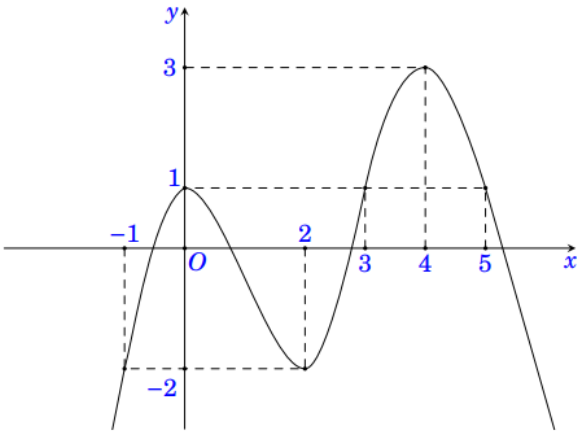
ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 01

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng



A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

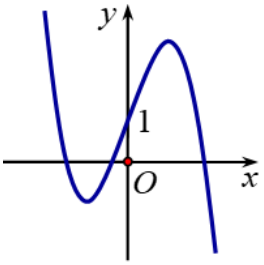
Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ có bảng biến thiên như sau

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

Gọi M,m theo thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị $M.m$ bằng

A. $M.m=4$. **B.** $M.m=5$. **C.** $M.m=-3$. **D.** $M.m=0$.

Câu 3: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

C. $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

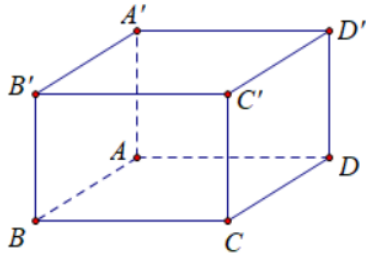
Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'	$-$		‖	$-$	
y	1	↘	‖ $-\infty$	↘	$+\infty$ ‖ 1

Bảng biến thiên trên của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $\left|\overrightarrow{BD}\right|=a\sqrt{2}$. **B.** $\left|\overrightarrow{BD'}\right|=a\sqrt{3}$.

C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A'C'}=0$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MO}=2j-3i+k$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;-3;1)$. **B.** $M(3;-2;-1)$. **C.** $M(-3;2;1)$. **D.** $M(-2;3;-1)$.

Câu 7: Số lượng khách hàng nữ mua hàng thời trang trong một ngày của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm như sau:

Khoảng tuổi	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 20 **B.** 50 **C.** 6 **D.** 60

Câu 8: Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2022 tại Đà Nẵng (đơn vị: %), người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Độ ẩm	$[71;74)$	$[74;77)$	$[77;80)$	$[80;83)$	$[83;86)$
Số tháng	1	1	2	6	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $134,25$. **B.** $3,34$. **C.** $80,25$. **D.** $11,1875$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(x-4)^2(x-8)^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $f(6)<f(8)$. **B.** $f(8)>f(12)$. **C.** $f(-1)<f(4)$. **D.** $f(-1)>f(8)$.

Câu 10: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t)=-t^2+4t+2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi chất điểm bắt đầu chuyển động. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất?

A. $t=2$. **B.** $t=0$. **C.** $t=6$. **D.** $t=1$.

Câu 11: Số dân số của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng đạo hàm của hàm số $f(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của thị trấn (đơn vị là nghìn người/ năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số là $\dfrac{2}{15}$ nghìn người/ năm?

A. 1990. **B.** 2020. **C.** 1995. **D.** 2024.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C với điểm $A(1;2;0), B(2;-1;1)$ và điểm C có hoành độ dương trên trục Ox. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{30}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{30}}{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A kéo dài trong 60 ngày. Người ta thấy lượng gạo xuất khẩu theo ngày thứ t được xác định bởi công thức: $s(t)=-t^3+27t^2+262144$ (tấn) với $1\le t\le 60; t\in\mathbb{N}^*$.

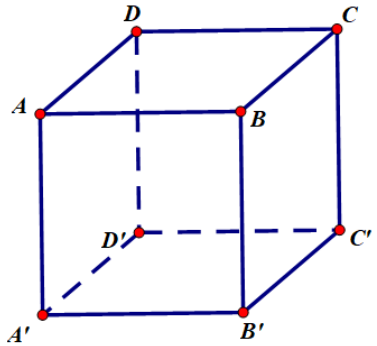
a) Số lượng gạo xuất khẩu của tỉnh A ngày thứ 12 là 264304 (tấn).

b) Ngày thứ 30 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất.

c) Ngày thứ 1 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất.

d) Ngày thứ 60 của tỉnh A có sản lượng xuất khẩu gạo thấp nhất là 143344.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (*tham khảo hình vẽ*)



a) $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

b) $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$.

c) $\left(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{B'C'}\right)=45^\circ$.

d) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{B'C'}=\dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Câu 3: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$	$[180;185)$
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

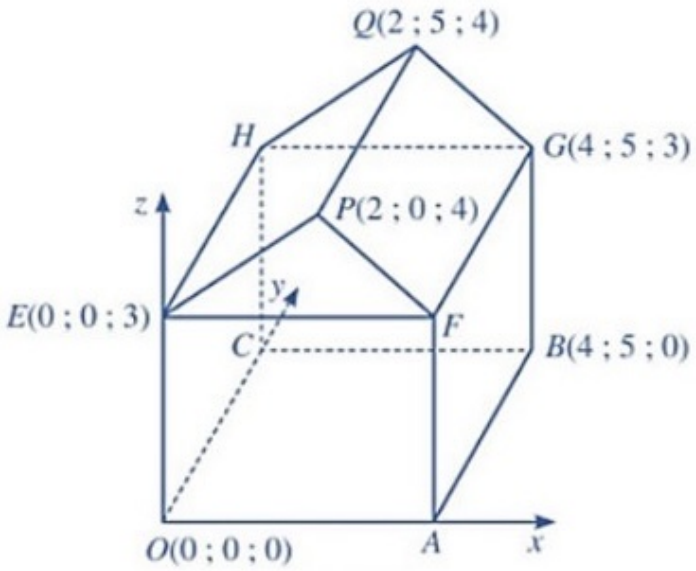
a) Giá trị đại diện của nhóm $[165;170)$ là $167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12**D.**

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Câu 4: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật



a) Toạ độ điểm $H(0;5;3)$.

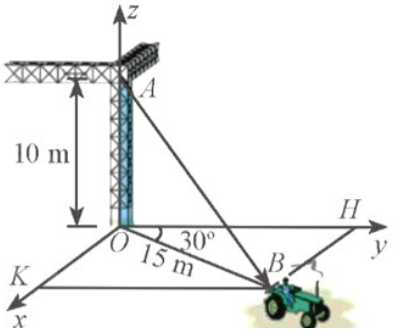
b) Diện tích nền nhà là $12(m^2)$.

c) Hình chiếu vuông góc K của điểm Q xuống nền nhà có tọa độ $K(2;5;0)$.

d) Thể tích phần không gian của ngôi nhà bằng $60(m^3)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ như hình bên, với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}=(a,b,c)$. Khi đó $a+b+c=?$ *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*



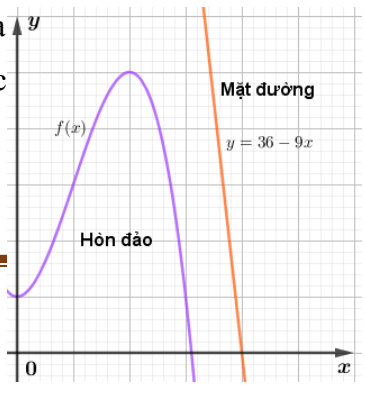
Câu 2: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số học sinh	9	17	8	6

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục).*

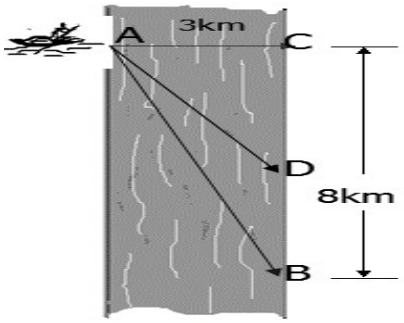
Câu 3: Lợi nhuận một xưởng thu được từ việc sản xuất một mặt hàng được cho bởi công thức $P(x)=-x^3+24x^2+780x-1000$ (nghìn đồng) trong đó x (tạ) là khối lượng sản phẩm sản xuất được. Xưởng chỉ sản xuất tối đa 40 tạ sản phẩm trong một tuần. Hỏi để có lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất bao nhiêu tạ sản phẩm trong một tuần?

Câu 4: Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạ hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần c đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$.

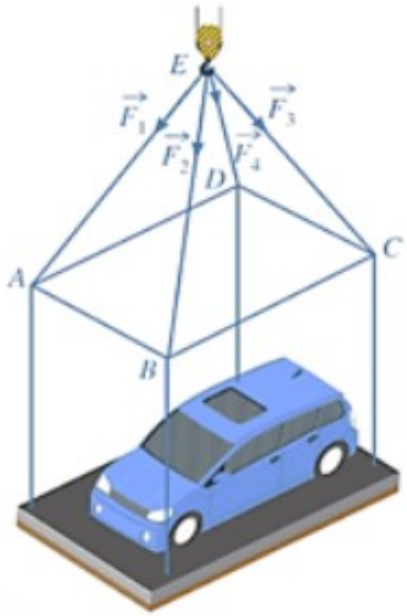


Vị trí điểm cực đại là $(2;5)$ với đơn vị của hệ trục là $100m$ và vị trí điểm cực tiểu là $(0;1)$. Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình $y=36-9x$. Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*

Câu 5: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B, hay có thể chèo trực tiếp đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B rồi sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền với vận tốc 5km/h, chạy 10km/h và quãng đường $BC=8\text{ km}$. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi t là thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B. Tính t *(đơn vị phút, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).*



Câu 6: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình vuông $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được treo vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB,EC,ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° như hình vẽ. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng và các lực căng $\vec{F}_1,\vec{F}_2,\vec{F}_3,\vec{F}_4$ đều có cường độ bằng nhau. Biết rằng nếu giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB,EC,ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô biết trọng lượng của khung sắt là 1550 N (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).

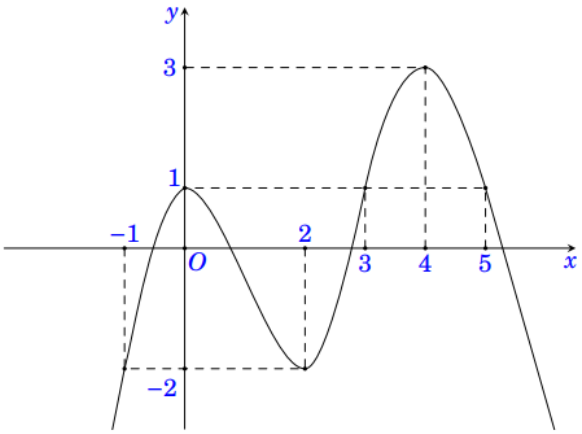


---------- HẾT ----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng



A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ có bảng biến thiên như sau

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

Gọi M,m theo thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Giá trị $M.m$ bằng

A. $M.m=4$. **B.** $M.m=5$. **C.** $M.m=-3$. **D.** $M.m=0$.

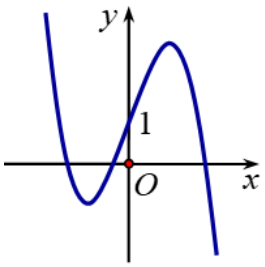
Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=5$ và $\min\limits_{[-1;3]} f(x)=0$.

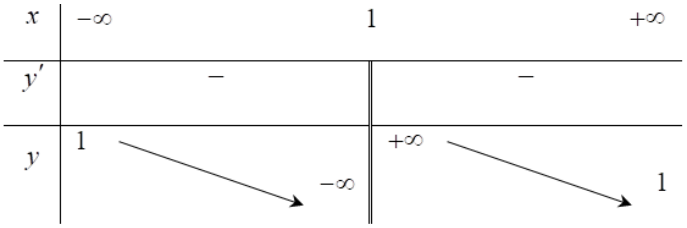
Vậy $M.m=0$

Câu 3: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ sau



Bảng biến thiên trên của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

Lời giải

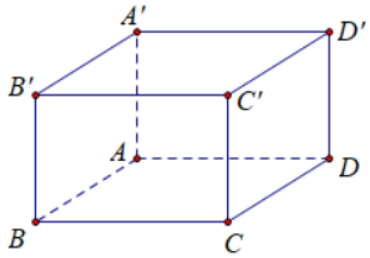
Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$. Suy ra loại **A,** **C.**

Xét câu B, $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\neq 1$.

Xét câu D, $y'=\dfrac{2}{(x-1)^2}>0,\ \forall x\neq 1$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $\left|\overrightarrow{BD}\right|=a\sqrt{2}$. **B.** $\left|\overrightarrow{BD'}\right|=a\sqrt{3}$.

C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A'C'}=0$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AC}$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MO}=2j-3i+k$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;-3;1)$. **B.** $M(3;-2;-1)$. **C.** $M(-3;2;1)$. **D.** $M(-2;3;-1)$.

Lời giải

Chọn B

$\overrightarrow{MO} = 2\vec{j} - 3\vec{i} + \vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = 3\vec{i} - 2\vec{j} - \vec{k} \Rightarrow M(3;-2;-1)$.

Câu 7: Số lượng khách hàng nữ mua hàng thời trang trong một ngày của một cửa hàng được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm như sau:

Khoảng tuổi	$[0;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số khách hàng nữ	3	9	6	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 20 **B.** 50 **C.** 6 **D.** 60

Lời giải

$a_1 = 20$ là giá trị đầu mút trái của nhóm đầu tiên.

$a_{k+1} = 70$ là giá trị đầu mút phải của nhóm cuối cùng.

Suy ra khoảng biến thiên $R = a_{k+1} - a_1 = 50$.

Câu 8: Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2022 tại Đà Nẵng (đơn vị: %), người ta được một mẫu dữ liệu ghép nhóm như sau:

Độ ẩm	$[71;74)$	$[74;77)$	$[77;80)$	$[80;83)$	$[83;86)$
Số tháng	1	1	2	6	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $134,25$. **B.** $3,34$. **C.** $80,25$. **D.** $11,1875$.

Lời giải

Xét mẫu số liệu ghép nhóm:

Nhóm	$[71;74)$	$[74;77)$	$[77;80)$	$[80;83)$	$[83;86)$
Giá trị đại diện	72,5	75,5	78,5	81,5	84,5
Tần số	1	1	2	6	2

Số trung bình là $\bar{x} = \dfrac{72,5\times1 + 75,5\times1 + 78,5\times2 + 81,5\times6 + 84,5\times2}{12} = 80,25$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{72,5^2\times1 + 75,5^2\times1 + 78,5^2\times2 + 81,5^2\times6 + 84,5^2\times2}{12} - 80,25^2 = 11,1875$$

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+1)(x-4)^2(x-8)^3, \forall x \in \mathbb{R}$.

Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $f(6) < f(8)$. **B.** $f(8) > f(12)$. **C.** $f(-1) < f(4)$. **D.** $f(-1) > f(8)$.

Lời giải

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		4		8		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(4)$	↘	$f(8)$	↗	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

Suy ra: Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;8)$.

Vậy: $f(-1)>f(8)$

Câu 10: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t)=-t^2+4t+2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi chất điểm bắt đầu chuyển động. Hỏi tại thời điểm nào thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất?

A. $t=2$. **B.** $t=0$. **C.** $t=6$. **D.** $t=1$.

Lời giải

Ta có: $v(t)=-t^2+4t+2$ với $t>0$.

$v'(t)=-2t+4$

$v'(t)=0\Leftrightarrow -2t+4=0\Leftrightarrow t=2$ (thỏa mãn).

Bảng biến thiên

t	0		2		$+\infty$
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$	2	↗	6	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, tại thời điểm $t=2$ giây thì vận tốc của chất điểm là lớn nhất.

Câu 11: Số dân số của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t)=\dfrac{26t+10}{t+5}$ ($f(t)$ được tính bằng nghìn người). Biết rằng đạo hàm của hàm số $f(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của thị trấn (đơn vị là nghìn người/ năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số là $\dfrac{2}{15}$ nghìn người/ năm?

A. 1990. **B.** 2020. **C.** 1995. **D.** 2024.

Lời giải

Ta có $f'(t)=\dfrac{120}{(t+5)^2}, t\ge 0$.

Lại có $f'(t)=\dfrac{2}{15}\Leftrightarrow \dfrac{120}{(t+5)^2}=\dfrac{2}{15}\Leftrightarrow (t+5)^2=900\Leftrightarrow t=25$ do $t\ge 0)$.

vào năm 1995 thì tốc độ gia tăng dân số là $\frac{2}{15}$ nghìn người/ năm.

Vậy dự báo

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC vuông tại C với điểm $A(1;2;0), B(2;-1;1)$ và điểm C có hoành độ dương trên trục Ox. Diện tích tam giác ABC bằng

A. $\sqrt{6}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $\sqrt{30}$. **D.** $\frac{\sqrt{30}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $C(x;0;0), x>0$.

$\vec{AC}=(x-1;-2;0), \vec{BC}=(x-2;1;-1)$.

ΔABC vuông tại C nên $\vec{AC}.\vec{BC}=0 \Leftrightarrow (x-1)(x-2)-2=0 \Leftrightarrow x^2-3x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \ (TM) \end{array}\right.$

Suy ra $C(3;0;0)$.

$\vec{AC}=(2;-2;0) \Rightarrow AC=2\sqrt{2}$.

$\vec{BC}=(1;1;-1) \Rightarrow BC=\sqrt{3}$.

Vậy $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AC.BC=\sqrt{6}$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Mỗi đợt xuất khẩu gạo của tỉnh A kéo dài trong 60 ngày. Người ta thấy lượng gạo xuất khẩu theo ngày thứ t được xác định bởi công thức: $s(t)=-t^3+27t^2+262144$ (tấn) với $1\le t\le 60; t\in \mathbb{N}^*$.

a) Số lượng gạo xuất khẩu của tỉnh A ngày thứ 12 là 264304 (tấn).

b) Ngày thứ 30 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất.

c) Ngày thứ 1 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất.

d) Ngày thứ 60 của tỉnh A có sản lượng xuất khẩu gạo thấp nhất là 143344.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng

a) Đúng. $s(12)=264304$.

b) Sai. Ta có $s'(t)=-3t^2+54t; s'(t)=0 \Leftrightarrow -3t^2+54t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=18 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

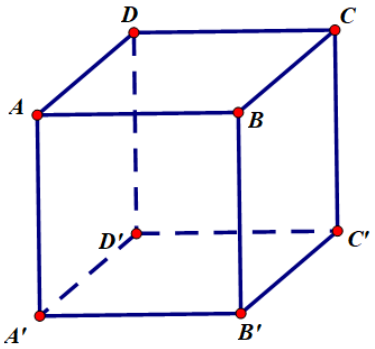
x	1		18		60
$s'(t)$		$+$	0	$-$	
$s(t)$	262170	↗	265060	↘	143344

Vậy ngày thứ 18 của tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu cao nhất là 265060.

c) Sai. Ta có ngày thứ 60 tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất là 143344.

d) Đúng. Ta có ngày thứ 60 tỉnh A có lượng gạo xuất khẩu thấp nhất là 143344.

Câu 2: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (*tham khảo hình vẽ*)



a) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}$.

c) $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'C'}\right) = 45^\circ$.

d) $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{B'C'} = \dfrac{\sqrt{2}a^2}{2}$.

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Sai

a) Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

b) Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

c) Vì $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{AD}$ nên $\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'C'}\right) = \left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}\right) = \widehat{CAD} = 45^\circ$.

d) Tam giác ADC vuông tại D nên $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{2}a$.

Ta có $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{B'C'} = \left|\overrightarrow{AC}\right|.\left|\overrightarrow{B'C'}\right|.\cos\left(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{B'C'}\right) = \sqrt{2}a.a.\cos 45^\circ = a^2$.

Câu 3: Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$	$[180;185)$
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

a) Giá trị đại điện của nhóm $[165;170)$ là $167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12**D.**

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Lời giải

a) Đúng	**b) Sai**	**c) Đúng**	**d) Sai**

a) Giá trị đại điện của nhóm $[165;170)$ là $\frac{165+170}{2}=167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là $180-155=25$.

c) • Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Cỡ mẫu $n_C=2+7+12+3+1+1=26.$

Gọi $x_1;...;x_{26}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$x_1;x_2\in[155;160)$,

$x_3;...;x_9\in[160;165)$,

$x_{10};...;x_{21}\in[165;170)$,

$x_{22};x_{23};x_{24}\in[170;175)$,

$x_{25}\in[175;180)$,

$x_{26}\in[180;185)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [160;165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 2}{7}(165 - 160) \approx 163,214.$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [165;170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.26}{4} - (2+7)}{12}(170 - 165) = 169,375$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_C = Q_3 - Q_1 \approx 169,375 - 163,214 \approx 6,161$.

- Xét mẫu số liệu của lớp 12D:

Cỡ mẫu $n_D = 5+9+8+2+2+0 = 26.$

Gọi $x_1;...;x_{26}$ là mẫu số liệu gốc về chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có

$x_1;...;x_5 \in [155;160)$,

$x_6;...;x_{14} \in [160;165)$,

$x_{15};...;x_{22} \in [165;170)$,

$x_{23};x_{24} \in [170;175)$,

$x_{25};x_{26} \in [175;180)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [160;165)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1' = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 5}{9}(165 - 160) \approx 160,833.$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [165;170)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3' = 165 + \frac{\frac{3.26}{4} - (5+9)}{8}(170 - 165) = 168,4375$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_D = Q_3' - Q_1' \approx 168,4375 - 160,833 \approx 7,6045$.

Vì $\Delta_C < \Delta_D$ nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12**D.**

d) Ta có bảng giá trị đại diện của nhóm:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$	$[180;185)$
Giá trị đại diện	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5	182,5
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

- Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x_C} = \frac{2.157,5 + 7.162,5 + 12.167,5 + 3.172,5 + 1.177,5 + 1.182,5}{26} = \frac{2170}{13}.$$

Phương sai của mẫu số ịiệu ghép nhóm là:

$$S_C^2 = \frac{1}{26}\left[2.(157,5)^2 + 7.(162,5)^2 + 12.(167,5)^2 + 3.(172,5)^2 + 1.(177,5)^2 + 1.(182,5)^2\right] - \left(\frac{2170}{13}\right)^2 \approx 29,475$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_C = \sqrt{S_C^2} = \sqrt{29,475} \approx 5,429$.

- Xét mẫu số liệu của lớp 12D:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x_D} = \frac{5.157,5 + 9.162,5 + 8.167,5 + 2.172,5 + 2.177,5 + 0.182,5}{26} = 165.$$

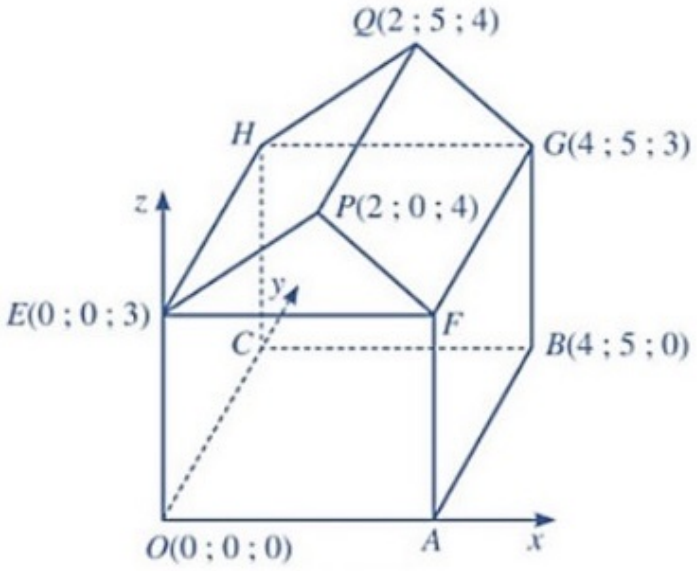
Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_D^2 = \frac{1}{26}\left[5.(157,5)^2 + 9.(162,5)^2 + 8.(167,5)^2 + 2.(172,5)^2 + 2.(177,5)^2 + 0.(182,5)^2\right] - (165)^2 = 31,25$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{31,25} \approx 5,59$.

Vì $S_C < S_D$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Câu 4: Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật



a) Toạ độ điểm $H(0;5;3)$.

b) Diện tích nền nhà là $12(m^2)$.

c) Hình chiếu vuông góc K của điểm Q xuống nền nhà có tọa độ $K(2;5;0)$.

d) Thể tích phần không gian của ngôi nhà bằng $60(m^3)$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Sai

a) **Đúng**

Dựa vào hình vẽ, $H \in (Oyz), x_H = 0; y_H = y_C = y_B = 5; z_H = z_E = 3.$

Do đó, tọa độ điểm $H(0;5;3)$.

b) **Sai**

Diện tích nền nhà chính là diện tích hình chữ nhật $OABC$

$S_{OABC} = OA.OC = 4.5 = 20(m^2).$

c) **Đúng**

Vì K là hình chiếu vuông góc điểm Q xuống nền nhà nên $K \in (Oxy), x_K = x_Q = 2; y_K = y_Q = 5; z_K = 0.$ Do đó, tọa độ $K(2;5;0)$.

d) **Sai**

Theo hình vẽ, ngôi nhà gồm hai phần,một phần là lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân cạnh đáy bằng $4m$, chiều cao đáy $1m$, chiều cao lăng trụ bằng $5m$; phần còn lại là hình hộp chữ nhật có kích thước đáy là $4m$ và $5m$, chiều cao $3m$.

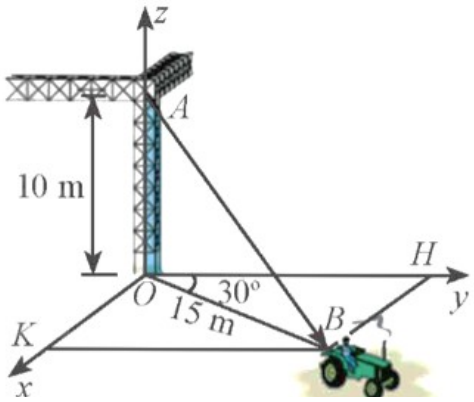
Thể tích khối lăng trụ: $V_{EFP.HGQ} = \frac{1}{2}.4.1.5 = 10(m^3).$

Thể tích khối hộp chữ nhật: $V_{O.AFE.CBGH} = 4.5.3 = 60\left(m^3\right).$

Vậy thể tích cả ngôi nhà là $10 + 60 = 70\left(m^3\right).$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ như hình bên, với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a,b,c)$. Khi đó $a+b+c = ?$ *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*



Lời giải

Trả lời: 10,5

Chọn trục tọa độ như hình

Ta có tọa độ điểm $A(0;0;10)$ Xét tam giác OKB vuông tại K

Ta có $\sin B = \frac{KO}{OB} \Rightarrow KO = \sin B.OB = \sin 30.15 = \frac{15}{2}$

$\cos B = \frac{KB}{OB} \Rightarrow KB = \cos B.OB = \cos 30.15 = \frac{15\sqrt{3}}{2}$

Vậy tọa độ điểm $B\left(\frac{15}{2};\frac{15\sqrt{3}}{2};0\right) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{15}{2};\frac{15\sqrt{3}}{2};-10\right)$

Vậy $a+b+c = 10,5$

Câu 2: Thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12A được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số học sinh	9	17	8	6

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục).*

Lời giải

Trả lời: 7,2

Cỡ mẫu là $n = 9+17+8+6 = 40$. Gọi $x_1, x_2, \ldots, x_{40}$ là thời gian hoàn thành bài kiểm tra môn Toán của 40 học sinh và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{10}+x_{11})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $[30;35)$ và ta có:

$$Q_1 = 30 + \frac{10-9}{17}.5 \approx 30,3$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{30}+x_{31})$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $[35;40)$ và ta có:

$$Q_3 = 35 + \frac{30-26}{8}.5 = 37,5$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 7,2$.

Câu 3: Lợi nhuận một xưởng thu được từ việc sản xuất một mặt hàng được cho bởi công thức $P(x) = -x^3 + 24x^2 + 780x - 1000$ (nghìn đồng) trong đó x (tạ) là khối lượng sản phẩm sản xuất được. Xưởng chỉ sản xuất tối đa 40 tạ sản phẩm trong một tuần. Hỏi để có lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất bao nhiêu tạ sản phẩm trong một tuần?

Lời giải

Trả lời: 26

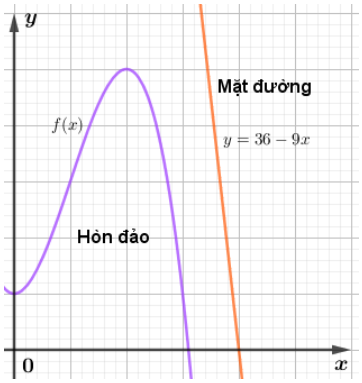
Ta có $P'(x) = -3x^2 + 48x + 780;\ P'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -10 \\ x = 26 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		26		40
$P'(x)$		+	0	-	
$P(x)$	-1000	↗	17928	↘	4600

Vậy để lợi nhuận lớn nhất thì xưởng cần sản xuất 26 tạ sản phẩm trong một tuần.

Câu 4: Một hòn đảo nằm trong một hồ nước. Biết rằng đường cong tạo nên hòn đảo được mô hình hóa vào hệ trục tọa độ Oxy là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $f(x)$.



Vị trí điểm cực đại là $(2;5)$ với đơn vị của hệ trục là $100m$ và vị trí điểm cực tiểu là $(0;1)$.

Mặt đường chạy trên một đường thẳng có phương trình $y=36-9x$. Người ta muốn làm một cây cầu có dạng một đoạn thẳng nối từ hòn đảo ra mặt đường. Độ dài ngắn nhất của cây cầu bằng bao nhiêu mét? *(kết quả làm tròn đến hàng phần chục)*

Lời giải

Trả lời: $88,3$.

Gọi hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1) \Rightarrow d=1$.

Vì đồ thị hàm số đi qua hai điểm $A(2;5) \Rightarrow 8a+4b+2c+1=5$.

Vì hàm số có hai điểm cực trị $x=0;x=2 \Rightarrow \begin{cases} f'(0)=0 \\ f'(2)=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c=0 \\ 12a+4b=0 \end{cases}$.

Suy ra $\begin{cases} a=-1 \\ b=3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=-x^3+3x^2+1$ và $f'(x)=-3x^2+6x$.

Gọi $M(x_0;y_0), x_0>0,$ là điểm nằm trên hòn đảo và nối với mặt đường và d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với mặt đường. Suy ra M là tiếp điểm của d với $y=f(x)$.

Đường thẳng $y=36-9x$ có hệ số góc $k=-9$

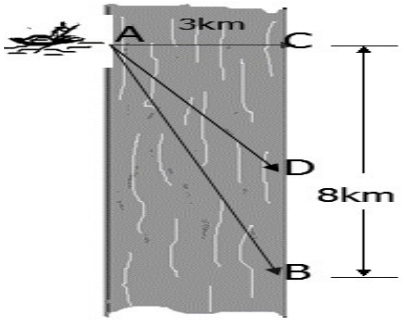
$\Rightarrow f'(x_0)=-9 \Leftrightarrow -3x_0^2+6x_0=-9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=3 \\ x_0=-1 \end{array}\right. \Rightarrow M(3;1)$.

Độ dài cây cầu ngắn nhất bằng khoảng cách từ điểm M đến đường thẳng $9x+y-36=0$.

$h=\dfrac{|9.3+1-36|}{\sqrt{9^2+1^2}} \approx 0,883$.

Vì đơn vị của hệ trục là $100m$ nên độ dài ngắn nhất của cây cầu là $88,3m$.

Câu 5: Một người đàn ông muốn chèo thuyền ở vị trí A tới điểm B về phía hạ lưu bờ đối diện, càng nhanh càng tốt, trên một bờ sông thẳng rộng 3 km (như hình vẽ). Anh có thể chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B, hay có thể chèo trực tiếp đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D giữa C và B rồi sau đó chạy đến B. Biết anh ấy có thể chèo thuyền với vận tốc 5 km/h, chạy 10 km/h và quãng đường $BC=8$ km. Biết tốc độ của dòng nước là không đáng kể so với tốc độ chèo thuyền của người đàn ông. Gọi t là thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B. Tính t *(đơn vị phút, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).*



Lời giải

Trả lời: 79

❍ TH 1: Anh chèo thuyền của mình trực tiếp qua sông để đến C và sau đó chạy đến B

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường AC: $\frac{3}{5}=0,6$ (giờ)

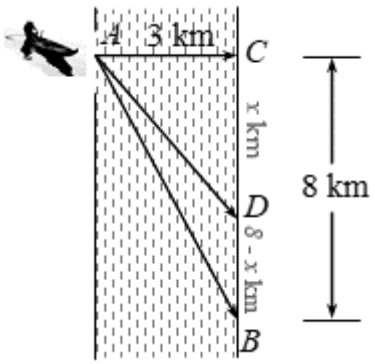
Thời gian chạy trên quãng đường CB: $\frac{8}{10}=0,8$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $1,4$ (giờ) = 84 phút

❍ TH 2: chèo trực tiếp trên quãng đường $AB=\sqrt{3^2+8^2}=\sqrt{73}$

mất $\frac{\sqrt{73}}{5}$ (giờ) = 103 (phút)

❍ TH 3:



Gọi $x\,(\text{km})$ là độ dài quãng đường $DC \Rightarrow 8-x\,(\text{km})$ là độ dài quãng đường BD.

Thời gian chèo thuyền trên quãng đường $AD=\sqrt{x^2+9}$ là: $\frac{\sqrt{x^2+9}}{5}$ (giờ)

Thời gian chạy trên quãng đường DB là: $\frac{8-x}{10}$ (giờ)

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+9}}{5}+\frac{8-x}{10}$

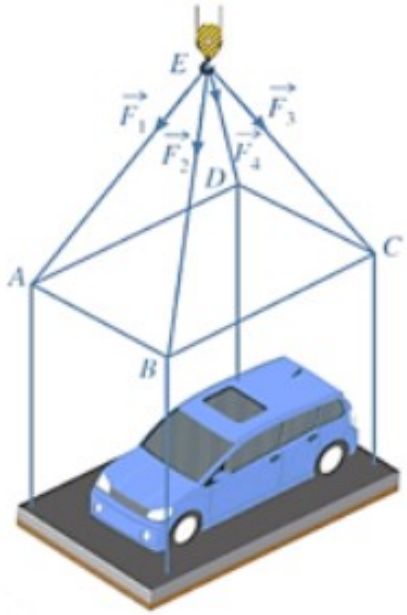
Xét hàm số $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+9}}{5}+\frac{8-x}{10}$ trên khoảng $(0;8)$

Ta có $f'(x)=\frac{x}{5\sqrt{x^2+9}}-\frac{1}{10}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{x^2+9}=2x\Leftrightarrow x=\sqrt{3}$

Dựa vào BBT ta thấy thời gian ngắn nhất để di chuyển từ A đến B là $\frac{8+3\sqrt{3}}{10}$ (giờ) ≈ 79 (phút)

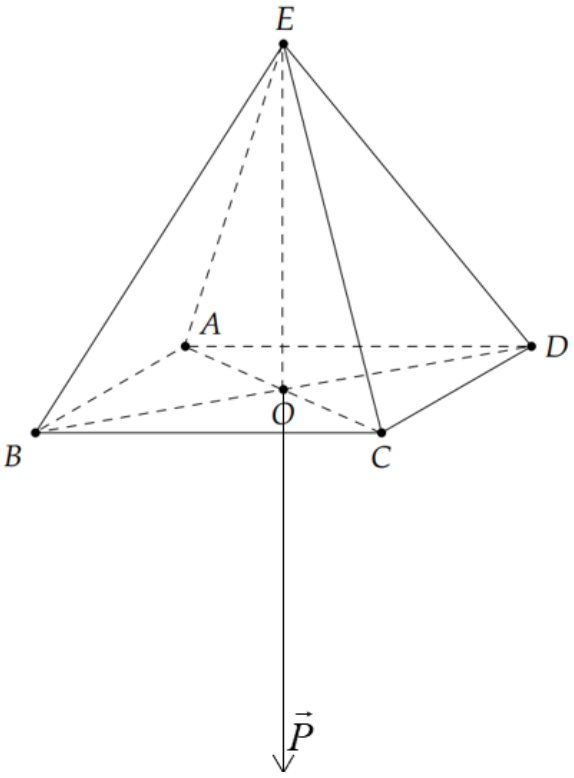
Vậy khoảng thời gian ngắn nhất để người đàn ông đến B là 79 phút.

Câu 6: Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình vuông $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được treo vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB,EC,ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° như hình vẽ. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng và các lực căng $\vec{F_1},\vec{F_2},\vec{F_3},\vec{F_4}$ đều có cường độ bằng nhau. Biết rằng nếu giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB,EC,ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm $725\,\text{N}$. Tính trọng lượng của chiếc xe ô tô biết trọng lượng của khung sắt là $1550\,\text{N}$ (*kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).



Lời giải

Trả lời: 9625



Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Ta có trọng lượng treo ô tô và khung sắt: $P = \left|\vec{P}\right| = \left|\vec{EA} + \vec{EB} + \vec{EC} + \vec{ED}\right| = 4\left|\vec{EO}\right| = 4EO$.

Trường hợp: EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60° suy ra ΔEAC là tam giác đều $\Rightarrow EO = \frac{EA\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $P = 4.\frac{EA.\sqrt{3}}{2} \Rightarrow EA = \frac{P}{2\sqrt{3}}$.

Trường hợp: giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° suy ra ΔEAC là tam giác vuông cân tại E.

$\Rightarrow EO = \frac{EA\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra $P = 4.\frac{EA.\sqrt{2}}{2} \Rightarrow EA = \frac{P}{2\sqrt{2}}$.

Ta lại có giảm độ dài các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED sao cho góc hợp bởi các dây cáp đó và mặt phẳng $(ABCD)$ đều giảm 15° thì lực căng mỗi sợi cáp đều tăng thêm 725 N.

Suy ra $\frac{P}{2\sqrt{2}} - \frac{P}{2\sqrt{3}} = 725 \Leftrightarrow P = \frac{2900}{\sqrt{2} - \frac{2}{\sqrt{3}}} \approx 11174,77$.

Vậy $11174,77 - 1550 \approx 9625$

---------- HẾT ----------