

MỤC LỤC

◆CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC-PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC.....	3
▶BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC.....	3
.....(A). Tóm tắt kiến thức	3
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	5
.....(C). Dạng toán rèn luyện	9
•Dạng 1: Góc lượng giác.....	5
•Dạng 2: Giá trị lượng giác của góc lượng giác.....	6
•Dạng 3: Áp dụng tính chất của giá trị lượng giác.....	7
•Dạng 4: Ứng dụng.....	8
.....(A). Tóm tắt kiến thức	34
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	35
.....(C). Dạng toán rèn luyện	38
•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	38
•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	45
•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	50
▶BÀI 2. CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI LƯỢNG GIÁC.....	34
.....(A). Tóm tắt kiến thức	34
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	35
.....(C). Dạng toán rèn luyện	38
•Dạng 1: Tính giá trị của các biểu thức chứa giá trị lượng giác.....	35
•Dạng 2: Giá trị lượng giác của góc lượng giác.....	36
•Dạng 3: Ứng dụng.....	37
.....(A). Tóm tắt kiến thức	57
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	59
.....(C). Dạng toán rèn luyện	61
•Dạng 1: Dựa vào đồ thị để tính giá trị của hàm số, xét sự tương giao.....	59
•Dạng 2: Xét sự đồng biến, nghịch biến của hàm số lượng giác.....	59
•Dạng 3: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số.....	59
•Dạng 4: Vẽ đồ thị hàm số.....	60
•Dạng 5: Tìm tập xác định của hàm số.....	60
•Dạng 6: Ứng dụng.....	61
.....(A). Tóm tắt kiến thức	84
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	84
.....(C). Dạng toán rèn luyện	87
•Dạng 1: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	61
•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	71
•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	76
▶BÀI 3. PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC CƠ BẢN.....	84
.....(A). Tóm tắt kiến thức	84
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	87

•Dạng ❶: Phương trình $\sin x = m$, không tham số.....	87
•Dạng ❷: Phương trình $\cos x = m$, không tham số.....	88
•Dạng ❸: Phương trình $\tan x = m$, không tham số.....	89
•Dạng ❹: Phương trình $\cot x = m$, không tham số.....	89
•Dạng ❺: Giải phương trình và tìm nghiệm thỏa điều kiện.....	90

.....**©. Dạng toán rèn luyện**

94

•Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	94
•Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	101
•Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	105

◆CHƯƠNG 1. HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC-PHƯƠNG TRÌNH LƯỢNG GIÁC

▶BÀI 1. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC LƯỢNG GIÁC

A. Tóm tắt kiến thức

1. Quan hệ giữa hai đơn vị đo góc: độ và radian

✓ $180^\circ = \pi \text{ rad}$

✓ $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi} \right)^\circ \approx 57^\circ 17' 45''$ và $1^\circ = \left(\frac{\pi}{180} \right) \text{ rad} \approx 0,0175 \text{ rad}$.

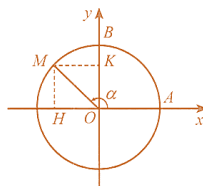
2. Góc lượng giác và số đo của chúng

- ✓ Cho hai tia Ou, Ov . Nếu tia Om quay chỉ theo chiều dương (hay chỉ theo chiều âm) xuất phát từ tia Ou đến trùng với tia Ov thì ta nói: Tia Om quét một góc lượng giác với tia đầu Ou và tia cuối Ov , kí hiệu là (Ou, Ov) . Mỗi góc lượng giác gốc O được xác định bởi tia đầu Ou , tia cuối Ov và số đo của góc đó.
- ✓ Nếu một góc lượng giác có số đo α^0 (hay α radian) thì mọi góc lượng giác có cùng tia đầu, tia cuối với góc lượng giác đó có số đo dạng: $\alpha^0 + k360^\circ$ (hay $\alpha + k2\pi$), với k là số nguyên, mỗi góc ứng với một giá trị của k .
- ✓ Hệ thức Chasles

Với ba tia tùy ý Ou, Ov, Ow , ta có: $(Ou, Ov) + (Ov, Ow) = (Ou, Ow) + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

3. Giá trị lượng giác của góc lượng giác

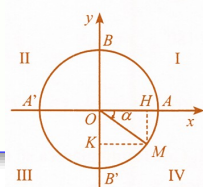
- ✓ Trong mặt phẳng tọa độ đã được định hướng Oxy , lấy điểm $A(1;0)$. Đường tròn tâm O , bán kính $OA=1$ được gọi là đường tròn lượng giác gốc A .
- ✓ Định nghĩa: Với mỗi góc lượng giác α , lấy điểm M trên đường tròn lượng giác sao cho $(OA, OM) = \alpha$ (Hình 1).



Hình 1

- ✓ Giả sử M có tọa độ $(x; y)$. Ta có: $\cos \alpha = x; \sin \alpha = y$
- ✓ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{y}{x} (\cos \alpha = x \neq 0); \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{x}{y} (\sin \alpha = y \neq 0)$.

✎ **Chú ý:** Dấu của các giá trị lượng giác của góc $\alpha = (OA, OM)$ phụ thuộc vào vị trí điểm M trên đường tròn lượng giác (Hình 2).



Hình 2

 Bảng xác định dấu của các giá trị lượng giác như sau:

Góc phần tư Giá trị lượng giác	I	II	III	IV
$\cos \alpha$	+	-	-	+
$\sin \alpha$	+	+	-	-
$\tan \alpha$	+	-	+	-
$\cot \alpha$	+	-	+	-

 Tính chất

- ✓ $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$ với mọi α ;
- ✓ $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1$ với $\cos \alpha \neq 0, \sin \alpha \neq 0$;
- ✓ $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$ với $\cos \alpha \neq 0$
- ✓ $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$ với $\sin \alpha \neq 0$.

4. Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt

• Hai góc đối nhau (α và $-\alpha$):

- $\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$
- $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$
- $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$
- $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$.

• Hai góc hơn kém nhau π (α và $\alpha + \pi$):

- $\sin(\alpha + \pi) = -\sin \alpha$
- $\cos(\alpha + \pi) = -\cos \alpha$
- $\tan(\alpha + \pi) = \tan \alpha$
- $\cot(\alpha + \pi) = \cot \alpha$.

• Hai góc bù nhau (α và $\pi - \alpha$):

- $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$
- $\cot(\pi - \alpha) = -\cot \alpha$

• Hai góc phụ nhau (α và $\frac{\pi}{2} - \alpha$):

- $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos \alpha$
- $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \sin \alpha$
- $\tan\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cot \alpha$

B. Phân dạng toán cơ bản

• Dạng ①: Góc lượng giác

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1:

a) Gọi M_1, M_2, M_3, M_4 là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác $(OA, OM_1), (OA, OM_2), (OA, OM_3), (OA, OM_4)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{3}; -\frac{11\pi}{3}; \frac{10\pi}{3}; \frac{31\pi}{3}$. Có nhận xét gì về vị trí các điểm M_1, M_2, M_3, M_4 ?

b) Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo của các góc lượng giác $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OP)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{2}; \frac{7\pi}{6}; -\frac{\pi}{6}$. Chứng minh rằng tam giác MNP là tam giác đều.

Câu 2:

a) Đổi từ độ sang radian các số đo sau: $30^\circ; 80^\circ 30'$.

b) Đổi từ radian sang độ các số đo sau: $\frac{5\pi}{8}; 3,75$.

Câu 3: a) Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $\frac{\pi}{6}$.

b) Xác định điểm B trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $\frac{\pi}{2}$.

c) Xác định điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $-\frac{2\pi}{3}$.

Câu 4: Biểu diễn các góc lượng giác sau trên đường tròn lượng giác:

a) 750° ;

b) $-\frac{29\pi}{4}$.

Câu 5: Cho góc lượng giác có số đo bằng $\frac{4\pi}{3}$.

a) Xác định điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác đã cho.

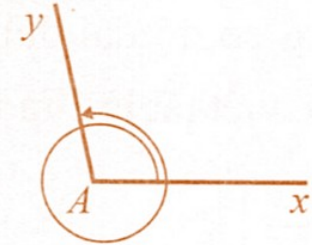
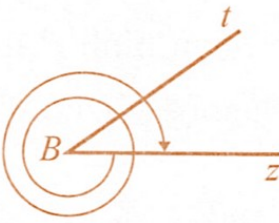
b) Tính các giá trị lượng giác của góc lượng giác đã cho.

Câu 6:

a) Đổi số đo của góc 80° và góc 150° sang đơn vị radian.

b) Đổi số đo của góc $\frac{3\pi}{5}rad$ và góc $-\frac{7\pi}{20}rad$ sang đơn vị độ.

Câu 7: Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong mỗi hình dưới đây.

	
a) $\angle A = 102^\circ$;	b) $\angle B = \frac{\pi}{5}$.

Câu 8:

a) Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Oa, Ob) , với $0 \leq \alpha < 2\pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Oa và tia cuối Ob có số đo là $\frac{25\pi}{6}$.

b) Hãy tìm số đo a° của góc lượng giác (Om, On) , với $0 \leq a < 360$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Om và tia cuối On có số đo là -875° .

•Dạng 2: Giá trị lượng giác của góc lượng giác

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 9: Tính các giá trị lượng giác của góc α , nếu:

a) $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$;

b) $\cos \alpha = -0,7$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

c) $\tan \alpha = 2$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

d) $\cot \alpha = \frac{7}{3}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

Câu 10:

a) Biểu diễn $\sin\left(-\frac{29\pi}{3}\right)$ qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến $\frac{\pi}{4}$;

b) Biểu diễn $\tan 973^\circ$ qua giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0° đến 45° .

Câu 11: Tính các giá trị lượng giác của mỗi góc sau:

a) $\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

b) $\frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 12: Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết $\sin \alpha = \frac{2}{7}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$.

Câu 13: Bằng cách sử dụng giá trị lượng giác của các góc liên quan đặc biệt, hãy tính:

a) $\cos \frac{-15\pi}{4}$

b) $\cot(-675^\circ)$;

c) $\sin \frac{11\pi}{3}$

•Dạng ③: Áp dụng tính chất của giá trị lượng giác

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 14: Chứng minh các đẳng thức lượng giác sau:

a) $\frac{\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha} = 1 - \sin \alpha \cos \alpha$;

b) $\frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} + \frac{1 + \cot \alpha}{1 - \cot \alpha} = 0$.

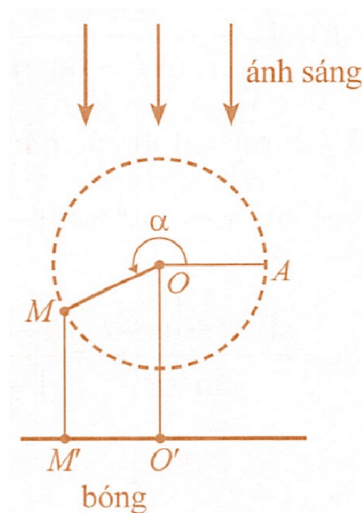
Câu 15: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sin^2(3\pi - \alpha) + \sin^2\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right)$

b) $\left[1 + \tan^2(-\alpha + 11\pi)\right] \cdot \sin^2\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 16: Thanh OM quay ngược chiều kim đồng hồ quanh gốc O của nó trên một mặt phẳng thẳng đứng và in bóng vuông góc xuống mặt đất như hình bên. Vị trí ban đầu của thanh là OA . Hỏi độ dài bóng OM' của OM khi

thanh quay được $\frac{60}{13}$ vòng là bao nhiêu, biết độ dài thanh OM là 10cm ?



Kết quả làm tròn đến hàng phần mười.

Câu 17: Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc α , biết $\tan \alpha = 3$ với $-\pi < \alpha < 0$.

Câu 18: Tính:

a) $A = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 85^\circ$ (17 số hạng).

b) $B = \cos 5^\circ + \cos 10^\circ + \cos 15^\circ + \dots + \cos 175^\circ$ (35 số hạng).

•Dạng ④: Ứng dụng

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 19: Độ dài của ngày từ lúc Mặt Trời mọc đến lúc Mặt Trời lặn ở một thành phố X trong ngày thứ t của năm được tính xấp xỉ bởi công thức

$$d(t) = 4 \sin \left[\frac{2\pi}{365} (t - 80) \right] + 12, \quad t \in \mathbb{Z} \text{ và } 1 \leq t \leq 365.$$

Thành phố X vào ngày 31 tháng 1 có bao nhiêu giờ có Mặt Trời chiếu sáng? Làm tròn kết quả đến hàng phần mười.

Câu 20: Một vòng quay Mặt Trời quay mỗi vòng khoảng 15 phút. Tại vị trí quan sát, bạn Linh thấy vòng quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ. Khi vòng quay chuyển động được 10 phút, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian).

Câu 21: Bánh xe của người đi xe đạp quay được 12 vòng trong 6 giây.

a) Tính góc (theo độ và radian) mà bánh xe quay được trong 1 giây.

b) Tính quãng đường mà người đi xe đã đi được trong 1 phút, biết rằng đường kính bánh xe đạp là 860 mm .

Câu 22: Kim giờ dài 6 cm và kim phút dài 11 cm của đồng hồ chỉ 4 giờ. Hỏi thời gian ít nhất để 2 kim vuông góc với nhau là bao nhiêu? Lúc đó tổng quãng đường hai đầu mút kim giờ và kim phút đi được là bao nhiêu?

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Nếu một cung tròn có số đo bằng radian là $\frac{5\pi}{4}$ thì số đo bằng độ của cung tròn đó là

- A. 172° . B. 15° .
C. 225° . D. 5° .

Câu 2: Góc có số đo 108° đổi ra radian là

- A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 3: Góc có số đo $\frac{\pi}{9}$ đổi sang độ là

- A. 15° . B. 18° . C. 20° . D. 25° .

Câu 4: Đổi số đo góc 105° sang radian bằng

- A. $\frac{5\pi}{12}$. B. $\frac{7\pi}{12}$. C. $\frac{9\pi}{12}$. D. $\frac{5\pi}{8}$.

Câu 5: Cho đường tròn lượng giác gốc A và điểm M nằm trên đường tròn lượng giác sao cho $\widehat{MOx} = \widehat{MOy} = 45^\circ$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\text{sđ } \overset{\text{Đ}}{AM} = \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $\text{sđ } \overset{\text{Đ}}{AM} = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $\text{sđ } \overset{\text{Đ}}{AM} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $\text{sđ } \overset{\text{Đ}}{AM} = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Góc có số đo 120° đổi sang radian là

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{10}$.

Câu 7: Cung có số đo 250° thì có số đo theo đơn vị radian là:

- A. $\frac{25\pi}{12}$. B. $\frac{25\pi}{18}$. C. $\frac{25\pi}{9}$. D. $\frac{35\pi}{18}$.

Câu 8: Đổi sang radian góc có số đo 108° ta được

- A. $\frac{\pi}{4}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Câu 9: Tìm mệnh đề đúng.

- A. $\pi \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)$. B. $\pi \text{ rad} = 1^\circ$.
C. $\pi \text{ rad} = 60^\circ$. D. $\pi \text{ rad} = 180^\circ$.

Câu 10: Số đo radian của góc 135° là

- A. $\frac{\pi}{6}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{2\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{2}$.

Câu 11: Trên đường tròn bán kính bằng 5, cho một cung tròn có độ dài bằng 10. Số đo radian của cung tròn đó là

- A. 2 . B. 3 . C. 1 . D. 4 .

Câu 12: Cung có số đo $\frac{5\pi}{3}$ rad đổi sang đơn vị độ bằng

- A. 300° . B. 5° . C. 600° . D. 270° .

Câu 13: Góc có số đo $-\frac{3\pi}{16}$ có số đo theo độ là

- A. $33^\circ 45'$. B. $-29^\circ 30'$. C. $-32^\circ 55'$. D. $-33^\circ 45'$.

Câu 14: Nếu một góc có số đo $\frac{5\pi}{12} \text{ rad}$ thì số đo của góc đó khi đổi sang đơn vị độ, phút, giây là

- A. 45° . B. 75° . C. 55° . D. 65° .

Câu 15: Một đường tròn có bán kính $R = 10 \text{ cm}$. Độ dài cung 40° trên đường tròn gần bằng:

- A. $\frac{7}{3}$. B. $\frac{9}{3}$. C. $\frac{11}{3}$. D. $\frac{13}{3}$.

9(cm)

Câu 16: Cho đường tròn có bán kính bằng 3π (cm). Tìm số đo (theo radian) của cung có độ dài 3π (cm).

- A. $\frac{\pi}{3}$. B. $\frac{2\pi}{3}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{6}$.

Câu 17: Một đường tròn có bán kính 30cm. Tính độ dài của cung tròn trên đường tròn đó có số đo $2,5$.

- A. $7,5cm$. B. $0,83cm$. C. $75cm$. D. $12cm$.

Câu 18: Tính bán kính R của đường tròn biết rằng cung có số đo $\frac{5}{3}$ rad dài 24 cm.

- A. $R = 4,0$ cm. B. $R = 4,6$ cm. C. $R = 14,4$ cm. D. $1,6$ cm.

Câu 19: Cho đường tròn có bán kính 6 cm. Tìm số đo (rad) của cung có độ dài 3 cm.

- A. 1 . B. $0,5$. C. 2 . D. 3 .

Câu 20: Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là

- A. 30° . B. 40° . C. 50° . D. 60° .

Câu 21: Một đường tròn có bán kính $R = 12cm$. Tính độ dài của cung 60° trên đường tròn gần bằng

- A. $2cm$. B. $4cm$. C. $6.28cm$. D. $12.56cm$.

Câu 22: Một đường tròn có bán kính 15 cm. Tìm độ dài cung tròn có góc ở tâm bằng 30° là

- A. $\frac{5\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{2\pi}{5}$. D. $\frac{5\pi}{3}$.

Câu 23: Một đồng hồ treo tường có kim giờ dài $10,57cm$. Trong 30 phút mũi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài bằng bao nhiêu?

A. $\frac{1057}{1200}\pi(cm)$. B. $\frac{1057}{2400}\pi(cm)$. C. $\frac{1057}{600}\pi(cm)$. D. $\frac{1057}{4800}\pi(cm)$.

Câu 24: Bánh xe đạp có đường kính 55cm (kể cả lốp). Nếu chạy với vận tốc 40km/h thì trong 25s bánh xe quay được số vòng gần bằng với kết quả nào dưới đây?

A. 52 . B. 161 . C. 322 . D. 200 .

Câu 25: Kim giờ của đồng hồ dài 8cm , kim phút dài 10cm . Tổng quãng đường mũi kim phút, kim giờ đi được trong 30 phút bằng

A. $\frac{25}{3}\pi$. B. $\frac{37}{3}\pi$. C. $\frac{20}{3}\pi$. D. $\frac{32}{3}\pi$.

Câu 26: Trong các hệ thức sau đây, hệ thức nào đúng?

A. $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$. B. $\sin x^2 + \cos x^2 = 1$.
C. $\sin 2x + \cos 2x = 1$. D. $\sin^2 x + \cos x^2 = 1$.

Câu 27: Tìm khẳng định **sai**? (với điều kiện các hệ thức đã xác định)

A. $\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$. B. $\cos\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) = \sin \alpha$.
C. $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$. D. $\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$.

Câu 28: Cho góc α thỏa mãn $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\tan \alpha < 0$. B. $\cot \alpha > 0$. C. $\sin \alpha > 0$. D. $\cos \alpha > 0$.

Câu 29: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Kết quả đúng là

A. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0, \cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0, \cos \alpha > 0$.

Câu 30: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\sin(\alpha + \pi) < 0$. B. $\cos(\alpha + \pi) > 0$.
C. $\tan(\pi - \alpha) > 0$. D. $\cot(\pi - \alpha) < 0$.

Câu 31: Cho $\frac{7\pi}{4} < \alpha < 2\pi$. Xét câu nào sau đây đúng?

A. $\cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 32: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. $\tan \alpha > 0, \cot \alpha > 0$. B. $\tan \alpha > 0, \cot \alpha < 0$.
C. $\tan \alpha < 0, \cot \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0, \cot \alpha > 0$.

Câu 33: Cho biết $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Tính $\cot \alpha$

- A. $\cot \alpha = 2$. B. $\cot \alpha = \frac{1}{4}$.
 C. $\cot \alpha = \frac{1}{2}$. D. $\cot \alpha = \sqrt{2}$.

Câu 34: Tìm khẳng định sai trong các khẳng định sau đây?

- A. $\tan 45^\circ < \tan 60^\circ$. B. $\cos 45^\circ \leq \sin 45^\circ$.
 C. $\sin 60^\circ < \sin 80^\circ$. D. $\cos 35^\circ > \cos 10^\circ$.

Câu 35: Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

- A. $\cos 150^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\cot 150^\circ = \sqrt{3}$.
 C. $\tan 150^\circ = -\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\sin 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36: Giá trị của $\tan \frac{\pi}{6}$ là

- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $-\sqrt{3}$.

Câu 37: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5} \left(\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \right)$. giá trị của $\cos \alpha$ bằng

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$.
 C. $\cos \alpha = \frac{2}{5}$. D. $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$.

Câu 38: Hãy chọn kết quả sai trong các kết quả sau đây:

- A. $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$. B. $\sin(\pi + \alpha) = \sin \alpha$.
 C. $\tan(\pi - \alpha) = -\tan \alpha$. D. $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \tan \alpha$.

Câu 39: Đơn giản biểu thức $A = \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)$, ta được:

- A. $\cos \alpha$. B. $\sin \alpha$. C. $-\cos \alpha$. D. $-\sin \alpha$.

Câu 40: Giá trị của biểu thức $S = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. 1. D. 3

Câu 41: Cho a là số thực bất kỳ. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

- A. $\sin a + \cos a = 1$. B. $\sin^3 a + \cos^3 a = 1$.
 C. $\sin^4 a + \cos^4 a = 1$. D. $\sin^2 a + \cos^2 a = 1$.

Câu 42: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\sin(\pi + \alpha) < 0$. B. $\sin(\pi - \alpha) < 0$.
C. $\cos(\pi - \alpha) < 0$. D. $\cos(\pi + \alpha) < 0$.

Câu 43: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$, ($90^\circ < \alpha < 180^\circ$). Tính $\cos \alpha$.

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$. C. $\cos \alpha = \frac{5}{3}$. D. $\cos \alpha = \frac{3}{5}$.

Câu 44: Cho $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính $\cos \alpha$?

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $-\frac{3}{5}$. D. $\frac{4}{5}$.

Câu 45: Các đẳng thức nào sau đây đồng thời xảy ra?

- A. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. B. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{5}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.
C. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$; $\cos \alpha = \frac{-3}{5}$. D. $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{4}$; $\cos \alpha = \frac{1}{4}$.

Câu 46: Cho $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $P = \frac{\sin \alpha}{2 \sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha}$ là

- A. $\frac{5}{26}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{5}{26}$. D. $-\frac{1}{3}$.

Câu 47: Biết $\tan \alpha = 2$ và $180^\circ < \alpha < 270^\circ$. Giá trị $\sin \alpha + \cos \alpha$ bằng

- A. $-\frac{3\sqrt{5}}{5}$. B. $1 - \sqrt{5}$. C. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

Câu 48: Cho góc α thỏa $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. B. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$. D. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 49: Tính $S = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots + \sin^2 8^\circ + \sin^2 85^\circ$

- A. $\frac{19}{2}$. B. 8 . C. $\frac{17}{2}$. D. 9 .

Câu 50: Với mọi góc α , biểu thức $\cos \alpha + \cos(\alpha + \frac{\pi}{5}) + \cos(\alpha + \frac{2\pi}{5}) + \dots + \cos(\alpha + \frac{9\pi}{5})$ nhận giá trị bằng

- A. 10 . B. -10 . C. 1 . D. 0 .

Câu 51: Trên mặt phẳng Oxy , cho điểm M di động trên đường tròn lượng giác (tâm O) sao cho số $\frac{1}{4}AM = \alpha$ với $A(1;0)$ và $0 \leq \alpha \leq \pi$. Gọi a, b lần lượt là giá trị nhỏ nhất của $\sin \alpha$ và $\cos \alpha$. Tính $P = a + b$.

A. -2. B. 0. C. $-\sqrt{2}$. D. -1.

Câu 52: Rút gọn biểu thức $A = \frac{2\cos^2 x - 1}{\sin x + \cos x}$, ta được kết quả

A. $A = \sin x + \cos x$. B. $A = \cos x - \sin x$.
 C. $A = \cos 2x - \sin 2x$. D. $A = \cos 2x + \sin 2x$.

Câu 53: Biết $\tan x = 2$, giá trị của biểu thức $M = \frac{3\sin x - 2\cos x}{5\cos x + 7\sin x}$ bằng:

A. $\frac{4}{9}$. B. $-\frac{4}{9}$. C. $\frac{4}{19}$. D. $-\frac{4}{19}$.

Câu 54: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Tính $\sqrt{\frac{1+\sin \alpha}{1-\sin \alpha}} + \sqrt{\frac{1-\sin \alpha}{1+\sin \alpha}}$

A. $-\frac{2}{\cos \alpha}$. B. $\frac{2}{\cos \alpha}$. C. $\frac{2}{\sin \alpha}$. D. $-\frac{2}{\sin \alpha}$.

Câu 55: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$. Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

A. $\sin(\alpha + \beta) = -\frac{2+2\sqrt{10}}{9}$. B. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2\sqrt{10}-2}{9}$.
 C. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}-4\sqrt{2}}{9}$. D. $\sin(\alpha + \beta) = \frac{\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{9}$.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

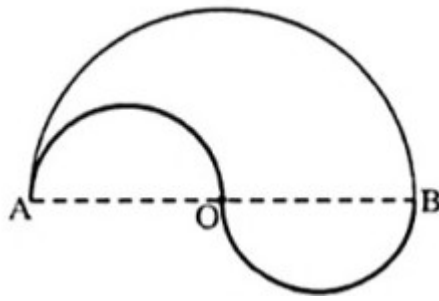
Câu 1: Xét tính **đúng/sai** của các mệnh đề sau:

a) $1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ rad}; 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

b) Một cung của đường tròn bán kính R và có số đo α rad thì có độ dài $l = \pi R \alpha$.

c) Với ba tia Ou, Ov, Ow bất kì, ta có $sđ(Ou, Ov) + sđ(Ov, Ow) = sđ(Ou, Ow) + k360^\circ$, k thuộc số nguyên

d) Cho $OA = 5 \text{ cm}$. Chu vi hình vẽ sau đây 10π

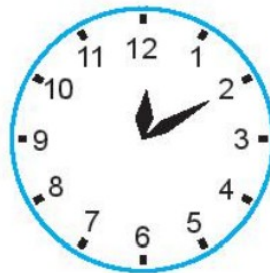


Câu 2: Xét tính đúng - sai của các mệnh đề sau:

a) Cho góc hình học $\angle Ov = 75^\circ$. Công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (Ou, Ov) là $75^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

b) Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 50° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo -125° . Số đo của góc lượng giác (Ou, Ov) bằng $175^\circ + k.360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

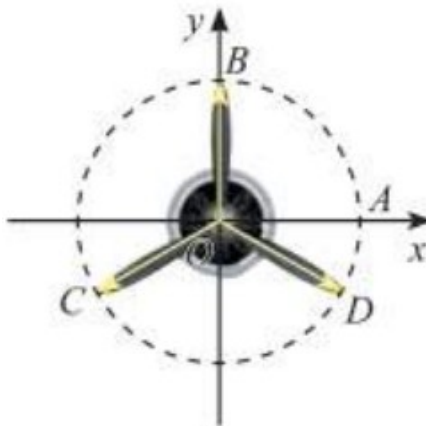
c) Trên đồng hồ hình dưới đây, kim phút đang chỉ đúng số 2. Đến lúc 13 giờ 30 phút thì kim phút đã quay được một góc lượng giác có số đo bằng 480° .



12 giờ 10 phút

d) Trong hình dưới, cánh quạt được chia thành 3 phần bằng nhau. $\angle AOD = 28^\circ$. Công thức

số đo tổng quát của góc lượng giác (Ox, OC) bằng $-148^\circ + k.360^\circ$.



Câu 3: Xét tính đúng - sai các phát biểu sau

a) Góc lượng giác có số đo α (rad) thì mọi góc lượng giác cùng tia đầu và tia cuối với nó có công thức tổng quát của số đo là $\alpha + k.2\pi$

b) Cho góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo -240° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo 120° thì số đo của các góc lượng giác có tia đầu Ou , tia cuối Ov là $-120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

c) Trên đường tròn lượng giác gốc A , cho điểm M xác định bởi $sđ \overset{\circ}{AM} = \frac{\pi}{4}$. Gọi M' là điểm đối xứng của M qua trục Ox . số đo của góc lượng giác có tia đầu OA , tia cuối OM' là: $-\frac{57\pi}{4}$

d) Trong mặt phẳng định hướng cho tia Ox và hình vuông $OABC$ vẽ theo chiều ngược với chiều quay của kim đồng hồ, biết số $(Ox, OA) = 30^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$. Khi đó $sđ(Ox, BC)$ bằng $210^\circ + h360^\circ, h \in \mathbb{Z}$

Câu 4: Cho một góc lượng giác (Ox, Ou) có số đo 250° và một góc lượng giác (Ox, Ov) có số đo

-270° . Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Số đo góc lượng giác (Ou, Ox) bằng $-250^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

b) Số đo góc lượng giác (Ov, Ox) bằng $270^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

c) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) bằng -20° .

d) Số đo một góc lượng giác (Ou, Ov) theo đơn vị radian bằng $\frac{\pi}{9}$.

Câu 5: Đổi số đo của các góc sang radian. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

b) $\left(\frac{15}{\pi}\right)^\circ = \frac{1}{12} \text{ rad}$

c) $132^\circ = \frac{11\pi}{15} \text{ rad}$

d) $-495^\circ = -\frac{13\pi}{4} \text{ rad}$

Câu 6: Đổi số đo của các góc sang độ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\frac{3\pi}{4} \text{ rad} = 135^\circ$;

$$-\frac{\pi}{360} \text{ rad} = -0,5^\circ$$

b) ;

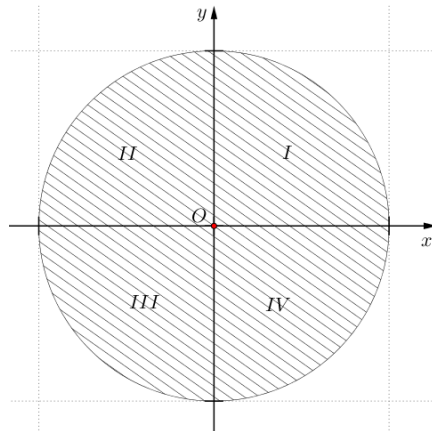
$$\frac{31\pi}{2} \text{ rad} = 27^\circ$$

c) ;

$$-4 \text{ rad} \approx -229,18^\circ$$

d) .

Câu 7: Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II

b) 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ III

c) $\frac{19\pi}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ II

d) $-\frac{13\pi}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV

Câu 8: Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $36^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là điểm M thuộc góc phần tư thứ II

b) $-60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là các điểm M_1, M_2 thuộc góc phần tư thứ II và IV

c) $-\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ là M thuộc góc phần tư thứ III

d) $-\frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ là bốn điểm M, N, P, Q thuộc góc phần tư thứ I, II, III, IV

Câu 9: Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác:

a) $1127^\circ, -313^\circ$

b) $1127^\circ, -674^\circ$;

c) $\frac{61\pi}{5}, -\frac{19\pi}{5}$

b) $\frac{61\pi}{5}, -\frac{23\pi}{4}$.

Câu 10: Các góc có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác:

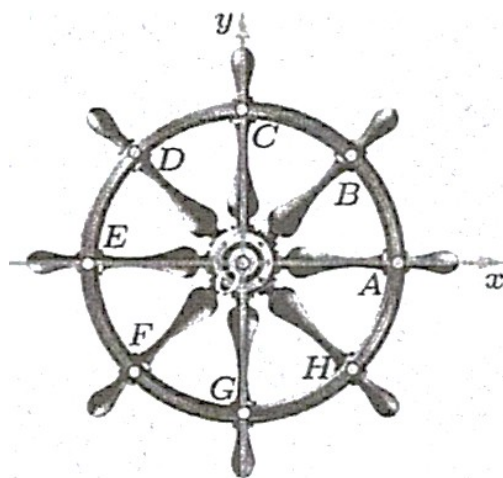
a) $756^\circ, -324^\circ$

b) $-324^\circ, 36^\circ$

c) $36^\circ, 216^\circ$;

b) $-\frac{41\pi}{7}, \frac{15\pi}{7}$.

Câu 11: Trong hình vẽ bên, ta xem hình ảnh đường tròn trên một bánh lái tàu thuỷ tương ứng với một đường tròn lượng giác.



a) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OA, OB) theo đơn vị radian:

$(OA, OB) = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z});$

b) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với bốn điểm biểu diễn là

A, C, E, G $k \frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$
theo đơn vị radian là

c) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với hai điểm biểu diễn là A, E $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$ theo đơn vị độ là:

d) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác $(OA, OC) + (OC, OH)$ theo đơn vị radian:

$$\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 12: Đổi số đo các góc sang đơn vị radian:

a) $90^\circ = \frac{\pi}{2} rad$;

b) $75^\circ = \frac{5\pi}{12} rad$

b) $750^\circ = \frac{25\pi}{6} rad$;

d) $-\left(\frac{5}{\pi}\right)^\circ = -\frac{1}{36} rad$

Câu 13: Biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau đây trên đường tròn lượng giác. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 218° là điểm M thuộc góc phần tư thứ III của đường tròn lượng giác thoả mãn $\angle AOM = 218^\circ$

b) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo -405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác thoả mãn $\angle AON = -45^\circ$

c) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{25\pi}{4}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác thoả mãn $\angle AOP = \frac{\pi}{4}$

d) Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo $\frac{15\pi}{2}$ là điểm $Q(0; -1)$ thuộc đường tròn lượng giác thoả mãn $\angle AOQ = -\frac{\pi}{2}$

Câu 14: Đổi số đo các góc sau đây sang radian. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $108^\circ = \frac{3\pi}{5}$ rad

b) $120^\circ = \frac{2\pi}{3}$ rad

c) $22^\circ 30' = \frac{\pi}{8}$ rad

d) $\left(\frac{1}{6\pi}\right)^\circ = \frac{1}{10}$ rad

Câu 15: Tính được giá trị các biểu thức. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $A = \frac{1}{\sqrt{3}} \cos 30^\circ - 3\sqrt{2} \sin 45^\circ + \cot 45^\circ = -\frac{3}{2}$;

b) $B = \sin^2 60^\circ + \tan^2 30^\circ - 2 = -\frac{11}{12}$;

c) $C = 2 \sin \frac{\pi}{6} + \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{5}{2}$

d) $D = \frac{\tan \frac{\pi}{4} + 1}{\frac{1}{\sqrt{2}} \cot \frac{\pi}{2} - 2} = \frac{6}{5}$.

Câu 16: Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos \alpha = -\frac{1}{2}$

c) $\tan \alpha = \sqrt{3}$

d) $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 17: Tính được các giá trị lượng giác của góc $\alpha = -\frac{\pi}{4} + (2k+1)\pi$ (biết $k \in \mathbb{Z}$). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$
 c) $\tan \alpha = -1$
 d) $\cot \alpha = -1$

Câu 18: Cho $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $A = \sin(\alpha + 90^\circ) > 0$;
 b) $B = \cos(\alpha - 45^\circ) > 0$;
 c) $C = \tan(270^\circ - \alpha) < 0$;
 d) $D = \cos(2\alpha + 90^\circ) > 0$.

Câu 19: Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \alpha = -\frac{4}{5}$. Và các biểu thức: $A = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) + \sin(\pi + \alpha)$;
 $B = \cos(\pi - \alpha) + \cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$. Khi đó

- a) $A = \cos \alpha - \sin \alpha$
 b) $B = \cos \alpha + \tan \alpha$
 c) $A + B = \frac{27}{20}$
 d) $A - B = -\frac{29}{20}$

Câu 20: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\sin x = -\frac{3}{5}$ với $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\cos x > 0$
 b) $\cos x = -\frac{4}{5}$
 c) $\tan x = \frac{3}{4}$
 d) $\cot x = \frac{4}{3}$

Câu 21: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = \frac{1}{4}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\sin x < 0$
- b) $\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$
- c) $\tan x = \sqrt{15}$
- d) $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Câu 22: Cho $\tan x = -2$. Tính được các biểu thức $A_1 = \frac{5\cot x + 4\tan x}{5\cot x - 4\tan x}$, $A_2 = \frac{2\sin x + \cos x}{\cos x - 3\sin x}$,
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\cot x = -\frac{1}{2}$
- b) Vì $\tan x = -2$ nên $\cos x = 0$
- c) $A_1 = -\frac{21}{11}$
- d) $A_2 = \frac{3}{7}$

Câu 23: Cho $\cot x = 2$. Tính được các biểu thức $B_1 = \frac{2\sin x + 3\cos x}{3\sin x - 2\cos x}$, $B_2 = \frac{2}{\cos^2 x - \sin x \cos x}$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Vì $\cot x = 2$ nên $\sin x \neq 0$.
- b) $B_1 = -8$
- c) $B_2 = -5$
- d) $B_1 + B_2 = -13$

Câu 24: Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh Trái Đất và luôn cách tâm Trái Đất một khoảng bằng 9200 km . Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển.

- a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là: $\approx 28902,65(\text{km})$.
- b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ là: $\approx 43353,98(\text{km})$
- c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường 240000 km

d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì vệ tinh vẽ nên một góc $\frac{9\pi}{2}$ rad?

Câu 25: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $A = \cos(\alpha + \pi) < 0$;

b) $B = \tan(\alpha - \pi) > 0$;

c) $C = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) < 0$;

d) $D = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) < 0$.

Câu 26: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = -\frac{5}{13}$ với $180^\circ < x < 270^\circ$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin x < 0$

b) $\tan x = \frac{12}{5}$

c) $\cot x = \frac{5}{12}$

d) $\sin x - \cos x = -\frac{12}{13}$

Câu 27: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\tan x = \frac{1}{3}$ với $\frac{\pi}{2} < x < \pi$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos x < 0$

b) $\cos x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

c) $\sin x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

d) $\sin x + \cos x = -\frac{\sqrt{10}}{5}$

Câu 28: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$, $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos^2 \alpha = \frac{9}{16}$

- b) $\cos \alpha = -\frac{3}{4}$
 c) $\cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}$
 d) $\tan \alpha + \cot \alpha = -\frac{16\sqrt{7}}{23}$

Câu 29: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cos \alpha = -\frac{7}{15}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó

- a) $\sin^2 \alpha = \frac{176}{225}$
 b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{176}}{15}$
 c) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{176}}{7}$
 d) $\cot \alpha = -\frac{7}{\sqrt{176}}$

Câu 30: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\tan \alpha = 2, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khi đó

- a) $\cot \alpha = \frac{1}{2}$
 b) $\cos^2 \alpha = \frac{1}{5}$
 c) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{5}$
 d) $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{5}}{5}$

Câu 31: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\cos \alpha < 0$
 b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$
 c) $\tan \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$
 d) $\cot \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{2}$

Câu 32: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cos \alpha = -\frac{3}{4}, -\frac{3\pi}{2} < \alpha < -\pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\sin \alpha < 0$
 b) $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$
 c) $\tan \alpha = \frac{-\sqrt{7}}{3}$
 d) $\cot \alpha = -\frac{3}{\sqrt{7}}$

Câu 33: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{10}}{9}, \pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\cot \alpha = \frac{9}{2\sqrt{10}}$
 b) $\cos \alpha = -\frac{9}{11}$
 c) $\begin{cases} \cos \alpha < 0 \\ \sin \alpha < 0 \end{cases}$
 d) $\sin \alpha = -\frac{2\sqrt{10}}{11}$

Câu 34: Tính được các giá trị lượng giác của góc α , biết: $\cot \alpha = \sqrt{2} + 1, 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\begin{cases} \cos \alpha > 0 \\ \sin \alpha > 0 \end{cases}$
 b) $\tan \alpha = \sqrt{2} + 1$
 c) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2}}{2}$
 d) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{2}}{2}$

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trên đường tròn lượng giác lấy điểm M sao cho $(OA, OM) = 40^\circ$. Gọi M' đối xứng với M qua gốc tọa độ. Khi đó số đo của góc lượng giác (OA, OM') bằng:
A. $40^\circ + k360^\circ$. **B.** $140^\circ + k360^\circ$. **C.** $220^\circ + k360^\circ$. **D.** $50^\circ + k360^\circ$.

Câu 2: Cho $\cos \alpha = -\frac{2}{5}$ với $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Khi đó, $\tan \alpha$ bằng:

- A.** $\frac{\sqrt{21}}{5}$. **B.** $-\frac{\sqrt{21}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{21}}{2}$. **D.** $-\frac{\sqrt{21}}{5}$.

Câu 3: Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Khi đó, $\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha$ bằng:

- A.** 8. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 2.

Câu 4: Kết quả thu gọn của biểu thức

$$A = \sin\left(\pi + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cot(2\pi - x) + \tan\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) \text{ là:}$$

- A.** $-2 \cot x$. **B.** $2 \tan x$. **C.** $2 \sin x$. **D.** $-2 \sin x$.

Câu 5: Cho $\tan \alpha = 2$. Khi đó giá trị của biểu thức $A = \frac{\sin^2 \alpha - 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{\cos^2 \alpha + 3 \sin^2 \alpha}$ bằng:

- A.** 4. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 6: Cho lục giác đều $ABCDEF$ nội tiếp trong đường tròn lượng giác (thứ tự đi từ A đến các đỉnh theo chiều ngược chiều kim đồng hồ). Tính số đo của các góc lượng giác $(OA, OB), (OA, OC), (OA, OD), (OA, OE), (OA, OF)$.

Câu 7: Hoàn thành bảng sau:

Số đo độ	20°	?	150°	500°	?	?
Số đo radian	?	$\frac{11\pi}{2}$	?	?	$-\frac{5\pi}{6}$	$\frac{7\pi}{15}$

Câu 8: Trên đường tròn lượng giác, xác định điểm Q biểu diễn các góc lượng giác có số đo sau:

- a) $\frac{\pi}{6}$
b) $-\frac{5\pi}{7}$
c) 270° ;
d) -415° .

Câu 9: Một đường tròn có bán kính $20m$. Tìm độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo là:

- a) $\frac{2\pi}{7}$
b) 36° .

Câu 10: Đổi số đo của các góc sau đây sang radian:

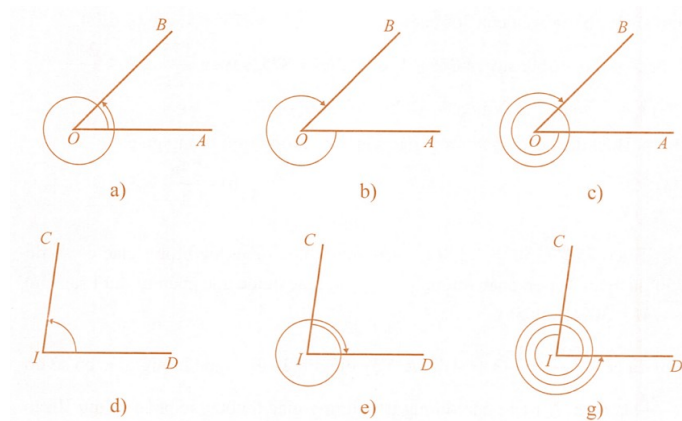
- a) 15° ;
b) 65° ;
c) -105° ;
d) $\left(\frac{-5}{\pi}\right)^0$.

Câu 11: Đổi số đo của các góc sau đây sang độ:

- a) 6;

- b) $\frac{4\pi}{15}$
- c) $-\frac{19\pi}{8}$
- d) $\frac{5}{3}$.

Câu 12: Xác định số đo của các góc lượng giác được biểu diễn trong mỗi hình dưới đây. Biết trong các Hình a, b, c có $\angle AOB = \frac{\pi}{4}$; trong các Hình d, e, g có $\angle ID = 82^\circ$.



Câu 13: Hãy tìm số đo α của góc lượng giác (Om, On) , với $-\pi \leq \alpha < \pi$, biết một góc lượng giác cùng tia đầu Om và tia cuối On có số đo là:

- a) $\frac{36\pi}{5}$;
- b) $-\frac{75\pi}{14}$
- c) $\frac{39\pi}{8}$
- d) 2023π .

Câu 14: Cho một góc lượng giác có số đo là 375° .

- a) Tìm số lớn nhất trong các số đo của góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó mà có số đo âm;
- b) Tìm số nhỏ nhất trong các số đo của góc lượng giác cùng tia đầu, tia cuối với góc đó mà có số đo dương.

Câu 15: Viết công thức tổng quát của số đo góc lượng giác (Om, On) dưới dạng $a^\circ + k360^\circ$ ($k \in \mathbb{Z}$), với $0 \leq a < 360$, biết một góc lượng giác với tia đầu Om , tia cuối On có số đo:

- a) 1935° ;

- b) -450° ;
 c) -1440° ;
 d) $754,5^\circ$.

Câu 16: Biểu diễn các góc lượng giác sau trên đường tròn lượng giác:

- a) -1965° ;
 b) $\frac{48\pi}{5}$.

Câu 17: a) Góc lượng giác -245° có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc lượng giác nào sau đây?

-605° ; -65° ; 115° ; 205° ; 475° .

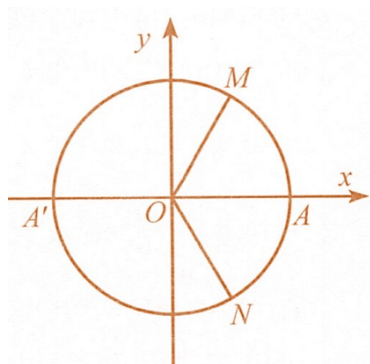
b) Góc lượng giác $\frac{24\pi}{5}$ có cùng điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác với góc lượng giác nào sau đây?

$-\frac{16\pi}{5}$; $-\frac{\pi}{5}$; $\frac{14\pi}{5}$; $\frac{29\pi}{5}$; $\frac{53\pi}{10}$.

Câu 18: Trên đường tròn lượng giác, hãy biểu diễn các góc lượng giác có số đo có dạng là:

- a) $\frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
 b) $\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 19: Trong hình bên, các điểm M, A', N tạo thành ba đỉnh của một tam giác đều. Vị trí các điểm M, A', N trên đường tròn lượng giác có thể được biểu diễn cho góc lượng giác nào sau đây?



$\frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$; $-\pi + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$; $-\frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 20: Cho ba điểm M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn trên đường tròn lượng giác của các góc lượng giác có số đo $k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi; \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$. Tam giác MNP là tam giác gì?

Câu 21: Cho $\cos x = -\frac{5}{13} (90^\circ < x < 180^\circ)$. Tính các giá trị lượng giác còn lại của góc x .

Câu 22: Tính các giá trị lượng giác của góc α , nếu:

a) $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

b) $\cos \alpha = \frac{11}{61}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

c) $\tan \alpha = -\frac{15}{8}$ và $-90^\circ < \alpha < 90^\circ$;

d) $\cot \alpha = -2,4$ và $-180^\circ < \alpha < 0^\circ$.

Câu 23: Biểu diễn các giá trị lượng giác sau qua các giá trị lượng giác của góc có số đo từ 0 đến $\frac{\pi}{4}$ (hoặc từ 0° đến 45°):

a) $\sin(-1693^\circ)$;

b) $\cos \frac{1003\pi}{3}$;

c) $\tan 885^\circ$;

d) $\cot \left(-\frac{53\pi}{10} \right)$.

Câu 24: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của các giá trị lượng giác sau:

a) $\cos(\alpha + \pi)$;

b) $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right)$;

c) $\tan \left(\alpha + \frac{3\pi}{2} \right)$

d) $\cot \left(\alpha - \frac{\pi}{2} \right)$

e) $\cos \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right)$;

g) $\sin(\pi - 2\alpha)$.

Câu 25: Biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \frac{3 \sin \alpha}{2 \cos \alpha - \tan \alpha};$

b) $B = \frac{\cot^2 \alpha - \sin \alpha}{\tan \alpha + 2 \cos \alpha}.$

Câu 26: Cho $\sin a + \cos a = m$. Hãy tính theo m .

a) $\sin a \cos a;$

b) $\sin^3 a + \cos^3 a;$

c) $\sin^4 a + \cos^4 a.$

Câu 27: Cho $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ với $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$. Tính $\cos \alpha, \tan \alpha, \cot \alpha$.

Câu 28: Rút gọn biểu thức $A = 2 \cos^4 x - \sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x + 3 \sin^2 x$.

Câu 29: Cho $\cot x = -3, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\sin x, \cos x, \tan x$.

Câu 30: Cho $\tan x = -2$. Tính giá trị của mỗi biểu thức sau:

a) $A = \frac{3 \sin x - 5 \cos x}{4 \sin x + \cos x}$

b) $B = \frac{2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - \cos^2 x}{\sin^2 x + \sin x \cos x}$

Câu 31: Tính:

a) $A = \cos^2 \frac{\pi}{8} + \cos^2 \frac{3\pi}{8} + \cos^2 \frac{5\pi}{8} + \cos^2 \frac{7\pi}{8}$

b) $B = \sin \frac{\pi}{5} + \sin \frac{2\pi}{5} + \dots + \sin \frac{9\pi}{5}$ (gồm 9 số hạng);

c) $C = \tan 1^\circ \cdot \tan 2^\circ \cdot \tan 3^\circ \dots \cdot \tan 89^\circ$ (gồm 89 thừa số).

Câu 32: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{1}{3}$ với $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$. Tính:

a) $A = \sin \alpha \cos \alpha;$

b) $B = \sin \alpha - \cos \alpha;$

c) $C = \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$

d) $D = \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha.$

Câu 33: Rút gọn các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \cos(\alpha + \pi) + \sin\left(\alpha + \frac{5\pi}{2}\right) - \tan\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \tan(\pi - \alpha) \\ \text{b)} \quad & \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \sin(\beta + \pi) - \sin(2\pi - \alpha) \cos\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}$$

Câu 34: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \sin 17^\circ \sin 197^\circ + \sin 73^\circ \cos 163^\circ; \\ \text{b)} \quad & \frac{1}{1 - \tan 145^\circ} + \frac{1}{1 + \tan 55^\circ} \end{aligned}$$

Câu 35: a) Cho $\tan \alpha + \cot \alpha = 2$. Tính giá trị của biểu thức $\tan^3 \alpha + \cot^3 \alpha$.

$$\text{b) Cho } \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{4} = \frac{1}{4}. \text{ Tính giá trị của biểu thức } \sin \alpha \cos \alpha.$$

$$\text{c) Cho } \frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{2} = \frac{1}{2}. \text{ Tính giá trị của biểu thức } \sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha.$$

Câu 36: Cho $\tan x = 2$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a) } \frac{3 \sin x - 4 \cos x}{5 \sin x + 2 \cos x}$$

$$\text{b) } \frac{\sin^3 x + 2 \cos^3 x}{2 \sin x + 3 \cos x}.$$

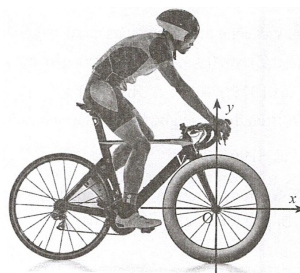
Câu 37: Một vệ tinh được định vị tại vị trí A trong không gian. Từ vị trí A , vệ tinh bắt đầu chuyển động quanh Trái Đất theo quỹ đạo là đường tròn với tâm là tâm O của Trái Đất. Giả sử vệ tinh chuyển động hết một vòng của quỹ đạo trong $2h$ theo chiều kim đồng hồ. Khi vệ tinh chuyển động được $3h$, bán kính của vòng quay quét một góc lượng giác có số đo bằng bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian).

Câu 38: Một chiếc quạt trần năm cánh quay với tốc độ 175 vòng trong một phút. Chọn chiều quay của quạt là chiều dương.

a) Sau 5 giây, cánh quạt quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

b) Sau thời gian bao lâu cánh quạt quay được một góc có số đo 42π ?

Câu 39: Trong chặng đua nước rút, bánh xe của một vận động viên đua xe đạp quay được 30 vòng trong 8 giây. Chọn chiều quay của bánh xe là chiều dương. Xét vận V của bánh xe.



a) Sau 1 phút, vận V đó quay được một góc có số đo bao nhiêu radian?

b) Biết rằng bán kính của bánh xe là 35cm . Độ dài quãng đường mà vận động viên đua xe đạp đã đi được trong 1 phút là bao nhiêu mét?

A. Tóm tắt kiến thức**1. Công thức cộng**

- $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$; $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$;
- $\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$; $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$;
- $\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$
- $\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$

(khi các biểu thức đều có nghĩa).

2. Công thức nhân đôi

- $\sin 2a = 2 \sin a \cos a$;
- $\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a$
- $\tan 2a = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$

(khi các biểu thức đều có nghĩa).

3. Công thức hạ bậc

- $\cos^2 a = \frac{1 + \cos 2a}{2}$;
- $\sin^2 a = \frac{1 - \cos 2a}{2}$.

4. Công thức biến đổi tích thành tổng

- $\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a + b) + \cos(a - b)]$
- $\sin a \sin b = -\frac{1}{2} [\cos(a + b) - \cos(a - b)]$
- $\sin a \cos b = \frac{1}{2} [\sin(a + b) + \sin(a - b)]$.

5. Công thức biến đổi tổng thành tích

- $\cos u + \cos v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$; • $\sin u + \sin v = 2 \sin \frac{u+v}{2} \cos \frac{u-v}{2}$
- $\cos u - \cos v = -2 \sin \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$; • $\sin u - \sin v = 2 \cos \frac{u+v}{2} \sin \frac{u-v}{2}$.

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Tính giá trị của các biểu thức chứa giá trị lượng giác

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho $\tan(a+b)=3, \tan(a-b)=2$. Tính $\tan 2a, \tan 2b$.

Câu 2: Cho $\sin a = \frac{2}{\sqrt{5}}$. Tính $\cos 2a, \cos 4a$.

Câu 3: Cho $\cos 2x = \frac{1}{4}$. Tính:

$$A = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) \cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right); B = \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$$

Câu 4: Không dùng máy tính cầm tay, tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sin \frac{7\pi}{12}$

b) $\cos \frac{5\pi}{12} + \cos \frac{\pi}{12}$

c) $\sin \frac{\pi}{24} \sin \frac{5\pi}{24}$

Câu 5: Không dùng máy tính, hãy tính:

a) $\cos 165^\circ$;

b) $\tan \frac{7\pi}{12}$.

Câu 6: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$A = \cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ; \quad B = \sin \frac{11\pi}{2} \cos \frac{5\pi}{2}.$$

Câu 7: Không dùng máy tính, tính giá trị của biểu thức sau

$$A = \frac{\sin \frac{\pi}{9} + \sin \frac{5\pi}{9}}{\cos \frac{\pi}{9} + \cos \frac{5\pi}{9}}$$

Câu 8: Biết $\sin a = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < a < \pi$. Hãy tính các giá trị lượng giác của góc $2a$.

Câu 9: Không dùng máy tính cầm tay. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sin \frac{19\pi}{24} \cos \frac{37\pi}{24}$

$$b) \cos \frac{41\pi}{12} - \cos \frac{13\pi}{12}$$

$$c) \frac{\tan \frac{\pi}{7} + \tan \frac{3\pi}{28}}{1 + \tan \frac{6\pi}{7} \tan \frac{3\pi}{28}}.$$

Câu 10: Không sử dụng máy tính, tính các giá trị lượng giác của góc 105° .

Câu 10: Cho $\sin \alpha = \frac{12}{13}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$a) \cos 2\alpha;$$

$$b) \sin \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right)$$

$$c) \tan \left(\alpha + \frac{\pi}{4} \right)$$

Câu 11: Tính các giá trị lượng giác của góc α , biết $\cos 2\alpha = -\frac{7}{25}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$.

•Dạng 2: Giá trị lượng giác của góc lượng giác

☞ Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cho $\cos(a+2b) = 2\cos a$. Chứng minh rằng: $\tan(a+b)\tan b = \frac{-1}{3}$.

Câu 2: Cho tam giác ABC , chứng minh rằng:

$$a) \tan A + \tan B + \tan C = \tan A \cdot \tan B \cdot \tan C$$

(với điều kiện tam giác ABC không vuông);

$$b) \tan \frac{A}{2} \cdot \tan \frac{B}{2} + \tan \frac{B}{2} \cdot \tan \frac{C}{2} + \tan \frac{C}{2} \cdot \tan \frac{A}{2} = 1;$$

Câu 3: Chứng minh các đẳng thức lượng giác sau:

$$a) \sin(60^\circ + \alpha) - \sin(60^\circ - \alpha) = \sin \alpha;$$

$$b) \sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4\alpha;$$

$$c) \sin \alpha (2 \cos 4\alpha + 2 \cos 2\alpha + 1) = \sin 5\alpha;$$

$$d) \frac{\cos(\alpha - \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{1 + \tan \alpha \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}.$$

Câu 4: Rút gọn các biểu thức sau:

$$\text{a) } \frac{\sin \alpha + \sin 2\alpha}{1 + \cos \alpha + \cos 2\alpha}$$

$$\text{b) } \frac{\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - \sin\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)};$$

$$\text{c) } \frac{\sin^2 \alpha}{4 - 4 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

Câu 5: Chứng minh đẳng thức sau

$$\sin^4 a + \cos^4 a = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2a = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4a.$$

Câu 6: Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a) } A = \sin \frac{\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9}$$

$$\text{b) } B = \sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ.$$

Câu 7: Chứng minh rằng:

$$\text{a) } \cos a - \sin a = \sqrt{2} \cos \left(a + \frac{\pi}{4} \right)$$

$$\text{b) } \sin a + \sqrt{3} \cos a = 2 \sin \left(a + \frac{\pi}{3} \right).$$

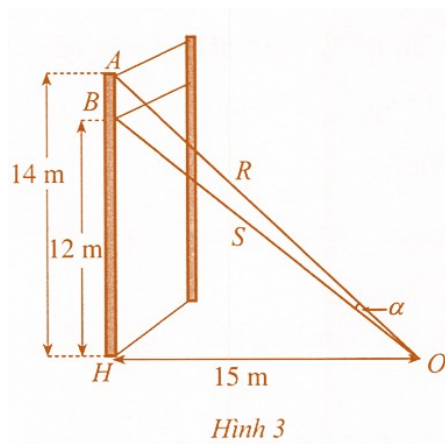
Câu 8: Chứng minh rằng trong mọi tam giác ABC ta đều có

$$\sin A + \sin B + \sin C = 4 \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}.$$

•Dạng ③: Ứng dụng

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Một sợi cáp R được gắn vào một cột thẳng đứng ở vị trí cách mặt đất $14m$. Một sợi cáp S khác cũng được gắn vào cột đó ở vị trí cách mặt đất $12m$. Biết rằng hai sợi cáp trên cùng được gắn với mặt đất tại một vị trí cách chân cột $15m$ (Hình 3).



Hình 3

a) Tính $\tan \alpha$, ở đó α là góc giữa hai sợi cáp trên.

b) Tính số đo góc α (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ).

Câu 2: Trong vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hòa cho bởi công thức $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t , A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hòa có phương trình:

$$x_1(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$$

$$x_2(t) = 2 \cos\left(\frac{\pi}{3}t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$$

Tìm dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ và sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp này

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Tính $\sin 105^\circ$ ta được:

A. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. B. $-\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. D. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

Câu 2: Tính $\tan 105^\circ$ ta được:

A. $-(2 + \sqrt{3})$. B. $2 + \sqrt{3}$. C. $2 - \sqrt{3}$. D. $-(2 - \sqrt{3})$.

Câu 3: Rút gọn biểu thức: $\cos 54^\circ \cos 4^\circ - \cos 36^\circ \cos 86^\circ$, ta được:

A. $\cos 50^\circ$. B. $\cos 58^\circ$. C. $\sin 50^\circ$. D. $\sin 58^\circ$.

Câu 4: Rút gọn biểu thức $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ ta được

A. $\sqrt{2} \sin x$. B. $-\sqrt{2} \sin x$. C. $\sqrt{2} \cos x$. D. $-\sqrt{2} \cos x$.

Câu 5: Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

Câu 6: Biểu thức $M = \cos(-53^\circ) \cdot \sin(-337^\circ) + \sin(307^\circ) \cdot \sin(113^\circ)$ có giá trị bằng:

A. $-\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 7: Rút gọn biểu thức: $\sin(a - 17^\circ) \cdot \cos(a + 13^\circ) - \sin(a + 13^\circ) \cdot \cos(a - 17^\circ)$, ta được

A. $\sin 2a$. B. $\cos 2a$. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 8: Giá trị của biểu thức $\cos \frac{37\pi}{12}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$. C. $-\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}$.

Câu 9: Rút gọn biểu thức: $\cos(120^\circ - x) + \cos(120^\circ + x) - \cos x$ ta được kết quả là

A. 0. B. $-\cos x$. C. $-2\cos x$. D. $\sin x - \cos x$.

Câu 10: Khẳng định nào dưới đây **SAI**?

A. $2\sin^2 a = 1 - \cos 2a$. B. $\cos 2a = 2\cos a - 1$.

C. $\sin 2a = 2\sin a \cos a$. D. $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cdot \cos a$.

Câu 11: Gọi $M = \cos^4 15^\circ - \sin^4 15^\circ$ thì:

A. $M = 1$. B. $M = \frac{\sqrt{3}}{2}$. C. $M = \frac{1}{4}$. D. $M = 0$.

Câu 12: Giá trị đúng của $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$. B. $-\frac{1}{2}$. C. $\frac{1}{4}$. D. $-\frac{1}{4}$.

Câu 13: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}$, $\cos b = \frac{1}{4}$.

Giá trị $\cos(a+b).\cos(a-b)$ bằng

- A. $-\frac{113}{144}$. B. $-\frac{115}{144}$. C. $-\frac{117}{144}$. D. $-\frac{119}{144}$.

Câu 14: Nếu biết $\sin a = \frac{8}{17}$, $\tan b = \frac{5}{12}$ và a, b đều là các góc nhọn và dương thì $\sin(a-b)$ là:

- A. $\frac{20}{220}$. B. $-\frac{20}{220}$. C. $\frac{21}{221}$. D. $\frac{22}{221}$.

Câu 15: Nếu $\tan x = 0.5$; $\sin y = \frac{3}{5}$ ($0 < y < 90^\circ$) thì $\tan(x+y)$ bằng:

- A. $\frac{2}{5}$. B. $\frac{3}{5}$. C. $\frac{4}{5}$. D. $\frac{5}{5}$.

Câu 16: Gọi $M = \tan x - \tan y$ thì:

- A. $M = \tan(x-y)$. B. $M = \frac{\sin(x+y)}{\cos x.\cos y}$.
C. $M = \frac{\sin(x-y)}{\cos x.\cos y}$. D. $M = \frac{\tan x - \tan y}{1 + \tan x.\tan y}$.

Câu 17: Gọi $M = \cos(a+b).\cos(a-b) - \sin(a+b).\sin(a-b)$ thì:

- A. $M = 1 - 2\cos^2 a$. B. $M = 1 - 2\sin^2 a$.
C. $M = \cos 4a$. D. $M = \sin 4a$.

Câu 18: Nếu $\sin x + \cos x = \frac{1}{2}$ thì $\sin 2x$ bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3}{8}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $-\frac{3}{4}$.

Câu 19: Biết $\sin \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị của $P = \cos\left(2\alpha - \frac{\pi}{3}\right)$ là

- A. $P = 0$. B. $P = -1$. C. $P = \frac{1}{2}$. D. $P = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 20: Biểu thức $\frac{1 + \sin 4\alpha - \cos 4\alpha}{1 + \sin 4\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng:

- A. $\sin 2\alpha$. B. $\cos 2\alpha$. C. $\tan 2\alpha$. D. $\cot 2\alpha$.

Câu 21: Biểu thức $\frac{3 - 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}{3 + 4\cos 2\alpha + \cos 4\alpha}$ có kết quả rút gọn bằng:

- A. $-\tan^4 \alpha$. B. $\tan^4 \alpha$. C. $-\cot^4 \alpha$. D. $\cot^4 \alpha$.

Câu 22: Khi $\alpha = \frac{\pi}{6}$ thì biểu thức $\frac{\sin^2 2\alpha + 4\sin^4 \alpha - 4\sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \alpha}{4 - \sin^2 2\alpha - 4\sin^2 \alpha}$ có giá trị bằng.

- A. $\frac{1}{3}$. B. $\frac{1}{6}$. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{12}$.

Câu 23: Nếu $\tan \frac{x}{2} = \frac{a}{b}$ thì biểu thức $a \sin x + b \cos x$ bằng:

- A. a . B. b . C. $\frac{a+b}{a}$. D. $\frac{a+b}{b}$.

Câu 24: Nếu $\tan \frac{x}{2} = \frac{1}{2}$ thì giá trị của biểu thức $\frac{\sin x}{2 - 3\cos x}$ bằng.

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 25: Biết $\sin x = \frac{1}{3}$ và $90^\circ < x < 180^\circ$ thì biểu thức $\frac{1 + \sin 2x + \cos 2x}{1 + \sin 2x - \cos 2x}$ có giá trị bằng:

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\frac{1}{2\sqrt{2}}$. C. $-2\sqrt{2}$. D. $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$.

Câu 26: Rút gọn biểu thức $P = \cos(120^\circ + x) + \cos(120^\circ - x) - \cos x$ ta được kết quả là:

- A. 0 . B. $-\cos x$. C. $-2\cos x$. D. $\sin x - \cos x$.

Câu 27: Tích số $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ$ bằng

- A. $\frac{1}{16}$. B. $\frac{1}{8}$. C. $\frac{3}{16}$. D. $\frac{1}{4}$.

Câu 28: Cho biểu thức $A = \sin^2(a+b) - \sin^2 a - \sin^2 b$. Hãy chọn kết quả đúng

- A. $A = 2\cos a \cdot \sin b \cdot \sin(a+b)$. B. $A = 2\sin a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b)$.

$$\text{C. } A = 2 \cos a \cdot \cos b \cdot \cos(a+b). \quad \text{D. } A = 2 \sin a \cdot \sin b \cdot \cos(a+b).$$

Câu 29: Cho $M = 5 - 2 \sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

$$\text{A. } 3. \quad \text{B. } 5. \quad \text{C. } 6. \quad \text{D. } 7.$$

Câu 30: Giá trị lớn nhất của biểu thức $M = 7 \cos^2 x - 2 \sin^2 x$ là

$$\text{A. } -2. \quad \text{B. } 5. \quad \text{C. } 7. \quad \text{D. } 16.$$

Câu 31: Cho $M = 6 \cos^2 x + 5 \sin^2 x$. Khi đó giá trị lớn nhất của M là

$$\text{A. } 1. \quad \text{B. } 5. \quad \text{C. } 6. \quad \text{D. } 11.$$

Câu 32: Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

$$\text{A. } \sin C = -\sin(A+B). \quad \text{B. } \cos C = \cos(A+B).$$

$$\text{C. } \tan C = \tan(A+B). \quad \text{D. } \cot C = -\cot(A+B).$$

Câu 33: Biết A, B, C là các góc của tam giác ABC , khi đó.

$$\text{A. } \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cos\frac{C}{2}. \quad \text{B. } \cos\left(\frac{A+B}{2}\right) = -\cos\frac{C}{2}.$$

$$\text{C. } \tan\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}. \quad \text{D. } \cot\left(\frac{A+B}{2}\right) = \cot\frac{C}{2}.$$

Câu 34: Biết $\cot x = \frac{3}{4}, \cot y = \frac{1}{7}$, x, y đều là góc dương, nhọn thì:

$$\text{A. } x+y = \frac{\pi}{4}. \quad \text{B. } x+y = \frac{2\pi}{3}. \quad \text{C. } x+y = \frac{3\pi}{4}. \quad \text{D. } x+y = \frac{5\pi}{6}.$$

Câu 35: Nếu biết $\begin{cases} \tan a + \tan b = 2 \\ \tan(a+b) = 4 \end{cases}$ thì các giá trị của $\tan a, \tan b$ bằng:

$$\text{A. } \frac{1}{3}, \frac{5}{3} \quad \text{hoặc ngược lại.} \quad \text{B. } \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \quad \text{hoặc ngược lại.}$$

$$\text{C. } 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}, 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{hoặc ngược lại.} \quad \text{D. } 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}, 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{hoặc ngược lại.}$$

Câu 36: Hãy xác định hệ thức sai:

$$\sin x \cdot \cos^3 x - \cos x \sin^3 x = \frac{\sin 4x}{4}$$

A. .

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3 + \cos 4x}{4}$$

B. .

$$\frac{1 + \sin x}{\cos x} = \cot \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right)$$

C. .

$$\cot^2 x + \tan^2 x = \frac{2 \cos 4x + 6}{1 - \cos 4x}$$

D. .

Câu 37: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **sai**?

A. $\frac{\cos 2x}{1 + \sin 2x} = \frac{1 - \tan x}{1 + \tan x}$.

B. $4 \sin a \cdot \cos a (1 - 2 \sin^2 a) = \sin 4a$.

C. $\cos 4a = 8 \cos^4 a - 8 \cos^2 a + 1$.

D. $\cos 4a - 4 \cos 2a + 3 = 8 \cos^4 a$.

Câu 38: Nếu $\sin \alpha = \frac{4}{5}$ thì giá trị của $\cos 4\alpha$ là:

A. $\frac{527}{625}$.

B. $-\frac{527}{625}$.

C. $\frac{524}{625}$.

D. $-\frac{524}{625}$.

Câu 39: Nếu $\sin a - \cos a = \frac{1}{5} (135^\circ < a < 180^\circ)$ thì giá trị đúng của $\tan 2a$ là:

A. $-\frac{20}{7}$.

B. $\frac{20}{7}$.

C. $\frac{24}{7}$.

D. $-\frac{24}{7}$.

Câu 40: Trong các mệnh đề sau. Mệnh đề nào **sai**.

A. $4 \sin \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \left(30^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) \cdot \sin \left(60^\circ - \frac{\alpha}{2} \right) = \sin \frac{3\alpha}{2}$.

B. $\cos 10^\circ \cdot \cos 30^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ = \frac{\sqrt{3}}{16}$.

C. $4 \sin \frac{a}{3} \cdot \sin \frac{\pi + a}{3} \cdot \sin \frac{\pi - a}{3} = \sin a$.

$$4 \cos \frac{a}{3} \cdot \cos \frac{\pi + a}{3} \cdot \cos \frac{\pi - a}{3} = \cos a$$

D.

Câu 41: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **sai**?

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \cdot \cos \left(x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{2 \sin 2x + \sqrt{3}}{4}$$

A.

$$\sin \frac{\pi}{5} \cdot \sin \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2} \left(\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{5} \right)$$

B.

$$\sin \left(x + \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \cos 2x = \frac{1}{4} \cos 2x - \frac{1}{8} \cos 4x - \frac{1}{8}$$

C.

$$8 \cos x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x = 2(\cos 2x - \cos 4x - \cos 6x + 1)$$

D.

Câu 42: Trong các hệ thức sau, hệ thức nào **sai**?

$$3 + 4 \cos^2 x = 4 \sin(x - 60^\circ) \cdot \sin(x + 60^\circ)$$

A.

$$\sin^2 x - 3 = 4 \cos(x + 30^\circ) \cdot \cos(x + 150^\circ)$$

B.

$$3 - \cot^2 x = \frac{4 \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) \cdot \sin \left(2x + \frac{\pi}{6} \right)}{\cos^2 x}$$

C.

$$\tan^2 a - \tan^2 b = \frac{\sin(a + b) \cdot \sin(a - b)}{\cos^2 a \cdot \cos^2 b}$$

D.

$$\sin^2 x + \sin^2 \left(\frac{2\pi}{3} + x \right) + \sin^2 \left(\frac{2\pi}{3} - x \right)$$

Câu 43: Biểu thức rút gọn bằng: không phụ thuộc vào x và có kết quả

$$\frac{2}{3}$$

A.

$$\frac{3}{2}$$

B.

$$\frac{3}{4}$$

C.

$$\frac{4}{3}$$

D.

$$\tan a = \frac{1}{2} (0 < a < 90^\circ), \tan b = -\frac{1}{3} (90^\circ < b < 180^\circ)$$

Câu 44: Nếu biết bằng: thì $\cos(2a - b)$ có giá trị đúng

$$-\frac{\sqrt{10}}{10}$$

A.

$$\frac{\sqrt{10}}{10}$$

B.

$$-\frac{\sqrt{5}}{5}$$

C.

$$\frac{\sqrt{5}}{5}$$

D.

Câu 45: Cho $M = 3\sin x + 4\cos x$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $M \leq 5$. B. $M > 5$. C. $M \geq 5$. D. $-5 \leq M \leq 5$.

Câu 46: Giá trị lớn nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ bằng

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 47: Giá trị nhỏ nhất của $M = \sin^4 x + \cos^4 x$ là

- A. 0. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{2}$. D. 1.

Câu 48: Một tam giác ABC có các góc A, B, C thỏa mãn $\sin \frac{A}{2} \cos^3 \frac{B}{2} - \sin \frac{B}{2} \cos^3 \frac{A}{2} = 0$ thì tam giác đó có gì đặc biệt?

- A. Không có gì đặc biệt. B. Tam giác đó vuông.
C. Tam giác đó đều. D. Tam giác đó cân.

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1. Cho biết $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\cos \alpha = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$
b) $\sin 2\alpha = -\frac{4\sqrt{2}}{9}$
c) $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$
d) $\cot 2\alpha = \frac{7\sqrt{2}}{8}$

Câu 2. Cho biết $\cos 2\alpha = -\frac{1}{4}$ và $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $\sin \alpha < 0, \cos \alpha < 0$
b) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{10}}{4}$
c) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{4}$
d) $\cot \alpha = \frac{\sqrt{15}}{5}$

Câu 3. Cho biết $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos \alpha < 0$

b) $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$

c) $\tan \alpha = \frac{3}{4}$

d) $\tan \left(\alpha + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{48 - \sqrt{3}}{11}$

Câu 4. Cho biết $\sin \alpha = -\frac{12}{13}, \frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos \alpha > 0$

b) $\cos \alpha = \frac{5}{13}$

c) $\tan \alpha = -\frac{12}{5}$

d) $\cos \left(\frac{\pi}{3} - \alpha \right) = \frac{5 - \sqrt{3}}{26}$

Câu 5. Cho biết $\sin x = \frac{1}{\sqrt{3}}$ và $0 < x < \frac{\pi}{2}$; Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos x > 0$

b) $\cos x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

c) $\tan x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{6} - 3}{8}$

Câu 6. Cho biết $\cos x = -\frac{12}{13}$ và $\pi < x < \frac{3\pi}{2}$; Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin x > 0$

b) $\sin x = -\frac{5}{13}$

c) $\cot x = \frac{5}{12}$

d) $\sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = \frac{5 - 12\sqrt{3}}{26}$

Câu 7. Cho biết $\tan x = \sqrt{2}$ và $0 < x < 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos x > 0$

b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{3}$

c) $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$

$\cos(x - 30^\circ) = \frac{3 - \sqrt{6}}{6}$

d)

Câu 8. Biết $\sin a = \frac{8}{17}, \tan b = \frac{5}{12}$ và a, b là các góc nhọn. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\tan a = \frac{8}{15}$

b) $\sin(a - b) = \frac{21}{221}$

c) $\cos(a + b) = \frac{14}{22}$

d) $\tan(a + b) = \frac{17}{14}$

Câu 9. Biết $0 < a, b < \frac{\pi}{2}, a + b = \frac{\pi}{4}$ và $\tan a \tan b = 3 - 2\sqrt{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\tan a + \tan b = -2 + 2\sqrt{2}$.

b) $\tan a = -1 + \sqrt{2}$

c) $\tan b = -1 - \sqrt{2}$

d) $\tan a - \tan b = -2 - 2\sqrt{2}$.

Câu 10. Biết $\tan \alpha = 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cot \alpha = -\frac{1}{2}$

b) $\cos 2\alpha = -\frac{3}{5}$

c) $\sin 2\alpha = \frac{4}{5}$

d) $\tan 2\alpha = -\frac{4}{3}$

Câu 11. Biết $\sin 2\alpha = -\frac{4}{5}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos \alpha < 0$

b) $2 \sin \alpha \cos \alpha = -\frac{4}{5}$

c) $\cos \alpha = \frac{-2}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$

d) $\cos \alpha = \frac{-1}{\sqrt{5}}, \sin \alpha = -\frac{2}{\sqrt{5}}$

Câu 12. Cho $\sin \alpha = \frac{2}{3}, \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos \alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$

b) $\tan \alpha = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$

c) $\cos \left(\frac{\pi}{3} + \alpha \right) = \frac{\sqrt{5} - 2\sqrt{3}}{6}$

d) $\cos \left(\frac{\pi}{4} - \alpha \right) = \frac{\sqrt{10} - 2\sqrt{2}}{6}$

Câu 13. Cho $\cot x = -\sqrt{3}, \frac{3\pi}{2} < x < 2\pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin x = -\frac{\sqrt{10}}{10}$

b) $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{10}$

c) $\sin \left(\frac{4\pi}{3} - x \right) = -\frac{\sqrt{10}}{5}$

d) $\tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 14. Biết: $\sin \alpha = \frac{1}{3}$ và $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin 2\alpha = \frac{\sqrt{2}}{9}$

b) $\cos 2\alpha = \frac{7}{9}$

c) $\tan 2\alpha = \frac{\sqrt{2}}{7}$

d) $\cot 2\alpha = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

Câu 15. Cho $\cos \alpha = \frac{2}{5}, 2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{21}}{5}$

b) $\sin 2\alpha = \frac{4\sqrt{21}}{25}$

c) $\cos 2\alpha = -\frac{17}{25}$

d) $\tan 2\alpha = \frac{-4\sqrt{21}}{17}$

Câu 16. Biết: $\cos 2\alpha = \frac{5}{9}, 0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin \alpha = \frac{\sqrt{28}}{9}$

b) $\cos \alpha = \frac{\sqrt{53}}{9}$

c) $\tan \alpha = \frac{\sqrt{371}}{53}$

d) $\cot \alpha = \frac{\sqrt{371}}{14}$

Câu 17. Biến đổi được các biểu thức sau về dạng tích số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\cos 3x + \cos x = 2 \cos 2x \cdot \cos 3x$

b) $\sin 3x + \sin 2x = 2 \sin 2x \cos \frac{x}{2}$;

c) $\cos 4x - \cos x = -2 \sin \frac{5x}{2} \sin \frac{3x}{2}$

d) $\sin 5x - \sin x = 2 \cos 3x \sin 2x$

Câu 18. Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin 2x = \frac{4\sqrt{6}}{5}$.

b) $\cos 2x = \frac{23}{25}$

c) $\tan 2x = \frac{20\sqrt{6}}{3}$

d) $\cot 2x = \frac{23\sqrt{6}}{120}$

Câu 19: Cho $\cos x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) $\sin \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{10}}{4}$

b) $\cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{15}}{4}$

c) $\tan \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{6}}{3}$

d) $\cot \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

•Dạng 3: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho $\sin x = \frac{1}{5}, \frac{\pi}{2} < x < \pi$. Tính $\cot 2x$.

Câu 2: Cho các góc α, β thỏa mãn $\frac{\pi}{2} < \alpha, \beta < \pi, \sin \alpha = \frac{1}{3}, \cos \beta = -\frac{2}{3}$.

Tính $\sin(\alpha + \beta)$.

Câu 3: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

Câu 4: Cho $\sin \alpha = -\frac{1}{3}$, với $(180^\circ < \alpha < 270^\circ)$. Tính $\cos \alpha$.

Câu 5: Cho hai góc nhọn a và b . Biết $\cos a = \frac{1}{3}; \cos b = \frac{1}{4}$. Tính giá trị của biểu thức:
 $P = \cos(a+b)\cos(a-b)$.

Câu 6: Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a+b$.

Câu 7: Cho tam giác ABC có: $\tan B \sin^2 C = \tan C \sin^2 B$. Khi đó tam giác ABC cân tại điểm nào?

Câu 8: Rút gọn $C = \tan 3x - \tan x - \frac{2 \sin x}{\cos 3x}$

Câu 9: Biến đổi thành tổng biểu thức sau: $4 \sin 3x \sin 2x \cos x$.

Câu 10: Biết rằng $\cos x \cos\left(\frac{\pi}{3} - x\right) \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = k \cos 3x$, khi đó $k = ?$

Câu 11: Biết rằng $\sin 5x - 2 \sin x (\cos 4x + \cos 2x) = k \sin x$, khi đó $k = ?$

Câu 12: Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức sau: $A = (\cos \alpha + \cos \beta)^2 + (\sin \alpha + \sin \beta)^2$

Câu 13: Cho $\alpha - \beta = \frac{\pi}{3}$. Tính giá trị của biểu thức sau: $B = (\cos \alpha + \sin \beta)^2 + (\cos \beta - \sin \alpha)^2$.

Câu 14: Rút gọn biểu thức $\sin 6a \cot 3a - \cos 6a$;

Câu 15: Rút gọn biểu thức $(\tan a - \tan b) \cot(a - b) - \tan a \tan b$.

Câu 16: Biến đổi thành tích biểu thức $\frac{\sin 7a + \sin 5a}{\sin 7a - \sin 5a}$;

Câu 17: Biến đổi thành tổng biểu thức $\sin x \sin 2x \sin 3x$.

Câu 18: Biết $\tan^2 x + \cot^2 x + 2 = \frac{a}{\sin^2 2x}$ tìm a ?

Câu 19: Biết $\sin^6 x + \cos^6 x = a + \frac{3}{8} \cos 4x$ tìm a ?

Câu 20: Biết $\frac{3 - 4 \cos 2a + \cos 4a}{3 + 4 \cos 2a + \cos 4a} = k \tan^4 a$ tìm k ?

Câu 21: Cho tam giác ABC . Biết $\sin A + \sin B + \sin C = k \cos \frac{A}{2} \cos \frac{B}{2} \cos \frac{C}{2}$, tìm k ?

Câu 22: Rút gọn biểu thức sau: $A = \frac{\sin x + \sin 2x + \sin 3x + \sin 4x}{\cos x + \cos 2x + \cos 3x + \cos 4x}$

Câu 23: Rút gọn biểu thức sau: $B = \frac{\sin 2x + 2 \sin 3x + \sin 4x}{\cos 3x + 2 \cos 4x + \cos 5x}$.

Câu 24: Cho $\cot \alpha = 3$. Tính $A = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{12 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha}$.

Câu 25: Cho $\tan \alpha = 2$. Tính $C = \frac{\sin \alpha}{\sin^3 \alpha + 2 \cos^3 \alpha}$.

Câu 26: Cho $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$ và $\cos \alpha \neq \cos \beta$. Tính $\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\cos \alpha - \cos \beta}$.

Câu 27: Cho tam giác ABC có $AB = c, AC = b, BC = a$, thỏa $\frac{-1 + \cos(\pi + B)}{\sin(\pi - A - C)} = -\frac{2a + c}{\sqrt{4a^2 - c^2}}$.

Hỏi tam giác ABC là tam giác gì?

Câu 28: Cho $\cos a = 0,2$ với $\pi < a < 2\pi$. Tính $\sin \frac{a}{2}, \cos \frac{a}{2}, \tan \frac{a}{2}$.

Câu 29: Không sử dụng máy tính, tính các giá trị lượng giác của góc 105° .

Câu 30: Cho $\cos 2x = -\frac{4}{5}$, với $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$.

$$\sin x, \cos x, \sin\left(x + \frac{\pi}{3}\right), \cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$$

Tính

Câu 31: Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \sin \frac{\pi}{9} - \sin \frac{5\pi}{9} + \sin \frac{7\pi}{9}$

b) $B = \sin 6^\circ \sin 42^\circ \sin 66^\circ \sin 78^\circ$

Câu 32: Cho $\tan \frac{a}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$. Tính $\sin a, \cos a, \tan a$.

Câu 33: Cho $\cos(a + 2b) = 2 \cos a$. Chứng minh rằng: $\tan(a + b) \tan b = -\frac{1}{3}$.

Câu 34: Không dùng máy tính cầm tay. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sin \frac{19\pi}{24} \cos \frac{37\pi}{24}$

b) $\cos \frac{41\pi}{12} - \cos \frac{13\pi}{12}$

c) $\frac{\tan \frac{\pi}{7} + \tan \frac{3\pi}{28}}{1 + \tan \frac{6\pi}{7} \tan \frac{3\pi}{28}}$

Câu 35: Cho $\cos \alpha = \frac{11}{61}$ và $-\frac{\pi}{2} < \alpha < 0$, tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\sin\left(\frac{\pi}{6} - \alpha\right)$

b) $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$

c) $\cos\left(2\alpha + \frac{\pi}{3}\right)$

d) $\tan\left(\frac{3\pi}{4} - 2\alpha\right)$

Câu 36: Rút gọn các biểu thức sau:

a) $\sin x \cos^5 x - \cos x \sin^5 x$

b) $\frac{\sin 3x \cos 2x + \sin x \cos 6x}{\sin 4x}$;

c) $\frac{\cos x - \cos 2x + \cos 3x}{\sin x - \sin 2x + \sin 3x}$

d) $\frac{2 \sin(x+y)}{\cos(x+y) + \cos(x-y)} - \tan y$.

Câu 37: Cho $\sin \alpha + \cos \alpha = m$. Tìm m để $\sin 2\alpha = -\frac{3}{4}$.

Câu 38: Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}, \cos \beta = \frac{12}{13}$ và $0^\circ < \alpha, \beta < 90^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $\sin(\alpha + \beta)$ và $\cos(\alpha - \beta)$.

Câu 39: Phương trình dao động điều hoà của một vật tại thời điểm t giây được cho bởi công thức $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó $x(t)(cm)$ là li độ của vật tại thời điểm t giây, A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động.

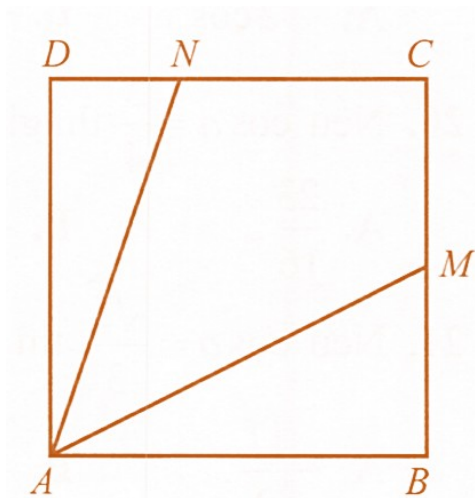
Xét hai dao động điều hoà có phương trình lần lượt là:

$$x_1(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}t + \frac{\pi}{3}\right) (cm) \text{ và } x_2(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{\pi}{6}\right) (cm).$$

a) Xác định phương trình của dao động tổng hợp $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$.

b) Tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp trên.

Câu 40: Trên một mảnh đất hình vuông $ABCD$, bác An đặt một chiếc đèn pin tại vị trí A chiếu chùm sáng phân kì sang phía góc C . Bác An nhận thấy góc chiếu sáng của đèn pin giới hạn bởi hai tia AM và AN , ở đó các điểm M, N lần lượt thuộc các cạnh BC, CD sao cho $BM = \frac{1}{2}BC, DN = \frac{1}{3}DC$



Hình 4

a) Tính $\tan(\angle BAM + \angle DAN)$.

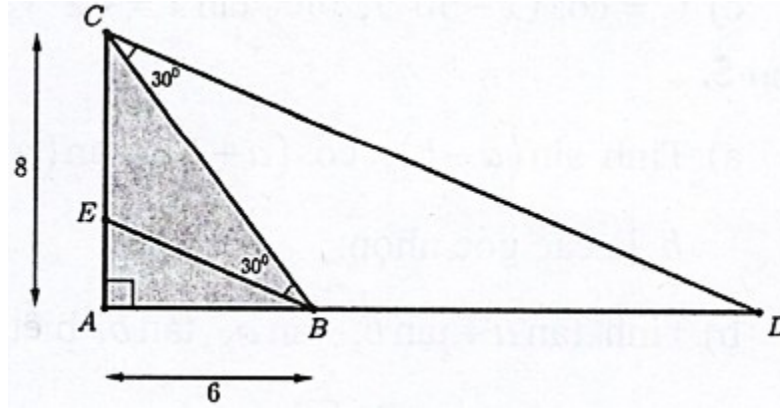
b) Góc chiếu sáng của đèn pin bằng bao nhiêu độ?

Câu 41: Cho tam giác ABC vuông tại A có cạnh $AB = 6, AC = 8$. Điểm E thuộc đoạn AC sao cho $\angle BE = 30^\circ$, điểm D thuộc tia đối của tia BA sao cho $\angle BCD = 30^\circ$.

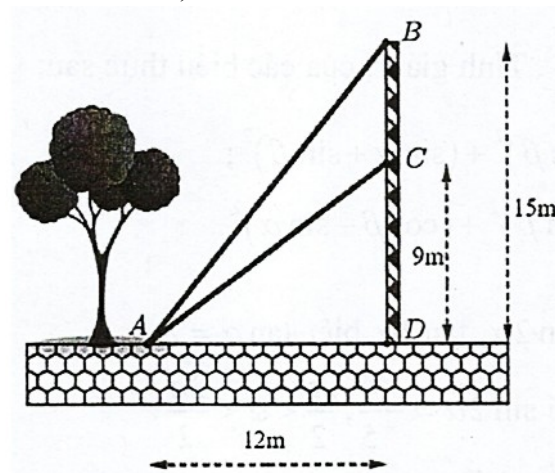
a) Tìm $\tan \angle ACD$, từ đó tính độ dài đoạn AD .

b) Tính $\tan \angle ABE$, từ đó tính độ dài cạnh AE .

(Các kết quả trong bài được làm tròn đến hàng phần trăm).



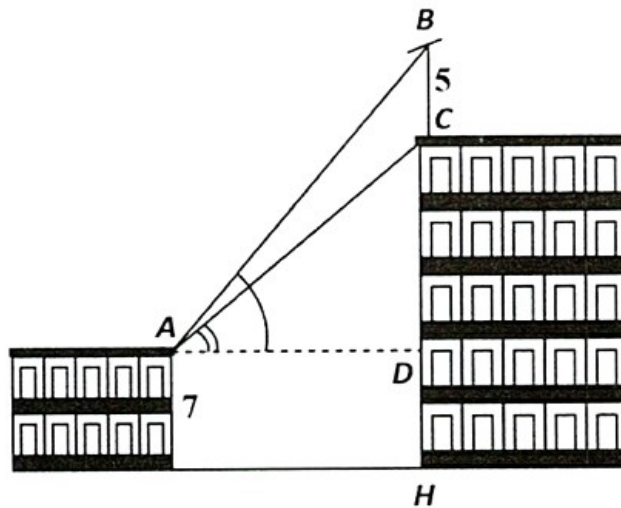
Câu 42: Từ một vị trí A , người ta buộc hai sợi cáp AB và AC đến một cái trụ cao $15m$, được dựng vuông góc với mặt đất, chân trụ ở vị trí D . Biết $CD = 9m$ và $AD = 12m$. Tìm góc nhọn $\alpha = \angle BAC$ tạo bởi hai sợi dây cáp đó, đồng thời tính gần đúng α (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị độ).



Câu 43: Trên nóc một tòa nhà có một cột ăng-ten cao $5m$. Từ vị trí quan sát A cao $7m$ so với mặt đất, có thể nhìn thấy đỉnh B và chân C của cột ăng-ten dưới góc α và β so với phương nằm ngang. Biết chiều cao của tòa nhà là $18,9m$, hai tòa nhà cách nhau $10m$.

a) Tính $\tan \alpha$;

b) Tính góc α (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị theo đơn vị độ).



Câu 44: Trong Vật lí, phương trình tổng quát của một vật dao động điều hoà cho bởi công thức $x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời điểm (tính bằng giây), $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t , A là biên độ dao động ($A > 0$) và $\varphi \in [-\pi; \pi]$ là pha ban đầu của dao động. Xét hai dao động điều hoà có phương trình:

$$x_1(t) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}\right) (cm), x_2(t) = 3 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}\right) (cm) . \text{ Tìm dao động tổng hợp}$$

$x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ và sử dụng công thức biến đổi tổng thành tích để tìm biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp này.

BeginLG

$$\begin{aligned} \text{Ta có } x(t) &= x_1(t) + x_2(t) = 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6}\right) + 3 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}\right) \\ &= 3 \cdot 2 \left[\cos\left(\frac{\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{4}}{2}\right) \cos\left(\frac{\frac{\pi}{6}t + \frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{6}t - \frac{\pi}{4}}{2}\right) \right] \\ &= 6 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{24}\right) \cdot \cos\left(-\frac{\pi}{24}\right) = 6 \cos\left(\frac{\pi}{24}\right) \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \frac{5\pi}{24}\right) \end{aligned}$$

Vậy biên độ của dao động là $6 \cos\left(\frac{\pi}{24}\right)$. Pha ban đầu của chuyển động là $\frac{5\pi}{24}$.

A. Tóm tắt kiến thức

1. Hàm số chẵn, hàm số lẻ

- ✓ Cho hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D .
 - Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số chẵn nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
 - Hàm số $y = f(x)$ được gọi là hàm số lẻ nếu $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.
- ✓ Đồ thị hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng, đồ thị hàm số lẻ nhận gốc toạ độ làm tâm đối xứng.

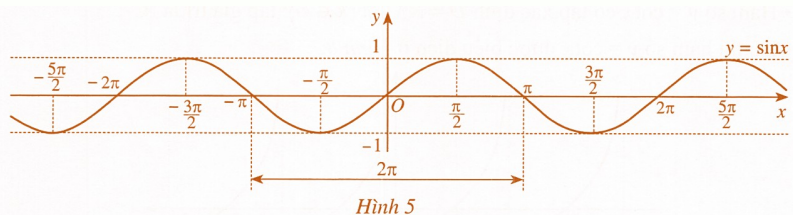
2. Hàm số tuần hoàn

- ✓ Cho hàm số $y = f(x)$ với tập xác định D . Hàm số $y = f(x)$ được gọi là tuần hoàn nếu tồn tại một số T khác 0 sao cho với mọi $x \in D$, ta có:
 - $x + T \in D$ và $x - T \in D$;
 - $f(x + T) = f(x)$.
- ✓ Số T dương nhỏ nhất (nếu có) thoả mãn các tính chất trên được gọi là chu kì của hàm số tuần hoàn đó.

3. Một số hàm số lượng giác cơ bản

a) Hàm số $y = \sin x$

- ✓ Hàm số $y = \sin x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$; tập giá trị là đoạn $[-1; 1]$.
- ✓ Đồ thị hàm số $y = \sin x$ được biểu diễn ở Hình 5 :



- ✓ Tính chất: Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc toạ độ O ; tuần hoàn chu kì 2π ; đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi, \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $\left(\frac{\pi}{2} + k2\pi, \frac{3\pi}{2} + k2\pi\right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

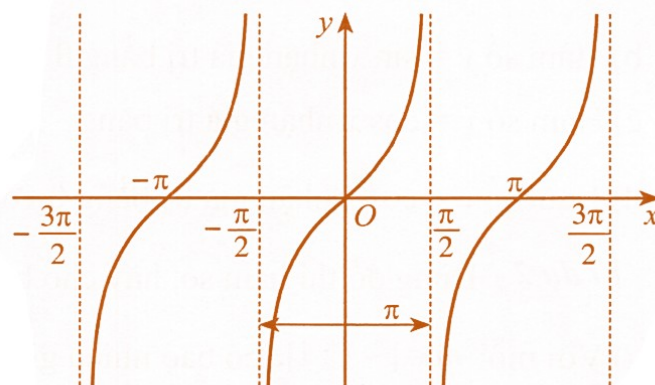
b) Hàm số $y = \cos x$

- ✓ Hàm số $y = \cos x$ có tập xác định là $\mathbb{R}$; tập giá trị là đoạn $[-1; 1]$.
- ✓ Đồ thị hàm số $y = \cos x$ được biểu diễn ở Hình 6 :

- ✓ Tính chất: Hàm số $y = \cos x$ là hàm số chẵn, có đồ thị đối xứng qua trục tung; tuần hoàn chu kỳ 2π ; đồng biến trên mỗi khoảng $(-\pi + k2\pi, k2\pi)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(k2\pi, \pi + k2\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

c) Hàm số $y = \tan x$

- ✓ Hàm số $y = \tan x$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$ tập giá trị là $\mathbb{R}$.
- ✓ Đồ thị hàm số $y = \tan x$ được biểu diễn ở Hình 7:

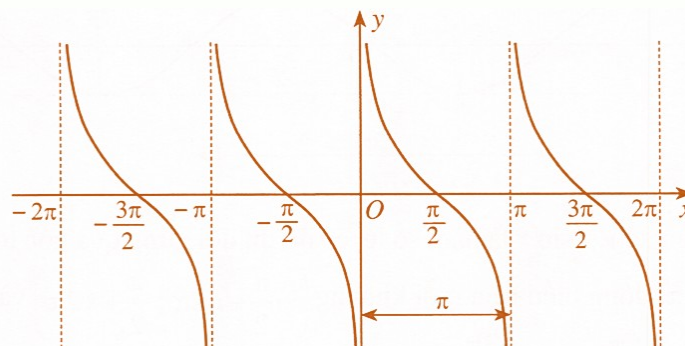


Hình 7

- ✓ Tính chất: Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O ; tuần hoàn chu kỳ π ; đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi \right)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

d) Hàm số $y = \cot x$

- ✓ Hàm số $y = \cot x$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$; tập giá trị là $\mathbb{R}$.
- Đồ thị hàm số $y = \cot x$ được biểu diễn ở Hình 8 :



Hình 8

- ✓ Tính chất: Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ, có đồ thị đối xứng qua gốc tọa độ O ; tuần hoàn chu kỳ π ; nghịch biến trên mỗi khoảng $(k\pi, \pi + k\pi)$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Dựa vào đồ thị để tính giá trị của hàm số, xét sự tương giao

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 1: Dùng đồ thị hàm số, tìm giá trị của x trên đoạn $[-2\pi; 2\pi]$ để:

- a) Hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng 1 ;
- b) Hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị bằng 0 ;
- c) Hàm số $y = \cos x$ nhận giá trị bằng -1 ;
- d) Hàm số $y = \cos x$ nhận giá trị bằng 0 .

Câu 2: Dùng đồ thị hàm số, hãy cho biết:

- a) Với mỗi $m \in [-1; 1]$, có bao nhiêu giá trị $\alpha \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin \alpha = m$;
- b) Với mỗi $m \in \mathbb{R}$, có bao nhiêu giá trị $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan \alpha = m$.

•Dạng ②: Xét sự đồng biến, nghịch biến của hàm số lượng giác

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 3: Xét sự biến thiên của mỗi hàm số sau trên các khoảng tương ứng:

- a) $y = \sin x$ trên khoảng $\left(-\frac{9\pi}{2}; -\frac{7\pi}{2}\right), \left(\frac{21\pi}{2}; \frac{23\pi}{2}\right)$;
- b) $y = \cos x$ trên khoảng $(-20\pi; -19\pi), (-9\pi; -8\pi)$.

•Dạng ③: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 4: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số:

- a) $y = \sin x \cdot \cos x$
- b) $y = \tan x + \cot x$;
- c) $y = \sin^2 x$.

Câu 5: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

- a) $y = \cos 2x$;
- b) $y = \sin^3 x$;
- c) $y = \tan \left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

d) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

Câu 6: Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

a) $y = x \sin 3x$

b) $y = \frac{1 + \cos 3x}{1 - \cos 3x}$

c) $y = x^3 \cos 2x$

d) $y = \sin x - \cos x$.

•Dạng ④: Vẽ đồ thị hàm số

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 7: Cho hàm số $y = \cos x$ với $x \in [0; 3\pi]$.

a) Vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

b) Hàm số đã cho đồng biến, nghịch biến trên những khoảng nào?

c) Tại các điểm nào thì giá trị của hàm số lớn nhất, nhỏ nhất?

d) Tìm các giá trị của $x \in [0; \pi]$ sao cho $\cos 3x \leq 0$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \cot x$ với $x \in (0; \pi) \cup (\pi; 2\pi)$.

a) Vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

b) Tìm các giá trị của x sao cho $\cot x = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

c) Tìm các giá trị của $x \in (0; \pi)$ sao cho $\cot 2x < \frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 9: Xét tính tuần hoàn của các hàm số sau:

a) $y = \sin 3x$

b) $y = x^2$

•Dạng ⑤: Tìm tập xác định của hàm số

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 10: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \frac{\sin x}{\cos x + 1}$

b) $y = \frac{2x}{1 - \sin^2 x}$

c) $y = \frac{\cos x}{\sqrt{1 + \sin x}}$;

$$d) y = \sqrt{\frac{1 + \sin x}{1 - \sin x}}.$$

Câu 11: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

$$a) y = \cot 3x$$

$$b) y = \sqrt{1 - \cos 4x}$$

$$c) y = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$$

$$d) y = \sqrt{\frac{1 + \cos 2x}{1 - \sin 2x}}$$

Câu 12: Tìm tập giá trị của các hàm số sau, từ đó suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của chúng:

$$a) y = 2 + 3 \sin x;$$

$$b) y = \frac{1 + 4 \cos^2 x}{5}$$

$$c) y = 2 - 4 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$d) y = 2 \sin^2 x - \cos 2x.$$

•Dạng ⑥: Ứng dụng

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 13: Một dao động điều hòa có phương trình li độ dao động là: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây, A là biên độ dao động và x là li độ dao động đều được tính bằng centimét, $\omega > 0$. Khi đó, chu kỳ T của dao động là $T = \frac{2\pi}{\omega}$. Xác định giá trị của li độ khi $t = 0, t = \frac{T}{4}, t = \frac{T}{2}, t = \frac{3T}{4}, t = T$ và vẽ đồ thị biểu diễn li độ của dao động điều hòa trên đoạn $[0; 2T]$ trong trường hợp:

$$a) A = 3 \text{ cm}, \varphi = 0;$$

$$b) A = 3 \text{ cm}, \varphi = -\frac{\pi}{2};$$

$$c) A = 3 \text{ cm}, \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 + \cos 2x}$ là:

- A. $\emptyset$. B. $\mathbb{R}$. C. $[-1; +\infty)$. D. $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y = \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \sin x}}$ là:

- A. $\mathbb{R}$. B. $\emptyset$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 3: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y = \tan x + \frac{1}{1 + \cot^2 x}$ là:

- A. $\mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
C. $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 5: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ?

- A. $y = -2\cos x$. B. $y = -2\sin x$. C. $y = \tan x - \cos x$. D. $y = -2\sin x + 2$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn?

- A. $y = \cos x + 5$. B. $y = \tan x + \cot x$. C. $y = \sin(-x)$. D. $y = \sin x - \cos x$.

Câu 7: Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng:

- A. $(0; \pi)$. B. $(\pi; 2\pi)$. C. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$. D. $(-\pi; 0)$.

Câu 8: Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$?

- A. $y = \sin x$. B. $y = \cos x$. C. $y = \tan x$. D. $y = \cot x$.

Câu 9: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1 - \sin x}{\cos x}$

- A. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. B. $x \neq -\frac{\pi}{2} + k2\pi$.
C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$. D. $x \neq k\pi$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là?

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 11: Tập xác định của hàm số $y = \frac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$ là

- A. $x \neq k2\pi$.
- B. $x \neq k\pi$.
- C. $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$.
- D. $x \neq \frac{\pi}{2} + k2\pi$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin 3x}{\cos x + 2}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- B. $D = \mathbb{R} \setminus \{ k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$.
- C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 13: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$?

- A. $y = -\sin x$.
- B. $y = \cos x$.
- C. $y = -\cot x$.
- D. $y = \tan x$.

Câu 14: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi \right)$?

- A. $y = \sin x$.
- B. $y = \cos x$.
- C. $y = \tan x$.
- D. $y = \cot x$.

Câu 15: Trên khoảng nào sau đây thì hàm số $y = \cos x$ đồng biến?

- A. $(-\pi; 0)$.
- B. $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right)$.
- C. $(0; \pi)$.
- D. $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

Câu 16: Tìm mệnh đề đúng.

- A. Hàm số $y = \cot x$ đồng biến trên khoảng $(0; \pi)$.
- B. Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2} \right)$.
- C. Hàm số $y = \sin x$ nghịch biến trên khoảng $(\pi; 2\pi)$.

D. Hàm số $y = \cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 17: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$?

- A. $y = \cos x$ B. $y = \tan x$ C. $y = \cot x$ D. $y = \sin x$

Câu 18: Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số lẻ. B. Hàm số $y = \cot x$ là hàm số lẻ.
C. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số lẻ. D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm số lẻ.

Câu 19: Chọn khẳng định sai về tính chẵn, lẻ của hàm số.

- A. Hàm số $y = \cot x$ là hàm lẻ. B. Hàm số $y = \sin x$ là hàm lẻ.
C. Hàm số $y = \cos x$ là hàm chẵn. D. Hàm số $y = \tan x$ là hàm chẵn.

Câu 20: Hàm số nào sau đây là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = x \cdot \cos 2x$ B. $y = (x^2 + 1) \cdot \sin x$ C. $y = \frac{\cos x}{1 + x^2}$ D. $y = \frac{\tan x}{1 + x^2}$

Câu 21: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên tập xác định của nó?

- A. $y = \frac{\sin x}{1 - \sin x}$ B. $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \cos x}$ C. $y = \frac{\cos x}{x + x^2}$ D. $y = \frac{\tan x}{1 + \sin^2 x}$

Câu 22: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ B. $y = \tan x$ C. $y = \sin x$ D. $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

Câu 23: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = \tan x$ B. $y = x \cot x$ C. $y = x \sin x$ D. $y = \frac{1}{x}$

Câu 24: Chọn khẳng định **sai**.

- A. Hàm số $y = \tan x + \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
B. Hàm số $y = \cos x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ 2π .
C. Hàm số $y = \cot x + \tan x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .
D. Hàm số $y = \sin x$ là hàm số tuần hoàn với chu kỳ π .

Câu 25: Hàm số $y = \sin 2x$ tuần hoàn với chu kỳ bằng bao nhiêu?

- A. $T = 4\pi$. B. $T = 2\pi$. C. $T = \pi$. D. $T = \frac{\pi}{2}$.

Câu 26: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào là hàm số tuần hoàn?

- A. $y = \sin x$. B. $y = x + \sin x$. C. $y = x \cdot \cos x$. D. $y = \frac{\sin x}{x}$.

Câu 27: Hàm số $y = 3 - 5 \sin x$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 8.

Câu 28: Tập giá trị của hàm số $y = \cot x$ là

- A. $(-\infty; 0)$. B. $[-1; 1]$. C. $(-1; 1)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 29: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3 \sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) - 7$.

- A. $\max y = -7$. B. $\max y = 4$. C. $\max y = 3$. D. $\max y = -4$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2 \sin x + 5$ là

- A. 3 . B. 2 . C. 5 . D. 4 .

Câu 31: Tìm tập giá trị của hàm số $y = \cos 2x$.

- A. $[-1; 1]$. B. $(-1; 1)$. C. $[-2; 2]$. D. $\left[\frac{-1}{2}; \frac{1}{2} \right]$.

Câu 32: Tìm tập giá trị của hàm số $y = \sin x - 1$.

- A. $[0; 1]$. B. $[-1; 0]$. C. $[-2; 0]$. D. $[2; 0]$.

Câu 33: Tập giá trị của hàm số $y = 4 \sin x$ là

- A. $[-1; 1]$. B. $[-2; 2]$. C. $[-6; 6]$. D. $[-4; 4]$.

Câu 34: Tập giá trị của hàm số $y = 2 \sin 2x + 3$ là

- A. $[1; 5]$. B. $[-2; 3]$. C. $[2; 3]$. D. $[0; 1]$.

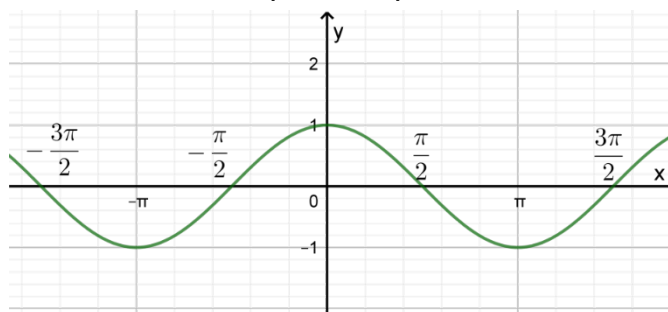
Câu 35: Tập giá trị của hàm số $y = \sin 3x$ là

- A. $[-3; 3]$. B. $(-1; 1)$. C. $[-1; 1]$. D. $(-3; 3)$.

Câu 36: Tập giá trị của hàm số $y = \sin x$ là

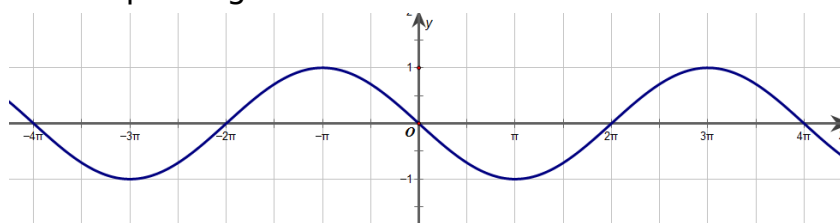
- A. $\mathbb{R}$. B. $[0;1]$. C. $[-1;1]$. D. $(-1;1)$.

Câu 37: Cho đồ thị hàm số $f(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hỏi tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)$ theo vector $\vec{v} = \left(\frac{\pi}{2}; 0\right)$ thì được đồ thị hàm số



- A. $y = \tan x$. B. $y = \sin x$. C. $y = \cos x$. D. $y = \cot x$.

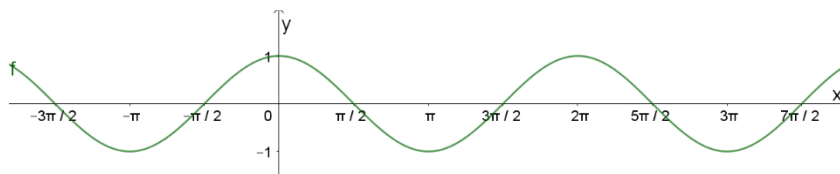
Câu 38: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D .



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

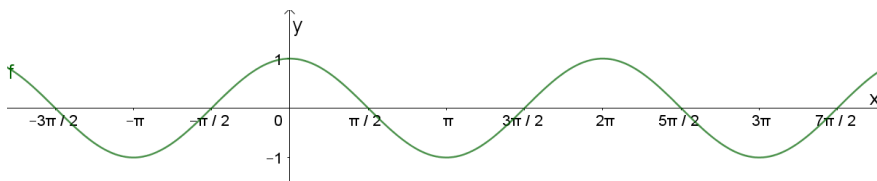
- A. $y = \sin \frac{x}{2}$. B. $y = \cos \frac{x}{2}$. C. $y = -\cos \frac{x}{4}$. D. $y = \sin \left(-\frac{x}{2}\right)$.

Câu 39: Đường cong trong hình dưới đây là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = 1 + \sin 2x$. B. $y = \cos x$. C. $y = -\sin x$. D. $y = -\cos x$.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = 1 + \sin 2x$.
B. $y = \cos x$.

C. $y = -\sin x$.

D. $y = -\cos x$.

$$y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$$

Câu 40: Đồ thị của hàm số đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(\frac{\pi}{4}; 0\right)$

B. $N\left(0; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

C. $P\left(\frac{\pi}{2}; 1\right)$

D. $Q(0; 1)$

Câu 41: Cho các hàm số sau.

(I) $y = -x^3 + 3x - 4$

(II) $y = -x^4 + 3x - 4 + \frac{x+1}{x^2+1}$

(III) $y = \sin x$

(IV) $y = \tan x + \cot x$

Có bao nhiêu hàm số có tập xác định là $\mathbb{R}$?

A. 2

B. 4

C. 1

D. 3

Câu 42: Tập xác định của hàm số $y = -\tan x$ là:

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 43: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2019}{\sin x}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $D = \mathbb{R}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

Câu 44: Tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{1 - \cos x}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

D. $D = \mathbb{R}$

Câu 45: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{\tan x}{\sin x - 1}$?

- A. $\mathbb{R}$. B. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 46: Tìm tập xác định của hàm số $y = \sqrt{1 - \cos x} + \cot x$?

- A. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $(-\infty; 1]$.
- C. $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $[-1; 1] \setminus \{0\}$.

Câu 47: Tập xác định D của hàm số $y = \tan x + \cot x$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 48: Xét hàm số $y = \sin x$ trên đoạn $[-\pi; 0]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$; đồng biến trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên các đoạn $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ và $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.
- B. Hàm số đã cho nghịch biến trên các đoạn $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ và $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên các đoạn $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$ và $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.
- D. Hàm số đã cho đồng biến trên đoạn $\left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$; nghịch biến trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

Câu 49: Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $y = \sin x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right)$.
- B. $y = \cos x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.
- C. $y = \sin x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(0; \frac{2\pi}{3}\right)$.
- D. $y = \tan x$ là hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right)$.

Câu 50: Xét hàm số $y = \cos x$ với $x \in [-\pi; \pi]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\pi; 0)$ và đồng biến trên $(0; \pi)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $(-\pi; 0)$ và $(0; \pi)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $(-\pi; 0)$ và nghịch biến trên $(0; \pi)$.
- D. Hàm số đồng biến trên $(-\pi; 0)$ và $(0; \pi)$.

Câu 51: Cho hàm số $y = \sin x$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\pi; \frac{3\pi}{2}\right)$.
- B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.
- C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$.
- D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$, nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$.

Câu 52: Với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right)$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A. Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều nghịch biến.

B. Cả hai hàm số $y = -\sin 2x$ và $y = -1 + \cos 2x$ đều đồng biến.

C. Hàm số $y = -\sin 2x$ nghịch biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ đồng biến.

D. Hàm số $y = -\sin 2x$ đồng biến, hàm số $y = -1 + \cos 2x$ nghịch biến.

Câu 53: Trong các hàm số sau có bao nhiêu hàm số là hàm số chẵn trên tập xác định của nó?

$$y = \tan 2x, \quad y = \sin^{2018} x, \quad y = \cos(x + 3\pi), \quad y = |\cot x|$$

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 54: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = x \cdot \sin x$ **B.** $y = \tan x$
C. $y = 1 - \sin x$ **D.** $y = \cos x \cdot \sin x$

Câu 55: Hàm số nào sau đây là hàm số lẻ trên tập xác định của nó?

A. $y = \cos x$ **B.** $y = x \sin x$
C. $y = -\sin x \cos 2x$ **D.** $y = \sin^2 x$

Câu 56: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$ **B.** $y = \tan x$
C. $y = \sin x$ **D.** $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

Câu 57: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào có đồ thị đối xứng qua trục tung?

A. $y = \tan x$ **B.** $y = \cos x$ **C.** $y = \sin x$ **D.** $y = \cot x$

Câu 58: Hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên khoảng:

A. $\left(\frac{9\pi}{2}; \frac{11\pi}{2}\right)$
B. $\left(\frac{11\pi}{2}; \frac{13\pi}{2}\right)$
C. $(10\pi; 11\pi)$
D. $(9\pi; 10\pi)$

Câu 59: Số giá trị $\alpha \in [-\pi; 2\pi]$ sao cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$ là:

A. 1.

B. 2 .

C. 3 .

D. 4 .

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 60: Cho hàm số $f(x) = \tan 2x - 1$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{8}$ bằng 0
- b) Giá trị của hàm số tại $x = \frac{\pi}{3}$ bằng $-\sqrt{3} - 1$
- c) Có ba giá trị x thuộc $[0; \pi]$ khi hàm số đạt giá trị bằng -2 .
- d) Hàm số đã cho là hàm tuần hoàn.

Câu 61: Cho hàm số $f(x) = \sin^2 x + \cos x - 1$. Khi đó;

- a) Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R}$
- b) $f(-\pi) = -f(\pi)$
- c) $f(-x) = f(x)$
- d) Hàm số đã cho là hàm số chẵn

Câu 62: Cho hàm số $f(x) = \tan x - x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- b) $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = f\left(-\frac{\pi}{3}\right)$
- c) $f(-x) = -f(x)$
- d) Hàm số đối xứng với nhau qua trục Oy

Câu 63: Cho hàm số $f(x) = x|\sin x|$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
- b) $f(-\pi) = -f(\pi)$
- c) Hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$
- d) $f(-x) = -f(x)$

Câu 64: Cho hàm số $f(x) = \tan x + |x^3 - 3x|$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định của hàm số: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
- b) $f(-\pi) = -f(\pi)$.
- c) Hàm số đã cho đối xứng qua gốc tọa độ $O(0;0)$
- d) Hàm số đã cho là hàm số chẵn.

Câu 65: Chiều cao so với mực nước biển trung bình tại thời điểm t (giây) của mỗi

cơn sóng được cho bởi hàm số $h(t) = 75 \sin\left(\frac{\pi t}{8}\right)$, trong đó $h(t)$ được tính bằng centimét.

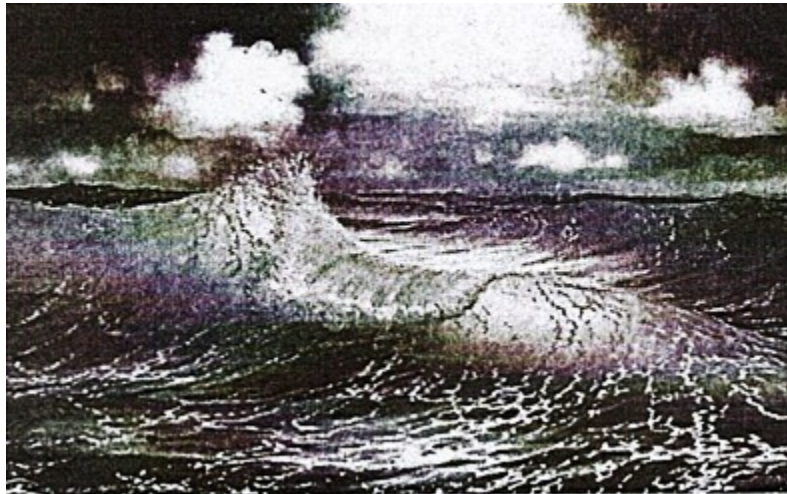
a) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 5 giây bằng $69,3(cm)$

b) Chiều cao của sóng tại các thời điểm 20 giây bằng $75(cm)$

c) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 6 giây

d) Trong 30 giây đầu tiên (kể từ mốc $t=0$ giây), thời điểm để sóng đạt chiều cao lớn nhất 18 giây

(Tất cả kết quả được làm tròn đến hàng phần mười)



Câu 66: Tìm được tập giá trị các hàm số sau trên tập xác định của chúng:

a) Hàm số $y = 3 \sin x$ có tập giá trị là $T = [-3; 3]$.

b) Hàm số $y = 2 \cos x - 1$ có tập giá trị là $T = [-3; 1]$.

c) Hàm số $y = 2030 - 4 \cos x$ có tập giá trị là $T = [2026; 2034]$.

d) Hàm số $y = \sin^2 x + 4 \sin x - 1$ có tập giá trị là $T = [-3; 3]$.

Câu 67: Cho các hàm số sau $f(x) = 2|\cos x|$; $g(x) = 1 - 3 \sin^2 x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 2

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 0

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng 2

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ bằng -2

Câu 68: Cho các hàm số sau $f(x) = \sin x$ và $g(x) = \cos x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Hàm số $f(x) = \sin x$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
- b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right)$.
- c) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; \pi)$.
- d) Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{25\pi}{6}; \frac{13\pi}{3}\right)$.

Câu 69: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + 1$ và $g(x) = \sin x + \tan x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R}$.
- b) Hàm số $f(x)$ là hàm tuần hoàn.
- c) Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- d) Hàm số $g(x)$ là hàm không tuần hoàn.

Câu 70: Cho hàm số $f(x) = \tan x$ và $g(x) = \cot^2 x - \frac{\sin 2x}{2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Tập xác định hàm số $f(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- b) Hàm số $f(x)$ là hàm không tuần hoàn.
- c) Tập xác định hàm số $g(x)$: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
- d) Hàm số $g(x)$ là hàm tuần hoàn.

Câu 71: Cho hàm số $f(x) = 2 + 3\cos x$ và $g(x) = \sin x + \cos x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng 5
- b) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = \pi + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng $-\sqrt{2}$
- d) Hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x = -\frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 72: Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2 - \sin x}$ và $g(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x + 2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng $\sqrt{3}$
- b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng 1

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)$ bằng 4

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ bằng 0

Câu 73: Tìm được tập xác định của hàm số. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$y = \cot\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \quad x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

a) Hàm số xác định khi

b) Hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

c) Hàm số $y = \frac{\sin x}{2 - \cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

d) Hàm số $y = \tan 2x + \cot 2x$ xác định khi $\begin{cases} \cos 2x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases}$

Câu 74: Cho các hàm số $f(x) = \sqrt{3 - 2\sin x}$; và $g(x) = \tan \frac{x}{2} - \frac{1}{3} \cos x$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $f(x)$ có tập xác định là: $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm tuần hoàn.

c) Hàm số $g(x)$ xác định khi $x \neq k2\pi (k \in \mathbb{Z})$.

d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm không tuần hoàn.

Câu 75: Cho các hàm số sau: $f(x) = \sqrt{5 - 3\sin^2 x}$; $g(x) = \tan x - x \cos x$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Câu 76: Cho các hàm số sau: $f(x) = 2\cos 3x - 1$; $g(x) = |2\sin x + 2| + |2\sin x - 2|$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số chẵn.

c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Câu 77: Cho các hàm số sau: $f(x) = 3\sin^3 x$; $g(x) = -5\cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tập xác định hàm số $f(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số $f(x)$ đã cho là hàm số chẵn.

c) Tập xác định hàm số $g(x)$ là: $D = \mathbb{R}$.

d) Hàm số $g(x)$ đã cho là hàm số lẻ.

Câu 78: Tìm được tập xác định các hàm số sau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$y = \tan\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \neq 0$$

a) Hàm số xác định

$$y = \frac{1 + \cos x}{\sin x} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

b) Hàm số có tập xác định là

$$y = \cot\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) \quad x \neq \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

c) Hàm số xác định

$$y = \frac{\cot x}{\sqrt{3} \tan x - 3} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x \neq 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$$

d) Hàm số xác định

Câu 79: Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$y = \frac{1}{\sin x} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$$

a) Hàm số có tập xác định là:

$$y = \frac{1}{\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) + 1} \quad \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \neq -1$$

b) Hàm số xác định khi:

$$y = \frac{\tan x + 2}{3\sin x} + 1 \quad D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z}\right\}$$

c) Hàm số có tập xác định là:

$$y = \frac{3}{\sin^4 x - \cos^4 x} \quad \sin 2x \neq 0$$

d) Hàm số xác định khi:

Câu 80: Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$y = \tan x + \cot 2x \quad \begin{cases} \cos x \neq 0 \\ \sin 2x \neq 0 \end{cases}$$

a) Hàm số xác định khi

$$y = \sqrt{\pi - \cos x} \quad D = \mathbb{R}$$

b) Hàm số có tập xác định là

c) Hàm số $y = \sqrt{4 - \sin^2 x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

d) Hàm số $y = \sqrt{\sin x - 1} + \sqrt{\cos x - 1}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R}$

Câu 81: Cho hàm số $y = 3 - \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

a)

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2

c) Giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4

d) Tập giá trị của hàm số là $T = [2; 4]$

Câu 82: Tìm được tập xác định của các hàm số sau. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Hàm số $y = \tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$ xác định khi: $x \neq \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$

b) Hàm số $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$ xác định khi: $\Leftrightarrow x + \frac{\pi}{3} \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$

c) Hàm số $y = \frac{1 - \cos x}{\sin x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$

d) Hàm số $y = \frac{\tan 3x}{\cos x}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{3} | k \in \mathbb{Z}\right\}$

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 83: Tìm tập giá trị của hàm số: $y = 5 + 4 \sin 2x \cos 2x$

Câu 84: Tìm tập giá trị của hàm số: $y = \sin^6 x + \cos^6 x$

Câu 85: Tìm tập giá trị của hàm số: $y = \sin x + \sqrt{3} \cos x + 3$;

Câu 86: Tìm tập giá trị của hàm số: $y = \cos^2 x + 2 \sin x + 2$

Câu 87: Tìm tập giá trị của hàm số: $y = \sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}\right]$.

Câu 88: Tìm tập giá trị của hàm số $y = \frac{2 \sin x + \cos x}{\sin x + 2 \cos x + 4}$.

Câu 89: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số sau: $y = \tan x + 2 \sin x$

Câu 90: Xét tính chẵn, lẻ của hàm số sau: $y = \sin^2 x + \cos x$

Câu 91: Tìm tất cả các giá trị m để hàm số sau có tập xác định $\mathbb{R}$.

a) $y = \sqrt{x^2 + m}$.

b) $y = \frac{\sin x - 1}{\cos x + m}$.

Câu 92: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) - 1$$

Câu 93: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = \sqrt{1 + \sin x} - 3$$

Câu 94: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của hàm số:

$$y = 2 + 2 \cos x + \cos^2 x$$

Câu 95: Tìm x để hàm số $y = 1 - 3\sqrt{1 - \cos^2 x}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 96: Tìm tập xác định của hàm số $y = \frac{1}{\cot(3x + \pi)}$

Câu 97: Tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \sqrt{\frac{m-1}{m} - 2 \cos 4x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Câu 98: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a) $y = 2x^2 - \cos 3x$.

b) $y = |x| \sin x$.

Câu 99: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số:

$$y = 3 \sin^2 \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) + 4$$

a)

b) $y = \sin x + \cos x$

Câu 100: Tính chu kỳ các hàm số

a) $y = 2 \sin 2x$.

b) $y = \cos 3x$.

Câu 101: Tìm tập xác định của các hàm số:

a) $y = \sqrt{1 + \sin 3x}$;

b) $y = \frac{\sin 2x}{\sqrt{1 - \cos x}}$

c) $y = \frac{\sqrt{1 + \cos 2x}}{\sin x}$

d) $y = \frac{1}{\sin x + \cos x}$

e) $y = \frac{1}{1 + \sin x \cos x}$

g) $y = \sqrt{\cos x - 1}$

Câu 102: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số:

a) $y = \sin 2x$

b) $y = |\sin x|;$

c) $y = \tan^2 x$

d) $y = \sqrt{1 - \cos x}$

e) $y = \tan x + \cot x$

g) $y = \sin x \cos 3x$

Câu 103: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số:

a) $y = 3 \sin x + 5$

b) $y = \sqrt{1 + \cos 2x} + 3;$

c) $y = 4 - 2 \sin x \cos x$

d) $y = \frac{1}{4 - \sin x}.$

Câu 104: Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = -\frac{2}{\sin 3x}$

b) $y = \tan\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{6}\right);$

c) $y = \cot\left(2x - \frac{\pi}{4}\right)$

d) $y = \frac{1}{3 - \cos^2 x}.$

Câu 105: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a) $y = 2 + 3 |\cos x|$

b) $y = 2\sqrt{\sin x} + 1;$

c) $y = 3 \cos^2 x + 4 \cos 2x;$

d) $y = \sin x + \cos x.$

Câu 106: Xét tính chẵn lẻ của các hàm số sau:

- a) $y = \frac{\cos 2x}{x^3}$
- b) $y = x - \sin 3x$;
- c) $y = \sqrt{1 + \cos x}$
- d) $y = 1 + \cos x \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 2x\right)$

Câu 107: Xét tính tuần hoàn của các hàm số sau:

- a) $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ với $A > 0$;
- b) $y = A \tan(\omega x + \varphi)$ với $A > 0$;
- c) $y = 3 \sin 2x + 3 \cos 2x$
- d) $y = 3 \sin\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + 3 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$

Câu 108: Với giá trị nào của x , mỗi đẳng thức sau đúng?

- a) $\tan x \cot x = 1$;
- b) $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$
- c) $1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x}$
- d) $\tan x + \cot x = \frac{2}{\sin 2x}$.

Câu 109: Từ đồ thị hàm số $y = \cos x$, hãy vẽ các đồ thị hàm số sau:

- a) $y = -\cos x$
- b) $y = |\cos x|$;
- c) $y = \cos x + 1$;
- d) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$

Câu 110: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

- a) $y = \frac{\sin 3x}{x}$
- b) $y = -5x^2 + \cos \frac{x}{2}$
- c) $y = x\sqrt{1 + \cos 2x}$;

d) $y = \cot x - \frac{2}{\sin x}$

e) $y = |x| + \tan x$

g) $y = \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$

Câu 111: Tìm tập giá trị của các hàm số sau:

a) $y = 5 - 2 \cos \left(\frac{\pi}{3} - x \right)$

b) $y = |\sin 3x| - 1;$

c) $y = 2 \tan x + 3;$

d) $y = \sqrt{1 - \sin x} + 2;$

Câu 112: Cho hàm số $y = \sin x$ với $x \in [-2\pi; 2\pi]$.

a) Vẽ đồ thị hàm số đã cho.

b) Tìm các giá trị của $x \in \left[-\frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3} \right]$ sao cho $\sin \left(\frac{\pi}{3} - x \right) = -1$.

c) Tìm các giá trị của $x \in \left[-\frac{9\pi}{8}; \frac{7\pi}{8} \right]$ sao cho $\sin \left(2x + \frac{\pi}{4} \right) > 0$.

d) Tìm m để có bốn giá trị $\alpha \in [-2\pi; 2\pi]$ phân biệt thoả mãn $\sin \alpha = m$.

Câu 113: Cho hàm số $y = \tan x$ với $x \in \left(-\frac{3\pi}{2}; -\frac{\pi}{2} \right) \cup \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right)$.

a) Vẽ đồ thị của hàm số đã cho.

b) Tìm các giá trị của $x \in \left[-\frac{7\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right]$ sao cho $\sqrt{3} \tan \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + 1 = 0$.

c) Tìm các giá trị của $x \in \left[-\frac{5\pi}{6}; \frac{\pi}{6} \right]$ sao cho $\tan \left(2x + \frac{\pi}{6} \right) \geq -\frac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 114: Xét sự biến thiên của mỗi hàm số sau trên các khoảng tương ứng:

a) $y = \sin x$ trên khoảng $\left(-\frac{19\pi}{2}; -\frac{17\pi}{2} \right), \left(-\frac{13\pi}{2}; -\frac{11\pi}{2} \right)$

b) $y = \cos x$ trên khoảng $(19\pi; 20\pi), (-30\pi; -29\pi)$.

Câu 115: Từ đồ thị hàm số $y = \cos x$, cho biết:

a) Có bao nhiêu giá trị của x trên đoạn $[-5\pi; 0]$ để $\cos x = 1$;

b) Có bao nhiêu giá trị của x trên khoảng $\left(-\frac{9\pi}{2}; -\frac{3\pi}{2} \right)$ để $\cos x = 0$.

Câu 116: Từ đồ thị hàm số $y = \sin x$, tìm:

a) Các giá trị của x để $\sin x = \frac{1}{2}$;

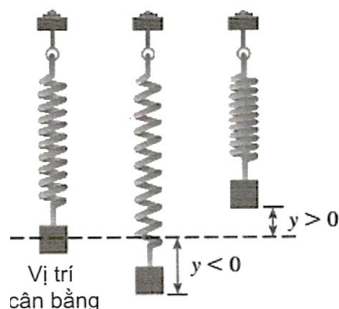
b) Các khoảng giá trị của x để hàm số $y = \sin x$ nhận giá trị dương.

Câu 117: Từ đồ thị hàm số $y = \sin x$, hãy xác định các giá trị của x trên đoạn $\left[-\frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right]$ sao cho:

a) $\sin x = 0$;

b) $\sin x > 0$.

Câu 118: Một con lắc lò xo dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng theo phương trình $y = 25 \sin 4\pi t$ ở đó y được tính bằng centimét còn thời gian t được tính bằng giây.



a) Tìm chu kỳ dao động của con lắc lò xo.

b) Tìm tần số dao động của con lắc, tức là số lần dao động trong một giây.

c) Tìm khoảng cách giữa điểm cao nhất và thấp nhất của con lắc.

Câu 119: Hằng ngày, Mặt Trời chiếu sáng, bóng của một toà chung cư cao $40m$ in trên mặt đất, độ dài bóng của toà nhà này được tính bằng công thức $S(t) = 40 \left| \cot \frac{\pi}{12} t \right|$

ở đó S được tính bằng mét, còn t là số giờ tính từ 6 giờ sáng.

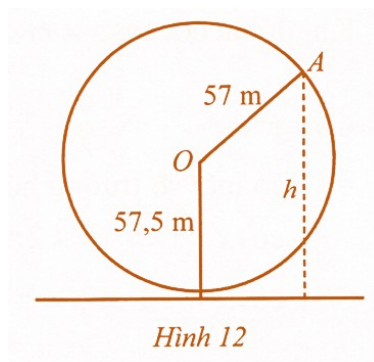
a) Tìm độ dài bóng của toà nhà tại các thời điểm 8 giờ sáng, 12 giờ trưa, 2 giờ chiều và 5 giờ 45 phút chiều.

b) Tại thời điểm nào thì độ dài bóng của toà nhà bằng chiều cao toà nhà?

c) Bóng toà nhà sẽ như thế nào khi thời gian tiến dần đến 6 giờ tối?

Câu 120: Một vòng quay trò chơi có bán kính $57m$, trục quay cách mặt đất $57,5m$, quay đều mỗi vòng hết 15 phút. Khi vòng quay quay đều, khoảng cách $h(m)$ từ một cabin gắn tại điểm A của vòng quay đến mặt đất được tính bởi

công thức: $h(t) = 57 \sin \left(\frac{2\pi}{15} t - \frac{\pi}{2} \right) + 57,5$ với t là thời gian quay của vòng quay tính bằng phút ($t \geq 0$) (Hình 12).



Hình 12

- a) Tính chu kì của hàm số $h(t)$?
- b) Khi $t=0$ (phút) thì khoảng cách từ cabin đến mặt đất bằng bao nhiêu?
- c) Khi quay một vòng lần thứ nhất tính từ thời điểm $t=0$ (phút), tại thời điểm nào của t thì cabin ở vị trí cao nhất? Ở vị trí đạt được chiều cao là $86m$?

Câu 121: Huyết áp là áp lực máu cần thiết tác động lên thành động mạch nhằm đưa máu đi nuôi dưỡng các mô trong cơ thể. Nhờ lực co bóp của tim và sức cản của động mạch mà huyết áp được tạo ra. Giả sử huyết áp của một người thay đổi theo thời gian được cho bởi công thức:

$p(t) = 120 + 15\cos 150\pi t$, trong đó $p(t)$ là huyết áp tính theo đơn vị $mmHg$ (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo đơn vị phút.

- a) Chứng minh $p(t)$ là một hàm số tuần hoàn.
- b) Huyết áp cao nhất và huyết áp thấp nhất lần lượt được gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương. Tìm chỉ số huyết áp của người đó, biết rằng chỉ số huyết áp được viết là huyết áp tâm thu/huyết áp tâm trương.

Câu 122: Một chất điểm dao động điều hoà theo phương trình $s = 3\sin\left(\frac{\pi}{2}t\right)$ với s tính bằng cm và t tính bằng giây. Dựa vào đồ thị của hàm số sin, hãy xác định ở các thời điểm t nào trong 4 giây đầu thì $s \leq -\frac{3}{2}$.

Câu 123: Tìm m để hàm số $y = \sqrt{m - 2\sin x}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Câu 124: Tìm tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

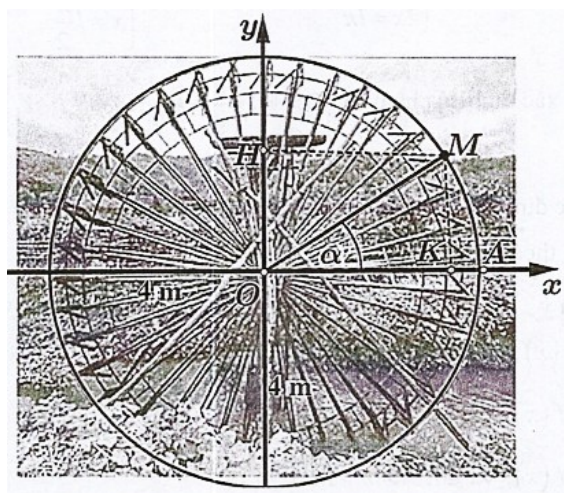
$$y = \frac{2\sin x + 3\cos x + 1}{\sin x - \cos x + 2}.$$

Câu 125: Tìm giá trị lớn nhất ($\text{Max } y$) và giá trị nhỏ nhất ($\text{Min } y$) của hàm số $y = \sin^2 x + \sin x - 3$

Câu 126: Một cái guồng nước có vành kim loại ngoài cùng là một đường tròn tâm O , bán kính là $4m$. Xét chất điểm M thuộc đường tròn đó và góc $\alpha = (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OM})$.

Giả sử mực nước lúc đang xét là tiếp xúc với đường tròn $(O; 4)$ và guồng nước quay theo chiều dương (ngược chiều kim đồng hồ).

Biết rằng guồng nước quay hết một vòng sau 40 giây ($t=0$ giây khi điểm M trùng A). Hỏi thời điểm nào (trong 1 vòng quay đầu tiên) thì điểm M ở vị trí cao nhất so với mặt nước?



Câu 127: Số giờ có ánh sáng của thành phố T ở vĩ độ 40° bắc trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số

$$d(t) = 3 \cdot \sin \left[\frac{\pi}{182}(t - 80) \right] + 12$$

với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Bạn An muốn đi tham quan thành phố T nhưng lại không thích ánh sáng mặt trời, vậy bạn An nên chọn đi vào ngày nào trong năm để thành phố T có ít giờ có ánh sáng mặt trời nhất?

A. Tóm tắt kiến thức

1. Phương trình tương đương

- ✓ Hai phương trình được gọi là tương đương nếu chúng có cùng tập nghiệm.

✎ **Chú ý:**

- ✓ Để giải phương trình, ta thường biến đổi phương trình đó thành một phương trình tương đương đơn giản hơn. Các phép biến đổi như vậy được gọi là các phép biến đổi tương đương. Ta có một số phép biến đổi tương đương thường sử dụng sau:
- ✓ Cộng hoặc trừ hai vế của phương trình với cùng một số hoặc cùng một biểu thức mà không làm thay đổi điều kiện của phương trình.
- ✓ Nhân hoặc chia hai vế của phương trình với cùng một số khác 0 hoặc cùng một biểu thức luôn có giá trị khác 0 mà không làm thay đổi điều kiện của phương trình.
- ✓ Để chỉ sự tương đương của các phương trình, người ta dùng kí hiệu " $\Leftrightarrow$ ".

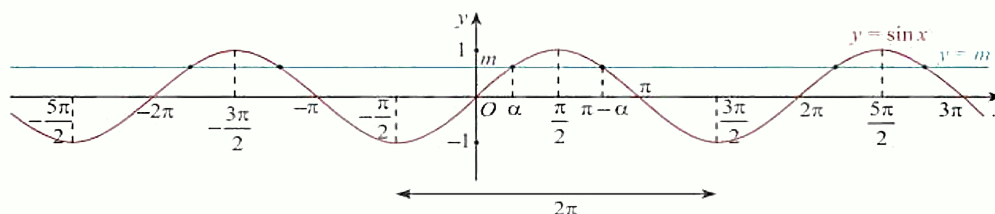
2. Phương trình $\sin x = m$

- ✓ Xét phương trình $\sin x = m$.
- ✓ Nếu $m > 1$ hoặc $m < -1$ thì phương trình vô nghiệm.
- ✓ Nếu $-1 \leq m \leq 1$ thì phương trình có nghiệm:

$$x = \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{và } x = \pi - \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z},$$

với α là góc thuộc $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ sao cho $\sin \alpha = m$.

✎ **Chú ý:**

- ✓ Một số trường hợp đặc biệt:

$$\bullet \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$\bullet \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$\bullet \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

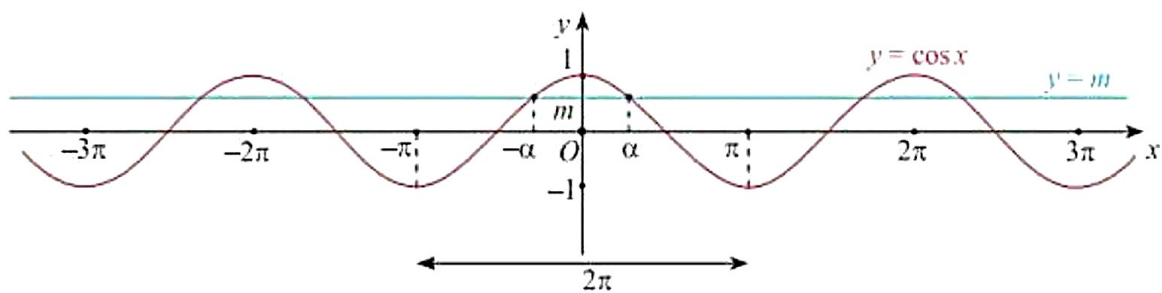
3. Phương trình $\cos x = m$

- ✓ Xét phương trình $\cos x = m$.
- ✓ Nếu $|m| > 1$ thì phương trình vô nghiệm.
- ✓ Nếu $|m| \leq 1$ thì phương trình có nghiệm:

$$x = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

và $x = \pm \alpha + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$,

với α là góc thuộc $[0; \pi]$ sao cho $\cos \alpha = m$.



Chú ý:

- ✓ Một số trường hợp đặc biệt:

$$\bullet \cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi, k \in \mathbb{Z};$$

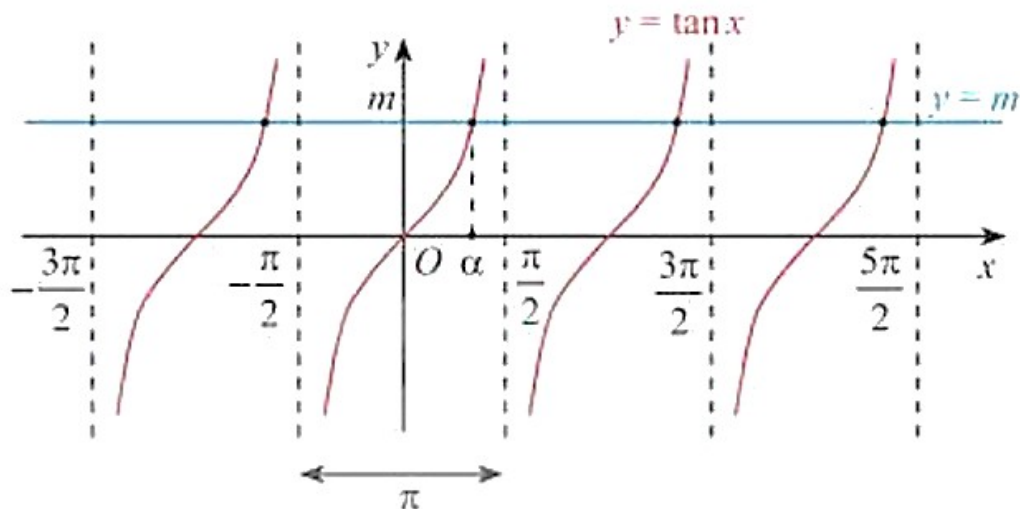
$$\bullet \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z};$$

$$\bullet \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

- ✓ $\cos u = \cos v \Leftrightarrow u = v + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $u = -v + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
- ✓ $\cos x = \cos a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ hoặc $x = -a^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

4. Phương trình $\tan x = m$

- ✓ Với mọi số thực m , phương trình $\tan x = m$ có nghiệm
- ✓ $x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, với α là góc thuộc $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ sao cho $\tan \alpha = m$.



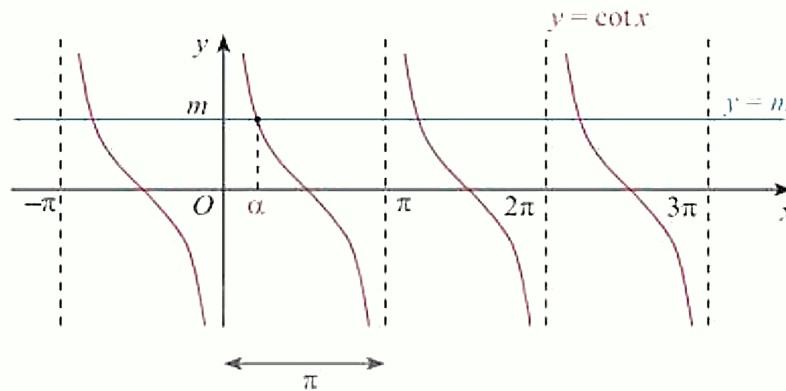
 Chú ý:

✓ $\tan x = \tan a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

5. Phương trình $\cot x = m$

✓ Với mọi số thực m , phương trình $\cot x = m$ có nghiệm

✓ $x = \alpha + k\pi, k \in \mathbb{Z}$, với α là góc thuộc $(0; \pi)$ sao cho $\cot \alpha = m$.



 Chú ý:

✓ $\cot x = \cot a^\circ \Leftrightarrow x = a^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$

6. Giải phương trình lượng giác bằng máy tính cầm tay

✓ Ta có thể giải phương trình lượng giác dạng $\sin x = m, \cos x = m, \tan x = m$ và $\cot x = m$ bằng máy tính cầm tay như trong ví dụ sau:

✓ Ví dụ 6. Sử dụng máy tính cầm tay để giải các phương trình sau:

a) $\sin x = \frac{-1}{2}$. Kết quả ghi theo đơn vị radian.

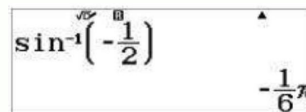
b) $\cot x = 3$. Kết quả ghi theo đơn vị độ.

Lời giải

a) Chọn đơn vị đo góc là radian.

•Ấn liên tiếp các phím

SHIFT sin (-) , 1  2  



$\sin^{-1}\left(-\frac{1}{2}\right)$
 $-\frac{1}{6}\pi$

ta được một góc có sin bằng $\frac{-1}{2}$ là $\frac{-\pi}{6}$.

Do đó, ta có các nghiệm của phương trình $\sin x = \frac{-1}{2}$ là

$$x = \frac{-\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \text{ và } x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

b) Chọn đơn vị đo góc là độ.

•Ấn liên tiếp các phím

SHIFT tan 1 $\frac{1}{3}$

$$\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$$
$$18.43494882$$

ta được một góc có cotang bằng 3 là $18,43^\circ$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

•Do đó, ta có các nghiệm của phương trình $\cot x = 3$ là

$$x \approx 18,43^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}.$$

 **Chú ý:**

- ✓ Để giải phương trình $\cot x = m (m \neq 0)$, ta giải phương trình $\tan x = \frac{1}{m}$.

B. Phân dạng toán cơ bản

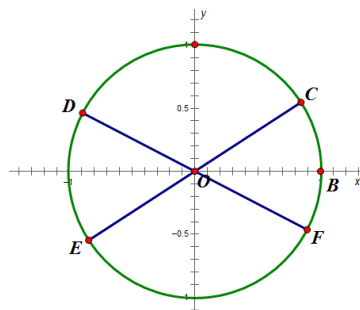
•**Dạng 1: Phương trình $\sin x = m$, không tham số**

 **Các ví dụ minh họa**

$$\sin\left(\frac{2x}{3} - 60^\circ\right) = 0$$

Câu 1: Giải phương trình

Câu 2: Xét đường tròn lượng giác như hình vẽ, biết $\angle AOC = \angle AOF = 30^\circ$. D, E lần lượt là các điểm đối xứng với C, F qua gốc O . Nghiệm của phương trình $2\sin x - 1 = 0$ được biểu diễn trên đường tròn lượng giác là những điểm nào?



Câu 3: Giải phương trình $\sin x = 1$

$$\sin x = \frac{1}{2}$$

Câu 4: Giải phương trình

$$\sin 2x = 1$$

Câu 5: Giải phương trình

$$\sin x = 1$$

Câu 6: Giải phương trình

$$\sin 2x = \sin x$$

Câu 7: Giải phương trình

$$\sin x = -1$$

Câu 8: Giải phương trình

$$\sin 2x = -\frac{1}{2}$$

Câu 9: Phương trình

$$k \in \mathbb{Z} \left(-\frac{\pi}{4} < \alpha < 0 < \beta < \frac{3\pi}{4} \right)$$

có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k\pi$ và $x = \beta + k\pi$,

$$\sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin x$$

Câu 10: Với $k \in \mathbb{Z}$, phương trình

có nghiệm là

Câu 11: Tìm nghiệm của phương trình $1 + \sin x = 0$ trên đoạn $[3\pi; 5\pi]$.

$$\sin 2x = -\sin \frac{\pi}{3}$$

Câu 12: Phương trình
bằng:

có nghiệm α, β với $-\frac{\pi}{4} < \alpha, \beta < \frac{3\pi}{4}$. Giá trị α, β

•Dạng ②: Phương trình $\cos x = m$, không tham số

📌 Các ví dụ minh họa

$$\cos(x + 30^\circ) = \frac{1}{2}$$

Câu 13: Giải phương trình

$$\cos x = -\frac{1}{2}$$

Câu 14: Giải phương trình

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 15: Giải phương trình

$$2 \cos x - \sqrt{3} = 0$$

Câu 16: Giải phương trình

Câu 17: Tất cả các nghiệm của phương trình $\cos 2x = 0$ là

$$2 \cos x + \sqrt{3} = 0$$

Câu 18: Giải phương trình

$$\cos \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$$

Câu 19: Giải phương trình

$$\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 20: Giải phương trình

$$3 \cos \left(3x - \frac{\pi}{3} \right) = 0$$

Câu 21: Giải phương trình

Câu 22: Giải phương trình $\cos 2x - \sin x = 0$

$$2 \cos \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) + \sqrt{3} = 0$$

Câu 23: Giải phương trình:

• **Dạng ③: Phương trình $\tan x = m$, không tham số**

📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 24: Giải phương trình $\tan 2x + \sqrt{3} = 0$

Câu 25: Giải phương trình $\tan x = 1$

Câu 26: Giải phương trình $\tan(2x) = \tan 80^\circ$.

Câu 27: Cho phương trình $\tan x = \tan 2x$. Tập nghiệm S của phương trình là

Câu 28: Giải phương trình $\tan x + 1 = 0$ là

Câu 29: Giải phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$.

Câu 30: Giải phương trình $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 31: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là

Câu 32: Tìm số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{8}$ trên $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi \right)$.

Câu 33: Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

Câu 34: Giải phương trình $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ có tập nghiệm là

Câu 35: Nghiệm của phương trình $\sin x - \sqrt{3} \cos x = 0$ là

Câu 36: Giải phương trình $\tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 0$ có nghiệm là

• **Dạng ④: Phương trình $\cot x = m$, không tham số**

📖 **Các ví dụ minh họa**

Câu 37: Giải phương trình $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$

Câu 38: Giải phương trình $\cot 2x = 0$

Câu 39: Giải phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ (với $k \in \mathbb{Z}$)

Câu 40: Nghiệm của phương trình $\cot 3x = -1$ là

Câu 41: Giải phương trình $\cot 2x = \cot 20^\circ$.

Câu 42: Giải phương trình $\cot(2x - 20^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ta được

Câu 43: Giải phương trình $\cot 3x = \cot x$

Câu 44: Giải phương trình $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$

•Dạng ⑤: Giải phương trình và tìm nghiệm thỏa điều kiện

📌 Các ví dụ minh họa

Câu 45: Giải phương trình:

a) $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

c) $\tan\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

d) $\sqrt{3} \cot\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = -1$

Câu 46: Tìm nghiệm của phương trình:

a) $\sin\left(2x + \frac{2\pi}{5}\right) = 0$ với $x \in \left(\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right)$;

b) $\tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) = -1$ với $x \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 47: Giải phương trình:

a) $\sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$

b) $\sin 2x = \cos 3x$;

c) $\cos^2 2x = \cos^2\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

Câu 48: Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\sin\left(3x + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

b) $\cos(2x - 30^\circ) = -1$;

c) $3 \sin(-2x + 17^\circ) = 4$

d) $\cos\left(3x - \frac{7\pi}{12}\right) = \cos\left(-x + \frac{\pi}{4}\right)$;

e) $\sqrt{3} \tan\left(x - \frac{\pi}{4}\right) - 1 = 0$

g) $\cot\left(\frac{x}{3} + \frac{2\pi}{5}\right) = \cot \frac{\pi}{5}$.

Câu 49: Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cos(2x + 10^\circ) = \sin(50^\circ - x)$

b) $8\sin^3 x + 1 = 0$;

c) $(\sin x + 3)(\cot x - 1) = 0$

d) $\tan(x - 30^\circ) - \cot 50^\circ = 0$.

Câu 50: Giải các phương trình lượng giác sau:

a) $\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0$

b) $2\cos^2 x + 5\sin x - 4 = 0$;

c) $\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) + 2\sin^2 x - 1 = 0$

$$y = \frac{\sin x - 2\cos 3x}{\sin x + \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)}.$$

Câu 51: Tìm tập xác định của hàm số lượng giác

Câu 52: Tìm các nghiệm của mỗi phương trình sau trong khoảng $(-\pi; \pi)$.

a) $\sin\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

b) $2\cos\left(2x - \frac{3\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$

c) $\tan\left(x + \frac{\pi}{9}\right) = \tan \frac{4\pi}{9}$

Câu 53: Tìm hoành độ các giao điểm của đồ thị các hàm số sau:

a) $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ và $y = \sin\left(\frac{\pi}{4} - x\right)$;

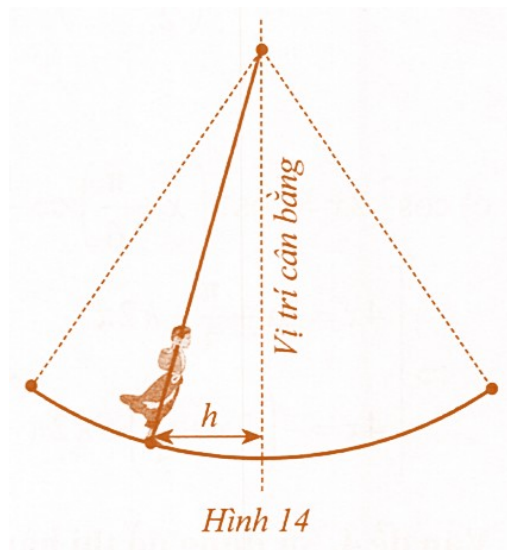
b) $y = \cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$.

Câu 54: Tìm hoành độ các giao điểm của đồ thị hàm số $y = \sin 3x - \cos\left(\frac{3\pi}{4} - x\right)$ với trục hoành.

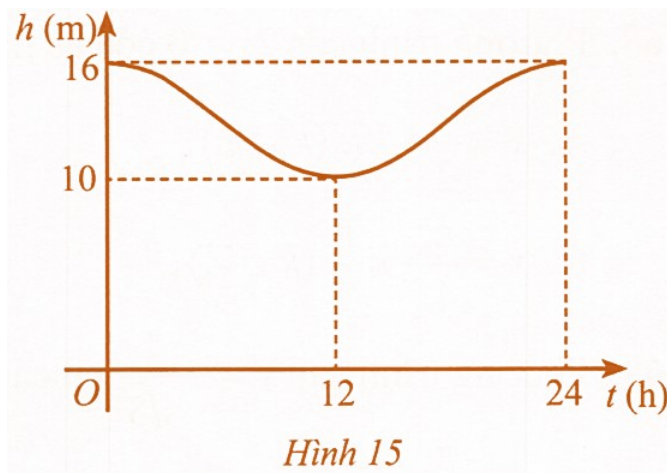
Câu 55: Dùng đồ thị hàm số $y = \sin x, y = \cos x$ để xác định số nghiệm của phương trình: $3 \sin x + 2 = 0$ trên khoảng $\left(-\frac{5\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}\right)$.

Các ví dụ minh họa

Câu 56: Hội Lim (tỉnh Bắc Ninh) được tổ chức vào mùa xuân thường có trò chơi đánh đu. Khi người chơi đu nhún đều, cây đu sẽ đưa người chơi đu dao động quanh vị trí cân bằng (Hình 14). Nghiên cứu trò chơi này, người ta thấy khoảng cách $h(m)$ từ vị trí người chơi đu đến vị trí cân bằng được biểu diễn qua thời gian $t(s)$ (với $t \geq 0$) bởi hệ thức $h = d$ với $d = 3 \cos \left[\frac{\pi}{3}(2t - 1) \right]$, trong đó ta quy ước $d > 0$ khi vị trí cân bằng ở phía sau lưng người chơi đu và $d < 0$ trong trường hợp ngược lại. Vào thời gian t nào thì khoảng cách h là $3m; 0m$?



Câu 57: Mực nước cao nhất tại một cảng biển là $16m$ khi thủy triều lên cao và sau 12 giờ khi thủy triều xuống thấp thì mực nước thấp nhất là $10m$. Đồ thị ở Hình 15 mô tả sự thay đổi chiều cao của mực nước tại cảng trong vòng 24 giờ tính từ lúc nửa đêm.



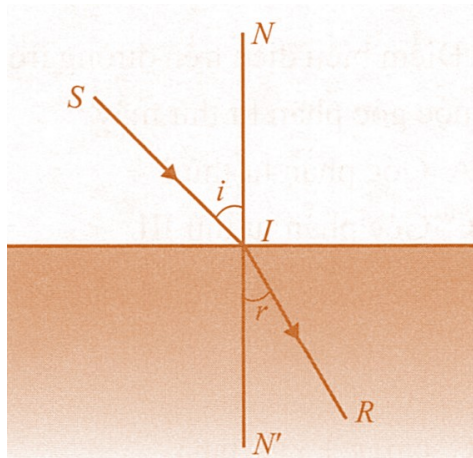
Biết chiều cao của mực nước $h(m)$ theo thời gian $t(h)(0 \leq t \leq 24)$ được cho bởi công

thức $h = m + a \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$ với m, a là các số thực dương cho trước.

a) Tìm m, a .

b) Tìm thời điểm trong ngày khi chiều cao của mực nước là $11,5m$.

Câu 58: Theo Định luật khúc xạ ánh sáng, khi một tia sáng được chiếu tới mặt phân cách giữa hai môi trường trong suốt không đồng chất thì tỉ số $\frac{\sin i}{\sin r}$, với i là góc tới và r là góc khúc xạ, là một hằng số phụ thuộc vào chiết suất của hai môi trường. Biết rằng khi góc tới là 45° thì góc khúc xạ bằng 30° . Khi góc tới là 60° thì góc khúc xạ là bao nhiêu?



Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

Câu 59: Một quả bóng được ném xiên một góc $\alpha (0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ)$ từ mặt đất với tốc độ $v_0(m/s)$. Khoảng cách theo phương ngang từ vị trí ban đầu của quả bóng

đến vị trí bóng chạm đất được tính bởi công thức $d = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{10}$.

a) Tính khoảng cách d khi bóng được ném đi với tốc độ ban đầu $10m/s$ và góc ném là 30° so với phương ngang.

b) Nếu tốc độ ban đầu của bóng là $10m/s$ thì cần ném bóng với góc bao nhiêu độ để khoảng cách d là $5m$?

Câu 60: Chiều cao $h(m)$ của một cabin trên vòng quay vào thời điểm t giây sau khi bắt đầu chuyển động được cho bởi công thức $h(t) = 30 + 20 \sin\left(\frac{\pi}{25}t + \frac{\pi}{3}\right)$.

a) Cabin đạt độ cao tối đa là bao nhiêu?

b) Sau bao nhiêu giây thì cabin đạt độ cao $40m$ lần đầu tiên?



©. Dạng toán rèn luyện

•Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 61: Tập nghiệm của phương trình $\sin x = -1$ là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $\left\{ -\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
C. $\left\{ -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $\left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 62: Phương trình $\sin 2x = \frac{1}{2}$ có tập nghiệm là

- A. $S = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, \frac{5\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ B. $S = \left\{ \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$
C. $C = \left\{ \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ D. $S = \left\{ \frac{\pi}{18} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 63: Nghiệm của phương trình $\sin 2x = 1$ là

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$ C. $x = \frac{k\pi}{2}$ D. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

Câu 64: Nghiệm của phương trình lượng giác $\sin x = 5$ là

- A. $x \in \mathbb{R}$ B. $x = \pm \arcsin 5 + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
C. $\begin{cases} x = \arcsin 5 + k2\pi \\ x = \pi - \arcsin 5 + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $x \in \emptyset$

Câu 65: Phương trình $2\cos x - 1 = 0$ có một nghiệm là

- A. $x = \frac{\pi}{4}$ B. $x = \frac{\pi}{6}$ C. $x = \frac{\pi}{3}$ D. $x = \frac{\pi}{2}$

Câu 66: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là

- A. $x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi$ B. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ D. $x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi$

- Câu 67:** Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là
- A. $\left\{x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\left\{x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- C. $\left\{x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\left\{x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

- Câu 68:** Tính α biết $\cos \alpha = 1$;
- A. $\alpha = k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. B. $\alpha = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $\alpha = \frac{\pi}{2} + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. D. $\alpha = -\pi + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

- Câu 69:** Nghiệm của phương trình $\cos x = -\frac{1}{2}$ là
- A. $x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi$. B. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi$.
- C. $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi$. D. $x = \pm\frac{\pi}{6} + k2\pi$.

- Câu 70:** Phương trình $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ có tập nghiệm là
- A. $\left\{x = \pm\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. B. $\left\{x = \pm\frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
- C. $\left\{x = \pm\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. D. $\left\{x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

- Câu 71:** Giải phương trình $\sqrt{3} \tan 2x - 3 = 0$
- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$. B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.
- C. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{2} \ (k \in \mathbb{Z})$. D. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

Câu 72: Phương trình nào sau đây có nghiệm?

- A. $\cos x = -\frac{3}{2}$. B. $\sin x = \sqrt{2}$. C. $\tan x = 3$. D. $\cos^2 x - 3 = 0$.

Câu 73: Giải phương trình $\tan(2x) = \tan 80^\circ$. Kết quả thu được là

- A. $x = 80^\circ + k180^\circ$. B. $x = 40^\circ + k90^\circ$.
C. $x = 40^\circ + k45^\circ$. D. $x = 40^\circ + k180^\circ$.

Câu 74: Phương trình $\tan x = \tan \varphi$, ($\varphi \in \mathbb{R}$) có nghiệm là

- A. $x = \varphi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) . B. $x = \varphi + k2\pi ; x = \pi - \varphi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) .
C. $x = \varphi + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) . D. $x = \varphi + k2\pi ; x = -\varphi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) .

Câu 75: Nghiệm của phương trình $\tan 2x + \sqrt{3} = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 76: Tập nghiệm của phương trình $\tan x + 1 = 0$ là

- A. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.
C. $S = \left\{ -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$. D. $S = \left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 77: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} \cot x - 3 = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) . B. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) .
C. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) . D. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$) .

Câu 78: Phương trình $\cot(x + 45^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$ có nghiệm là (với $k \in \mathbb{Z}$)

- A. $15^\circ + k180^\circ$. B. $30^\circ + k180^\circ$. C. $45^\circ + k180^\circ$. D. $60^\circ + k180^\circ$.

Câu 79: Tập nghiệm của phương trình $\cot 2x = 0$ là

- A. $\left\{ \frac{\pi}{4} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $\left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

$$\left\{ \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

C.

$$\left\{ \frac{\pi}{4} + k4\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$$

D.

Câu 80: Tất cả các nghiệm của phương trình $\cot x = \cot \alpha$ là

A. $x = \alpha + k2\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \alpha + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \alpha + k\pi$

D. $x = \pm \alpha + k\pi \quad k \in \mathbb{Z}$

Câu 81: Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi số nguyên k ?

A. $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi$

B. $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k\pi$

C. $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + 2k$

D. $\cot x = \cot \alpha \Leftrightarrow x = \alpha + k\pi$

Câu 82: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x - m = 2$ có nghiệm?

A. $m \leq -3$

B. $-3 \leq m \leq 1$

C. $m \geq 1$

D. $-3 \leq m \leq -1$

Câu 83: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm.

A. $m \geq 1$

B. $m \leq 0$

C. $-2 \leq m \leq 0$

D. $0 \leq m \leq 1$

Câu 84: Phương trình $\cos x - m = 0$ vô nghiệm khi giá trị tham số m thỏa mãn.

A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

B. $-1 \leq m \leq 1$

C. $m > 1$

D. $m < -1$

Câu 85: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm?

A. $-2 \leq m \leq 0$

B. $m \leq 0$

C. $m \geq 1$

D. $0 \leq m \leq 1$

Câu 86: Phương trình $\sin x = m$ vô nghiệm khi và chỉ khi

A. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 1 \end{cases}$

B. $-1 \leq m \leq 1$

C. $m < -1$

D. $m > 1$

Câu 87: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x = m$ có nghiệm thực

A. $m \geq 0$

B. $-1 \leq m \leq 1$

C. $-1 < m < 1$

D. $m > 0$

Câu 88: Phương trình $\sin 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ có bao nhiêu nghiệm thuộc khoảng $(0; \pi)$?

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

Câu 89: Giải phương trình

A.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

B.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{5\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

C.
$$\begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

D.
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2} \\ x = \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Câu 90: Phương trình

$$\sin 2x = -\frac{1}{2}$$

có hai họ nghiệm có dạng $x = \alpha + k\pi$ và $x = \beta + k\pi$,

$$k \in \mathbb{Z} \left(-\frac{\pi}{4} < \alpha < 0 < \beta < \frac{3\pi}{4} \right)$$

. Các mệnh đề sau đúng hay sai? Tính $\beta^2 - \alpha^2$?

A. $\frac{\pi^2}{3}$

B. $-\frac{\pi^2}{3}$

C. $\frac{25\pi^2}{72}$

D. $-\frac{25\pi^2}{72}$

Câu 91: Với $k \in \mathbb{Z}$, phương trình

$$\sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$$

có nghiệm là

A. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$

C. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}$

Câu 92: Tìm nghiệm của phương trình

$$1 + \sin x = 0 \text{ trên đoạn } [3\pi; 5\pi]$$

A. 3π

B. $-\frac{\pi}{2}$

C. $\frac{9\pi}{2}$

D. $\frac{7\pi}{2}$

Câu 93: Tập nghiệm của phương trình:

$$2 \cos x + \sqrt{3} = 0 \text{ là:}$$

A. $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\left\{ \pm \frac{\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\left\{ \pm \frac{5\pi}{6} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 94: Tập nghiệm của phương trình

$$3 \cos\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 0 \text{ là}$$

A. $\left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B. $\left\{ \frac{5\pi}{18} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C. $\left\{ \frac{5\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D. $\left\{ \frac{5\pi}{18} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

Câu 95: Nghiệm của phương trình

$$\cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2} \text{ là}$$

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

Câu 96: Nghiệm của phương trình

$$\cos x = \frac{1}{2} \text{ là}$$

A. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

B. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

D. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 97: Tìm tập nghiệm S của phương trình

$$\cos 2x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

A. $S = \left\{ -\frac{3\pi}{8} + k2\pi, \frac{3\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

B. $S = \left\{ -\frac{3\pi}{8} + k\pi, \frac{3\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

C. $S = \left\{ \frac{3\pi}{8} + k\pi, \frac{\pi}{8} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

D. $S = \left\{ \frac{3\pi}{8} + k2\pi, \frac{\pi}{8} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}.$

Câu 98: Nghiệm của phương trình $\sqrt{3} + 3 \tan x = 0$ là

- A. $x = \frac{\pi}{3} + k\pi$. B. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. C. $x = -\frac{\pi}{6} + k\pi$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 99: Phương trình $\tan 3x = \tan x$ có nghiệm là

- A. $x = k\pi$. B. $x = k2\pi$. C. $x = k\frac{\pi}{2}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$.

Câu 100: Phương trình $\tan x = \sqrt{3}$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; \pi)$?

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 101: Nghiệm của phương trình $\tan 3x = \tan x$ là

- A. $x = \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{k\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 102: Tìm số nghiệm của phương trình $\tan x = \tan \frac{3\pi}{8}$ trên $\left(\frac{\pi}{4}; 2\pi\right)$.

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 103: Chọn đáp án **sai** trong các câu sau:

- A. $\sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k2\pi$. B. $\cot x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi$.
C. $\cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k\pi$. D. $\tan x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi$.

Câu 104: Giải phương trình $\cot 2x = \cot 20^\circ$.

- A. $x = 10^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = 10^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = 20^\circ + k90^\circ, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = 20^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 105: Phương trình $\cot 3x = \cot x$ có các nghiệm là:

- A. $x = \frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

$$\cot(2x - 20^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ ta được}$$

Câu 106: Giải phương trình

- A. $x = 40^\circ + k \frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = 40^\circ + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
 C. $x = 40^\circ + k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = 40^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Câu 107: Phương trình $2 \cot x - \sqrt{3} = 0$ có nghiệm là

- A. $x = \operatorname{arccot} \frac{\sqrt{3}}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ B. $x = \frac{\pi}{6} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$
 C. $\begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ D. $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$

Câu 108: Tìm m để phương trình $\cos x - 2m + 1 = 0$ có nghiệm.

- A. $m > -\frac{1}{2}$ B. $0 < m < 1$ C. $0 \leq m \leq 1$ D. $m \geq -\frac{1}{2}$

Câu 109: Phương trình $m \cdot \cos x - 1 = 0$ có nghiệm khi m thỏa mãn điều kiện

- A. $\begin{cases} m \geq -1 \\ m \leq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m \leq -1 \\ m \geq 1 \end{cases}$ C. $m \geq -1$ D. $m \geq 1$

Câu 110: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\cos^2\left(\frac{x}{2} - \frac{\pi}{2}\right) = m$ có nghiệm.

- A. $-1 \leq m \leq 1$ B. $m \leq 1$ C. $m \geq 0$ D. $0 \leq m \leq 1$

•Dạng ②: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 111: Cho phương trình lượng giác $\sin 2x = -\frac{1}{2}$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương trình (*) tương đương $\sin 2x = \sin \frac{\pi}{6}$
 b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 3 nghiệm
 c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{3\pi}{2}$
 d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{11\pi}{12}$

Câu 112: Cho phương trình lượng giác $\tan(2x - 15^\circ) = 1$ (*). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương trình (*) có nghiệm $x = 30^\circ + k90^\circ (k \in \mathbb{Z})$
- b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng -30°
- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ bằng 180°
- d) Trong khoảng $(-180^\circ; 90^\circ)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng 60°

Câu 113: Cho phương trình lượng giác $\cot 3x = -\frac{1}{\sqrt{3}}$ (*). Khi đó

- a) Phương trình (*) tương đương $\cot 3x = \cot\left(-\frac{\pi}{6}\right)$
- b) Phương trình (*) có nghiệm $x = \frac{\pi}{9} + k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$
- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; 0\right)$ bằng $-\frac{5\pi}{9}$
- d) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{2\pi}{9}$

Câu 114: Cho phương trình lượng giác $2\cos x = \sqrt{3}$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Phương trình có nghiệm $x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- b) Trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có 4 nghiệm
- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ bằng $\frac{25\pi}{6}$
- d) Trong đoạn $\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{13\pi}{6}$

Câu 115: Cho phương trình $\sin\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ (*), vậy:

- a) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = \pi + k2\pi \\ x = \frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{3} (k \in \mathbb{Z}). \end{cases}$
- b) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có 2 nghiệm
- c) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $(0; \pi)$ bằng $\frac{7\pi}{6}$
- d) Trong khoảng $(0; \pi)$ phương trình có nghiệm lớn nhất bằng $\frac{5\pi}{6}$

Câu 116: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$$

- a) Phương trình có nghiệm
- b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$
- c) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$

Câu 117: Cho phương trình lượng giác $3 - \sqrt{3} \tan\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 0$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

- a) Phương trình có nghiệm
- b) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$
- c) Khi $-\frac{\pi}{4} < x < \frac{2\pi}{3}$ thì phương trình có ba nghiệm
- d) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{3}\right)$ bằng $\frac{\pi}{6}$

Câu 118: Cho phương trình lượng giác $\sin x = -\frac{1}{2}$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$$

- a) Phương trình tương đương
- b) Phương trình có nghiệm là: $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, x = \frac{7\pi}{6} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{\pi}{3}$
- d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là ba nghiệm

Câu 119: Cho phương trình lượng giác $2\sin x = \sqrt{2}$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$\sin x = \sin \frac{\pi}{4}$$

- a) Phương trình tương đương
- b) Phương trình có nghiệm là: $x = \frac{\pi}{3} + k2\pi, x = \frac{3\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$
- c) Phương trình có nghiệm dương nhỏ nhất bằng $\frac{\pi}{4}$
- d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ là hai nghiệm

Câu 120: Cho phương trình lượng giác $2\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3} = 0$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Phương trình tương đương $\sin\left(x - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$

$$x = \frac{\pi}{4} + k2\pi; x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

b) Phương trình có nghiệm là:

$$-\frac{\pi}{4}$$

c) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng

d) Số nghiệm của phương trình trong khoảng $(-\pi; \pi)$ là hai nghiệm

Câu 121: Cho phương trình lượng giác $\sqrt{2} - 2\sin(45^\circ - 2x) = 0$, vậy:

a) Phương trình tương đương với $\sin(45^\circ - 2x) = \sin 45^\circ$

b) Đồ thị hàm số $y = \sqrt{2} - 2\sin(45^\circ - 2x)$ cắt trục hoành tại điểm gốc tọa độ

c) Phương trình có nghiệm là: $x = -k180^\circ; x = -45^\circ - k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

d) Trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có một nghiệm

Câu 122: Cho hai đồ thị hàm số $y = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ và $y = \sin x$, Các mệnh đề sau đúng hay sai?

$$\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin x$$

a) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$x = \frac{3\pi}{8} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$$

b) Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là

c) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm

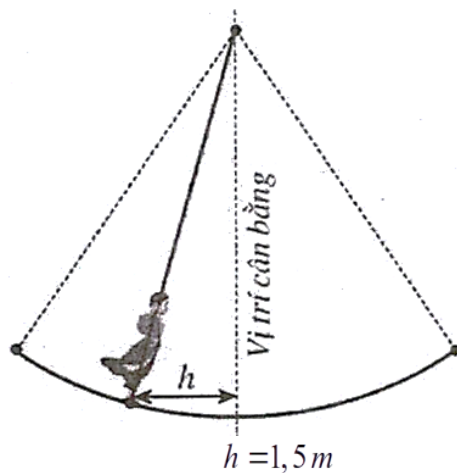
d) Khi $x \in [0; 2\pi]$ thì tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$\left(\frac{5\pi}{8}; \sin \frac{5\pi}{8}\right), \left(\frac{7\pi}{8}; \sin \frac{7\pi}{8}\right)$$

Câu 123: Một vật dao động xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình

$$x = 1,5 \cos\left(\frac{t\pi}{4}\right); \text{ trong đó } t \text{ là thời gian được tính bằng giây và quãng đường}$$

$h \neq x$ được tính bằng mét là khoảng cách theo phương ngang của chất điểm đối với vị trí cân bằng. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



- a) Vật ở xa vị trí cân bằng nhất nghĩa là .
 b) Trong 10 giây đầu tiên, có hai thời điểm vật ở xa vị trí cân bằng nhất

$$\cos\left(\frac{t\pi}{4}\right) = 0$$

- c) Khi vật ở vị trí cân bằng thì
 d) Trong khoảng từ 0 đến 20 giây thì vật đi qua vị trí cân bằng 4 lần?

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\cos(x + 30^\circ) + 1 = 0$

Câu 2: Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\cos(75^\circ - x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 3: Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\tan\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Câu 4: Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\tan(3x - 30^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Câu 5: Tìm nghiệm phương trình lượng giác: $\sqrt{3} \tan \frac{\pi x}{2} = 3$

Câu 6: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot 3x = \cot(\pi - x)$;

Câu 7: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cot\left(x - \frac{\pi}{5}\right) = -\sqrt{3}$

Câu 8: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin\left(2x - \frac{1}{3}\right) + \sin x = 0$

Câu 9: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin(\pi - x) - \cos x = 0$;

Câu 10: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan 3x = \cot x$

Câu 11: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin x \sin\left(x - \frac{\pi}{18}\right) = 0$

Câu 12: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\sin 4x + \cos(180^\circ - 3x) = 0$

Câu 13: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $2 \cos 2x - 8 \cos x + 7 = \frac{1}{\cos x}$

Câu 14: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan x + \cot x = -\frac{2}{\sin x}$

Câu 15: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cot x + \sin x \left(1 + \tan x \cdot \tan \frac{x}{4} \right) = 4$$

Câu 16: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sqrt{3} \sin^2 x - \sin x \cos x = 0$$

Câu 17: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin 2x = \sqrt{2} \sin(x + \pi) + \cos(2x + \pi)$$

Câu 18: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$4 \cos^2 \frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin x + 3 \sin^2 \frac{x}{2} = 3$$

Câu 19: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos x \cdot \cos 5x = \cos 2x \cdot \cos 4x$$

Câu 20: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$2 \cos x \cdot \cos 2x = 1 + \cos 2x + \cos 3x$$

Câu 21: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\tan(2x + 30^\circ) + \tan 20^\circ = 0$$

Câu 22: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos^3 2x - \sin^3 2x = \sin 2x - \cos 2x$$

Câu 23: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$5 \tan x - 2 \cot x - 3 = 0$$

Câu 24: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cot 3x = \tan \frac{2\pi}{5}$$

Câu 25: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\frac{1}{\tan x + \cot 2x} = \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\cot x - 1}$$

Câu 26: Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm: $2 \sin 3x = m - 1$.

Câu 27: Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm:

$$3 \sin^2 x + \sin 2x - m \cos^2 x = 0$$

Câu 28: Tìm m để các phương trình lượng giác sau có nghiệm: $m \tan x + 2 = m$.

Câu 29: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x = 2;$$

Câu 30: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\tan x + 2 \cot x = 3;$$

Câu 31: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0;$$

Câu 32: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin 2x - \cos x - 2 \sin x + 1 = 0$$

Câu 33: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sqrt{3} \sin x - \cos x = 0;$$

Câu 34: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos 2x - 3 \cos x + 2 = 0;$$

Câu 35: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin 7x \cdot \sin x = \sin 5x \cdot \sin 3x;$$

Câu 36: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin^2 x - \sin 2x + 7 \cos^2 x = 3$$

Câu 37: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin x - m = 1$ có nghiệm.

Câu 38: Một vật M được gắn vào đầu lò xo và dao động quanh vị trí cân bằng I , biết rằng O là hình chiếu vuông góc của I trên trục Ox , tọa độ điểm M trên Ox tại thời điểm t (giây) là đại lượng s (đơn vị: cm) được tính bởi

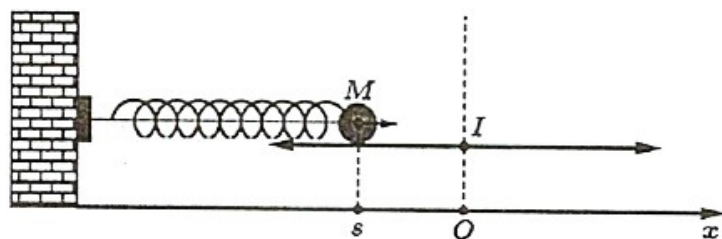
$$s = 8,6 \sin \left(8t + \frac{\pi}{2} \right)$$

công thức

a) Tìm khoảng cách từ vật đến vị trí cân bằng tại thời điểm $t = 3$ giây.

b) Thời điểm nào trong khoảng 2 giây đầu tiên thì $s = 4,3cm$?

(Các kết quả gần đúng trong bài được làm tròn đến hàng phần trăm)



Câu 39: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \sin x = 0$$

Câu 40: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos\left(x - \frac{3\pi}{4}\right) + \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = 0;$$

Câu 41: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin\left(x - \frac{2\pi}{3}\right) - \cos 2x = 0;$$

Câu 42: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 0.$$

Câu 43: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\tan\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{3} - x\right) = 0;$$

Câu 44: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\tan\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - \cot\left(\frac{\pi}{3} + x\right) = 0;$$

Câu 45: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cot\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) + \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) = 0.$$

Câu 46: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$4\sin^2 x - 1 = 0;$$

Câu 47: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos^2 2x = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$$

Câu 48: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$|\cos 2x| = 1;$$

Câu 49: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\left|\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)\right| = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Câu 50: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$2\sin 2x \cdot \cos 2x = 0;$$

Câu 51: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos^2 x = \sin^2 x;$$

Câu 52: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$3\sin x = 4\sin^3 x;$$

Câu 53: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos x = 1 + 4\cos^3 x;$$

Câu 54: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin x + \cos x = \sqrt{2};$$

Câu 55: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin^4 x - \cos^4 x + 1 = 0;$$

Câu 56: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\sin^4 x + \cos^4 x - \frac{1}{2} = 0.$$

Câu 57: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x - \frac{1}{2}\sin x = \frac{1}{2};$$

Câu 58: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = \sqrt{3}\cos x - \sin x.$$

Câu 59: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\cos^2 x + \cos x = 0;$$

Câu 60: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$2\sin^2 x - 3\sin x + 1 = 0;$$

Câu 61: Tìm nghiệm phương trình lượng giác

$$\tan^2 x + (\sqrt{3} - 1)\tan x - \sqrt{3} = 0$$

Câu 62: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\frac{1}{\sin^2 x} = \cot x + 3$.

Câu 63: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\left(\cot \frac{x}{3} - 1\right)\left(\cot \frac{x}{2} + 1\right) = 0$

Câu 64: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\tan(x - 30^\circ)\cos(2x - 150^\circ) = 0$;

Câu 65: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $(3 \tan x + \sqrt{3})(2 \sin x - 1) = 0$;

Câu 66: Tìm nghiệm phương trình lượng giác $\cos 2x \cot\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = 0$.

Câu 67: Trong môn cầu lông, khi phát cầu, người chơi cần đánh cầu qua khỏi lưới sang phía sân đối phương và không được để cho cầu rơi ngoài biên.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , chọn điểm có tọa độ $(0; y_0)$ là điểm xuất phát thì phương trình quỹ đạo của cầu lông khi rời khỏi mặt vợt là:

$$y = \frac{-g \cdot x^2}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + \tan(\alpha) \cdot x + y_0$$

; trong đó:

- g là gia tốc trọng trường (thường được chọn là $9,8 m/s^2$);

- α là góc phát cầu (so với phương ngang của mặt đất);

- v_0 là vận tốc ban đầu của cầu;

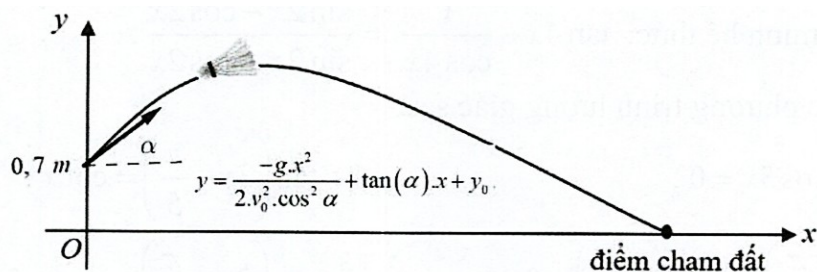
- y_0 là khoảng cách từ vị trí phát cầu đến mặt đất.

Đây là một hàm số bậc hai nên quỹ đạo chuyển động của cầu lông là một parabol.

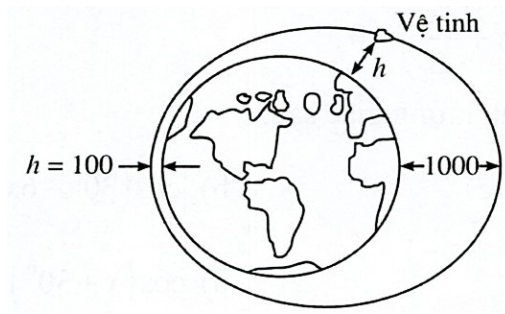
Một người chơi cầu lông đang đứng khoảng cách từ vị trí người này đến vị trí cầu rơi chạm đất (tầm bay xa) là $6,68 m$.

Quan sát hình bên dưới, hỏi người chơi đã phát cầu góc khoảng bao nhiêu độ so với mặt đất? (biết cầu rời mặt vợt ở độ cao $0,7 m$

so với mặt đất và vận tốc xuất phát của cầu là $8 m/s$, bỏ qua sức cản của gió và xem quỹ đạo của cầu luôn nằm trong mặt phẳng phẳng đứng).



Câu 68: Một vệ tinh bay quanh Trái Đất theo một quỹ đạo hình Elip (như hình vẽ):



Độ cao h (tính bằng kilômét) của vệ tinh so với bề mặt Trái Đất được xác định bởi

$$h = 550 + 450 \cdot \cos \frac{\pi}{50} t$$

công thức . Trong đó t là thời gian tính bằng phút kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo. Người ta cần thực hiện một thí nghiệm khoa học khi vệ tinh cách mặt đất 250 km . Trong khoảng 60 phút đầu tiên kể từ lúc vệ tinh bay vào quỹ đạo, hãy tìm thời điểm để có thể thực hiện thí nghiệm đó ?

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>