**SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO BẮC GIANG NĂM 2014 -2015**

**Câu 1**. Cho hàm số  có đồ thị (*C*). Viết phương tiếp tuyến của ( *C* ), biết rằng tiếp đó tạo với đường thẳng (*d* ) 2x + 3y – 1 = 0 một góc 450

**Lời giải**

TXĐ: D =  Ta có . Tiếp tuyến của (C) tại điểm có phương trình là 

có VTPT ; có 

Ta có 

Đặt  PT trở thành 

Với  ta tính được  hoặc

Vậy có hai tiếp tuyến của (*C*) thoả mãn là:  và 

**Câu 2**. Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số y = mx3 – 3mx2 + ( 2m + 1)x + 3 – m có hai điểm cực trị A và B sao cho khoảng cách từ điểm đến đường thẳng AB đạt giá trị lớn nhất.

**Lời giải**

TXĐ:  ta có 

Hàm số có hai điểm cực trị ⇔ *y*’ = 0 có hai nghiệm phân biệt x1; x2



Ta có  suy ra AB

Ta thấy đường thẳng *AB* luôn đi qua điểm cố định 

Ta có . Suy ra khoảng cách từ *I* đến *AB* lớn nhất khi 

Mà AB có VTCP ; 

Ta có  Vâỵ m = 3 là giá trị cần tìm

**Câu 3** . Cho đa giác đều (H) có n đỉnh . Tìm n, biết rằng số các tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của (H) và không có cạnh nào là cạnh của (H) gấp 5 lần số tam giác có 3 đỉnh là đỉnh của (H) và có đúng một cạnh là cạnh của (H).

**Lời giải**

Số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (*H*) là: .Số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (*H*) và có 2 cạnh là cạnh của (*H*) là: *n.*

Số các tam giác có 3 đỉnh thuộc (*H*) và có đúng 1 cạnh là cạnh của (*H*) là: 

Suy ra số các tam giác có ba đỉnh thuộc (*H*) và không có cạnh nào là cạnh của (*H*) là 

Theo giả thiết ta có

GPT trên tìm được n = 35 ( giá trị n = 4 loại)

**Câu 4**. Tính tích phân 

**Lời giải**

Ta có 

Đặtthì ta có;



**Câu 5**. Giải phương trình 



Xét hàm số,Ta có 

Đặt thì PTthành 

Ta thấy (1) có hai nghiệm dương phân biệt ()

Do đó PTcó 2 nghiệm phân biệt 

Từ BBT củasuy ra phương trìnhcó không quá 3 nghiệm.

Ta thấynên PT đã cho có đúng ba nghiệm là

**Câu 6**. Cho hình lăng trụ tam giác ABC.A’B’C’ có đáy ABC là tam giác đều tâm O. Hình chiếu vuông góc của C’ lên mặt phẳng (ABC) trùng với O. biết khoảng cách từ O đến đường thẳng CC’ bằng a, góc giữa 2 mặt phẳng (ACC’A’) và (BCC’B’) bằng 600. Tính theo a thể tích khối lăng trụ *ABC.A’B’C’*

**Lời giải**



Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *O* trên *CC’* thì *OH* = *a*.

Gọi *M*, *D* lần lượt là trung điểm của *AB* và *A’B’*. Trong mp(*CMDC’*) dựngthì

(1); mà(2).

Từ (1) và (2) suy ra

Nếuthì do tam giác *NAB* cân tại *N* nên tam giác *ABN* đều. Suy ra

(vô lí vì tam giác *NAC* vuông tại *N*). Suy ra

Tính được;;;

Vậy thể tích khối lăng trụ cần tìm là

Donên

Vìnên; mà

Dựngthì suy ranên

Ta cóVậy

**Câu 7**. Trong không gian với hệ trục toạ độ *Oxyz,* cho mặt phẳng (*P*) : *x* *y* 2*z* 5 0 và

đường thẳng (*d*):  . Viết phương trình đường thẳng () nằm trong (*P*), song song với

(*d*) và cách (*d*) một khoảng bằng  .

**Lời giải**

Mp (*P*) có VTPT*d* có VTCPvà đi quaNhận thấy

Gọi (*d’*) là đường thẳng đi qua *A*, vuông góc với (*d*) và nằm trong (*P*) thì (*d’*) cắt (Δ) tại điểm *H* và

Khi đó (*d’*) có VTCP lànên có PTTS

Do *H* thuộc (*d’*) nên

Ta có

Với *t* = 1 thìnên

Với *t* = -1 thìnên

**Câu 8**. Trong mặt phẳng toạ độ *Oxy,* cho tam giác *ABC* có đỉnh *A*3;3, đường phân giác trong góc *A* có phương trình *x* *y* 0 . Điểm *I* 2;1là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác *ABC*. Tìm toạ độ các

đỉnh *B* và *C* biết rằng *BC* và góc nhọn.

**Lời giải**



Đường phân giác trong góc *A* cắt đường tròn (*T*) ngoại tiếp tam giác *ABC* tại điểm thứ hai là *D*, khi đó *D* là điểm chính giữa của cung.Suy ra.

Gọithuộc *AD*. Ta có

Với *m* = 3 thì(loại do *D* trùng *A*). Với *m* = 0thì

Đường thẳng *BC* có VTPTnên có phương trình dạng

Gọi *H* là trung điểm của *BC* thì

Do đó

Vớithì (TM)

Vớithì (loại vì khi này *A*, *I* nằm khác phía với *BC* nên góctù)

Đường tròn (*T*) ngoại tiếp tam giác *ABC* có pt .Suy ra toạ độ của *B*, *C* lànghiệm của hệSuy rahoặc

**Câu 9**. Giải hệ phương trình

 *x*, *y*ℝ.

**Lời giải**

ĐK. ĐặtPT thứ nhất thành



Do đóthay vào PT thứ hai của hệ ta được PT

Ta có

nên PT (\*) có nghiệm duy nhất(không thoả mãn điều kiện). Vậy hpt đã cho vô nghiệm.

**Câu 10**. Cho các số thực dương *a*, *b*, *c* thoả mãn điều kiện *a* *b* *c* 3 . Chứng minh rằng

.

**Lời giải**

Chứng tỏ được. Khi đó ta chỉ cần chứng minh

 (1)

Ta có 

Suy ra  (2)

Tiếp theo ta chứng minh  (3)

Thật vậy, ta có (3) (luôn đúng).

Từ (1), (2), (3) suy raDấu “=” xảy ra khi và chỉ khi 

---------------------------------------------------------HẾT--------------------------------------------------------------

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TUYÊN QUANG** | **ĐỀ THI HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12 THPT**  **NĂM HỌC 2014 – 2015** |
| ĐỀ CHÍNH THỨC | **Môn thi: Toán**  **Thời gian: 180 phút** (*không kể thời gian giao đề*)  (*Đề này có 01 trang*) |

1. (6 *điểm*) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) , .

b) , .

1. (5 *điểm*)

a) Cho tam giác . Chứng minh rằng .

b) Tìm số nguyên dương  nhỏ nhất sao cho trong khai triển của nhị thức Niu-tơn  có hai số hạng liên tiếp mà tỉ số các hệ số của nó bằng .

1. (2 *điểm*)Cho dãy số  xác định bởi công thức . Chứng minh  và  với mọi  nguyên dương.
2. (5 *điểm*)

a) Cho tam giác  cân tại . Gọi  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ,  là trung điểm ,  là trọng tâm tam giác . Chứng minh  vuông góc .

b) Cho hình chóp  có  và , , . Tính thể tích khối chóp .

1. (2 *điểm*)Cho ba số thực dương , ,  thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng: . Khi nào dấu đẳng thức xảy ra?

**--- Hết ---**

**ĐÁP ÁN**

**ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TỈNH LỚP 12 THPT**

**Môn: Toán lớp 12**

1. (*6 điểm*) Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) , .

**Lời giải**

a)  

Từ phương trình ta thấy .

.

Đặt .

Phương trình trở thành 

.

.

b) , .

**Lời giải**

Ta có 



Thay vào  ta được 



Thay  vào  và giải hệ ta được nghiệm của hệ là .

1. (5 *điểm*)

a) Cho tam giác . Chứng minh rằng .

**Lời giải**

Ta có .

Mặt khác .

Tương tự: ; .

Cộng các bất đẳng thức trên suy ra điều phải chứng minh.

b) Tìm số nguyên dương  nhỏ nhất sao cho trong khai triển của nhị thức Niu-tơn  có hai số hạng liên tiếp mà tỉ số các hệ số của nó bằng .

**Lời giải**

Hai hai số hạng liên tiếp có hệ số là:  và .

Theo giả thiết ta có: .

Để  là số nguyên dương nhỏ nhất khi  thì số nguyên dương  nhỏ nhất để , là .

Từ đó tìm được .

1. (*2 điểm*)Cho dãy số  xác định bởi công thức . Chứng minh  và  với mọi  nguyên dương.

**Lời giải**

Từ giả thiết ta thấy .

Theo bất đẳng thức Côsi, ta có .

Mặt khác .

Theo câu a) thì  suy ra .

1. (5 điểm)

a) Cho tam giác  cân tại . Gọi  là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ,  là trung điểm ,  là trọng tâm tam giác . Chứng minh  vuông góc .

**Lời giải**

Gọi  là trung điểm .

Chọn hệ tọa độ như sau: , , , , , , với .



Vì  cân tại  nên ; .

Do .

Vậy .

Suy ra .

Vậy .

b) Cho hình chóp  có  và , , . Tính thể tích khối chóp .

**Lời giải**



 vuông tại  nên .

Gọi  là hình chiếu của  trên .

Vì  nên .

Tương tự 

Suy ra .

Do đó, , suy ra .

Ta có .

1. (2 điểm)Cho ba số thực dương , ,  thỏa mãn điều kiện . Chứng minh rằng: . Khi nào dấu đẳng thức xảy ra?

**Lời giải**

Ta có  ;

;

.

Cộng , ,  ta được:

.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi .

--- Hết ---

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT BẮC GIANG**  CỤM LẠNG GIANG  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC**  *(Đề thi có 01 trang)* | **ĐỀ THI CHỌN HSG LỚP 12 CẤP HUYỆN**  **MÔN THI: TOÁN**  Thời gian làm bài: 180 phút  Ngày thi: 08/02/2015 |

**Câu 1** (5,0 điểm)

1) Cho hàm số  . Viết phương trình tiếp tuyến  của đồ thị hàm số  biết cắt đường tròn có phương trình  tại hai điểm  sao cho tam giác  vuông tại  với điểm  .

2) Tìm  để đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị và hai giá trị cực trị của hàm số trái dấu nhau.

**Câu 2** (4,0 điểm)

1) Giải phương trình: 

2) Giải bất phương trình:   

**Câu 3** (4,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình 

2) Tính tích phân ****

**Câu 4** (5,0 điểm)

1) Cho hình chóp tứ giác đều  có đáy  ngoại tiếp đường tròn tâm , bán kính bằng  . Hai mặt phẳng và  hợp với nhau một góc  .

a) Tính thể tích khối chóp .

b) Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  và  với  là trọng tâm của tam giác . 

2) Viết phương trình mặt cầu  có tâm  và cắt mặt phẳng  theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng  .

**Câu 5** (2,0 điểm). Cho  là các dương thỏa mãn  . Chứng minh rằng :

 .

--------------- Hết ---------------

|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GD&ĐT BẮC GIANG**  CỤM LẠNG GIANG | **KỲ THI HỌC SINH GIỎI LỚP 12**  **Năm học: 2014-2015** |

ĐÁP ÁN

**Câu 1** (5,0 điểm)

1) Cho hàm số  . Viết phương trình tiếp tuyến  của đồ thị hàm số  biết cắt đường tròn có phương trình  tại hai điểm  sao cho tam giác  vuông tại  với điểm  .

2) Tìm  để đồ thị hàm số  có hai điểm cực trị và hai giá trị cực trị của hàm số trái dấu nhau.

**Lời giải:**

1) Đường tròn  suy ra  có tâm  và bán kính  . Ta có 

cắt tại hai điểm thỏa mãn tam giác  vuông tại  đi qua điểm đường thẳng có phương trình: 

 là tiếp tuyến của đồ thị khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

Giải hệ phương trình ta tìm được 

Với 

Với 

2) Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số  với trục hoành là nghiệm của phương trình:



Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị và hai giá trị cực trị trái dấu nhau khi và chỉ khi  cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt  phương trình (\*) có ba nghiệm phân biệt phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt và khác 2 

Kết luận

**Câu 2** (4,0 điểm)

1) Giải phương trình: 

2) Giải bất phương trình:   

**Lời giải:**

1)  (1)

Đặt  . Khi đó phương trình (1) trở thành:

 

Giải pt 

Giải pt 

Giải pt  .

2)  (2)

Xét hàm số 

Ta có có một nghiệm  có tối đa hai nghiệm.

Mà  

Hàm số  liên tục trên R. Lập bảng biến thiên của hàm 

Ta có  .

Kết luận

**Câu 3** (4,0 điểm)

1) Giải hệ phương trình 

2) Tính tích phân ****

**Lời giải:**

1) 

Điều kiện: 

Ta có:



Thay (3) vào phương trình (2) ta được: 

Với  suy ra hệ có nghiệm 

Với  (không thỏa mãn đk)

Xét phương trình 

Từ phương trình (2) ta có:



Suy ra vế trái của phương trình (4) luôn dương. Vậy phương trình (4) vô nghiệm.

Kết luận

2) **= (\*)**

Đặt ;J =

Xét 

Đặt 

Thay K vào (\*) ta được:

 

**Câu 4** (5,0 điểm)

1) Cho hình chóp tứ giác đều  có đáy  ngoại tiếp đường tròn tâm , bán kính bằng  . Hai mặt phẳng và  hợp với nhau một góc  .

a) Tính thể tích khối chóp .

b) Tính cosin góc giữa hai đường thẳng  và  với  là trọng tâm của tam giác .

2) Viết phương trình mặt cầu  có tâm  và cắt mặt phẳng  theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 

**Lời giải:**

1)



a) Từ giả thiết ta suy ra  ,   là hình vuông cạnh 

Gọi  lần lượt là trung điểm của 

\* Trường hợp 1:

Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc   đều cạnh  

\* Trường hợp 2:

Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc   vuông tại  có   

b) Gọi  là trung điểm của   là giao điểm của  và  . Ta có  lần lượt là trọng tâm của các tam giác  và  

Suy ra góc giữa hai đường thẳng  và  bằng góc giữa hai đường thẳng  và 

\* Trường hợp 1:

Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc   đều cạnh

Ta có  ;  cân tại A

Có 

Xét tam giác  . Suy ra góc giữa hai đường thẳng cần tìm.

\* Trường hợp 2:

Góc giữa hai mặt phẳng  và  là góc 

Ta có  ; 

Có 

Xét tam giác . Suy ra góc giữa hai đường thẳng cần tìm.

2)

Ta có 

Đường tròn  có chu vi suy ra có bán kính 

Gọi  là bán kính mặt cầu , ta có 

**Câu 5** (2,0 điểm). Cho  là các dương thỏa mãn  . Chứng minh rằng :



**Lời giải :**

Đặt 

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có :



Tương tự ta có :  ;

Suy ra 

Mặt khác ta lại có : 



Vậy  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi  .