu 3: Đường thẳng $y = m^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m^2 \in (5; 7)$.B. $m^2 \in (3; 5)$.C. $m^2 \in (0; 1)$.D. $m^2 \in (1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Chủ đề 06: Tương giao của đồ thị hàm số

Xét: $y = x^4 - x^2 - 10$

$$y' = 4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

x		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y								

$\swarrow \quad \nearrow \quad \swarrow \quad \nearrow$
 $-\frac{41}{4} \quad -10 \quad -\frac{41}{4}$

Vì $m^2 \geq 0$ với mọi m nên từ bảng biến thiên thấy đường thẳng $y = m^2$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại những cặp điểm đối xứng nhau qua Oy . Giả sử

$A(x_1; m^2); B(-x_1; m^2)$. Tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow -x_1^2 + m^4 = 0 \Rightarrow x_1^2 = m^4 \Rightarrow x_1 = m^2$$

$$\Rightarrow A(m^2; m^2) \text{ vì } A(m^2; m^2) \text{ thuộc đồ thị hàm số nên } m^8 - m^4 - 10 = m^2 \Rightarrow m^2 = 2.$$

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - 2m = 0$ có nghiệm thuộc $(-2; 2)$?

A. 4.

B. 3.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

$$x^4 - 2x^2 + 3 - 2m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 3 = 2m$$

$$\text{Xét } f(x) = x^4 - 2x^2 + 3, x \in (-2; 2)$$

$$\Rightarrow f'(x) = 4x^3 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$$

Bảng biến thiên

x	-2	-1	0	1	+2			
y'		-	0	+	0	-	0	+
y	11			3			2	11

$\searrow \quad \nearrow \quad \searrow \quad \nearrow$
 $2 \quad 2$

Theo yêu cầu bài toán, có: $2 \leq 2m < 11 \Leftrightarrow 1 \leq m < 5,5$

$$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{1, 2, 3, 4, 5\}.$$

Câu 5: Đường thẳng $y = m^2$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m^2 \in (5; 7)$.

B. $m^2 \in (3; 5)$.

C. $m^2 \in (0; 1)$.

D. $m^2 \in (1; 3)$.

Lời giải

Chọn D

Xét: $y = x^4 - x^2 - 10$

$$y' = 4x^3 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases}$$

x	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		
y'	-	0	+	0	-	0	+
y	$-\frac{41}{4}$		-10		$-\frac{41}{4}$		

Vì $m^2 \geq 0$ với mọi m nên từ bảng biến thiên thấy đường thẳng $y = m^2$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - x^2 - 10$ tại những cặp điểm đối xứng nhau qua Oy . Giả sử

$A(x_1; m^2); B(-x_1; m^2)$. Tam giác OAB vuông (với O là gốc tọa độ)

$$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Rightarrow -x_1^2 + m^4 = 0 \Rightarrow x_1^2 = m^4 \Rightarrow x_1 = m^2$$

$$\Rightarrow A(m^2; m^2) \text{ vì } A(m^2; m^2) \text{ thuộc đồ thị hàm số nên } m^8 - m^4 - 10 = m^2 \Rightarrow m^2 = 2.$$

Câu 6: Đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt có hoành độ lập thành một cấp số cộng. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m \in (6; 9)$. B. $m \in (-6; -3)$. C. $m \in (-3; 2)$. D. $m \in (2; 6)$.

Lời giải**Chọn D**

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 2(m+1)x^2 + 2m+1 = 0$. (1)

Đặt $t = x^2, t \geq 0$. Phương trình trở thành $t^2 - 2(m+1)t + 2m+1 = 0$. (2)

Phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm dương

$$\text{phân biệt, nghĩa là } \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m+1)^2 - (2m+1) > 0 \\ m+1 > 0 \\ 2m+1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -1 \\ m > -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{2} \\ m \neq 0 \end{cases}$$

Cách 1. Gọi x_1, x_2, x_3, x_4 ($x_1 < x_2 < x_3 < x_4$) là nghiệm của phương trình (1) và t_1, t_2 ($t_1 < t_2$) là nghiệm của phương trình (2).

Theo giả thiết, ta có

$$x_4 - x_3 = x_3 - x_2 = x_2 - x_1 \Leftrightarrow x_4 - x_3 = x_3 - x_2$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{t_2} - \sqrt{t_1} = \sqrt{t_1} + \sqrt{t_1} \Leftrightarrow t_2 = 9t_1 > 0$$

Ta có hệ

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 2(m+1) \\ t_1 t_2 = 2m+1 \\ t_2 = 9t_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t_1 = \frac{m}{5} + \frac{1}{5} \\ t_2 = \frac{9m}{5} + \frac{9}{5} \\ t_1 t_2 = 2m+1 \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{m}{5} + \frac{1}{5}\right)\left(\frac{9m}{5} + \frac{9}{5}\right) = 2m+1 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -\frac{4}{9} \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Cách 2. Với $\Delta' > 0$, phương trình (1) có nghiệm $t_1 = 1, t_2 = 2m+1$. Biện luận như trên, ta có hai

trường hợp $\begin{cases} t_2 = 9t_1 \\ t_1 = 9t_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 4 \\ m = -\frac{4}{9} \end{cases} \text{ (nhận)}.$

Câu 7: Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị (C_m) . Xác định tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) cắt đường thẳng $y = -1$ tại bốn điểm phân biệt

A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases}$ C. $m > -\frac{1}{3}$ D. $m < -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - (3m+2)x^2 + 3m = -1$

$$\Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 - 3m(x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 - 3m(x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 3m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 3m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, x = -1 \\ x^2 = 3m + 1 \end{cases}$$

Đồ thị (C_m) cắt $y = -1$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $x^2 = 3m + 1$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -1.

Khi đó, ta có $\begin{cases} 3m+1 > 0 \\ 3m+1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \end{cases}.$

Câu 8: Tập các giá trị của tham số m để phương trình $x^4 - 2x^2 - 3m + 1 = 0$ có hai nghiệm phân biệt là

A. $(1; +\infty) \cup \{0\}$. B. $\left(\frac{1}{3}; +\infty\right) \cup \{0\}$. C. $(0; +\infty)$. D. $(1; +\infty)$.

Lời giải

Chọn B

♦ Ta có: $x^4 - 2x^2 - 3m + 1 = 0 \Leftrightarrow 3m = x^4 - 2x^2 + 1$.

♦ Xét hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 1$.

♦ Tập xác định $D = \mathbb{R}$, $y' = 4x^3 - 4x$.

♦ $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

♦ Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$				1			$+\infty$
			0			0		

♦ Yêu cầu bài toán tương đương đường thẳng $(d): y = 3m$ cắt đường cong $(C): y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt.

♦ Để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì $\begin{cases} 3m = 0 \\ 3m > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m > \frac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-4		-2		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$				2			$+\infty$
			-2				-3	

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $6f(x^2 - 4x) = m$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$?

A. 25.

B. 30.

C. 29.

D. 24.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x) = f(x^2 - 4x) \Rightarrow g'(x) = (2x - 4) \cdot f'(x^2 - 4x)$.

$$\Rightarrow g'(x) = 0 \Leftrightarrow (2x - 4) \cdot f'(x^2 - 4x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ f'(x^2 - 4x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 4 = 0 \\ x^2 - 4x = -4 \\ x^2 - 4x = -2 \\ x^2 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 2 + \sqrt{2} \\ x = 2 - \sqrt{2} \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0	$2 - \sqrt{2}$	2	$2 + \sqrt{2}$	4	$+\infty$
$g'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$
$g(x)$		2		2		$+\infty$
	-3		-2		-3	

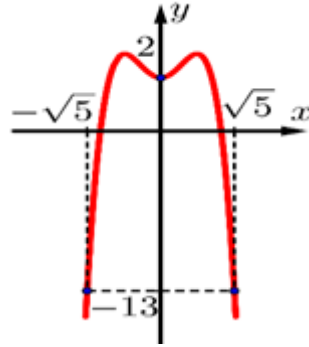
Chủ đề 06: Tương giao của đồ thị hàm số

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow g(x) = \frac{m}{6}$ có ít nhất 3 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0; +\infty)$

$$\Leftrightarrow -3 < \frac{m}{6} \leq 2 \Leftrightarrow -18 < m \leq 12 \text{ mà } m \in \mathbb{Z} \text{ nên } m \in \{-17; -16; \dots; 11; 12\}.$$

Vậy có 30 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



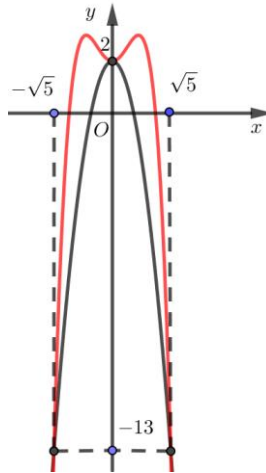
Xét hàm số $g(x) = 2f(x) + 2x^3 - 4x - 3m - 6\sqrt{5}$ với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x) \leq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$ là:

A. $m \geq \frac{2}{3} f(0).$ **B.** $m \geq \frac{2}{3} f(-\sqrt{5}).$ **C.** $m \leq \frac{2}{3} f(\sqrt{5}).$ **D.** $m \geq \frac{2}{3} f(\sqrt{5}).$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g'(x) = 2f'(x) + 6x^2 - 4, g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -3x^2 + 2(1).$



Vẽ parabol $y = -3x^2 + 2$ ta thấy phương trình (1) có 3 nghiệm $x = -\sqrt{5}, x = 0, x = \sqrt{5}.$

BBT

x	$-\sqrt{5}$		0		$\sqrt{5}$
$g'(x)$	0	+	0	+	0
$g(x)$	$2f(-\sqrt{5}) - 3m - 12\sqrt{5}$				$2f(\sqrt{5}) - 3m$

$$g(x) \leq 0, \forall x \in [-\sqrt{5}; \sqrt{5}] \Leftrightarrow 2f(\sqrt{5}) - 3m \leq 0 \Leftrightarrow m \geq \frac{2}{3} f(\sqrt{5}).$$

Câu 11: Cho hàm số $y = x^4 - (3m+2)x^2 + 3m$ có đồ thị (C_m) . Xác định tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) cắt đường thẳng $y = -1$ tại bốn điểm phân biệt

A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < -\frac{1}{3} \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases}$ C. $m > -\frac{1}{3}$ D. $m < -\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4 - (3m+2)x^2 + 3m = -1$

$$\Leftrightarrow x^4 - 2x^2 + 1 - 3m(x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)^2 - 3m(x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 1)(x^2 - 3m - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 1 = 0 \\ x^2 - 3m - 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, x = -1 \\ x^2 = 3m + 1 \end{cases}$$

Đồ thị (C_m) cắt $y = -1$ tại bốn điểm phân biệt khi và chỉ khi $x^2 = 3m + 1$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -1.

$$\text{Khi đó, ta có } \begin{cases} 3m + 1 > 0 \\ 3m + 1 \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -\frac{1}{3} \\ m \neq 0 \end{cases}.$$

