SỞ GD & ĐT NGHỆ AN **ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HSG LỚP 12**

**TRƯỜNG THPT PHAN THÚC TRỰC** NĂM HỌC 2022 - 2023

**Môn: Toán:** *(Thời gian làm bài 150 phút)*

**Câu 1** (6,5 *điểm*). a)Cho hàm số  (1), *m* là tham số thực.

Tìm tham số *m* để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị *A* và *B* sao cho tam giác *ABC* có diện tích bằng 2, trong đó .

b) Cho hệ phương trình: .

( x; y thuộc , m là tham số). Tìm tất cả các giá trị của m để hệ phương trình có nghiệm.

**Câu 2** *(5,0 điểm)*

a) Có 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên 6 thẻ rồi ghép thành một số tự nhiên gồm 6 chữ số. Tính xác suất để rút được 6 thẻ và ghép thành một số tự nhiên có 6 chữ số chia hết cho 9.

b) Cho hàm số  xác định và liên tục trên  có  và . Xét tính đơn điệu của hàm số .

**Câu 3** *(4,0 điểm)* Cho hình chóp *S*.*ABCD* có đáy là hình thoi, tam giác *SAB* đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (*ABCD*). Biết . Tính theo *a* thể tích hình chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa hai đường thẳng *AD* và *SC.*

**Câu 4** *(2,5 điểm)* Cho tứ diện *OABC* có *OA, OB, OC* vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi *A, B, C* là ba góc của tam giác *ABC* và  lần lượt là góc tạo bởi *OA, OB, OC* với mặt phẳng *(ABC).* Chứng minh rằng:

.

**Câu 5** *(2,0 điểm)*. Cho x, y, z là các số thực dương thoả mãn . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

………….. *Hết* ..……....

**HƯỚNG DẪN CHẤM VÀ THANG ĐIỂM**

|  |  |
| --- | --- |
| **Câu 1**.a) Cho hàm số  (1), *m* là tham số thực.  Tìm tham số *m* để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị *A* và *B* sao cho tam giác *ABC* có diện tích bằng 2, trong đó . | **3,5** |
| Tập xác định:  Ta có ;  hoặc .  Đồ thị có hai điểm cực trị khi và chỉ khi  (\*) | 1,0 |
| Các điểm cực trị của đồ thị là . | 0,5 |
| Suy ra ; .  Do đó ; . | 1,0 |
| Đặt  ta được  Do đó  (thỏa mãn điều kiện (\*)). Vậy . | 1,0 |
| b) Cho hệ phương trình: . | **3,0** |
| Điều kiện xác định: . | 0,5 |
| (\*).  Xét hàm đặc trưng , trên .  Ta có:  đồng biến trên  Do đó (\*) | 0,5 |
| Thế  vào pt (2) ta có : | 0,5 |
| Hệ phương trình đã cho có nghiệm khi phương trình (3) có nghiệm thuộc đoạn.  Xét hàm số  trên đoạn.  có  Ta có: | 1,0 |
| Suy ra (3) có nghiệm thuộc đoạnkhi . Hay hệ phương trình đã cho có nghiệm khi . | 0,5 |

|  |  |
| --- | --- |
| a) Có 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên 6 thẻ rồi ghép thành một số tự nhiên gồm 6 chữ số. Tính xác suất để rút được 6 thẻ và ghép thành một số tự nhiên có 6 chữ số chia hết cho 9. | **3,0** |
| \* Mỗi cách rút 6 thẻ rồi ghép thành một số là một chỉnh hợp chập 6 của 9. Gọi  là không gian mẫu ta có . | 1,0 |
| \* Gọi biến cố A= “ghép thành số chia hết cho 9”.  Ta có tổng các số ghi trên 9 thẻ là 45 chia hết cho 9, do đó số bộ gồm 6 số có tổng chia hết cho 9 bằng số bộ 3 số mà tổng của chúng chia hết cho 9.  Các bộ 3 số có tổng chia hết cho 9 là {1;2;6},{1;3;5},{1;8;9},{2;3;4},{2;7;9},{3;6;9},{3;7;8},{4;5;9},{4;6;8};{5;6;7}.  Như vậy sẽ có 10 bộ 6 số mà tổng của chúng chia hết cho 9. Mỗi bộ lập được 6!=720 số nên n(A)=7200. | 1,5 |
| \* Vậy, xác suất biến cố A là  . | 0,5 |

|  |  |
| --- | --- |
| b) Cho hàm số  xác định và liên tục trên  có  và . Xét tính đơn điệu của hàm số . | **2,0** |
| Từ giả thiết ta có  Bảng biến thiên của    Từ BBT suy ra . | 0,5 |
| Xét hàm số  Do  Xét | 0,5 |
| BBT của | 0,5 |
| Từ bản biến thiên của hàm số g(x) ta suy ra  Hàm số g(x) đồng biến trên mỗi khoảng  , nghịch biến trên mỗi khoảng | 0,5 |
| **Câu 3** Cho hình chóp *S*.*ABCD* có đáy là hình thoi, tam giác *SAB* đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (*ABCD*). Biết . Tính theo *a* thể tích hình chóp *S.ABCD* và khoảng cách giữa hai đường thẳng *AD* và *SC.* | **4,0** |
| Ta có: | 2,0 |
| \* Gọi , *H* là trung điểm của *AB*, suy ra .  Do  và  nên  Ta có , .  .  \* Vì *BC* // *AD* nên *AD* //(*SBC*) .  Do *H* là trung điểm của *AB* và *B* =  nên  Kẻ , do  nên .  Kẻ , ta có .  .    Vậy . | 0,5  0,5  0,5    0,5 |
| **Câu 4**: Cho tứ diện *OABC* có *OA, OB, OC* vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi *A, B, C* là ba góc của tam giác *ABC* và  lần lượt là góc tạo bởi *OA, OB, OC* với mặt phẳng *(ABC).* Chứng minh rằng: | **2.5** |
| Gọi H là hình chiếu vuông góc của O trên mặt phẳng (ABC) *(phải có hình )*  H là trực tâm của tam giác ABC.    Gọi AK là đường cao của tam giác ABC.  Ta có: | 0,75 |
| Mặt khác:  Tương tự:  nên tam giác ABC nhọn. | 0,5 |
| - Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, ta có:  R cũng là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác BHC.  - Trong tam giác ABH:  Nên: | 0,5 |
| Từ (1) và (2) ta có:  Chứng minh tương tự ta cũng có:  Vậy ta có ĐPCM. | 0,75 |
| **Câu 5:** Cho x, y, z là các số thực dương thoả mãn .Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức  . | **2,0** |
| Áp dụng Cô-si, ta có    Tương tự | 0,5 |
| Vậy | 0,5 |
| Áp dụng kết quả  , ta được:  Dấu ‘=’ xảy ra khi  Vậy GTNN của biểu thức là P = 1. | 1,0 |

**Lưu ý:** Trên đây là hướng dẫn chấm sơ bộ, thí sinh cần trình bày lập luận chặt chẽ chi tiết đầy đủ, đúng mới cho điểm tối đa,

*( Thí sinh giải cách khác, theo thang điểm như hướng dẫn để chấm)*