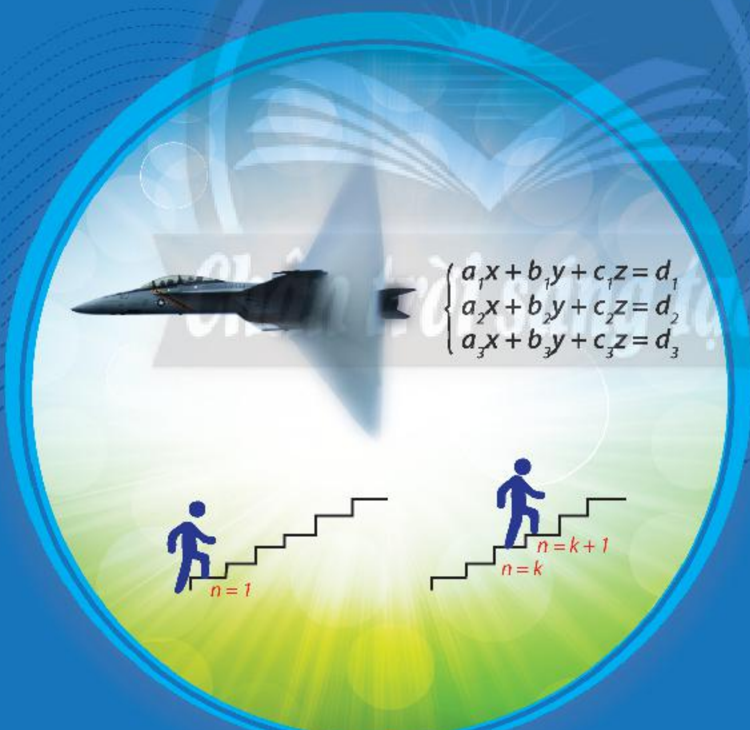
TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN (Chủ biên)
NGUYỄN THÀNH ANH – ĐẶNG VĂN ĐOẠT

CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP
TOÁN
SÁCH GIÁO VIÊN
10



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

TRẦN NAM DŨNG (Tổng Chủ biên)
TRẦN ĐỨC HUYÊN (Chủ biên)
NGUYỄN THÀNH ANH – ĐẶNG VĂN ĐOẠT

CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP
TOÁN 10

SÁCH GIÁO VIÊN

Chân trời sáng tạo

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xin trân trọng cảm ơn các tác giả có tác phẩm, tư liệu được sử dụng, trích dẫn trong cuốn sách này.

Chịu trách nhiệm xuất bản
Chủ tịch Hội đồng Thành viên NGUYỄN ĐỨC THÁI
Tổng Giám đốc HOÀNG LÊ BÁCH

Chịu trách nhiệm nội dung
Tổng biên tập PHẠM VĨNH THÁI

Biên tập nội dung: TRẦN THANH HÀ – ĐẶNG THỊ THUÝ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ
Biên tập mĩ thuật: BÙI XUÂN DƯƠNG
Thiết kế sách: BÙI XUÂN DƯƠNG
Trình bày bìa: THÁI HỮU DƯƠNG
Sửa bản in: TRẦN THANH HÀ – ĐẶNG THỊ THUÝ – NGUYỄN THỊ PHƯỚC THỌ
Chế bản: CÔNG TY CP DỊCH VỤ XUẤT BẢN GIÁO DỤC GIA ĐỊNH

CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP TOÁN 10 – SÁCH GIÁO VIÊN (Chân trời sáng tạo)
Mã số: G2HGXT002M22
In………bản, (QĐ in số….) Khổ 19x26,5 cm.
Đơn vị in:……………………..
Cơ sở in:………………………
Số ĐKXB: 1146-2022/CXBIPH/33-708/GD
Số QĐXB:......... ngày…. tháng…. năm 20….
In xong và nộp lưu chiểu tháng…. năm 20….
Mã số ISBN: 978-604-0-32758-1

Lời nói đầu

Nhằm mục đích chia sẻ những ý tưởng cốt lõi và phương pháp giảng dạy hiệu quả với các đồng nghiệp sẽ giảng dạy Chuyên đề học tập môn Toán lớp 10 theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo, nhóm tác giả đã biên soạn cuốn **Sách giáo viên Chuyên đề học tập Toán 10 (Chân trời sáng tạo)**.

Sách gồm hai phần:

Phần một giới thiệu về chương trình chuyên đề học tập môn Toán lớp 10 và sách Chuyên đề học tập Toán 10 thuộc bộ sách Chân trời sáng tạo.

Phần hai trình bày các gợi ý và hướng dẫn dạy học từng bài theo sách Chuyên đề học tập.

Nếu như trong phần thứ nhất, chúng tôi trình bày thật cô đọng về chương trình để giúp quý thầy, cô nhanh chóng nắm bắt nội dung chương trình và các yêu cầu cần đạt, thì trong phần thứ hai chúng tôi lại trình bày rất chi tiết các gợi ý và hướng dẫn cụ thể về cách dạy từng bài trong sách giáo khoa để quý thầy, cô có thêm thông tin tham khảo khi chuẩn bị bài giảng.

Để sử dụng sách giáo viên được hiệu quả, rất mong quý thầy, cô lưu ý một số điểm quan trọng sau:

1. Sách giáo viên là tài liệu tham khảo mang tính chất định hướng và gợi ý cho giáo viên trong quá trình dạy học, giáo viên không nhất thiết phải theo các gợi ý này.

2. Mỗi tiết Toán thường phát triển đầy đủ các năng lực đặc thù, tuy nhiên mức độ đối với từng năng lực có khác nhau. Tuỳ bài học, ta nên chú trọng những năng lực có điều kiện phát huy ở bài học đó.

3. Nhiều gợi ý trong các hoạt động chỉ mang tính chỉ báo về mặt nội dung cần đạt được, giáo viên nên chủ động lựa chọn phương pháp và hình thức tổ chức học tập nhằm đạt hiệu quả.

4. Số tiết đối với mỗi bài chỉ là dự kiến, tuỳ tình hình cụ thể của lớp học, giáo viên có thể điều chỉnh cho phù hợp.

5. Dựa vào sách giáo viên, người dạy nên sáng tạo, lựa chọn các giải pháp phù hợp với học sinh, điều kiện vật chất cũng như văn hoá vùng miền để hoạt động dạy học thực sự mang lại kết quả tốt đẹp.

6. Chương trình chuyên đề học tập môn Toán cấp Trung học phổ thông đặc biệt chú trọng đến việc hướng nghiệp, giáo viên cần chú trọng khai thác các tình huống thực tế cần sử dụng các năng lực toán học trong bài học để góp phần định hướng nghề nghiệp có liên quan cho các em học sinh.

Rất mong nhận được các ý kiến đóng góp, xây dựng để cuốn sách được sử dụng hiệu quả. Kính chúc quý thầy, cô thành công trong việc triển khai chương trình mới với sách Chuyên đề học tập Toán 10 thuộc bộ sách Chân trời sáng tạo.

Các tác giả

Mục lục

Phần một | GIỚI THIỆU VỀ CHƯƠNG TRÌNH VÀ SÁCH CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP MÔN TOÁN LỚP 10

A. GIỚI THIỆU VỀ CHƯƠNG TRÌNH CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP MÔN TOÁN LỚP 10

1. Mục tiêu dạy học

Chuyên đề học tập môn Toán lớp 10 nhằm giúp học sinh (HS) đạt các mục tiêu chủ yếu sau:

a) Góp phần giúp HS có những hiểu biết tương đối tổng quát về các ngành nghề gắn với môn Toán và giá trị của nó; làm cơ sở cho định hướng nghề nghiệp sau Trung học phổ thông; có đủ năng lực tối thiểu để tự tìm hiểu những vấn đề liên quan đến toán học trong suốt cuộc đời. Biết ứng dụng toán học vào giải quyết vấn đề liên môn và thực tiễn.

b) Có những kiến thức và kĩ năng toán học về:

– *Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn:* Nhận biết được khái niệm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Giải được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. Vận dụng được cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải quyết một số bài toán Vật lí, Hoá học, Sinh học và một số vấn đề thực tiễn cuộc sống.

– *Phương pháp quy nạp toán học và nhị thức Newton:* Cung cấp những kiến thức và kĩ năng (ở mức độ suy luận logic) về các bước chứng minh tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp. Chứng minh được tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp toán học. Vận dụng được phương pháp quy nạp toán học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn. Khai triển được nhị thức Newton bằng cách vận dụng tổ hợp và tam giác Pascal.

– *Ba đường conic và ứng dụng:* Bổ sung các yếu tố đặc trưng của đường conic (tâm sai, đường chuẩn, bán kính qua tiêu, …) khi biết phương trình chính tắc của đường conic đó. Nhận biết được đường conic như là giao của mặt phẳng với mặt nón. Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic. Bổ sung ý nghĩa của trong thực tiễn của ba đường conic.

2. Nội dung cụ thể và yêu cầu cần đạt

CHƯƠNG TRÌNH CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP MÔN TOÁN LỚP 10

Chuyên đề 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và ứng dụng.

Chuyên đề 2. Phương pháp quy nạp toán học và nhị thức Newton.

Chuyên đề 3. Ba đường conic và ứng dụng.

Chuyên đề	Chủ đề	Yêu cầu cần đạt
Chuyên đề 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và ứng dụng	*Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn*	– Nhận biết được khái niệm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn. – Giải được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss. – Tìm được nghiệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay.
	Vận dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn để giải một số bài toán liên môn và thực tiễn	– Vận dụng được cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải quyết một số bài toán Vật lí (tính điện trở, tính cường độ dòng điện trong dòng điện không đổi, ...), Hoá học (cân bằng phản ứng, ...), Sinh học (bài tập nguyên phân, giảm phân, ...). – Vận dụng cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn để giải quyết một số vấn đề thực tiễn cuộc sống (ví dụ: bài toán lập kế hoạch sản xuất, mô hình cân bằng thị trường, phân bố vốn đầu tư, ...).
Chuyên đề 2. Phương pháp quy nạp toán học và nhị thức Newton	*Phương pháp quy nạp toán học*	– Mô tả được các bước chứng minh tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp. – Chứng minh được tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp toán học. – Vận dụng được phương pháp quy nạp toán học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.
	Nhị thức Newton	– Khai triển được nhị thức Newton $(a + b)^n$ bằng cách vận dụng tổ hợp. – Xác định được các hệ số trong nhị thức Newton thông qua tam giác Pascal. – Xác định được hệ số của x^k trong khai triển $(ax + b)^n$ thành đa thức.
Chuyên đề 3. Ba đường conic và ứng dụng	*Ba đường conic và ứng dụng*	– Xác định được các yếu tố đặc trưng của đường conic (đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài trục, tâm sai, đường chuẩn, bán kính qua tiêu) khi biết phương trình chính tắc của đường conic đó. – Nhận biết được đường conic như là giao của mặt phẳng với mặt nón. – Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong Quang học, xác định quỹ đạo chuyển động của các hành tinh trong hệ Mặt Trời, ...).

3. Thời lượng thực hiện chương trình

Theo quy định của chương trình, thời lượng cho môn Toán lớp 10 (có học chuyên đề học tập) là

105 tiết Toán cơ bản + 35 tiết Chuyên đề học tập Toán

140 tiết = 4 tiết/tuần × 35 tuần

Ước lượng thời gian (tính theo %) cho các mạch nội dung Toán lớp 10 như sau:

Nội dung	Phân bố số tiết	Tỉ số phần trăm
Đại số và một số yếu tố Giải tích	46	32,9%
Hình học và Đo lường	36	25,7%
Thống kê và Xác suất	15	10,7%
Hoạt động thực hành và trải nghiệm	8	5,7%
Chuyên đề học tập	35	25%

4. Phương pháp dạy học

Cần đổi mới phương pháp dạy học môn Toán theo các chú ý sau:

– Tổ chức quá trình dạy học theo hướng kiến tạo phù hợp với tiến trình nhận thức, năng lực nhận thức, cách thức học tập khác nhau của từng cá nhân HS, tạo điều kiện giúp người học phát huy tính tích cực, độc lập, phát triển các năng lực chung và năng lực toán học.

– Vận dụng một cách linh hoạt các phương pháp, kĩ thuật dạy học tích cực.

– Kết hợp các hoạt động dạy học trong lớp và các hoạt động thực hành trải nghiệm.

– Khuyến khích sử dụng các phương tiện nghe nhìn, phương tiện kĩ thuật hiện đại hỗ trợ quá trình dạy học, đồng thời coi trọng việc sử dụng các phương pháp truyền thống.

– Sử dụng đa dạng các phương pháp dạy học theo tiến trình tổ chức cho HS hoạt động trải nghiệm, khám phá, phát hiện. Tiến trình đó bao gồm các bước chủ yếu:

Trải nghiệm – Hình thành kiến thức mới – Thực hành, luyện tập – Vận dụng.

– Cần tổ chức cho HS được tham gia các hoạt động thực hành, ứng dụng các kiến thức toán học vào thực tiễn và các hoạt động ngoài giờ chính khoá liên quan đến ôn tập, củng cố các kiến thức cơ bản.

– Giáo viên (GV) cần căn cứ vào đặc điểm của HS, điều kiện, hoàn cảnh cụ thể khi dạy học để tiến hành những điều chỉnh hoặc bổ sung cụ thể về nội dung, phương pháp và hình thức tổ chức dạy học. Tuy nhiên, việc điều chỉnh phải trên cơ sở đảm bảo yêu cầu cần đạt của chương trình môn Toán.

5. Đánh giá kết quả học tập

Đánh giá năng lực của HS thông qua các bằng chứng thể hiện kết quả đạt được trong quá trình thực hiện các hoạt động học.

– Cần vận dụng kết hợp một cách đa dạng nhiều hình thức đánh giá (đánh giá thường xuyên, đánh giá định kì) nhiều phương pháp đánh giá (quan sát, ghi lại quá trình thực hiện, vấn đáp, trắc nghiệm khách quan, tự luận, bài thực hành, các dự án/sản phẩm học tập, ...).

– GV nên giao cho HS những mục tiêu và nhiệm vụ học tập cụ thể được điều chỉnh từ yêu cầu của sách giáo khoa (SGK) để hoạt động học phù hợp với nhịp độ tiếp thu và trình độ nhận thức của HS.

– GV nên thiết lập một bảng các yêu cầu cần đạt sau khi học mỗi đơn vị kiến thức để HS có thể biết và tự đánh giá kết quả học tập.

– Khi kết thúc một chủ đề hoặc một chương, GV có thể tổ chức kiểm tra, đánh giá kết quả học tập của HS và điều chỉnh cách dạy của mình.

B. GIỚI THIỆU VỀ SÁCH CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP TOÁN 10 (CHÂN TRỜI SÁNG TẠO)

1. Một số đặc điểm chung

Sách Chuyên đề học tập Toán 10 thuộc bộ sách Chân trời sáng tạo được Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam xuất bản theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018 của Bộ Giáo dục và Đào tạo.

Cuốn sách này gồm ba chuyên đề, mỗi chuyên đề được trình bày độc lập, gồm nhiều bài học. Mỗi đơn vị bài học được thiết kế dựa trên các hoạt động: Khởi động, Khám phá, Thực hành, Vận dụng. Dưới sự hướng dẫn của sách, HS tự giải quyết các nhiệm vụ yêu cầu bài học đòi hỏi. Các hoạt động trong bài học nhằm giúp HS tìm tòi, khám phá, thực hành, luyện tập và có cơ hội vận dụng các kiến thức để giải quyết một số vấn đề trong thực tế cuộc sống.

Trong mỗi chuyên đề thường có các bài đọc thêm nhằm mục đích giúp HS thêm yêu thích môn Toán.

2. Cấu trúc sách

Sách gồm ba chuyên đề được trình bày theo trình tự phù hợp với sách giáo khoa Toán 10 (Chân trời sáng tạo).

Chuyên đề 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN VÀ ỨNG DỤNG	Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn Bài 2. Ứng dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn Bài tập cuối chuyên đề 1
Chuyên đề 2. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC VÀ NHỊ THỨC NEWTON	Bài 1. Phương pháp quy nạp toán học Bài 2. Nhị thức Newton Bài tập cuối chuyên đề 2
Chuyên đề 3. BA ĐƯỜNG CONIC VÀ ỨNG DỤNG	Bài 1. Elip Bài 2. Hypebol Bài 3. Parabol Bài 4. Tính chất chung của ba đường conic Bài tập cuối chuyên đề 3

Mỗi bài học luôn có phần mở đầu (Hoạt động khởi động) nhằm giới thiệu vấn đề HS cần thảo luận hoặc các hoạt động cụ thể mà HS phải thực hiện để kiến tạo kiến thức.

Mỗi chủ điểm kiến thức trong bài học thường được giới thiệu theo trình tự:

Hoạt động khởi động	→	Hoạt động khám phá	→	Hoạt động thực hành	→	Hoạt động vận dụng
Giới thiệu kiến thức mới.		Nhằm đưa đến nội dung kiến thức.		Giúp HS làm các bài tập cơ bản.		Ứng dụng kiến thức đã biết vào một tình huống hay giải quyết bài toán thực tiễn.

Nhóm tác giả đã tập trung thiết kế các hoạt động (HĐ) cho HS dựa trên các nguyên tắc sau:

– HĐ phải đi trước sự phát triển, kéo theo sự phát triển của HS.

– Xây dựng HĐ dựa trên vùng phát triển hiện tại và vùng phát triển gần nhất của HS (lớp 9 chuẩn bị lên lớp 10).

– Tích cực hoá quá trình nhận thức của HS.

– Nâng cao sự tương tác giữa SGK và HS.

– Khởi động tư duy, gây hứng thú học tập cho HS.

– Tạo thuận lợi cho GV khi tiến hành các phương pháp dạy học tích cực.

3. Dự kiến khung phân phối chương trình

Sách gồm ba chuyên đề. Dưới đây là cấu trúc sách, gồm tên chuyên đề/bài và gợi ý về số tiết cho mỗi bài. Tuỳ theo điều kiện của địa phương, nhà trường mà GV có thể thay đổi cho thích hợp.

STT	TÊN CHUYÊN ĐỀ / BÀI		SỐ TIẾT	
(1)	(2)		(3)	
1	**Chuyên đề 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và ứng dụng**	Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn	4	10
2		Bài 2. Ứng dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn	4	
3		Bài tập cuối chuyên đề 1	2	
1	**Chuyên đề 2. Phương pháp quy nạp toán học và nhị thức Newton**	Bài 1. Phương pháp quy nạp toán học	4	10
2		Bài 2. Nhị thức Newton	4	
3		Bài tập cuối chuyên đề 2	2	

1	**Chuyên đề 3. Ba đường conic và ứng dụng**	Bài 1. Elip	3	15
2		Bài 2. Hypebol	3	
3		Bài 3. Parabol	3	
4		Bài 4. Tính chất chung của ba đường conic	3	
5		Bài tập cuối chuyên đề 3	3	
			35	**35**

Lưu ý về cách vận dụng khung phân phối chương trình dự kiến

– Nên bố trí sao trong mỗi học kì có học một hoặc hai chuyên đề.

– Tổ chuyên môn có thể thống nhất số tiết của mỗi bài sao cho phù hợp với tình hình thực tế của từng trường, miễn sao đảm bảo được mục tiêu và yêu cầu cần đạt.

– Nên bố trí một số tiết dự phòng (so với tổng số tiết quy định cả năm) để GV có thể sử dụng cho giờ kiểm tra, bổ sung tiết cho những bài khó, bài dài hoặc dự phòng để bù giờ.

Gợi ý về một cách lập kế hoạch dạy học môn Toán lớp 10 (có học Chuyên đề) để tổ chuyên môn tham khảo

Gợi ý kế hoạch dạy học học kì I (sử dụng SGK Toán 10, tập một và sách Chuyên đề học tập Toán 10)

HỌC KÌ I (72 tiết)					
Đại số và một số yếu tố Giải tích: 22 tiết – **Hình học và Đo lường:** 20 tiết **Thống kê:** 10 tiết – **Hoạt động thực hành và trải nghiệm:** 2 tiết **Chuyên đề học tập:** 18 tiết					
Tuần	**Tiết**	**Tên bài học**	**Tuần**	**Tiết**	**Tên bài học**
1	1	Bài 1. Mệnh đề	**2**	3	Bài 2. Tập hợp
	2	Bài 2. Tập hợp		4	Bài 3. Các phép toán trên tập hợp
	1	Bài 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°		3	Bài 2. Định lí côsin và định lí sin
	2	Bài 1. Giá trị lượng giác của một góc từ 0° đến 180°		4	Bài 2. Định lí côsin và định lí sin
3	5	Bài 3. Các phép toán trên tập hợp	**4**	7	Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn
	6	Bài tập cuối chương I		8	Bài 1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn
	5	Bài 2. Định lí côsin và định lí sin		7	Bài 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế
	6	Bài 3. Giải tam giác và ứng dụng thực tế		8	Bài tập cuối chương IV

5	9	Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn	**6**	11	Bài 1. Hàm số và đồ thị
	10	Bài 2. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn		12	Bài 1. Hàm số và đồ thị
	9	Bài tập cuối chương IV		11	Bài 1. Khái niệm vectơ
	10	Bài tập cuối chương IV		12	Bài 1. Khái niệm vectơ
7	13	Kiểm tra giữa học kì I	**8**	15	Bài 1. Hàm số và đồ thị
	14			16	Bài 2. Hàm số bậc hai
	13	Bài 2. Tổng và hiệu của hai vectơ		15	Bài 3. Tích của một số với một vectơ
	14	Bài 2. Tổng và hiệu của hai vectơ		16	Bài 3. Tích của một số với một vectơ
9	17	Bài 2. Hàm số bậc hai	**10**	19	Bài 2. Hàm số bậc hai
	18	Bài 2. Hàm số bậc hai		20	Bài tập cuối chương III
	17	Bài 4. Tích vô hướng của hai vectơ		19	Bài tập cuối chương V
	18	Bài 4. Tích vô hướng của hai vectơ		20	Bài tập cuối chương V
11	21	Bài tập cuối chương III	**12**	1	CĐ1. Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn
	22	Bài tập cuối chương III		2	CĐ1. Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn
	1	Bài 1. Số gần đúng và sai số		3	Bài 2. Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ
	2	Bài 1. Số gần đúng và sai số		4	Bài 2. Mô tả và biểu diễn dữ liệu trên các bảng và biểu đồ
13	3	CĐ1. Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn	**14**	5	CĐ1. Bài 2. Ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn
	4	CĐ1. Bài 1. Hệ phương trình bậc nhất ba ẩn		6	CĐ1. Bài 2. Ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn
	5	Bài 3. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu		7	CĐ1. Bài 2. Ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn
	6	Bài 3. Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của mẫu số liệu		7	Bài 4. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu

15	8	CĐ1. Bài 2. Ứng dụng của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn	**16**	11	CĐ2. Bài 1. Phương pháp quy nạp toán học
	9	Bài tập cuối chuyên đề 1		12	CĐ2. Bài 1. Phương pháp quy nạp toán học
	10	Bài tập cuối chuyên đề 1		13	CĐ2. Bài 1. Phương pháp quy nạp toán học
	8	Bài 4. Các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu		9	BT cuối chương VI
17	14	CĐ2. Bài 1. Phương pháp quy nạp toán học	**18**	16	Bài tập cuối chuyên đề 2
	15	Bài tập cuối chuyên đề 2		17	Bài tập cuối chuyên đề 2
	1	HĐTH&TN: Bài 1. Dùng máy tính cầm tay để tính toán với số gần đúng và tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê		18	Kiểm tra học kì I
	2	HĐTH&TN: Bài 2. Dùng bảng tính để tính các số đặc trưng của mẫu số liệu thống kê		10	

Gợi ý kế hoạch dạy học học kì II (sử dụng SGK Toán 10, tập hai và sách Chuyên đề học tập Toán 10)

HỌC KÌ II (68 tiết)					
Đại số và một số yếu tố Giải tích: 24 tiết – **Hình học và Đo lường:** 16 tiết **Xác suất:** 5 tiết – **Hoạt động thực hành và trải nghiệm:** 6 tiết **Chuyên đề học tập:** 17 tiết					
Tuần	**Tiết**	**Tên bài học**	**Tuần**	**Tiết**	**Tên bài học**
19	1	Bài 1. Dấu của tam thức bậc hai	**20**	3	Bài 1. Dấu của tam thức bậc hai
	2	Bài 1. Dấu của tam thức bậc hai		4	Bài 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn
	1	Bài 1. Toạ độ của vectơ		3	Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ
	2	Bài 1. Toạ độ của vectơ		4	Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ

21	5	Bài 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn	**22**	7	Bài 3. Phương trình quy về phương trình bậc hai
	6	Bài 2. Giải bất phương trình bậc hai một ẩn		8	Bài 3. Phương trình quy về phương trình bậc hai
	5	Bài 2. Đường thẳng trong mặt phẳng toạ độ		7	Bài 3. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ
	6	Bài 3. Đường tròn trong mặt phẳng toạ độ		8	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ
23	9	Bài 3. Phương trình quy về phương trình bậc hai	**24**	11	Bài tập cuối chương VII
	10	Bài tập cuối chương VII		12	Bài tập cuối chương VII
	9	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ		11	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ
	10	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ		12	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ
25	13	Bài 4. Ba đường conic trong mặt phẳng toạ độ	**26**	13	Bài 1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân
	14	Bài tập cuối chương IX		14	Bài 1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân
	15	Kiểm tra giữa học kì II		1	HĐTH&TN: Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai bằng phần mềm GeoGebra
	16			2	HĐTH&TN: Bài 1. Vẽ đồ thị hàm số bậc hai bằng phần mềm GeoGebra
27	15	Bài 1. Quy tắc cộng và quy tắc nhân	**28**	17	Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp
	16	Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp		18	Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp
	3	HĐTH&TN: Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra		5	HĐTH&TN: Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra
	4	HĐTH&TN: Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra		6	HĐTH&TN: Bài 2. Vẽ ba đường conic bằng phần mềm GeoGebra

29	19	Bài 2. Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp
	20	Bài 3. Nhị thức Newton
	1	Bài 1. Không gian mẫu và biến cố
	2	Bài 1. Không gian mẫu và biến cố
31	5	Bài tập cuối chương X
	1	CĐ2. Bài 2. Nhị thức Newton
	2	CĐ2. Bài 2. Nhị thức Newton
	3	CĐ3. Bài 1. Elip
33	8	CĐ3. Bài 2. Hypebol
	9	CĐ3. Bài 3. Parabol
	10	CĐ3. Bài 3. Parabol
	11	CĐ3. Bài 3. Parabol
35	16	Bài tập cuối chuyên đề 3
	17	Bài tập cuối chuyên đề 3
	23	Kiểm tra học kì II
	24	

30	21	Bài 3. Nhị thức Newton
	22	Bài tập cuối chương VIII
	3	Bài 2. Xác suất của biến cố
	4	Bài 2. Xác suất của biến cố
32	4	CĐ3. Bài 1. Elip
	5	CĐ3. Bài 1. Elip
	6	CĐ3. Bài 2. Hypebol
	7	CĐ3. Bài 2. Hypebol
34	12	CĐ3. Bài 4. Tính chất chung của ba đường conic
	13	CĐ3. Bài 4. Tính chất chung của ba đường conic
	14	CĐ3. Bài 4. Tính chất chung của ba đường conic
	15	Bài tập cuối chuyên đề 3

Phần hai HƯỚNG DẪN DẠY HỌC THEO SÁCH CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP TOÁN 10 (Chân trời sáng tạo)

Chuyên đề 1 HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN VÀ ỨNG DỤNG

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Hình thành và phát triển năng lực toán học cho HS qua các yêu cầu cần đạt sau:

– Nhận biết khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

– Giải được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss.

– Sử dụng máy tính cầm tay để tìm được nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

– Vận dụng cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải quyết một số bài toán thực tiễn cuộc sống.

– Vận dụng cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải quyết một số bài toán trong Vật lí, Hoá học, Sinh học.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá kiến thức mới.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó.

– Giải được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss.

– Tìm được nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng máy tính cầm tay.

2. Năng lực cần chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

III. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Bài này có thể dạy trong 3 tiết, tuỳ theo đối tượng HS mà GV có phương pháp dạy phù hợp.

2. Việc hình thành hệ phương trình bậc nhất ba ẩn được xuất phát từ bài toán thực tế, do đó GV cần khai thác sáng tạo năng lực tư duy của HS để hình thành kiến thức mới.

3. Cần cẩn thận, tỉ mỉ việc hình thành phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss.

4. Với các **Hoạt động khám phá**: GV yêu cầu HS đọc kĩ đề bài, tư duy để kết nối các kiến thức đã biết nhằm tạo ra kiến thức mới và phát triển các phẩm chất, năng lực cần thiết.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

1. Định nghĩa hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

Hoạt động khám phá 1 (HĐKP 1)

1 **Ba lớp 10A, 10B, 10C gồm 128 học sinh cùng tham gia lao động trồng cây. Mỗi học sinh lớp 10A trồng được 3 cây bạch đàn và 4 cây bàng. Mỗi học sinh lớp 10B trồng được 2 cây bạch đàn và 5 cây bàng. Mỗi học sinh lớp 10C trồng được 6 cây bạch đàn. Cả 3 lớp trồng được 476 cây bạch đàn và 375 cây bàng. Gọi *x*, *y*, *z* lần lượt là số học sinh của các lớp 10A, 10B, 10C.**

a) Lập các hệ thức thể hiện mối liên hệ giữa *x*, *y* và *z*.

b) Trong bảng dữ liệu sau, chọn các số liệu phù hợp với số học sinh của mỗi lớp 10A, 10B, 10C và giải thích sự lựa chọn của bạn.

x	y	z
41	43	44
40	43	45
42	43	43

Mục đích: Giúp HS thiết lập được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và bước đầu kiểm tra nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS làm ý a) trong ***HĐKP 1***.

+ GV khẳng định mỗi hệ thức tìm được là một phương trình bậc nhất ba ẩn và tập hợp các hệ thức đó được gọi là một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

+ GV yêu cầu HS nêu định nghĩa phương trình bậc nhất ba ẩn và hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

+ GV chốt định nghĩa phương trình bậc nhất ba ẩn và hệ phương trình bậc nhất ba ẩn như trong SGK.

+ GV yêu cầu HS làm ý b) trong ***HĐKP 1***.

+ GV khẳng định bộ ba số thoả mãn phương trình bậc nhất mới thiết lập được ở trên gọi là nghiệm của phương trình đó.

+ GV yêu cầu HS nêu khái niệm nghiệm của phương trình bậc nhất ba ẩn, nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

+ GV chốt lại khái niệm nghiệm của phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn như trong SGK.

Ví dụ 1

Hệ phương trình nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Mỗi bộ ba số (1; 2; 2), (–1; 2; 3) có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không?

$$(1)\begin{cases}2x-3y+4z=4\\-x+2y+z=8\\3x+4y-z=2;\end{cases}\qquad (2)\begin{cases}3x-2y^2+4z=6\\4x-5y+2z=-3\\x+3y-z=-1.\end{cases}$$

Mục đích: HS nhận biết được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS làm Ví dụ 1.

+ HS trả lời, lớp nhận xét kết quả.

+ GV sửa bài trước lớp.

Hoạt động thực hành 1 (HĐTH 1)

1 Hệ phương trình nào dưới đây là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn? Mỗi bộ ba số (1; 5; 2), (1; 1; 1) và (–1; 2; 3) có là nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn đó không?

$$(1)\begin{cases}4x-2y+z=5\\4xz-5y+2z=-7\\-x+3y+2z=3;\end{cases}\qquad (2)\begin{cases}x+2z=5\\2x-y+z=-1\\3x-2y=-7.\end{cases}$$

Mục đích: Củng cố việc nhận biết hệ phương trình bậc nhất ba ẩn và nghiệm của nó. Hơn nữa, ***HĐTH 1*** còn cho HS thấy được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có thể có nhiều hơn một nghiệm.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS làm ***HĐTH 1***.

+ HS trình bày lời giải.

+ GV sửa bài trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: Hệ (1) không phải là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, vì trong phương trình thứ hai có chứa xz. Hệ (2) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, bộ ba số (1; 5; 2) và (–1; 2; 3) là nghiệm của hệ (2).

Chú ý: Khi giải toán, HS có thể chỉ kiểm tra bộ ba số (1; 5; 2) là nghiệm của hệ (2) rồi từ đó kết luận mà bỏ sót bộ ba số (–1; 2; 3) cũng là nghiệm của hệ (2).

2. Giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss

HĐKP 2

2 Cho các hệ phương trình:

$$(1)\begin{cases}2x-y+z=1\\ \quad 3y-z=2\\ \qquad 2z=3;\end{cases} \qquad (2)\begin{cases}2x-y+z=1\\ \quad 2y+z=-1\\ \quad 2y-z=-4.\end{cases}$$

a) Hệ phương trình (1) có gì đặc biệt? Giải hệ phương trình này.

b) Biến đổi hệ phương trình (2) về dạng như hệ phương trình (1). Giải hệ phương trình (2).

Mục đích:

+ Đưa ra khái niệm hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác và cách giải của nó.

+ Giúp HS nhận ra được nếu hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có dạng tam giác thì việc tìm nghiệm của nó trở nên dễ dàng.

+ HS bước đầu biết biến đổi hệ ba phương trình bậc nhất ba ẩn về hệ dạng tam giác.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS nhận xét dạng của hệ (1). (Cần thiết gợi ý thêm đến các hệ số của các biến trong mỗi phương trình.)

+ GV chốt kiến thức và đưa ra tên gọi hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác.

+ GV yêu cầu HS giải hệ (1). (Cần thiết gợi ý thêm tìm z từ phương trình cuối trong hệ, thế vào hai phương trình trên, rồi tìm tiếp y và x.)

+ GV yêu cầu HS đưa ra phương pháp tìm nghiệm của hệ dạng tam giác.

+ GV yêu cầu HS biến đổi hệ (2) về hệ dạng tam giác. (Cần thiết gợi ý thêm từ hai phương trình cuối trong hệ (2), hãy khử ẩn y của một phương trình.)

+ GV yêu cầu HS tự giải hệ phương trình (2).

Ví dụ 2

Biến đổi hệ phương trình sau về hệ phương trình bậc nhất ba ẩn dạng tam giác rồi giải hệ vừa tìm được.

$$\begin{cases} 3x-y+z=3 & (1) \\ x-y+z=2 & (2) \\ y+2z=1. & (3) \end{cases}$$

Mục đích: Đưa ra phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss, đồng thời rèn luyện HS biến đổi hệ phương trình bậc nhất ba ẩn về hệ dạng tam giác.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu biến đổi hệ đã cho về hệ dạng tam giác. (Cần thiết gợi ý thêm từ hai phương trình đầu trong hệ, khử ẩn x ở một phương trình, từ đó hệ có dạng như hệ (2) trong ***HĐKP 2***.)

+ GV yêu cầu HS giải hệ, đọc kết quả.

+ GV chốt cách giải hệ phương trình ba ẩn bằng phương pháp Gauss.

Ví dụ 3

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

$$\begin{cases} x-2y+3z=9 & (1) \\ 2x+3y-z=4 & (2) \\ x+5y-4z=2. & (3) \end{cases}$$

Mục đích: Củng cố cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss. Đồng thời cung cấp cho HS thấy được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có thể vô nghiệm.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS biến đổi hệ đã cho về hệ dạng tam giác.

+ GV yêu cầu HS tự giải hệ, đọc kết quả.

+ GV sửa bài và kết luận.

Ví dụ 4

Giải hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

$$\begin{cases} 2x+2y-z=-1 & (1) \\ x+4y+z=-8 & (2) \\ x-2y-2z=7. & (3) \end{cases}$$

Mục đích: Rèn luyện cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss. Đồng thời cung cấp cho HS thấy được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn có thể có vô số nghiệm.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS biến đổi hệ phương trình đã cho về hệ phương trình dạng tam giác.

+ GV yêu cầu HS tự giải hệ phương trình, đọc kết quả.

+ GV sửa bài và kết luận.

+ GV yêu cầu HS nhận xét về số nghiệm của một hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

+ GV chỉnh sửa nhận xét của HS và đưa ra nhận xét trong SGK.

HĐTH 2

2 Giải các hệ phương trình sau bằng phương pháp Gauss:

a) $\begin{cases} x-2y=1 \\ x+2y-z=-2 \\ x-3y+z=3; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 3x-y+2z=2 \\ x+2y-z=1 \\ 2x-3y+3z=2; \end{cases}$ c) $\begin{cases} x-y+z=0 \\ x-4y+2z=-1 \\ 4x-y+3z=1. \end{cases}$

Mục đích: Rèn luyện cho HS cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn bằng phương pháp Gauss, đồng thời đưa ra đủ 3 trường hợp về số nghiệm của nó: hệ có nghiệm duy nhất, hệ vô nghiệm và hệ có vô số nghiệm. Trong câu a), hướng dẫn cho HS cách đưa hệ đã cho về hệ dạng tam giác mà phương trình thứ nhất trong hệ có hệ số của ẩn y và z bằng 0, phương trình thứ hai trong hệ có hệ số của ẩn z bằng 0.

Gợi ý tổ chức:

+ Yêu cầu HS làm *HĐTH 2*.

+ GV sửa bài và kết luận.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $\begin{cases} x-2y=1 & (1) \\ x+2y-z=-2 & (2) \\ x-3y+z=3. & (3) \end{cases}$

Cộng vế với vế của phương trình (2) và (3), giữ nguyên phương trình (1) và (3), ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-2y=1 & (1) \\ 2x-y=1 & (2.1) \\ x-3y+z=3. & (3) \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình (2.1) với –2, rồi cộng vế với vế của phương trình mới nhận được với phương trình (1), giữ nguyên phương trình (2.1) và (3), ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} -3x=-1 & (1.1) \\ 2x-y=1 & (2.1) \\ x-3y+z=3. & (3) \end{cases}$$

Từ phương trình (1.1) ta có $x=\frac{1}{3}$. Thay $x=\frac{1}{3}$ vào phương trình (2.1), ta được $y=-\frac{1}{3}$.

Thay $x=\frac{1}{3}$ và $y=-\frac{1}{3}$ vào phương trình (3), ta được $z=\frac{5}{3}$.

Vậy hệ phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $\left(\frac{1}{3};-\frac{1}{3};\frac{5}{3}\right)$.

b) $\begin{cases} 3x-y+2z=2 & (1) \\ x+2y-z=1 & (2) \\ 2x-3y+3z=2. & (3) \end{cases}$

Nhân hai vế của phương trình (2) với –2, cộng vế với vế của phương trình mới nhận được với phương trình (3), giữ nguyên phương trình (1) và (2), ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x-y+2z=2 & (1) \\ x+2y-z=1 & (2) \\ -7y+5z=0. & (3.1) \end{cases}$$

Nhân hai vế của phương trình (2) với –3, cộng vế với vế của phương trình mới nhận được với phương trình (1), giữ nguyên phương trình (1) và (3.1), ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x-y+2z=2 & (1) \\ -7y+5z=-1 & (2.1) \\ -7y+5z=0. & (3.1) \end{cases}$$

Trừ vế cho vế của phương trình (2.1) cho phương trình (3.1), giữ nguyên phương trình (1) và (2.1), ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} 3x-y+2z=2 & (1) \\ -7y+5z=-1 & (2.1) \\ 0=-1. & (3.2) \end{cases}$$

Từ (3.2), suy ra hệ phương trình đã cho vô nghiệm.

c) $\begin{cases} x-y+z=0 & (1) \\ x-4y+2z=-1 & (2) \\ 4x-y+3z=1. & (3) \end{cases}$

Nhân hai vế của phương trình (2) với –4, cộng vế với vế của phương trình mới nhận được với phương trình (3), giữ nguyên phương trình (1) và (2), ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y+z=0 & (1) \\ x-4y+2z=-1 & (2) \\ 15y-5z=5. & (3.1) \end{cases}$$

Trừ vế cho vế của phương trình (1) cho phương trình (2), chia cả hai vế của phương trình (3.1) cho 5, giữ nguyên phương trình (1), ta được hệ phương trình:

$$\begin{cases} x-y+z=0 & (1) \\ 3y-z=1 & (2.1) \\ 3y-z=1 & (3.2) \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x-y+z=0 & (1) \\ 3y-z=1. & (2.1) \end{cases}$$

Từ phương trình (2.1), ta có $z=3y-1$, thay $z=3y-1$ vào phương trình (1), ta được $x=-2y+1$.

Vậy hệ phương trình có vô số nghiệm dạng $(-2y+1; y; 3y-1)$, với $y \in \mathbb{R}$.

Hoạt động vận dụng 1 (HĐVD 1)

1 **Tìm phương trình của parabol (P): $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$, biết (P) đi qua ba điểm $A(0; -1)$, $B(1; -2)$ và $C(2; -1)$.**

Mục đích: Dùng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn để tìm phương trình của parabol dạng $y = ax^2 + bx + c$.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS làm ***HĐVD 1***.

+ GV sửa bài và kết luận.

Hướng dẫn – đáp án:

GV yêu cầu HS thiết lập hệ phương trình bậc nhất ba ẩn từ những điều kiện đã cho.

Vì (P) đi qua ba điểm $A(0; -1)$, $B(1; -2)$ và $C(2; -1)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} c=-1 \\ a+b+c=-2 \\ 4a+2b+c=-1. \end{cases}$$

Giải hệ ta được $a = 1$, $b = -2$, $c = -1$.

Vậy parabol (P) có phương trình: $y = x^2 - 2x - 1$.

3. Sử dụng máy tính cầm tay tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn

Ví dụ 5

Mục đích: Hướng dẫn HS sử dụng máy tính cầm tay (MTCT) tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS có MTCT.

+ GV hướng dẫn như SGK.

HĐTH 3

Sử dụng máy tính cầm tay, tìm nghiệm của các hệ phương trình sau:

a) $\begin{cases} 2x+y-z=-1 \\ x+3y+2z=2 \\ 3x+3y-3z=-5; \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x-3y+2z=5 \\ x+2y-3z=4 \\ 3x-y-z=2; \end{cases}$ c) $\begin{cases} x-y-z=-1 \\ 2x-y+z=-1 \\ -4x+3y+z=3. \end{cases}$

Mục đích: Rèn luyện cho HS sử dụng máy tính cầm tay tìm nghiệm của hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS dùng MTCT giải từng hệ phương trình.

+ GV sửa bài và kết luận.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Hệ có nghiệm duy nhất là $\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{5}{3}\right)$.

b) Hệ vô nghiệm.

c) Hệ có vô số nghiệm.

HĐVD 2

Ba bạn Nhân, Nghĩa và Phúc đi vào căng tin của trường. Nhân mua một li trà sữa, một li nước trái cây, hai cái bánh ngọt và trả 90 000 đồng. Nghĩa mua một li trà sữa, ba cái bánh ngọt và trả 50 000 đồng. Phúc mua một li trà sữa, hai li nước trái cây, ba cái bánh ngọt và trả 140 000 đồng. Gọi x, y, z lần lượt là giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây và một cái bánh ngọt tại căng tin đó.

a) Lập các hệ thức thể hiện mối liên hệ giữa x, y và z.

b) Tìm giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây và một cái bánh ngọt tại căng tin đó.

Mục đích: Bước đầu cho HS biết thiết lập bài toán thực tế thành bài toán toán học, đồng thời củng cố phương pháp giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS làm ***HĐVD 2***.

+ GV sửa bài và kết luận.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Các hệ thức thể hiện mối liên hệ giữa x, y và z là: $x+y+2z=90\,000$; $x+3z=50\,000$; $x+2y+3z=140\,000$.

b) Giá tiền của một li trà sữa, một li nước trái cây, một cái bánh ngọt tại căng tin lần lượt là 35 000 đồng; 45 000 đồng; 5000 đồng.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. Hệ a) và hệ c) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Hệ b) không là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn, vì trong phương trình thứ hai có chứa yz.

Bộ ba số (–1; 2; 1) là nghiệm của hệ a). Bộ ba số (–1,5; 0,25; –1,25) là nghiệm của hệ c).

2. a) Nghiệm của hệ phương trình là (2; 0; 1).

b) Hệ phương trình vô nghiệm.

c) Hệ phương trình có vô số nghiệm dạng $(-3z; 2z + 2; z)$, với $z \in \mathbb{R}$.

3. a) Nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{17}{26};-\frac{1}{26};-\frac{7}{26}\right)$.

b) Nghiệm của hệ phương trình là $\left(\frac{6}{5};\frac{2}{5};1\right)$.

c) Hệ phương trình có vô số nghiệm.

4. a) Parabol cần tìm có phương trình: $y = x^2 - 2x - 3$.

b) Parabol cần tìm có phương trình: $y = x^2 - x + 1$.

5. Gọi x, y, z lần lượt là số bình ga mỗi loại A, B, C mà đại lí bán được trong tháng ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + z = 1299 \\ 26x + 24y + 21z = 31698 \\ x - 2y + z = 0. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 624$; $y = 433$; $z = 242$.

Bài 2. ỨNG DỤNG HỆ PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT BA ẨN

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Vận dụng được cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn để giải quyết một số vấn đề thực tiễn trong cuộc sống.

– Vận dụng được cách giải hệ phương trình bậc nhất ba ẩn để giải quyết một số bài toán Vật lí, Hoá học, Sinh học, ...

2. Năng lực chú trọng: tư duy và lập luận toán học; mô hình hoá toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán; giải quyết vấn đề toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Bài này có thể dạy trong 4 tiết, tuỳ theo từng đối tượng HS mà GV có thể đưa ra phương pháp dạy thích hợp.

2. Việc dạy Mục 2 trước hay Mục 3 trước tuỳ theo GV.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

1. Giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình

Ví dụ 1

Giá vé vào xem một buổi biểu diễn xiếc gồm ba loại: 40 000 đồng dành cho trẻ em (dưới 6 tuổi), 60 000 đồng dành cho học sinh và 80 000 đồng dành cho người lớn. Tại buổi biểu diễn, 900 vé đã được bán ra và tổng số tiền thu được là 50 600 000 đồng. Người ta đã bán được bao nhiêu vé trẻ em, bao nhiêu vé học sinh và bao nhiêu vé người lớn cho buổi biểu diễn đó? Biết rằng số vé người lớn bằng một nửa số vé trẻ em và học sinh cộng lại.

Mục đích: Bước đầu tìm phương pháp giải bài toán bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải bài toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại phương pháp giải.

HĐTH 1

1 **Ba vận động viên Hùng, Dũng và Mạnh tham gia thi đấu nội dung ba môn phối hợp: chạy, bơi và đạp xe, trong đó tốc độ trung bình của họ trên mỗi chặng đua được cho ở bảng dưới đây.**

Vận động viên	Tốc độ trung bình (km/h)		
	Chạy	*Bơi*	*Đạp xe*
Hùng	12,5	3,6	48
Dũng	12	3,75	45
Mạnh	12,5	4	45

Biết tổng thời gian thi đấu ba môn phối hợp của Hùng là 1 giờ 1 phút 30 giây, của Dũng là 1 giờ 3 phút 40 giây và của Mạnh là 1 giờ 1 phút 55 giây. Tính cự li của mỗi chặng đua.

Mục đích: Củng cố phương pháp giải bài toán thực tế bằng cách lập hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải bài toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải và phương pháp giải.

Chú ý: GV có thể cho HS tìm hiểu thêm về môn thể thao phối hợp.

Hướng dẫn – đáp án:

Gọi x, y, z lần lượt là cự li của các môn chạy, bơi và đạp xe (đơn vị: kilômét, $x > 0, y > 0, z > 0$).

Vì tổng thời gian thi đấu của Hùng là 1 giờ 1 phút 30 giây, nên ta có:

$$\frac{x}{12,5}+\frac{y}{3,6}+\frac{z}{48}=1+\frac{1}{60}+\frac{30}{3600} \text{ hay } \frac{2}{25}x+\frac{5}{18}y+\frac{1}{48}z=\frac{41}{40}.$$

Vì tổng thời gian thi đấu của Dũng là 1 giờ 3 phút 40 giây, nên ta có:

$$\frac{x}{12}+\frac{y}{3,75}+\frac{z}{45}=1+\frac{3}{60}+\frac{40}{3600} \text{ hay } \frac{1}{12}x+\frac{4}{15}y+\frac{1}{45}z=\frac{191}{180}.$$

Vì tổng thời gian thi đấu của Mạnh là 1 giờ 1 phút 55 giây, nên ta có:

$$\frac{x}{12,5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{45}=1+\frac{1}{60}+\frac{55}{3600} \text{ hay } \frac{2}{25}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{45}z=\frac{743}{720}.$$

Từ đó, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} \frac{2}{25}x+\frac{5}{18}y+\frac{1}{48}z=\frac{41}{40} \\ \frac{1}{12}x+\frac{4}{15}y+\frac{1}{45}z=\frac{191}{180} \\ \frac{2}{25}x+\frac{1}{4}y+\frac{1}{45}z=\frac{743}{720}. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 5$; $y = 0,75$; $z = 20$.

Vậy cự li của mỗi chặng đua chạy, bơi, đạp xe lần lượt là 5 km, 0,75 km, 20 km.

2. Ứng dụng trong giải bài toán Vật lí, Hoá học, Sinh học

Ví dụ 2

Ba tế bào *A*, *B*, *C* sau một số lần nguyên phân tạo ra 88 tế bào con. Biết số tế bào *B* tạo ra gấp đôi số tế bào *A* tạo ra. Số lần nguyên phân của tế bào *B* ít hơn số lần nguyên phân của tế bào *C* là hai lần. Tính số lần nguyên phân của mỗi tế bào, biết rằng một tế bào sau một lần nguyên phân sẽ tạo ra hai tế bào mới giống tế bào ban đầu.

Mục đích: Bước đầu áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong môn Sinh học.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Ví dụ 3

Để nghiên cứu tác dụng của ba loại vitamin kết hợp với nhau, một nhà sinh vật học muốn mỗi con thỏ trong phòng thí nghiệm có chế độ ăn uống hằng ngày chứa chính xác 15 mg thiamine (B1), 40 mg riboflavin (B2) và 10 mg niacin (B3). Có ba loại thức ăn với hàm lượng vitamin được cho bởi bảng dưới đây:

Loại vitamin	Hàm lượng vitamin (miligam) trong 100 g thức ăn		
	Loại *I*	Loại *II*	Loại *III*
Thiamine (B1)	3	2	2
Riboflavin (B2)	7	5	7
Niacin (B3)	2	2	1

Mỗi con thỏ cần phải được cung cấp bao nhiêu gam thức ăn mỗi loại trong một ngày?

Mục đích: Củng cố việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong môn Sinh học.

Gợi ý tổ chức:

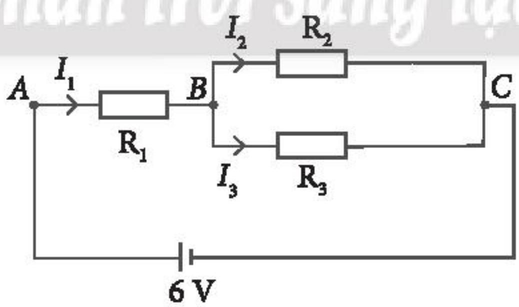
+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Ví dụ 4

Cho sơ đồ mạch điện như Hình 1. Các điện trở có số đo lần lượt là $R_1 = 6\ \Omega$, $R_2 = 4\ \Omega$ và $R_3 = 3\ \Omega$. Tính các cường độ dòng điện I_1, I_2 và I_3.



Hình 1

Mục đích: Bước đầu áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong môn Vật lí.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Ví dụ 5

Cân bằng phương trình phản ứng hoá học khi đốt cháy nhôm trong oxygen:

$$Al + O_2 \xrightarrow{t^o} Al_2O_3.$$

Mục đích: Bước đầu áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong môn Hoá học.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.
+ HS làm bài.
+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

HĐTH 2

Một nhà hoá học có ba dung dịch cùng một loại acid nhưng với nồng độ khác nhau là 10%, 20% và 40%. Trong một thí nghiệm, để tạo ra 100 m*l* dung dịch nồng độ 18%, nhà hoá học đã sử dụng lượng dung dịch nồng độ 10% gấp bốn lần lượng dung dịch nồng độ 40%. Tính số mililít dung dịch mỗi loại mà nhà hoá học đó đã sử dụng trong thí nghiệm này.

Mục đích: Củng cố việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong môn Hoá học.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.
+ HS làm bài.
+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

Gọi x, y, z lần lượt là số mililít dung dịch acid có nồng độ 10%, 20% và 40% đã sử dụng trong thí nghiệm ($x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).
Theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 100 \\ x = 4z \\ 0,1x + 0,2y + 0,4z = 0,18 \,.\, 100 \end{cases} \quad \text{hay} \quad \begin{cases} x + y + z = 100 \\ x - 4z = 0 \\ x + 2y + 4z = 180. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 40$; $y = 50$ và $z = 10$.
Vậy lượng acid có nồng độ 10%, 20% và 40% cần sử dụng lần lượt là 40 m*l*, 50 m*l* và 10 m*l*.

HĐVD 1

Ba loại tế bào *A*, *B*, *C* thực hiện số lần nguyên phân lần lượt là 3, 4, 7 và tổng số tế bào con tạo ra là 480. Biết rằng khi chưa thực hiện nguyên phân, số tế bào loại *B* bằng tổng số tế bào loại *A* và loại *C*. Sau khi thực hiện nguyên phân, tổng số tế bào con loại *A* và loại *C* được tạo ra gấp năm lần số tế bào con loại *B* được tạo ra. Tính số tế bào con mỗi loại lúc ban đầu.

Mục đích: Rèn luyện việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong môn Sinh học.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

Gọi x, y, z lần lượt là số tế bào loại A, B, C lúc ban đầu ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Ba loại tế bào A, B, C thực hiện số lần nguyên phân lần lượt là 3, 4, 7 và tổng số tế bào con tạo ra là 480, ta có $x \,.\, 2^3 + y \,.\, 2^4 + z \,.\, 2^7 = 480$ hay $x + 2y + 16z = 60$.

Khi chưa thực hiện nguyên phân số tế bào loại B bằng tổng số tế bào loại A và loại C, ta có $y = x + z$.

Sau khi thực hiện nguyên phân, tổng số tế bào con loại A và loại C được tạo ra gấp năm lần số tế bào con loại B được tạo ra, ta có $x \,.\, 2^3 + z \,.\, 2^7 = 5 \,.\, y \,.\, 2^4$ hay $x + 16z = 10y$.

Từ đó, ta có hệ phương trình

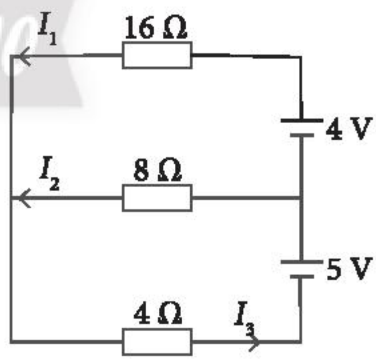
$$\begin{cases} x + 2y + 16z = 60 \\ x - y + z = 0 \\ x - 10y + 16z = 0. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 2$, $y = 5$, $z = 3$.

Vậy số tế bào A, B, C lúc ban đầu lần lượt là 2, 5, 3 tế bào.

HĐVD 2

2 Cho sơ đồ mạch điện như Hình 2. Tính các cường độ dòng điện I_1, I_2 và I_3.



Hình 2

Mục đích: Rèn luyện việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong môn Vật lí.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} I_1 + I_2 = I_3 \\ 16I_1 - 8I_2 = 4 \\ 8I_2 + 4I_3 = 5. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $I_1 = \dfrac{11}{28}$A; $I_2 = \dfrac{2}{7}$A; $I_3 = \dfrac{19}{28}$A.

3. Ứng dụng trong giải bài toán kinh tế

Ví dụ 6

Một ông chủ trang trại có 24 ha đất canh tác dự định sử dụng để trồng khoai tây, bắp cải và su hào với chi phí đầu tư cho mỗi hecta lần lượt là 28 triệu đồng, 24 triệu đồng và 32 triệu đồng. Qua thăm dò thị trường, ông đã tính toán được diện tích đất trồng khoai tây cần gấp ba diện tích đất trồng bắp cải. Biết rằng ông có tổng nguồn vốn sử dụng để trồng ba loại cây trên là 688 triệu đồng. Tính diện tích đất cần sử dụng để trồng mỗi loại cây.

Mục đích: Bước đầu áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong kinh tế.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Ví dụ 7

Giả sử P_1, P_2, P_3 lần lượt là giá bán (gọi tắt là giá) mỗi kilôgam thịt lợn, thịt bò và thịt gà trên thị trường. Qua khảo sát, người ta thấy rằng lượng cung (lượng sản phẩm được đưa vào thị trường để bán) của từng sản phẩm này phụ thuộc vào giá của nó theo công thức như sau:

Sản phẩm	**Thịt lợn**	**Thịt bò**	**Thịt gà**
Lượng cung	$Q_{S_1} = -238 + 2P_1$	$Q_{S_2} = -247 + P_2$	$Q_{S_3} = -445 + 3P_3$

Qua khảo sát, người ta thấy lượng cầu (lượng sản phẩm mà người tiêu dùng có nhu cầu mua) của từng sản phẩm không chỉ phụ thuộc vào giá của sản phẩm đó mà còn phụ thuộc vào giá hai sản phẩm còn lại theo các công thức sau:

Sản phẩm	**Thịt lợn**	**Thịt bò**	**Thịt gà**
Lượng cầu	$Q_{D_1} = 22 - P_1 + P_2 - P_3$	$Q_{D_2} = 283 + P_1 - P_2 - P_3$	$Q_{D_3} = 25 - P_1 + P_2 - P_3$

Ta nói *thị trường cân bằng* nếu lượng cung mỗi sản phẩm bằng lượng cầu của sản phẩm đó, tức là: $Q_{S_1} = Q_{D_1}$, $Q_{S_2} = Q_{D_2}$ và $Q_{S_3} = Q_{D_3}$.

Giá của mỗi sản phẩm trên bằng bao nhiêu thì thị trường cân bằng?

Mục đích: Củng cố việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong kinh tế.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Ví dụ 8

Một nhà đầu tư dự định sử dụng 1 tỉ đồng để đầu tư vào ba loại trái phiếu: ngắn hạn, trung hạn và dài hạn. Biết lãi suất của ba loại trái phiếu ngắn hạn, trung hạn, dài hạn mỗi năm lần lượt là 3%, 4%, 5%. Người đó dự định sẽ đầu tư số tiền vào trái phiếu trung hạn gấp đôi số tiền đầu tư vào trái phiếu ngắn hạn với mong muốn nhận được tổng tiền lãi trong năm đầu tiên là 4,2% số tiền đầu tư. Người đó nên đầu tư vào mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để đáp ứng được mong muốn của mình?

Mục đích: Rèn luyện việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong kinh tế.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

HĐTH 3

3 Xét thị trường chè, cà phê và ca cao. Gọi x, y và z lần lượt là giá của 1 kg chè, 1 kg cà phê và 1 kg ca cao (đơn vị: nghìn đồng, $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$). Các lượng cung và lượng cầu của mỗi sản phẩm được cho như bảng sau:

Sản phẩm	Lượng cung	Lượng cầu
Chè	$Q_{S_1} = -380 + x + y$	$Q_{D_1} = 350 - x - z$
Cà phê	$Q_{S_2} = -405 + x + 2y - z$	$Q_{D_2} = 760 - 2y - z$
Ca cao	$Q_{S_3} = -350 - 2x + 3z$	$Q_{D_3} = 145 - x + y - z$

Tìm giá của mỗi kilôgam chè, cà phê và ca cao để thị trường cân bằng.

Mục đích: Rèn luyện việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong kinh tế.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

Thị trường cân bằng khi $\begin{cases} Q_{S_1} = Q_{D_1} \\ Q_{S_2} = Q_{D_2} \\ Q_{S_3} = Q_{D_3} \end{cases}$ hay $\begin{cases} 2x + y + z = 730 \\ x + 4y = 1\,165 \\ -x - y + 4z = 495. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 125$, $y = 260$, $z = 220$.

Vậy giá của mỗi kilôgam chè, cà phê, ca cao lần lượt là 125 000 đồng, 260 000 đồng, 220 000 đồng.

HĐTH 4

4 Để mở rộng sản suất, một công ty đã vay 800 triệu đồng từ ba ngân hàng *A*, *B* và *C*, với lãi suất cho vay theo năm lần lượt là 6%, 8% và 9%. Biết rằng tổng số tiền lãi năm đầu tiên công ty phải trả cho ba ngân hàng là 60 triệu đồng và số tiền lãi công ty trả cho hai ngân hàng *A* và *C* là bằng nhau. Tính số tiền công ty đã vay từ mỗi ngân hàng.

Mục đích: Rèn luyện việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong kinh tế.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

Gọi x, y, z lần lượt là số tiền công ty đã vay từ các ngân hàng *A*, *B*, *C* (đơn vị: triệu đồng, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + z = 800 \\ 0,06x + 0,08y + 0,09z = 60 \\ 0,06x = 0,09z. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 300$, $y = 300$, $z = 200$.

Vậy số tiền công ty đã vay từ ba ngân hàng *A*, *B*, *C* lần lượt là 300 triệu đồng, 300 triệu đồng, 200 triệu đồng.

HĐTH 5

5 Bác Nhân có 650 triệu đồng dự định gửi tiết kiệm vào các ngân hàng *A*, *B* và *C*. Biết các ngân hàng *A*, *B*, *C* trả lãi suất lần lượt là 8%/năm, 7,5%/năm và 7%/năm. Để phù hợp với nhu cầu, bác Nhân mong muốn sau một năm, tổng số tiền lãi bác nhận được là 50 triệu đồng và số tiền bác gửi vào ngân hàng *B* lớn hơn số tiền gửi vào ngân hàng *C* là 100 triệu đồng. Hãy tính giúp bác Nhân số tiền gửi vào mỗi ngân hàng sao cho đáp ứng được yêu cầu của bác.

Mục đích: Rèn luyện việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong kinh tế.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

Gọi x, y, z lần lượt là số tiền bác Nhân đã gửi vào các ngân hàng A, B, C (đơn vị: triệu đồng, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).

Theo bài ra, ta có hệ phương trình $\begin{cases} x + y + z = 650 \\ 0,08x + 0,075y + 0,07z = 50 \\ y - z = 100. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được $x = 350$, $y = 200$, $z = 100$.

Vậy số tiền nên gửi vào các ngân hàng A, B, C lần lượt là 350 triệu đồng, 200 triệu đồng, 100 triệu đồng.

HĐVD 3

3 Một công ty sản xuất ba loại phân bón:

– Loại A có chứa 18% nitơ, 4% photphat và 5% kali;

– Loại B có chứa 20% nitơ, 4% photphat và 4% kali;

– Loại C có chứa 24% nitơ, 3% photphat và 6% kali.

Công ty sản xuất bao nhiêu kilôgam mỗi loại phân bón trên? Biết rằng công ty đã dùng hết 26 400 kg nitơ, 4 900 kg photphat, 6 200 kg kali.

Mục đích: Rèn luyện việc áp dụng hệ phương trình bậc nhất ba ẩn vào giải bài toán trong kinh tế.

Gợi ý tổ chức:

+ GV yêu cầu HS giải toán.

+ HS làm bài.

+ GV sửa bài và chốt lại lời giải.

Hướng dẫn – đáp án:

Gọi x, y, z lần lượt là số kilôgam mỗi loại phân bón A, B, C mà công ty đã sản xuất ($x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 0,18x + 0,2y + 0,24z = 26\,400 \\ 0,04x + 0,04y + 0,03z = 4900 \\ 0,05x + 0,04y + 0,06z = 6\,200. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 40\,000$, $y = 60\,000$, $z = 30\,000$.
Vậy khối lượng mỗi loại phân bón A, B, C mà công ty đã sản xuất lần lượt là 40 000 kg, 60 000 kg, 30 000 kg.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. Gọi x, y, z lần lượt là số máy điều hoà của các mẫu A, B, C mà đại lí bán được trong tháng trước ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x+y+z=100 \\ 8x+10y+12z=980 \\ 8x-12z=0. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x=30$, $y=50$, $z=20$.

2. Gọi x, y, z lần lượt là số học sinh ở mỗi nhóm A, B, C lúc ban đầu ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x+y+z=100 \\ x-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}z=x \\ y+\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y+\frac{1}{3}z=y \\ z+\frac{1}{2}y-\frac{1}{3}z-\frac{1}{3}z=z \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x+y+z=100 \\ x=z \\ 3y-4z=0. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được: $x=30$, $y=40$, $z=30$.

3. Giả sử cửa hàng ngày hôm qua đã bán được x li sinh tố xoài, y li sinh tố bơ và z li sinh tố mãng cầu ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 20x+10y+20z=2000 \\ 100x+120y+100z=12800 \\ 30x+20y+20z=2900 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 2x+y+2z=200 \\ 5x+6y+5z=640 \\ 3x+2y+2z=290. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được: $x=50$, $y=40$, $z=30$.

4. Gọi x, y, z lần lượt là số lần nguyên phân của các tế bào A, B, C ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2^x+2^y+2^z=168 \\ 2^x-4.2^y=0 \\ z=y+4 \end{cases}$ hay $\begin{cases} 2^x+2^y+2^z=168 \\ 2^x-4.2^y=0 \\ 16.2^y-2^z=0. \end{cases}$.

Giải hệ phương trình, ta được: $x=5$, $y=3$, $z=7$.

5. Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} I_1-I_2-I_3=0 \\ I_2-2I_3=0 \\ I_1+I_2=1. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $I_1=\frac{3}{5}\text{A}$; $I_2=\frac{2}{5}\text{A}$; $I_3=\frac{1}{5}\text{A}$.

6. Giả sử x, y, z, t là các số nguyên dương thoả mãn cân bằng phương trình phản ứng hoá học

$$xCH_4 + yO_2 \xrightarrow{t^\circ} zCO_2 + tH_2O$$

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x = z \\ 4x = 2t \\ 2y = 2z + t \end{cases}$ hay $\begin{cases} \dfrac{x}{t} = \dfrac{z}{t} \\ \dfrac{x}{t} = \dfrac{1}{2} \\ 2\dfrac{y}{t} = 2\dfrac{z}{t} + 1. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $\dfrac{x}{t} = \dfrac{z}{t} = \dfrac{1}{2}$ và $\dfrac{y}{t} = 1$.

Chọn $t = 2$, ta được $x = z = 1$; $y = 2$.

Vậy phương trình cân bằng phản ứng hoá học là: $CH_4 + 2O_2 \xrightarrow{t^\circ} CO_2 + 2H_2O$.

7. Giả sử mỗi ngày nhà máy hoạt động hết công suất sản xuất được x cái áo thun, y cái áo sơ mi và z cái áo khoác ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Khi đó, theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} 9.\dfrac{x}{10} + 12.\dfrac{y}{10} + 15.\dfrac{z}{10} = 80.60 \\ 22.\dfrac{x}{10} + 24.\dfrac{y}{10} + 28.\dfrac{z}{10} = 160.60 \\ 6.\dfrac{x}{10} + 8.\dfrac{y}{10} + 8.\dfrac{z}{10} = 48.60 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} 3x + 4y + 5z = 16\,000 \\ 11x + 12y + 14z = 48\,000 \\ 3x + 4y + 4z = 14\,400. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 800$, $y = 1\,400$, $z = 1\,600$.

8. Giả sử số tiền bà Hà đầu tư vào cổ phiếu, trái phiếu, gửi tiết kiệm ngân hàng lần lượt là x, y, z (đơn vị: triệu đồng, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).

Khi đó, theo đề bài, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x + y + z = 1000 \\ z = \dfrac{20}{100}.x + \dfrac{10}{100}.y \\ \dfrac{12}{100}.x + \dfrac{8}{100}.y + \dfrac{4}{100}.z = 100 \end{cases} \text{ hay } \begin{cases} x + y + z = 1000 \\ 0,2x + 0,1y - z = 0 \\ 0,12x + 0,08y + 0,04z = 100. \end{cases}$$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 650$; $y = 200$; $z = 150$.

9. Thị trường cân bằng khi $\begin{cases} Q_{S_A} = Q_{D_A} \\ Q_{S_B} = Q_{D_B} \\ Q_{S_C} = Q_{D_C} \end{cases}$ hay $\begin{cases} 3x - y - z = 7 \\ x - 3y + z = -4 \\ x + y - 3z = 0. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 4,5$; $y = 3,75$; $z = 2,75$.

10. Gọi giá vé khu vực 1, khu vực 2 và khu vực 3 lần lượt là x, y và z (đơn vị: nghìn đồng, $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$).

Ta có hệ phương trình $\begin{cases} 210x + 152y + 125z = 212\,700 \\ 225x + 165y + 118z = 224\,400 \\ 254x + 186y + 130z = 252\,200. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được $x = 400, y = 600, z = 300$.

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 1

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. Các hệ a) và b) là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Hệ c) không phải là hệ phương trình bậc nhất ba ẩn.

Bộ ba số $(-1; 0; 1)$ là nghiệm của hệ a).

Bộ ba số $\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}; -1\right)$ là nghiệm của hệ b).

2. a) Hệ phương trình có nghiệm là $(0; -1; 1)$.

b) Hệ phương trình có vô số nghiệm dạng $(5 - 2y; y; 3 - 2y)$, với $y \in \mathbb{R}$.

c) Hệ phương trình vô nghiệm.

3. a) (P): $y = -\frac{3}{2}x^2 - \frac{3}{2}x + 3$.

b) (P): $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2$.

4. Giả sử viên lam ngọc, hoàng ngọc và ngọc bích lần lượt có giá trị là x, y, z (đơn vị: triệu đồng, $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$).

Khi đó, theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + z = 270 \\ x + 2y - 3z = 0 \\ 7x + y - 8z = 0. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 90, y = 90, z = 90$.

Vậy mỗi viên ngọc trị giá 90 triệu đồng.

5. Giả sử số tiền đóng góp của người đầu tiên, người thứ hai và người thứ ba lần lượt là x, y, z (đơn vị: triệu đồng, $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x = \dfrac{y + z + 130}{2} \\ y = \dfrac{x + z + 130}{3} \\ z = \dfrac{x + y + 130}{4} \end{cases}$ hay $\begin{cases} 2x - y - z = 130 \\ x - 3y + z = -130 \\ x + y - 4z = -130. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 200$, $y = 150$, $z = 120$.

Vậy chiếc thuyền này được mua với giá 600 triệu đồng.

6. Giả sử số tiền đầu tư vào cổ phiếu rủi ro cao, rủi ro trung bình và rủi ro thấp lần lượt là x, y, z (đơn vị: tỉ đồng, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).

Khi đó, theo đề bài ta có: $\begin{cases} x + y + z = 1,2 \\ z = 2(x + y) \\ 0,15x + 0,1y + 0,06z = 0,09.1,2 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x + y + z = 1,2 \\ 2x + 2y - z = 0 \\ 15x + 10y + 6z = 10,8. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 0,4$; $y = 0$; $z = 0,8$.

Vậy quỹ nên đầu tư vào cổ phiếu rủi ro cao là 400 triệu đồng, cổ phiếu rủi ro thấp là 800 triệu đồng và không đầu tư vào cổ phiếu rủi ro trung bình.

7. Gọi x, y, z lần lượt là số tế bào loại A, B, C lúc ban đầu ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 8x + 16y + 32z = 216 \\ x + y - 2z = 0 \\ 8x + 16y - 32z = -40. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 5$, $y = 3$, $z = 4$.

8. Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ I_1.R_1 = I_2.R_2 \\ I.R + I_1.R_1 = 4 \end{cases}$ hay $\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ 5I_1 = 5I_2 \\ 5I + 5I_1 = 4. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $I = \frac{8}{15}$A; $I_1 = \frac{4}{15}$A; $I_2 = \frac{4}{15}$A.

9. Giả sử nồng độ của các dung dịch A, B, C lần lượt là x, y, z (đơn vị: mol/lít, $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 0,1x + 0,1y + 0,1z = 0,4.0,3 \\ 0,1x + 0,2y = 0,6.0,3 \\ 0,1y + 0,2z = 0,3.0,3 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x + y + z = 1,2 \\ x + 2y = 1,8 \\ y + 2z = 0,9. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 0,4$; $y = 0,7$; $z = 0,1$.

10. Giả sử các số nguyên dương x, y, z, t thoả mãn cân bằng phương trình phản ứng hoá học:

$$xC_2H_6O + yO_2 \xrightarrow{t^o} zCO_2 + tH_2O$$

Khi đó ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 2x = z \\ 6x = 2t \\ x + 2y = 2z + t \end{cases}$ hay $\begin{cases} 2.\frac{x}{t} = \frac{z}{t} \\ 3.\frac{x}{t} = 1 \\ \frac{x}{t} + 2.\frac{y}{t} = 2.\frac{z}{t} + 1. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $\frac{x}{t} = \frac{1}{3}$; $\frac{y}{t} = 1$; $\frac{z}{t} = \frac{2}{3}$.

Chọn $t = 3$, suy ra $x = 1$, $y = 3$, $z = 2$.

Vậy phương trình cân bằng phản ứng hoá học là $C_2H_6O + 3O_2 \xrightarrow{t^\circ} 2CO_2 + 3H_2O$.

11. Thị trường cân bằng khi $\begin{cases} Q_{S_A} = Q_{D_A} \\ Q_{S_B} = Q_{D_B} \\ Q_{S_C} = Q_{D_C} \end{cases}$ hay $\begin{cases} 7x - y - 2z = 197 \\ 2x - 9y + 2z = -161 \\ 2x + y - 5z = -187. \end{cases}$

Giải hệ phương trình, ta được: $x = 54$, $y = 45$, $z = 68$.

12. Giả sử x, y, z lần lượt là số lượng trâu đứng, trâu nằm, trâu già ($x, y, z \in \mathbb{N}$).

Theo đề bài, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x + y + z = 100 \\ 5x + 3y + \frac{z}{3} = 100 \end{cases}$ hay $\begin{cases} x + y + z = 100 & (1) \\ 15x + 9y + z = 300. & (2) \end{cases}$

Giải hệ, nghiệm của hệ là (4; 18; 78), (8; 11; 81), (12; 4; 84).

Vậy, nếu trâu đứng có 4 con thì trâu nằm có 18 con và trâu già có 78 con; nếu trâu đứng có 8 con thì trâu nằm có 11 con và trâu già có 81 con; nếu trâu đứng có 12 con thì trâu nằm có 4 con và trâu già có 84 con.

Chuyên đề 2 PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC VÀ NHỊ THỨC NEWTON

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Phương pháp quy nạp toán học

– Nhận biết phương pháp quy nạp toán học; mô tả được các bước chứng minh tính đúng đắn của một mệnh đề toán học bằng phương pháp quy nạp.
– Vận dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh tính đúng đắn của một mệnh đề cho trước.
– Vận dụng được phương pháp quy nạp toán học để giải quyết một số vấn đề thực tiễn.

Công thức nhị thức Newton

– Khai triển được nhị thức Newton $(a + b)^n$ bằng cách vận dụng tổ hợp.
– Xác định được hệ số trong nhị thức Newton thông qua tam giác Pascal.
– Xác định được hệ số của x^k trong khai triển $(ax + b)^n$ thành đa thức.

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. PHƯƠNG PHÁP QUY NẠP TOÁN HỌC

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Từ ví dụ thực tế cụ thể, nhận biết phương pháp quy nạp toán học.

– Vận dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh tính đúng đắn của một số mệnh đề toán học phụ thuộc số tự nhiên.

– Phát biểu mệnh đề toán học phụ thuộc số tự nhiên trong các lĩnh vực toán học hoặc áp dụng toán học vào thực tiễn và chứng minh tính đúng đắn của nó bằng phương pháp quy nạp toán học.

2. Năng lực cần chú trọng

– *Tư duy và lập luận toán học:* Sử dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh một mệnh đề phụ thuộc vào số tự nhiên.

– *Giải quyết vấn đề toán học:* Giải quyết các vấn đề toán học thông qua phán đoán, đưa ra giả thuyết là các mệnh đề phụ thuộc số tự nhiên và kiểm chứng bằng phương pháp quy nạp toán học.

– *Giao tiếp toán học:* HS sử dụng các thuật ngữ (quy nạp toán học, giả thiết quy nạp, ...), công thức, kí hiệu toán học, ... để biểu đạt, trao đổi ý tưởng, thông tin rõ ràng và chính xác liên quan đến các mệnh đề phụ thuộc số tự nhiên và chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. Khi chứng minh một mệnh đề bằng phương pháp quy nạp toán học, khó khăn thường nằm ở bước 2. Điểm cốt yếu của bước này nằm ở việc sử dụng hợp lí giả thiết quy nạp, nghĩa là sử dụng điều kiện "mệnh đề đúng với $n = k$" kết hợp với các kiến thức toán học khác để chứng minh "mệnh đề đúng với $n = k + 1$". HS thường không biết sử dụng giả thiết quy nạp nên lúng túng không chỉ ra được "mệnh đề đúng với $n = k + 1$". Đôi khi HS chỉ đơn thuần thay trực tiếp $n = k + 1$ vào mệnh đề ban đầu rồi kết luận mệnh đề đúng với $n = k + 1$. GV cần phân tích để HS nhận ra những sai lầm như vậy.

2. Trong hai bước của phương pháp quy nạp toán học, bước 1 thường dễ dàng. Do đó, HS thường tập trung vào bước 2, lâu dần dễ bỏ qua bước 1. GV cần nhấn mạnh rằng khi chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học, bắt buộc phải thực hiện đủ hai bước (gọi là bước cơ sở và bước quy nạp, tuy nhiên SGK không đưa vào tên gọi này, tránh yêu cầu HS phải nhớ thêm thuật ngữ). Chỉ khi cả hai bước đều được thực hiện thì phép chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học mới đúng đắn.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

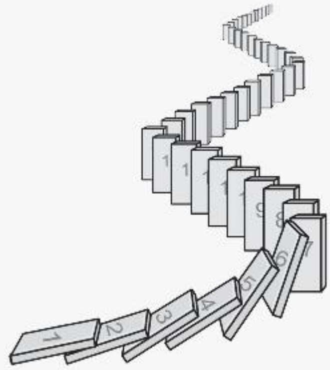
HĐKĐ

Trong một trò chơi domino, các quân domino được xếp theo thứ tự từ quân đầu tiên đến quân cuối cùng. Biết rằng xảy ra hai điều sau:

1) Quân domino đầu tiên đổ;

2) Nếu quân thứ k đổ thì quân thứ $k + 1$ đổ.

Có thể kết luận rằng tất cả các quân domino đều đổ không? Hãy giải thích.



Mục đích: Từ tình huống thực tế trực quan để thu hút sự chú ý và gây sự tò mò của HS, tạo hình ảnh liên tưởng giúp HS tiếp cận khái niệm mới.

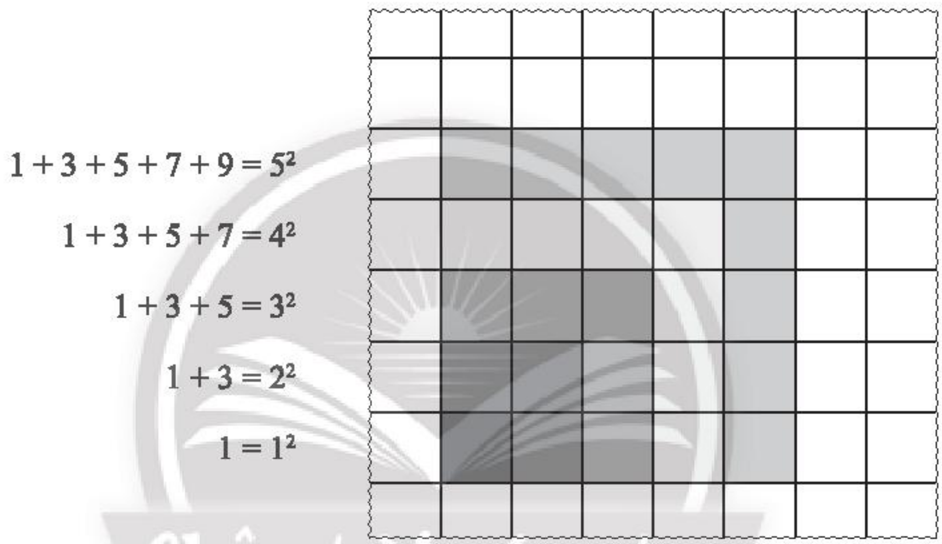
Gợi ý tổ chức: HS đọc tình huống và xem hình ảnh, trả lời câu hỏi theo ngôn ngữ của mình. GV ghi nhận, nhận xét các cách trả lời của HS và hỗ trợ để HS làm quen dần với cách lập luận của phương pháp quy nạp toán học.

Hướng dẫn – đáp án: Theo 1), quân thứ nhất đổ. Từ đó, theo 2), quân thứ hai đổ. Lại theo 2), quân thứ ba đổ. Cứ thế, quân thứ tư đổ, quân thứ năm đổ, …. Kết quả là tất cả các quân domino đều đổ. (Ở đây, ngầm hiểu rằng số quân domino là hữu hạn.)

1. Phương pháp quy nạp toán học

HĐKP 1

Bằng cách tô màu trên lưới ô vuông như hình dưới đây,



Hình 1

một học sinh phát hiện ra công thức sau:

$$1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1) = n^2. \qquad (1)$$

a) Hãy chỉ ra công thức (1) đúng với $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

b) Từ việc tô màu trên lưới ô vuông như Hình 1, bạn học sinh khẳng định rằng công thức (1) chắc chắn đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 1$. Khẳng định như vậy đã thuyết phục chưa? Tại sao?

Mục đích: Thông qua tình huống cụ thể và trực quan, HS nhận biết mệnh đề toán học phụ thuộc số tự nhiên; dự đoán tính đúng đắn của chúng; nhận biết sự cần thiết có một phương pháp lập luận để kiểm chứng tính đúng đắn của tất cả các (vô số) mệnh đề đó.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày và giải thích theo ngôn ngữ của mình.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Kiểm tra bằng tính toán trực tiếp. Ta có:

$1 = 1^2$ nên (1) đúng với $n = 1$;

$1 + 3 = 4 = 2^2$ nên (1) đúng với $n = 2$;

$1 + 3 + 5 = 4 + 5 = 9 = 3^2$ nên (1) đúng với $n = 3$;

$1 + 3 + 5 + 7 = 9 + 7 = 16 = 4^2$ nên (1) đúng với $n = 4$;

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 16 + 9 = 25 = 5^2$ nên (1) đúng với $n = 5$.

b) Khẳng định của bạn HS (rằng công thức (1) đúng mọi số tự nhiên $n \geq 1$) mới chỉ là dự đoán. Việc tô màu hay tính toán trực tiếp chỉ kiểm chứng được tính đúng đắn của công thức với một số (hữu hạn) giá trị n nào đó (không thể kiểm chứng hết tất cả các giá trị của n). Do đó, khẳng định của bạn HS là chưa thuyết phục.

HĐTH 1

1 Chứng minh rằng đẳng thức sau đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$:

$$1 + 2 + 3 + ... + n = \frac{n(n+1)}{2}.$$

Mục đích: Thực hành vận dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh một đẳng thức đại số (phụ thuộc số tự nhiên khác 0) đơn giản.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải của mình. GV nhận xét, cho HS thảo luận để củng cố các khái niệm (giả thiết quy nạp, điều đã có, điều phải chứng minh) và các điểm mấu chốt trong phép chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

Hướng dẫn – đáp án:

Bước 1. Với $n = 1$, ta có vế trái và vế phải của đẳng thức trên đều bằng 1, nên đẳng thức đúng với $n = 1$.

Bước 2. Giả sử đẳng thức đúng với $n = k \geq 1$, nghĩa là ta có

$$1 + 2 + 3 + \dots + k = \frac{k(k+1)}{2}.$$

Ta cần chứng minh đẳng thức đúng với $n = k + 1$, nghĩa là cần chứng minh

$$1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Sử dụng giả thiết quy nạp, ta có

$$1 + 2 + 3 + \dots + k + (k + 1) = \frac{k(k+1)}{2} + (k + 1) = \frac{(k+1)(k+2)}{2}.$$

Vậy đẳng thức đúng với $n = k + 1$.

Theo nguyên lí quy nạp toán học, đẳng thức đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

HĐTH 2

2 Chứng minh rằng bất đẳng thức sau đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 3$:

$$2^{n+1} > n^2 + n + 2.$$

Mục đích: Thực hành vận dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh một bất đẳng thức đại số (phụ thuộc số tự nhiên $n \geq 3$).

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải của mình. GV nhận xét, cho HS thảo luận để củng cố các khái niệm (giả thiết quy nạp, điều đã có, điều phải chứng minh) và các điểm mấu chốt trong phép chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

Hướng dẫn – đáp án:

Bước 1. Với $n = 3$, ta có $2^{n+1} = 2^4 = 16$; $n^2 + n + 2 = 9 + 3 + 2 = 14$.

Vậy bất đẳng thức đúng với $n = 3$.

Bước 2. Giả sử bất đẳng thức đúng với $n = k \geq 3$, nghĩa là ta có

$$2^{k+1} > k^2 + k + 2.$$

Ta cần chứng minh bất đẳng thức đúng với $n = k + 1$, nghĩa là cần chứng minh

$$2^{k+2} > (k+1)^2 + (k+1) + 2.$$

Sử dụng giả thiết quy nạp, ta có

$$\begin{aligned}2^{k+2} = 2 \,.\, 2^{k+1} > 2(k^2 + k + 2) = k^2 + 2k + 1 + k^2 + 1 + 2 = (k+1)^2 + (k^2 + 1) + 2\\ > (k+1)^2 + (k+1) + 2 \text{ (do } k \geq 3).\end{aligned}$$

Vậy bất đẳng thức đúng với $n = k + 1$.

Theo nguyên lí quy nạp toán học, bất đẳng thức đúng với mọi số tự nhiên $n \geq 3$.

2. Ứng dụng phương pháp quy nạp toán học

HĐTH 3

3 Chứng minh rằng $n^3 + 2n$ chia hết cho 3 với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Mục đích: Thực hành vận dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh mệnh đề toán học (quan hệ chia hết).

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải của mình. GV nhận xét, cho HS thảo luận để củng cố các khái niệm (giả thiết quy nạp, điều đã có, điều phải chứng minh) và các điểm mấu chốt trong phép chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

Hướng dẫn – đáp án:

Bước 1. Với $n = 1$, ta có $n^3 + 2n = 3 \,\vdots\, 3$. Vậy mệnh đề đúng với $n = 1$.

Bước 2. Giả sử mệnh đề đúng với $n = k \geq 1$, nghĩa là ta có $(k^3 + 2k) \,\vdots\, 3$.

Ta cần chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$, nghĩa là cần chứng minh

$$[(k+1)^3 + 2(k+1)] \,\vdots\, 3.$$

Ta có $(k+1)^3 + 2(k+1) = k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 2k + 2 = k^3 + 2k + 3(k^2 + k + 1)$.

Biểu thức này chia hết cho 3 vì $(k^3 + 2k) \,\vdots\, 3$ (giả thiết quy nạp) và $3(k^2 + k + 1) \,\vdots\, 3$.

Vậy mệnh đề đúng với $n = k + 1$.

Theo nguyên lí quy nạp toán học, mệnh đề đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

HĐTH 4

Chứng minh rằng đẳng thức sau đây đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$:

$$1 + q + q^2 + q^3 + q^4 + \ldots + q^{n-1} = \frac{1-q^n}{1-q} \quad (q \neq 1).$$

Mục đích: Thực hành vận dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh một đẳng thức đại số.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải của mình. GV nhận xét, cho HS thảo luận để củng cố các khái niệm (giả thiết quy nạp, điều đã có, điều phải chứng minh) và các điểm mấu chốt trong phép chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

Hướng dẫn – đáp án:

Bước 1. Với $n = 1$, hai vế của đẳng thức cùng bằng 1. Do đó, đẳng thức đúng với $n = 1$.

Bước 2. Giả sử đẳng thức đúng với $n = k \geq 1$, nghĩa là ta có

$$1 + q + q^2 + q^3 + q^4 + \ldots + q^{k-1} = \frac{1-q^k}{1-q}.$$

Ta cần chứng minh đẳng thức đúng với $n = k + 1$, nghĩa là cần chứng minh

$$1 + q + q^2 + q^3 + q^4 + \ldots + q^{k-1} + q^k = \frac{1-q^{k+1}}{1-q}.$$

Sử dụng giả thiết quy nạp, ta có

$$1 + q + q^2 + q^3 + q^4 + \ldots + q^{k-1} + q^k = \frac{1-q^k}{1-q} + q^k = \frac{1-q^k+q^k-q^{k+1}}{1-q} = \frac{1-q^{k+1}}{1-q}.$$

Vậy đẳng thức đúng với $n = k + 1$.

Theo nguyên lí quy nạp toán học, đẳng thức đã cho đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

HĐTH 5

Chứng minh rằng trong mặt phẳng, n đường thẳng khác nhau cùng đi qua một điểm chia mặt phẳng thành $2n$ phần ($n \in \mathbb{N}^*$).

Mục đích: Thực hành vận dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh một mệnh đề liên quan đến bài toán đếm trong hình học.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải của mình. GV nhận xét, cho HS thảo luận để củng cố các khái niệm (giả thiết quy nạp, điều đã có, điều phải chứng minh) và các điểm mấu chốt trong phép chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

Hướng dẫn – đáp án:

Gọi I là điểm mà các đường thẳng đi qua.

Bước 1. Một đường thẳng (đi qua I) chia mặt phẳng thành 2 phần. Do đó, mệnh đề đúng với $n = 1$.

Bước 2. Giả sử mệnh đề đúng với $n = k \geq 1$, tức là k đường thẳng cùng đi qua I chia mặt phẳng thành $2k$ phần. Ta chứng minh mệnh đề đúng với $n = k + 1$, tức là cần chứng minh $k + 1$ đường thẳng cùng đi qua I chia mặt phẳng thành $2(k + 1)$ phần (không tính chính các đường thẳng).

Gọi đường thẳng thứ $k + 1$ là d. Theo giả thiết quy nạp, k đường thẳng đầu chia mặt phẳng thành $2k$ phần. Để ý rằng mỗi phần mặt phẳng này đều là phần trong của góc có đỉnh là I và cạnh nằm trên các đường thẳng đã cho. Hơn nữa, các góc tạo thành các cặp góc đối đỉnh. Do các đường thẳng là khác nhau nên đường thẳng d phải nằm trong một cặp góc đối đỉnh nên nó chia 2 phần là phần trong của cặp góc này thành 4 phần. Do đó, số phần mặt phẳng được chia bởi $k + 1$ đường thẳng là $2k + 2 = 2(k + 1)$. Vậy mệnh đề đúng với $n = k + 1$.

Theo nguyên lí quy nạp toán học, mệnh đề đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

HĐVD

(Công thức lãi kép) Một khoản tiền A đồng (gọi là vốn) được gửi tiết kiệm có kì hạn ở một ngân hàng theo thể thức lãi kép (tiền lãi sau mỗi kì hạn nếu không rút ra thì được cộng vào vốn của kì kế tiếp). Giả sử lãi suất theo kì là r không đổi qua các kì hạn, người gửi không rút tiền vốn và lãi trong suốt các kì hạn đề cập sau đây. Gọi T_n là tổng số tiền vốn và lãi của người gửi sau kì hạn thứ n ($n \in \mathbb{N}^*$).

a) Tính T_1, T_2, T_3.

b) Từ đó, dự đoán công thức tính T_n và chứng minh công thức đó bằng phương pháp quy nạp toán học.

Mục đích: Làm quen, tìm hiểu khái niệm và công thức lãi kép. Dự đoán công thức và chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học. Qua đó, nhận thức sự cần thiết và khả năng ứng dụng phương pháp quy nạp toán học trong thực tế đời sống.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc thảo luận theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách dự đoán và lập luận của mình; theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $T_1 = A + Ar = A(1 + r)$;

$T_2 = A(1 + r) + A(1 + r)r = A(1 + r)(1 + r) = A(1 + r)^2$;

$T_3 = A(1 + r)^2 + A(1 + r)^2 r = A(1 + r)^2(1 + r) = A(1 + r)^3$.

b) Từ a), ta dự đoán rằng

$$T_n = A(1 + r)^n,\ n \geq 1. \qquad (2)$$

Ta sẽ chứng minh (2) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$ bằng phương pháp quy nạp toán học.

Bước 1. Ở a) ta đã biết (2) đúng với $n = 1$.

Bước 2. Giả sử (2) đúng với $n = k \geq 1$, tức là tổng tiền vốn và lãi của người đó sau kì hạn thứ k là $T_k = A(1 + r)^k$.

Số tiền trên là vốn của kì hạn thứ $k+1$. Do đó, tổng số tiền vốn và lãi của người đó sau kì hạn thứ $k+1$ là

$$T_{k+1} = A(1+r)^k + A(1+r)^k r$$
$$= A(1+r)^k(1+r) = A(1+r)^{k+1}.$$

Vậy (2) đúng với $n = k+1$.

Theo nguyên lí quy nạp toán học, công thức (2) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

Dưới đây, với mỗi bài tập, sách giáo viên chỉ gợi ý, không trình bày lời giải đầy đủ.

1. a) Giả thiết quy nạp: $1 . 2 + 2 . 3 + 3 . 4 + \ldots + k(k+1) = \dfrac{k(k+1)(k+2)}{3}$.

Biến đổi:

$$1 . 2 + 2 . 3 + 3 . 4 + \ldots + k(k+1) + (k+1)(k+2) = \frac{k(k+1)(k+2)}{3} + (k+1)(k+2)$$
$$= \frac{(k+1)(k+2)(k+3)}{3}.$$

b) Giả thiết quy nạp: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + k^2 = \dfrac{k(k+1)(2k+1)}{6}$.

Biến đổi: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \ldots + k^2 + (k+1)^2 = \dfrac{k(k+1)(2k+1)}{6} + (k+1)^2$

$$= \frac{(k+1)(2k^2 + k + 6k + 6)}{6}$$
$$= \frac{(k+1)(2k^2 + 7k + 6)}{6}$$
$$= \frac{(k+1)(k+2)(2k+3)}{6}$$
$$= \frac{(k+1)[(k+1)+1][2(k+1)+1]}{6}.$$

c) Giả thiết quy nạp: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{k-1} = 2^k - 1$.

Biến đổi: $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \ldots + 2^{k-1} + 2^k = (2^k - 1) + 2^k = 2 . 2^k - 1 = 2^{k+1} - 1$.

2. a) Giả thiết quy nạp: $(5^{2k} - 1) \vdots 24$.

Biến đổi: $5^{2(k+1)} - 1 = 25 . 5^{2k} - 1 = (5^{2k} - 1) + 24 . 5^{2k}$.

b) Giả thiết quy nạp: $(k^3 + 5k) \vdots 6$.

Biến đổi: $(k+1)^3 + 5(k+1) = k^3 + 3k^2 + 3k + 1 + 5k + 5$

$$= (k^3 + 5k) + 3(k^2 + k + 2)$$
$$= (k^3 + 5k) + 3[k(k+1) + 2].$$

Lưu ý: $k(k+1)$ là số chẵn vì một trong hai số k hoặc $k+1$ là số chẵn.

Suy ra $[k(k+1)+2] \vdots 2$. Do đó, $3[k(k+1)+2] \vdots 6$.

3. Giả thiết quy nạp: $(1+x)^k \geq 1 + kx$.

Biến đổi: $(1+x)^{k+1} = (1+x)^k(1+x)$

$$\geq (1+kx)(1+x) = 1 + (k+1)x + kx^2$$

$$\geq 1 + (k+1)x.$$

4. Giả thiết quy nạp: $\dfrac{a^k+b^k}{2} \geq \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^k$.

Cần chứng minh: $\dfrac{a^{k+1}+b^{k+1}}{2} \geq \left(\dfrac{a+b}{2}\right)^{k+1}$.

Sử dụng giả thiết quy nạp, ta có

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^{k+1} = \left(\frac{a+b}{2}\right)^k\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \left(\frac{a^k+b^k}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2}\right).$$

Ta sẽ nhận được điều phải chứng minh nếu chứng minh được

$$\left(\frac{a^k+b^k}{2}\right)\left(\frac{a+b}{2}\right) \leq \frac{a^{k+1}+b^{k+1}}{2}$$

hay $\dfrac{1}{4}\left(a^{k+1}+b^{k+1}+ab^k+a^kb\right) \leq \dfrac{a^{k+1}+b^{k+1}}{2}$

hay $a^{k+1}+b^{k+1}-ab^k-a^kb \geq 0$

hay $(a^k-b^k)(a-b) \geq 0$.

Điều này đúng với mọi $a, b \geq 0$.

5. Giả thiết quy nạp: $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+...+\dfrac{1}{k} > \dfrac{2k}{k+1}$.

Cần chứng minh: $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+...+\dfrac{1}{k}+\dfrac{1}{k+1} > \dfrac{2(k+1)}{k+2}$.

Biến đổi: $1+\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}+...+\dfrac{1}{k}+\dfrac{1}{k+1} > \dfrac{2k}{k+1}+\dfrac{1}{k+1} = \dfrac{2k+1}{k+1}$.

Xét hiệu

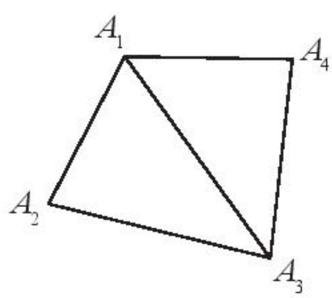
$$\frac{2k+1}{k+1}-\frac{2(k+1)}{k+2} = \frac{(2k+1)(k+2)-2(k+1)^2}{(k+1)(k+2)} = \frac{k}{(k+1)(k+2)} > 0.$$

Từ đó suy ra điều cần chứng minh.

6. a) $S_3 = 180°$;

$S_4 = S_3 + S_3 = 180° + 180° = 2 \,.\, 180°$;

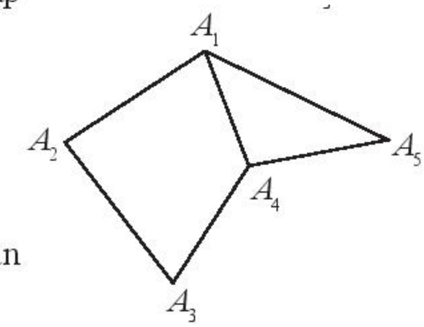
$S_5 = S_4 + S_3 = 2 \,.\, 180° + 180° = 3 \,.\, 180°$.



b) Từ a), ta dự đoán rằng

$S_n = (n-2)180°, n \geq 3.$ (3)

Ta sẽ chứng minh công thức này bằng phương pháp quy nạp toán học.



Bước 1. Ở trên ta đã biết công thức (3) đúng với $n = 3$.

Bước 2. Giả sử (3) đúng với $n = k \geq 3$, tức là có

$$S_k = (k-2)180^\circ.$$

Ta cần chứng minh (3) đúng với $n = k + 1$, tức cần chứng minh

$$S_{k+1} = (k-1)180^\circ.$$

Vẽ một đường chéo của đa giác $k + 1$ cạnh $A_1A_2A_3 \ldots A_kA_{k+1}$, chia đa giác này thành một đa giác k cạnh và một tam giác. Khi đó, tổng các góc trong của đa giác $k + 1$ cạnh $A_1A_2A_3 \ldots A_kA_{k+1}$ bằng tổng các góc trong của đa giác k cạnh và tam giác đó. Do đó,

$$S_{k+1} = S_k + S_3 = (k-2)180^\circ + 180^\circ = (k-1)180^\circ.$$

Vậy (3) đúng với $n = k + 1$.

Theo nguyên lí quy nạp toán học, công thức (3) đúng với mọi $n \geq 3$.

7. a) $T_1 = a(1+r) + a = a[(1+r) + 1]$;

$T_2 = T_1(1+r) + a = a[(1+r)+1](1+r) + a = a[(1+r)^2 + (1+r) + 1]$;

$T_3 = T_2(1+r) + a = a[(1+r)^2 + (1+r) + 1](1+r) + a = a[(1+r)^3 + (1+r)^2 + (1+r) + 1]$.

b) Từ a), ta dự đoán rằng (với lưu ý kết quả ở ***HĐTH 4***)

$$T_n = a[(1+r)^n + (1+r)^{n-1} + \ldots + (1+r) + 1]$$

$$= a\frac{1-(1+r)^{n+1}}{1-(1+r)} = a\frac{(1+r)^{n+1}-1}{r}.$$

Lặp lại quá trình như ở ***HĐTH 4*** để chứng minh công thức này bằng phương pháp quy nạp.

Bài 2. **NHỊ THỨC NEWTON**

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Khai triển được nhị thức Newton $(a+b)^n$ bằng cách vận dụng tổ hợp.

– Xác định được các hệ số trong nhị thức Newton thông qua tam giác Pascal.

– Xác định được hệ số của x^k trong khai triển $(ax+b)^n$ thành đa thức.

2. Năng lực cần chú trọng

– *Tư duy và lập luận toán học:* HS rèn luyện các thao tác tư duy so sánh, phân tích, tương tự, khái quát hoá trong quá trình khám phá, thiết lập và vận dụng công thức nhị thức Newton, tam giác Pascal.

– *Giao tiếp toán học:* HS sử dụng thuật ngữ (nhị thức Newton, khai triển, số hạng, biểu thức, tam giác Pascal, ...), kí hiệu, … để biểu đạt, trao đổi các ý tưởng, thông tin một cách rõ ràng và chính xác.

– *Giải quyết vấn đề toán học:* Sử dụng công thức nhị thức Newton, giải quyết các vấn đề liên quan đến tổ hợp, số tập con của tập hợp, ….

– *Sử dụng công cụ, phương tiện học toán:* Sử dụng máy tính cầm tay tính toán các công thức tổ hợp trong quá trình khám phá, giải toán liên quan đến công thức nhị thức Newton.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

Công thức khai triển nhị thức Newton $(a + b)^n$ với số tự nhiên n bất kì thường được chứng minh bằng phương pháp tổ hợp hoặc phương pháp quy nạp toán học. Trong sách chuyên đề học tập, thông qua hoạt động khám phá, HS được dẫn dắt để thiết lập công thức khai triển $(a + b)^3$ bằng phương pháp tổ hợp. Từ đó, khái quát hoá để thiết lập công thức khai triển $(a + b)^n$ với số tự nhiên n bất kì. Việc chứng minh công thức này bằng phương pháp quy nạp toán học được đề xuất ở phần bài tập tạo thêm cơ hội cho HS vận dụng phương pháp quy nạp toán học để chứng minh một công thức quan trọng.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Ta đã có công thức

$$(a+b)^n = C_n^0a^n + C_n^1a^{n-1}b + ... + C_n^ka^{n-k}b^k + ... + C_n^{n-1}ab^{n-1} + C_n^nb^n$$

trong trường hợp n = 1, 2, 3, 4, 5.

Công thức này có đúng với mọi số tự nhiên n không? Làm thế nào để kiểm tra?

Mục đích: Từ công thức đã biết, HS dự đoán công thức tổng quát, đặt vấn đề tìm cách kiểm chứng công thức đó. Qua đó, thu hút sự chú ý, gây hứng thú và kích thích sự tò mò của HS.

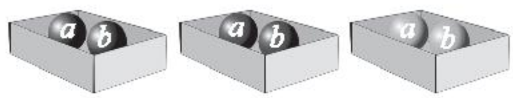
Gợi ý tổ chức: GV tổ chức cho HS nhớ lại, nhắc lại công thức nhị thức Newton với $n \leq 5$. HS thực hiện nhiệm vụ này và dự đoán công thức còn đúng không khi $n > 5$.

Hướng dẫn – đáp án: Công thức đúng với mọi số tự nhiên n = 1, 2, 3, ... Có thể chứng minh bằng cách sử dụng tổ hợp hoặc phương pháp quy nạp toán học. SGK dẫn dắt để HS thiết lập công thức bằng lập luận sử dụng tổ hợp, không yêu cầu trình bày chứng minh cho trường hợp tổng quát.

1. Công thức nhị thức Newton

HĐKP 1

Có ba hộp, mỗi hộp đựng hai quả cầu được dán nhãn a và b (xem Hình 1). Lấy từ mỗi hộp một quả cầu. Có bao nhiêu cách lấy để trong ba quả cầu lấy ra:



Hình 1

a) có 3 quả cầu dán nhãn b?

b) có 2 quả cầu dán nhãn b?

c) có 1 quả cầu dán nhãn b?

d) không có quả cầu nào dán nhãn b?

Mục đích: HS giải bài toán đếm lấy vật từ hộp, có thể giải bằng cách vận dụng tổ hợp. Bài toán này có sự tương đồng với bài toán tìm các hệ số trong khai triển biểu thức $(a + b)^3$. Qua đó, HS nhận ra cách lập luận sử dụng tổ hợp để thiết lập công thức khai triển biểu thức $(a + b)^3$, cũng như có thể khái quát để tìm công thức khai triển biểu thức $(a + b)^n$.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, trình bày kết quả với giải thích rõ ràng, theo dõi và nhận xét lời giải của các bạn/nhóm.

Tổng kết hoạt động, GV chỉ ra sự tương đồng của bài toán lấy các quả cầu từ ba hộp với bài toán tìm các hệ số trong khai triển biểu thức $(a + b)^3$.

Hướng dẫn – đáp án:

a) Chỉ có 1 cách lấy 3 quả cầu đều là b (bằng $C_3^3 = C_3^0 = 1$).

b) Số cách lấy 2 quả cầu b từ 3 hộp (và 1 quả cầu a từ hộp còn lại) là $C_3^2 = 3$ (bằng C_3^1).

c) Số cách lấy 1 quả cầu b từ 3 hộp (và 2 quả cầu a từ hai hộp còn lại) là $C_3^1 = 3$.

d) Chỉ có 1 cách lấy 3 quả cầu mà không có quả cầu b nào (bằng $C_3^0 = C_3^3 = 1$).

HĐTH 1

Hãy khai triển:

a) $(x - y)^6$; **b) $(1 + x)^7$.**

Mục đích: Thực hành vận dụng công thức nhị thức Newton để khai triển biểu thức dạng $(a + b)^n$.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $(x - y)^6$

$= C_6^0.x^6 + C_6^1.x^5.(-y) + C_6^2.x^4(-y)^2 + C_6^3.x^3.(-y)^3 + C_6^4.x^2.(-y)^4 + C_6^5.x.(-y)^5 + C_6^6.(-y)^6$

$= x^6 - 6x^5y + 15x^4y^2 - 20x^3y^3 + 15x^2y^4 - 6xy^5 + y^6$.

b) $(1+x)^7 = C_7^0 + C_7^1 x + C_7^2 x^2 + C_7^3 x^3 + C_7^4 x^4 + C_7^5 x^5 + C_7^6 x^6 + C_7^7 x^7$

$= 1 + 7x + 21x^2 + 35x^3 + 35x^4 + 21x^5 + 7x^6 + x^7.$

2. Tam giác Pascal

HĐKP 2

Từ các công thức khai triển:

$$(a+b)^0 = 1;$$
$$(a+b)^1 = a + b;$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$
$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3;$$
$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4;$$
$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5;$$

các hệ số được viết thành bảng số như Hình 2 sau đây. Nếu sử dụng kí hiệu tổ hợp thì nhận được bảng như Hình 3.

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & & 1 & & 1 & & & & \\
 & & & 1 & & 2 & & 1 & & & \\
 & & 1 & & 3 & & 3 & & 1 & & \\
 & 1 & & 4 & & 6 & & 4 & & 1 & \\
1 & & 5 & & 10 & & 10 & & 5 & & 1
\end{array}$$

Hình 2

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & C_0^0 & & & & & \\
 & & & & C_1^0 & & C_1^1 & & & & \\
 & & & C_2^0 & & C_2^1 & & C_2^2 & & & \\
 & & C_3^0 & & C_3^1 & & C_3^2 & & C_3^3 & & \\
 & C_4^0 & & C_4^1 & & C_4^2 & & C_4^3 & & C_4^4 & \\
C_5^0 & & C_5^1 & & C_5^2 & & C_5^3 & & C_5^4 & & C_5^5
\end{array}$$

Hình 3

Từ các đẳng thức như

$$C_3^0 = C_3^3 = 1, \qquad C_4^1 = C_4^3 = 4,$$

$$C_3^0 + C_3^1 = C_4^1, \qquad C_4^2 + C_4^3 = C_5^3,$$

có thể dự đoán rằng, với mỗi $n \in \mathbb{N}^*$,

$$C_n^k = C_n^{n-k} \qquad (0 \le k \le n); \qquad (2)$$

$$C_n^{k-1} + C_n^k = C_{n+1}^k \qquad (1 \le k \le n). \qquad (3)$$

Hãy chứng minh các công thức trên.

Mục đích: Thông qua quan sát các hệ số của công thức khai triển $(a+b)^n$ với $n \le 5$, HS dự đoán, nhận biết, giải thích được tam giác Pascal.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, trình bày kết quả với giải thích rõ ràng, theo dõi và nhận xét lời giải của các bạn/nhóm.

Hướng dẫn – đáp án:

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(n-k)![n-(n-k)!]} = C_n^{n-k};$$

$$C_n^{k-1} + C_n^k = \frac{n!}{(k-1)!(n-k+1)!} + \frac{n!}{k!(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}\left(\frac{1}{n-k+1} + \frac{1}{k}\right)$$

$$= \frac{n!}{(k-1)!(n-k)!}.\frac{n+1}{k(n-k+1)} = \frac{(n+1)!}{k!(n-k+1)!} = C_{n+1}^k.$$

HĐTH 2

2 Sử dụng tam giác Pascal, hãy khai triển:

a) $(2x+1)^6$; **b) $(x-y)^7$.**

Mục đích: Thực hành áp dụng tam giác Pascal để khai triển biểu thức dạng $(a+b)^n$.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

a) $(2x+1)^6 = (2x)^6 + 6(2x)^5 + 15(2x)^4 + 20(2x)^3 + 15(2x)^2 + 6(2x) + 1$

$= 64x^6 + 192x^5 + 240x^4 + 160x^3 + 60x^2 + 12x + 1.$

b) $(x-y)^7 = x^7 + 7x^6(-y) + 21x^5(-y)^2 + 35x^4(-y)^3 + 35x^3(-y)^4 + 21x^2(-y)^5 + 7x(-y)^6 + (-y)^7$

$= x^7 - 7x^6y + 21x^5y^2 - 35x^4y^3 + 35x^3y^4 - 21x^2y^5 + 7xy^6 - y^7.$

3. Vận dụng công thức nhị thức Newton

HĐTH 3

3 Xác định hệ số của x^2 trong khai triển của $(3x+2)^9$.

Mục đích: Thực hành, luyện tập về công thức nhị thức Newton, xác định được hệ số của x^k trong khai triển của biểu thức dạng $(ax+b)^n$.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

Áp dụng công thức nhị thức Newton, ta có

$$(3x+2)^9 = C_9^0.(3x)^9 + C_9^1.(3x)^8.2 + ... + C_9^k.(3x)^{9-k}.2^k + ... + C_9^9.2^9.$$

Số hạng chứa x^2 ứng với $9-k=2$ hay $k=7$. Hệ số của số hạng này là $3^2 . 2^7 . C_9^7 = 41\,472$.

HĐTH 4

4 Biết rằng trong khai triển của $(x+a)^6$ với a là một số thực, hệ số của x^4 là 60. Tìm giá trị của a.

Mục đích: Thực hành, luyện tập về công thức nhị thức Newton, số hạng tổng quát trong khai triển của biểu thức dạng $(ax+b)^n$.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án:

Áp dụng công thức nhị thức Newton, ta có

$$(x+a)^6 = C_6^0.x^6 + C_6^1.x^5.a + ... + C_6^k.x^{6-k}.a^k + ... + C_6^6.a^6.$$

Số hạng chứa x^4 ứng với $k = 2$. Hệ số của số hạng này là $C_6^2 a^2 = 15a^2$.

Theo giả thiết, ta có $15a^2 = 60$ hay $a^2 = 4$ hay $a = 2$, $a = -2$.

HĐTH 5

5 Chứng minh rằng, với mọi $n \in \mathbb{N}^*$, ta có

$$C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + ... + (-1)^n C_n^n = 0.$$

Mục đích: Thực hành, luyện tập sử dụng công thức nhị thức Newton để chứng minh một đẳng thức.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: Áp dụng công thức nhị thức Newton, ta có

$$(x-1)^n = C_n^0 x^n + C_n^1 x^{n-1}(-1) + C_n^2 x^{n-2}(-1)^2 + ... + C_n^k x^{n-k}(-1)^k + ... + C_n^n(-1)^n.$$

Chọn $x = 1$ ta được điều phải chứng minh.

HĐVD

Trong hộp A có 10 quả cầu được đánh số từ 1 đến 10. Người ta lấy một số quả cầu từ hộp A rồi cho vào hộp B. Có tất cả bao nhiêu cách lấy, tính cả trường hợp lấy 0 quả (tức là không lấy quả nào)?

Mục đích: Vận dụng công thức nhị thức Newton giải bài toán đếm có bối cảnh thực tiễn liên quan đến tính số tập con của một tập hợp.

Gợi ý tổ chức: HS làm việc cá nhân hoặc trao đổi theo nhóm, trình bày lời giải và giải thích cách làm, theo dõi và nhận xét lời giải của bạn.

Hướng dẫn – đáp án: Với $1 \le k \le 10$, có C_{10}^k cách lấy k quả cầu từ hộp A cho sang hộp B. Trường hợp không lấy quả cầu nào được tính là một cách, tức là $C_{10}^0 = 1$ cách. Do đó, số cách lấy một số quả cầu (kể cả cách lấy 0 quả) từ hộp A cho sang hộp B là

$$C_{10}^0 + C_{10}^1 + C_{10}^2 + ... + C_{10}^{10} = (1+1)^{10} = 2^{10} = 1\,024.$$

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $x^6 - 12x^5y + 60x^4y^2 - 160x^3y^3 + 240x^2y^4 - 192xy^5 + 64y^6$.

b) $243x^5 - 405x^4 + 270x^3 - 90x^2 + 15x - 1$.

2. $C_{12}^{10}.2^2 = 264$.

3. Từ $\dfrac{C_6^2a^4}{C_6^4a^2} = 4$, tìm được $a = 2$, $a = -2$.

4. Từ $C_n^2 . 3^2 = 90$ nhận được phương trình $n^2 - n - 20 = 0$. Từ đó, $n = 5$ (loại $n = -4$).

5. *Bước 1*. Công thức (1) đúng với $n = 0$ (khi đó hai vế đều bằng 1).

Bước 2. Giả sử (1) đúng với $n = m \geq 0$, tức là ta có

$$\left(a+b\right)^m = C_m^0a^m + C_m^1a^{m-1}b + \ldots + C_m^ka^{m-k}b^k + \ldots + C_m^{m-1}ab^{m-1} + C_m^mb^m.$$

Ta chứng minh (1) đúng với $n = m+1$, nghĩa là cần chứng minh

$$\left(a+b\right)^{m+1} = C_{m+1}^0a^{m+1} + C_{m+1}^1a^mb + \ldots + C_{m+1}^ka^{m+1-k}b^k + \ldots + C_{m+1}^mab^m + C_{m+1}^{m+1}b^{m+1}. \quad (4)$$

Sử dụng giả thiết quy nạp, ta có

$$\begin{aligned}(a+b)^{m+1} &= (a+b)^m(a+b)\\ &= \left(C_m^0a^m + C_m^1a^{m-1}b + \ldots + C_m^ka^{m-k}b^k + \ldots + C_m^{m-1}ab^{m-1} + C_m^mb^m\right)(a+b)\\ &= \left(C_m^0a^m + C_m^1a^{m-1}b + \ldots + C_m^ka^{m-k}b^k + \ldots + C_m^{m-1}ab^{m-1} + C_m^mb^m\right)a +\\ &\quad + \left(C_m^0a^m + C_m^1a^{m-1}b + \ldots + C_m^ka^{m-k}b^k + \ldots + C_m^{m-1}ab^{m-1} + C_m^mb^m\right)b\\ &= C_m^0a^{m+1} + \left(C_m^1 + C_m^0\right)a^mb + \ldots + \left(C_m^k + C_m^{k-1}\right)a^{m+1-k}b^k + \ldots\\ &\quad + \left(C_m^m + C_m^{m-1}\right)ab^m + C_m^mb^{m+1}.\end{aligned}$$

Đến đây, thay $C_m^0 = C_{m+1}^0\,(=1)$, $C_m^m = C_{m+1}^{m+1}\,(=1)$, $C_m^k + C_m^{k-1} = C_{m+1}^k$, $1 \leq k \leq m$, ta nhận được (4). Vậy theo nguyên lí quy nạp toán học, công thức (1) đúng với mọi số tự nhiên n.

6. a) Thay $x = 1$ vào công thức khai triển đã cho, ta nhận được

$$a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 = (3-1)^7 = 2^7 = 128.$$

b) Thay $x = -1$ vào công thức khai triển đã cho, nhận được

$$a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + a_4 - a_5 + a_6 - a_7 = (-3-1)^7 = (-4)^7 = -16\,384.$$

Cộng vế với vế đẳng thức này và đẳng thức ở a), ta nhận được

$$2(a_0 + a_2 + a_4 + a_6) = 128 - 16\,384 = -16\,256 \text{ hay } a_0 + a_2 + a_4 + a_6 = -8\,128.$$

7. $2^{12} = 4\,096$.

8. a) $C_{15}^0 + C_{15}^1 + C_{15}^2 + \cdots + C_{15}^{15} = 2^{15} = 32\,768$.

b) Do $C_{15}^0 = C_{15}^{15}$, $C_{15}^1 = C_{15}^{14}$, ..., $C_{15}^7 = C_{15}^8$ nên $C_{15}^8 + C_{15}^9 + \ldots + C_{15}^{15} = \dfrac{1}{2}.2^{15} = 2^{14} = 16\,384$.

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 2

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Giả thiết quy nạp: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 = \dfrac{k^2(k+1)^2}{4}$.

Biến đổi: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \ldots + k^3 + (k+1)^3 = \dfrac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3 = (k+1)^2\left(\dfrac{k^2}{4} + k + 1\right)$

$= \dfrac{(k+1)^2(k+2)^2}{4}$.

b) Giả thiết quy nạp: $1 \,.\, 4 + 2 \,.\, 7 + 3 \,.\, 10 + \ldots + k(3k+1) = k(k+1)^2$.

Biến đổi: $1 \,.\, 4 + 2 \,.\, 7 + 3 \,.\, 10 + \ldots + k(3k+1) + (k+1)[3(k+1)+1] = k(k+1)^2 + (k+1)(3k+4)$

$= (k+1)(k^2 + k + 3k + 4) = (k+1)(k+2)^2$.

c) Giả thiết quy nạp: $\dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{3.5} + \ldots + \dfrac{1}{(2k-1)(2k+1)} = \dfrac{k}{2k+1}$.

Biến đổi: $\dfrac{1}{1.3} + \dfrac{1}{3.5} + \ldots + \dfrac{1}{(2k-1)(2k+1)} + \dfrac{1}{(2k+1)(2k+3)} = \dfrac{k}{2k+1} + \dfrac{1}{(2k+1)(2k+3)}$

$= \dfrac{(k+1)(2k+1)}{(2k+1)(2k+3)} = \dfrac{k+1}{2k+3}$.

2. a) Giả thiết quy nạp: $(3^k - 1 - 2k) \,\vdots\, 4$.

Biến đổi: $3^{k+1} - 1 - 2(k+1) = 3(3^k - 1 - 2k) + 4k$.

b) Giả thiết quy nạp: $(7^k - 4^k - 3^k) \,\vdots\, 12$.

Biến đổi: $7^{k+1} - 4^{k+1} - 3^{k+1} = 7 \,.\, 7^k - 4 \,.\, 4^k - 3 \,.\, 3^k = 7(7^k - 4^k - 3^k) + 3 \,.\, 4^k + 4 \,.\, 3^k$

$= 7(7^k - 4^k - 3^k) + 12(4^{k-1} + 3^{k-1})$.

3. Giả thiết quy nạp: $8^k \geq k^3$.

Đánh giá: $8^{k+1} = 8 \,.\, 8^k \geq 8k^3 = k^3 + 3k^3 + 3k^3 + k^3 \geq k^3 + 3k^2 + 3k + 1 = (k+1)^3$.

4. Giả thiết quy nạp: $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \ldots + \dfrac{1}{k} \leq \dfrac{k+1}{2}$.

Đánh giá: $1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{3} + \ldots + \dfrac{1}{k} + \dfrac{1}{k+1} \leq \dfrac{k+1}{2} + \dfrac{1}{k+1}$.

Xét hiệu: $\dfrac{k+2}{2} - \left(\dfrac{k+1}{2} + \dfrac{1}{k+1}\right) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{k+1} = \dfrac{k-1}{2(k+1)} \geq 0$.

5. a) $a_1 = \dfrac{1}{2}(1)$; $a_2 = \dfrac{1}{2}(1 + a_1) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2}$; $a_3 = \dfrac{1}{2}(1 + a_2) = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{2^3}$.

Dự đoán rằng $a_n = \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \dfrac{1}{2^3} + \ldots + \dfrac{1}{2^n} = \dfrac{1}{2}\left(1 + \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2^2} + \ldots + \dfrac{1}{2^{n-1}}\right) = \dfrac{1}{2} . \dfrac{1 - \dfrac{1}{2^n}}{1 - \dfrac{1}{2}} = 1 - \dfrac{1}{2^n}$.

(Lưu ý công thức ở Thực hành 4, trang 31, sách Chuyên đề học tập Toán 10).

b) Giả thiết quy nạp: $a_k = 1 - \frac{1}{2^k}$.

Biến đổi: $a_{k+1} = \frac{1}{2}(1 + a_k) = \frac{1}{2}\left(1 + 1 - \frac{1}{2^k}\right) = 1 - \frac{1}{2^{k+1}}$.

6. a) –1 512; b) $\frac{35}{8}$.

7. $(x - 2)^6 = x^6 - 12x^5 + 60x^4 - 160x^3 + 240x^2 - 192x + 64$.

Hệ số của x^5 trong khai triển $(2x + 3)(x - 2)^6$ là $2 . 60 + 3 . (-12) = 84$.

8. a) 1; $12x$; $60x^2$.

b) $1,02^6 = (1 + 0,02)^6 \approx 1 + 12 . 0,01 + 60 . (0,01)^2 = 1,126$.

9. $(3x - 4)^{15} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \ldots + a_{15}x^{15}$.

Thay $x = 1$ vào đẳng thức trên, nhận được: $a_0 + a_1 + a_2 + \ldots + a_{15} = (3 . 1 - 4)^{15} = (-1)^{15} = -1$.

10. a) Xét khai triển $(x + 2)^n = C_n^0x^n + C_n^1x^{n-1} . 2 + C_n^2x^{n-2} . 2^2 + \ldots + C_n^n2^n$.

Thay $x = 1$ vào đẳng thức trên, nhận được điều phải chứng minh.

b) Xét khai triển $(x + 1)^{2n} = C_{2n}^0x^{2n} + C_{2n}^1x^{2n-1} + C_{2n}^2x^{2n-2} + \ldots + C_{2n}^{2n-1}x + C_{2n}^{2n}$.

Thay $x = -1$ vào đẳng thức trên, nhận được điều phải chứng minh.

Chuyên đề 3 BA ĐƯỜNG CONIC VÀ ỨNG DỤNG

A. MỤC TIÊU

1. Năng lực toán học

Phát triển cho HS một số năng lực toán học qua các yêu cầu cần đạt sau:

Ba đường conic

– Xác định được các yếu tố đặc trưng của đường conic (đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài trục, tâm sai, đường chuẩn, bán kính qua tiêu) khi biết phương trình chính tắc của đường conic đó.

Tính chất chung của ba đường conic

– Nhận biết được đường conic như là giao của mặt phẳng với mặt nón.

Ứng dụng ba đường conic vào thực tế

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với ba đường conic (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong quang học, xác định quỹ đạo chuyển động của các hành tinh trong hệ Mặt Trời, ...).

2. Năng lực chung

– Năng lực tự chủ và tự học trong tìm tòi, khám phá.

– Năng lực giao tiếp và hợp tác trong trình bày, thảo luận và làm việc nhóm.

– Năng lực giải quyết vấn đề và sáng tạo trong thực hành và vận dụng.

3. Hình thành các phẩm chất

– Yêu nước, nhân ái.

– Chăm chỉ, trung thực, trách nhiệm.

B. HƯỚNG DẪN DẠY HỌC

Bài 1. **ELIP**

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Xác định được các yếu tố đặc trưng của đường elip (đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài trục, tâm sai, đường chuẩn, bán kính qua tiêu) khi biết phương trình chính tắc của elip.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với elip (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong quang học, xác định quỹ đạo chuyển động của các hành tinh trong hệ Mặt Trời,...).

2. Năng lực cần chú trọng: mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

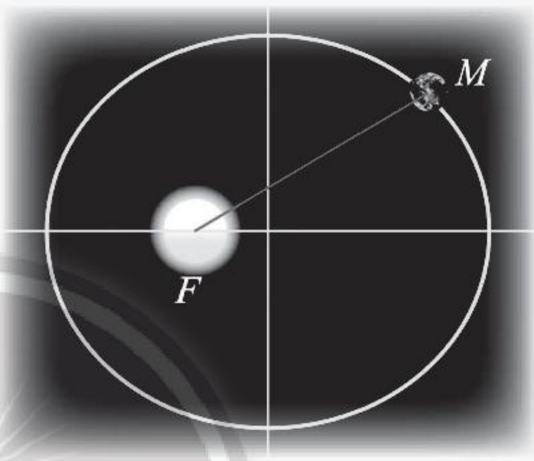
II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. HS đã học về định nghĩa và phương trình chính tắc của elip.
2. Cần làm rõ thêm về tính đối xứng, tâm sai, đường chuẩn, bán kính qua tiêu.
3. Hai ứng dụng quan trọng của elip trong chuyên đề là: giải thích một số hiện tượng trong quang học và xác định quỹ đạo chuyển động của các thiên thể.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Hành tinh M chuyển động quanh Mặt Trời theo một quỹ đạo hình elip nhận tâm Mặt Trời làm tiêu điểm F. Làm thế nào để tính độ dài của đoạn FM khi biết phương trình chính tắc của elip?



Mục đích: Tạo cơ hội để HS quan tâm đến khoảng cách từ tiêu điểm của elip đến một điểm chuyển động trên elip nhằm kết nối với khái niệm bán kính qua tiêu.

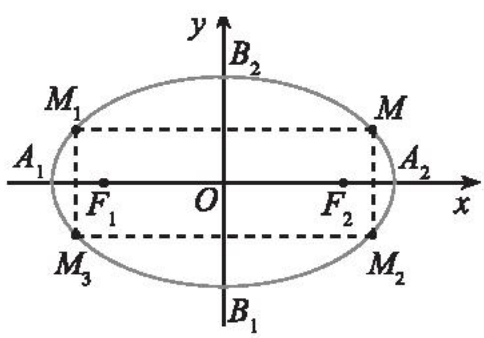
Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc cho thảo luận nhóm.

1. Tính đối xứng của elip

HĐKP 1

1 **Cho elip (E) có phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ $(0 < b < a)$ và cho điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên (E).**

Các điểm $M_1(-x_0; y_0)$, $M_2(x_0; -y_0)$, $M_3(-x_0; -y_0)$ có thuộc (E) hay không?



Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận, nhận xét về tính đối xứng của elip thông qua quan sát phương trình chính tắc. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

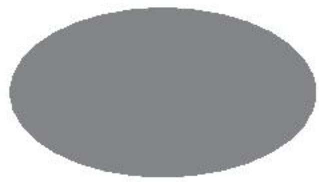
1 Viết phương trình chính tắc của elip có kích thước của hình chữ nhật cơ sở là 8 và 6. Hãy xác định toạ độ đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài trục của elip này.

Mục đích: HS thực hành xác định phương trình chính tắc của elip khi biết kích thước của hình chữ nhật cơ sở để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 1

1 Hãy gấp một mảnh giấy hình elip (Hình 5) thành bốn phần chồng khít lên nhau.



Hình 5

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng tính đối xứng của elip qua trục lớn và trục nhỏ vào thực tế gấp một tờ giấy hình elip thành bốn phần chồng khít lên nhau.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

2. Bán kính qua tiêu

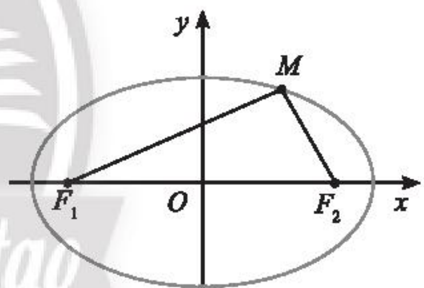
HĐKP 2

2 Cho điểm $M(x; y)$ nằm trên elip (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ có hai tiêu điểm là $F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$ (Hình 6).

a) Tính F_1M^2 và F_2M^2 theo x, y, c.

b) Chứng tỏ rằng: $F_1M^2 - F_2M^2 = 4cx$, $F_1M - F_2M = 2\frac{cx}{a}$.

c) Tính độ dài hai đoạn MF_1 và MF_2 theo a, c, x.



Hình 6

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về tính độ dài bán kính qua tiêu của elip. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 a) Tính độ dài hai bán kính qua tiêu của điểm $M(x; y)$ trên elip (E): $\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{36}=1$.

b) Tìm các điểm trên elip (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ có độ dài hai bán kính qua tiêu bằng nhau.

Mục đích: HS thực hành sử dụng công thức tính độ dài bán kính qua tiêu của elip để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án:

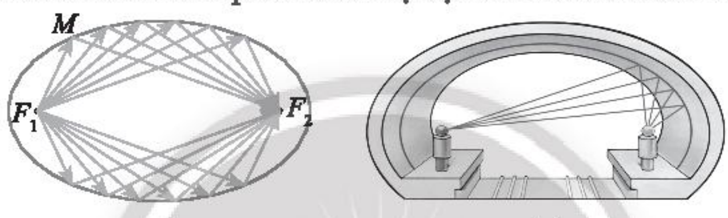
a) $a = 8$; $b = 6$; $c = 2\sqrt{7}$; $MF_1 = 8 + \dfrac{\sqrt{7}}{4}x$; $MF_2 = 8 - \dfrac{\sqrt{7}}{4}x$.

b) $B_1(0; -b)$, $B_2(0; b)$.

HĐVD 2

2 Người ta chứng minh được rằng ánh sáng hay âm thanh đi từ một tiêu điểm, khi đến một điểm *M* bất kì trên elip luôn luôn cho tia phản xạ đi qua tiêu điểm còn lại, nghĩa là đi theo các bán kính qua tiêu (Hình 7a).

Vòm xe điện ngầm của một thành phố có mặt cắt hình elip (Hình 7b). Hãy giải thích tại sao tiếng nói của một người phát ra từ một tiêu điểm bên này, mặc dù khi đi đến các điểm khác nhau trên elip vẫn luôn dội lại tới tiêu điểm bên kia cùng một lúc.



a) **b)**

Hình 7

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng tổng độ dài hai bán kính qua tiêu của elip vào thực tế giải thích hiện tượng phản xạ âm thanh trong mái vòm đường hầm hình elip.

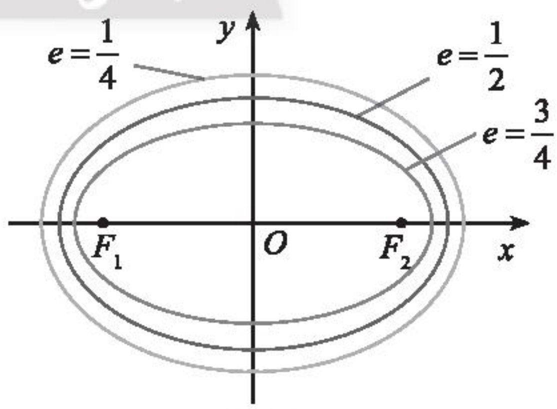
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: Vì quãng đường đi $MF_1 + MF_2$ luôn bằng $2a$.

3. Tâm sai

HĐKP 3

3 Cho biết tỉ số $e = \dfrac{c}{a}$ của các elip lần lượt là $\dfrac{3}{4}$, $\dfrac{1}{2}$, $\dfrac{1}{4}$ (Hình 8). Tính tỉ số $\dfrac{b}{a}$ theo *e* và nêu nhận xét về sự thay đổi của hình dạng elip gắn với hình chữ nhật cơ sở khi *e* thay đổi.



Hình 8

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá mối liên hệ giữa tâm sai và hình dạng của đường elip. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

3 a) Tìm tâm sai của elip (E): $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{99}=1$ và elip (E'): $\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{y^2}{1}=1$.

b) Không cần vẽ hình, theo bạn elip nào có hình dạng "dẹt" hơn?

Mục đích: HS thực hành tính tâm sai của các elip và dự đoán độ dẹt của elip theo tâm sai để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án:

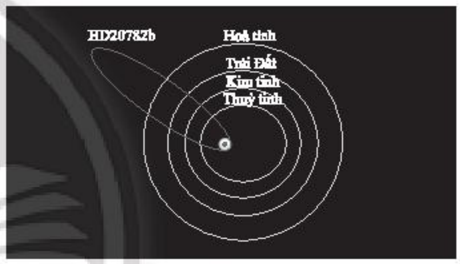
a) (E): $a = 10$; $b=\sqrt{99}$; $c = 1$; $e=\dfrac{1}{10}$; (E'): $a=\sqrt{10}$; $b = 1$; $c = 3$; $e=\dfrac{3}{\sqrt{10}}$.

b) Ta có $\dfrac{3}{\sqrt{10}}>\dfrac{1}{10}$ suy ra (E') dẹt hơn (E).

HĐVD 3

3 Trong hệ Mặt Trời, các hành tinh chuyển động theo quỹ đạo là đường elip nhận tâm Mặt Trời là một tiêu điểm. Từ hình ảnh mô phỏng quỹ đạo chuyển động của các hành tinh (Hình 9), hãy so sánh tâm sai của quỹ đạo chuyển động của Trái Đất với tâm sai của quỹ đạo chuyển động của tiểu hành tinh HD20782b.

(*Nguồn:* https://www.nasa.gov)



Hình 9

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức về tâm sai của elip vào thực tế so sánh tâm sai của hai quỹ đạo chuyển động của các hành tinh.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: Ta thấy quỹ đạo của tiểu hành tinh HD20782b dẹt hơn quỹ đạo của Trái Đất, suy ra tâm sai của elip quỹ đạo chuyển động của tiểu hành tinh lớn hơn tâm sai của elip quỹ đạo chuyển động của Trái Đất.

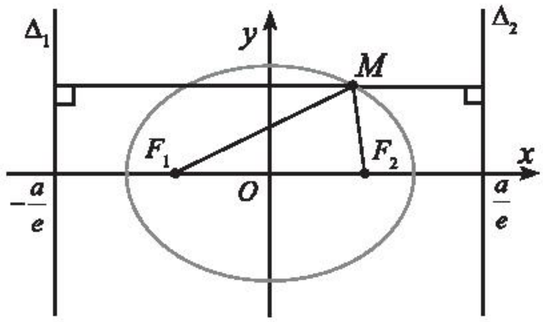
4. Đường chuẩn

HĐKP 4

4 Cho điểm $M(x; y)$ trên elip (E): $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ và hai đường thẳng Δ_1: $x+\dfrac{a}{e}=0$; Δ_2: $x-\dfrac{a}{e}=0$ (Hình 10). Gọi $d(M, \Delta_1)$, $d(M, \Delta_2)$ lần lượt là khoảng cách từ M đến Δ_1, Δ_2. Ta có $d(M, \Delta_1)=\left|x+\dfrac{a}{e}\right|=\dfrac{|a+ex|}{e}=\dfrac{a+ex}{e}$ (vì $e>0$ và $a+ex=MF_1>0$).

Suy ra $\dfrac{MF_1}{d(M, \Delta_1)}=\dfrac{a+ex}{\dfrac{a+ex}{e}}=e$.

Dựa theo cách tính trên, hãy tính $\dfrac{MF_2}{d(M, \Delta_2)}$.



Hình 10

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá khái niệm và tính chất của đường chuẩn của elip. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 4

4 **Tìm toạ độ hai tiêu điểm và viết phương trình hai đường chuẩn tương ứng của các elip sau:**

a) (E_1): $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{1}=1$;   b) (E_2): $\dfrac{x^2}{100}+\dfrac{y^2}{36}=1$.

Mục đích: HS thực hành xác định toạ độ tiêu điểm và viết phương trình đường chuẩn của elip dựa theo phương trình chính tắc để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 4

4 **Lập phương trình chính tắc của elip có tiêu cự bằng 6 và khoảng cách giữa hai đường chuẩn là $\dfrac{50}{3}$.**

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng tính chất của đường chuẩn vào thực tế tính khoảng cách giữa hai đường chuẩn của elip.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: $c = 3$; $a = 5$; $b = 4$; (E): $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{16}=1$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. Elip (E): $\dfrac{x^2}{64}+\dfrac{y^2}{36}=1$ có $a = 8$; $b = 6$ và $c=\sqrt{64-36}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$.

a) Tâm sai $e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{7}}{8}=\frac{\sqrt{7}}{4}$.

Hình chữ nhật cơ sở có chiều dài $2a = 16$, chiều rộng $2b = 12$. (Học sinh tự vẽ hình.)

b) Bán kính qua tiêu của điểm $M(0; 6)$: $MF_1 = a + ex = 8$; $MF_2 = a - ex = 8$.

c) Toạ độ hai tiêu điểm và phương trình hai đường chuẩn:

$F_1(-2\sqrt{7}; 0)$, Δ_1: $x=-\frac{32\sqrt{7}}{7}$; $F_2(2\sqrt{7}; 0)$, Δ_2: $x=\frac{32\sqrt{7}}{7}$.

2. Ta có: $MF_1 = a + ex$ nhỏ nhất bằng $a - c$ tại $A_1(-a; 0)$ và lớn nhất bằng $a + c$ tại $A_2(a; 0)$;

$MF_2 = a - ex$ nhỏ nhất bằng $a - c$ tại $A_2(a; 0)$ và lớn nhất bằng $a + c$ tại $A_1(-a; 0)$.

3. $2c = 12 \Rightarrow c = 6$; $2\frac{a^2}{c}=\frac{169}{6}\Rightarrow a^2=\frac{169}{2}$; $b^2=a^2-c^2=\frac{169}{2}-36=\frac{97}{2}$.

Phương trình chính tắc của elip là (E): $\frac{x^2}{\frac{169}{2}}+\frac{y^2}{\frac{97}{2}}=1$.

4. $a = 3$; $b = 1$; $c=\sqrt{9-1}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$.

a) $e=\frac{c}{a}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$; $MF_1=a+ex=3+2\sqrt{2}$; $MF_2=a-ex=3-2\sqrt{2}$.

b) $NF_1 = NF_2 \Leftrightarrow a + ex = a - ex \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy $N(0; b)$ hay $N(0; -b)$.

c) $SF_1 = 2SF_2 \Leftrightarrow a + ex = 2(a - ex) \Leftrightarrow x=\frac{a}{3e}=\frac{3\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $S\left(\frac{3\sqrt{2}}{4};\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$ hay $S\left(\frac{3\sqrt{2}}{4};-\frac{\sqrt{14}}{4}\right)$.

5. Ta có: $\frac{a+c}{a-c}=\frac{1+e}{1-e}\Rightarrow a+c=\frac{1+e}{1-e}(a-c)=\frac{1+0,0167}{1-0,0167}\,.\,147\,.\,10^6\approx 152\,.\,10^6$ (km).

Vậy khoảng cách xa nhất giữa Trái Đất và tâm Mặt Trời là khoảng 152 triệu km.

6. Gọi k là tỉ số giữa hai khoảng cách xa nhất và gần nhất giữa vệ tinh và Trái Đất.

Ta có: $k=\frac{a+c}{a-c}=\frac{1+e}{1-e}\Rightarrow 1+e=k(1-e)\Rightarrow e=\frac{k-1}{k+1}=\frac{\frac{7310}{6586}-1}{\frac{7310}{6586}+1}\approx 0,052$.

Vậy tâm sai của quỹ đạo chuyển động của vệ tinh là khoảng 0,052.

Bài 2. **HYPEBOL**

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Xác định được các yếu tố đặc trưng của đường hypebol (đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài trục, tâm sai, đường chuẩn, bán kính qua tiêu) khi biết phương trình chính tắc của hypebol.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với hypebol (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong quang học, xác định quỹ đạo chuyển động của các hành tinh trong hệ Mặt Trời, ...).

2. Năng lực cần chú trọng: mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. HS đã học về định nghĩa và phương trình chính tắc của hypebol.

2. Cần làm rõ thêm về tính đối xứng, hai nhánh trái và phải, tâm sai, đường chuẩn, bán kính qua tiêu của hypebol.

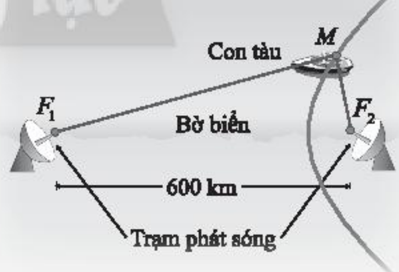
3. Nên giới thiệu sơ qua về tiệm cận để giải thích cách vẽ hypebol.

4. Hai ứng dụng quan trọng của hypebol trong chuyên đề là: giải thích được một số hiện tượng và xác định quỹ đạo chuyển động của các thiên thể.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Nhờ việc thu tín hiệu từ hai trạm phát sóng F_1 và F_2 trên bờ, hệ thống định vị đặt tại điểm M trên con tàu tính được hiệu số khoảng cách từ M đến F_1, F_2 và xác định được một đường hypebol đi qua M.



Mục đích: HS thảo luận về định nghĩa của đường hypebol tạo cơ hội kết nối với khái niệm hiệu hai bán kính qua tiêu trong thực tế định vị tàu thuyền bằng sóng vô tuyến.

1. Tính đối xứng của đường hypebol

HĐKP 1

Cho hypebol (H) với phương trình chính tắc $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$ và điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên (H). Các điểm $M_1(-x_0; y_0)$, $M_2(x_0; -y_0)$, $M_3(-x_0; -y_0)$ có thuộc (H) không?

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá tính đối xứng của hypebol. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

Viết phương trình chính tắc của hypebol có kích thước của hình chữ nhật cơ sở là 8 và 6. Xác định đỉnh, tiêu điểm, tiêu cự, độ dài trục của hypebol này.

Mục đích: HS thực hành viết phương trình chính tắc của hypebol khi biết kích thước của hình chữ nhật cơ sở để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

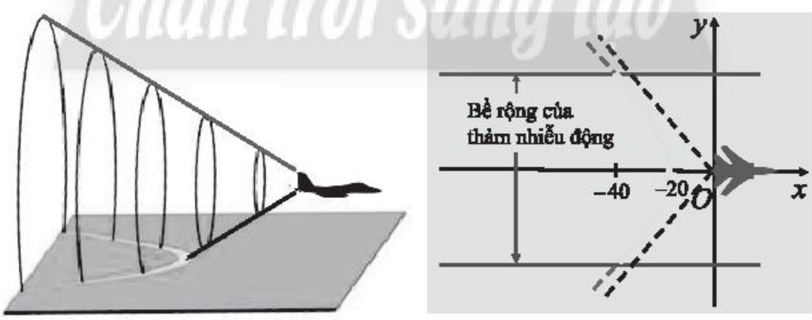
Hướng dẫn – đáp án: $A_1(-4; 0)$, $A_2(4; 0)$, $B_1(0; -3)$, $B_2(0; 3)$,

$F_1(-5; 0)$, $F_2(5; 0)$, $2c = 10$, $2a = 8$, $2b = 6$.

HĐVD 1

Khi bay với vận tốc siêu thanh (tốc độ chuyển động lớn hơn tốc độ âm thanh trong cùng môi trường), một máy bay tạo ra một vùng nhiễu động trên mặt đất dọc theo một nhánh của hypebol (*H*) (Hình 4). Phần nghe rõ nhất tiếng ồn của vùng nói trên được gọi là thảm nhiễu động. Bề rộng của thảm này gấp khoảng 5 lần cao độ của máy bay. Tính cao độ của máy bay, biết bề rộng của thảm nhiễu động được đo cách phía sau máy bay một khoảng là 40 mile (mile (dặm) là đơn vị đo khoảng cách, 1 mile ≈ 1,6 km) và (*H*) có phương trình:

$$\frac{x^2}{400}-\frac{y^2}{100}=1.$$



Hình 4

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng phương trình chính tắc của hypebol vào thực tế tính độ cao của một máy bay siêu thanh dựa theo bề rộng của thảm nhiễu động có dạng hypebol.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc có thể tổ chức nhóm thuyết trình.

Hướng dẫn – đáp án: $x = 40$; $y = \pm\sqrt{300}$; $d = 2|y| = 2\sqrt{300}$; $h = \dfrac{2\sqrt{300}\ .\ 1{,}6}{5} \approx 11\,(\text{km})$.

2. Bán kính qua tiêu

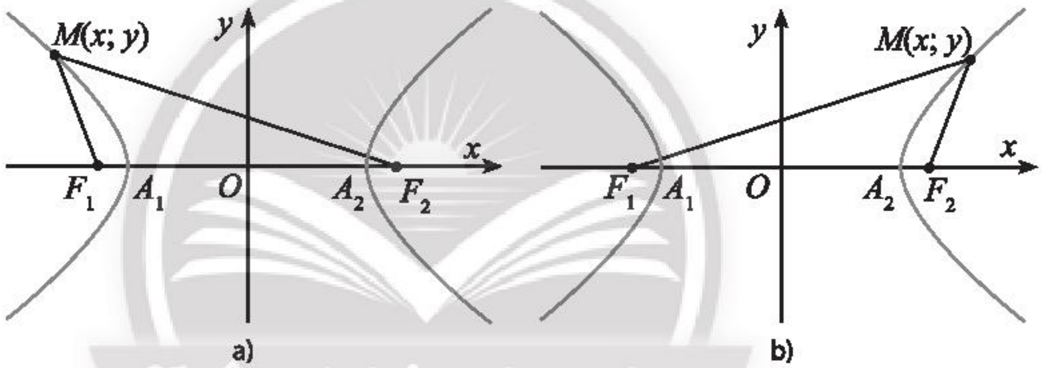
HĐKP 2

2 Cho điểm $M(x; y)$ nằm trên hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

a) Chứng minh rằng $F_1M^2 - F_2M^2 = 4cx$.

b) Giả sử điểm $M(x; y)$ thuộc nhánh đi qua $A_1(-a; 0)$ (Hình 5a). Sử dụng kết quả đã chứng minh được ở câu a) kết hợp với tính chất $MF_2 - MF_1 = 2a$ đã biết để chứng minh $MF_2 + MF_1 = -2\frac{cx}{a}$. Từ đó, chứng minh các công thức: $MF_1 = -a - \frac{c}{a}x$; $MF_2 = a - \frac{c}{a}x$.

b) Giả sử điểm $M(x; y)$ thuộc nhánh đi qua $A_2(a; 0)$ (Hình 5b). Sử dụng kết quả đã chứng minh được ở câu a) kết hợp với tính chất $MF_1 - MF_2 = 2a$ đã biết để chứng minh $MF_2 + MF_1 = 2\frac{cx}{a}$. Từ đó, chứng minh các công thức: $MF_1 = a + \frac{c}{a}x$; $MF_2 = -a + \frac{c}{a}x$.



Hình 5

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận, khám phá công thức tính bán kính qua tiêu của một điểm trên hypebol. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 Tính độ dài hai bán kính qua tiêu của điểm $M(x; y)$ trên hypebol (H): $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = 1$.

Mục đích: HS thực hành tính bán kính qua tiêu của một điểm trên hypebol để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 2

2 Tính độ dài hai bán kính qua tiêu của đỉnh $A_2(a; 0)$ trên hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng công thức bán kính qua tiêu tổng quát vào thực tế tìm bán kính qua tiêu ứng với một đỉnh của hypebol.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: $MF_1 = c + a; MF_2 = c - a$.

3. Tâm sai

HĐKP 3

Cho hypebol (*H*): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Chứng tỏ rằng $\frac{c}{a} > 1$.

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá khái niệm tâm sai của hypebol dựa trên kinh nghiệm về tâm sai của elip ở phần trước. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 3

Tìm tâm sai của các hypebol sau:

a) (H_1): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$; b) (H_2): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{25} = 1$; c) (H_3): $\frac{x^2}{3} - \frac{y^2}{3} = 1$.

Mục đích: HS thực hành tính tâm sai của các hypebol khi biết phương trình chính tắc để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

Hướng dẫn – đáp án: a) $e = \frac{\sqrt{5}}{2}$; b) $e = \frac{\sqrt{34}}{3}$; c) $e = \sqrt{2}$.

HĐVD 3

Cho hypebol (*H*) có tâm sai bằng $\sqrt{2}$. Chứng minh trục thực và trục ảo của (*H*) có độ dài bằng nhau.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng khái niệm tâm sai vào thực tế chứng minh hai trục của hypebol có độ dài bằng nhau.

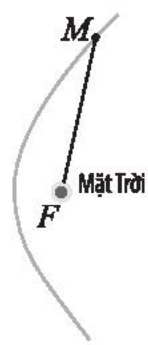
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

HĐVD 4

Một vật thể có quỹ đạo là một nhánh của hypebol (*H*), nhận tâm Mặt Trời làm tiêu điểm (Hình 6). Cho biết tâm sai của (*H*) bằng 1,2 và khoảng cách gần nhất giữa vật thể và tâm Mặt Trời là $2 . 10^8$ km.

a) Lập phương trình chính tắc của (*H*).

b) Lập công thức tính bán kính qua tiêu của vị trí *M*(*x*; *y*) của vật thể trong mặt phẳng toạ độ.



Hình 6

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng khái niệm tâm sai vào thực tế tìm bán kính qua tiêu của quỹ đạo thiên thể có dạng hypebol.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: a) $\frac{x^2}{10^{18}} - \frac{y^2}{0,44 \,.\, 10^{18}} = 1$;

b) $MF_1 = |10^9 + 1,2x|$; $MF_2 = |10^9 - 1,2x|$.

4. Đường chuẩn

HĐKP 4

Cho điểm $M(x; y)$ trên hypebol (H): $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

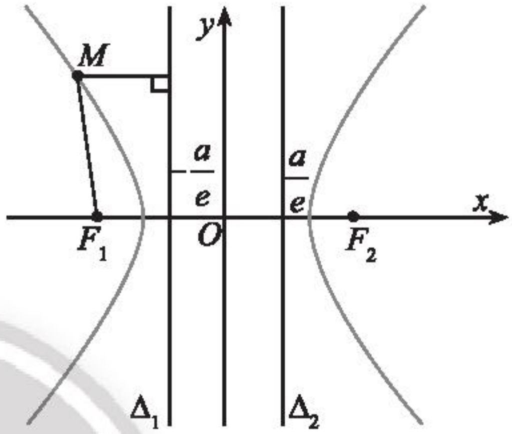
và hai đường thẳng Δ_1: $x + \frac{a}{e} = 0$;

Δ_2: $x - \frac{a}{e} = 0$ (Hình 7).

Gọi $d(M, \Delta_1)$, $d(M, \Delta_2)$ lần lượt là khoảng cách từ M đến các đường thẳng Δ_1, Δ_2.

Ta có: $\frac{MF_1}{d(M, \Delta_1)} = \frac{|a+ex|}{\left|x + \frac{a}{e}\right|} = \frac{|a+ex|}{\frac{|a+ex|}{e}} = e.$

Dựa theo cách tính trên, tính $\frac{MF_2}{d(M, \Delta_2)}$.



Hình 7

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá tính chất đường chuẩn của hypebol. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 4

Tìm toạ độ hai tiêu điểm và viết phương trình hai đường chuẩn tương ứng của các hypebol sau:

a) (H_1): $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{1} = 1$; b) (H_2): $\frac{x^2}{36} - \frac{y^2}{64} = 1$; c) (H_3): $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Mục đích: HS thực hành viết phương trình hai đường chuẩn khi biết phương trình chính tắc của hypebol để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 5

Lập phương trình chính tắc của hypebol có tiêu cự bằng 26 và khoảng cách giữa hai đường chuẩn bằng $\frac{288}{13}$.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng phương trình đường chuẩn vào thực tế tính khoảng cách giữa hai đường chuẩn của hypebol.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: $c = 13$; $2\dfrac{a^2}{13} = \dfrac{288}{13} \Rightarrow a^2 = 144 \Rightarrow b^2 = 25$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là $\dfrac{x^2}{144} - \dfrac{y^2}{25} = 1$.

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. (H): $\dfrac{x^2}{144} - \dfrac{y^2}{25} = 1$ có $a = 12$; $b = 5$; $c = 13$.

a) $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{13}{12}$; $MF_1 = |a + ex| = \left|12 + \dfrac{13}{12} . 13\right| = \dfrac{313}{12}$; $MF_2 = |a - ex| = \left|12 - \dfrac{13}{12} . 13\right| = \dfrac{25}{12}$.

b) $F_1(-13; 0)$, Δ_1: $x + \dfrac{144}{13} = 0$; $F_2(13; 0)$, Δ_2: $x - \dfrac{144}{13} = 0$.

c) $NF_1 = 2NF_2 \Leftrightarrow |a + ex| = 2|a - ex| \Leftrightarrow x = \dfrac{3a}{e} = \dfrac{3a^2}{c} = \dfrac{432}{13}$; $y = \dfrac{35\sqrt{23}}{13}$ hoặc $y = -\dfrac{35\sqrt{23}}{13}$.

Vậy $N\left(\dfrac{432}{13}; \dfrac{35\sqrt{23}}{13}\right)$ hoặc $N\left(\dfrac{432}{13}; -\dfrac{35\sqrt{23}}{13}\right)$.

2. $c = 10$; $2\dfrac{a^2}{10} = \dfrac{36}{5} \Rightarrow a^2 = 36 \Rightarrow b^2 = 64$.

Vậy phương trình chính tắc của (H) là $\dfrac{x^2}{36} - \dfrac{y^2}{64} = 1$.

3. a) Xét đường tròn (M; R) đi qua F_2 và tiếp xúc với (C).

Ta có $MF_1 - MF_2 = r$. Suy ra M thuộc hypebol (H) có $2c = 4r$ và $2a = r$.

b) Ta có: $b^2 = c^2 - a^2 = 4r^2 - \dfrac{r^2}{4} = \dfrac{15r^2}{4}$.

Vậy (H) có tâm sai $e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{2\mathrm{r}}{\frac{r}{2}} = 4$ và có phương trình chính tắc là $\dfrac{x^2}{\frac{r^2}{4}} - \dfrac{y^2}{\frac{15r^2}{4}} = 1$.

4. Ta có: $2c = 600 \Rightarrow c = 300$;

$2a = 300\,000 . 0{,}0012 = 360 \Rightarrow a = 180$;

$b^2 = c^2 - a^2 = 90\,000 - 32\,400 = 57\,600$.

Vậy (H) có phương trình $\dfrac{x^2}{32\,400} - \dfrac{y^2}{57\,600} = 1$.

Bài 3. **PARABOL**

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Xác định được các yếu tố đặc trưng của đường parabol (đỉnh, tiêu điểm, đường chuẩn, tham số tiêu, tâm sai, bán kính qua tiêu) khi biết phương trình chính tắc của parabol.

– Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với parabol (ví dụ: giải thích một số hiện tượng trong quang học, xác định quỹ đạo chuyển động của các hành tinh trong hệ Mặt Trời, ...).

2. Năng lực cần chú trọng: mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

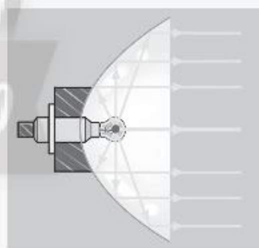
II. MỘT SỐ CHÚ Ý

1. HS đã học về định nghĩa và phương trình chính tắc của parabol.
2. Cần làm rõ thêm về trục đối xứng, đỉnh và bán kính qua tiêu của parabol.
3. Hai ứng dụng quan trọng của parabol trong chuyên đề là: giải thích một số hiện tượng trong quang học (ăng-ten parabol) và xác định quỹ đạo chuyển động của các thiên thể.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ

Mặt cắt của gương phản chiếu của một đèn pha là một parabol (P) với tim của bóng đèn đặt tại tiêu điểm F. Làm thế nào để tìm khoảng cách từ F đến một điểm trên gương khi biết phương trình chính tắc của (P)?



Mục đích: Tạo cơ hội để HS thảo luận, ôn tập lại định nghĩa của đường parabol và kết nối với khái niệm bán kính qua tiêu.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc cho thảo luận nhóm.

1. Tính đối xứng của đường parabol

HĐKP 1

1 **Chứng tỏ rằng nếu điểm $M(x_0; y_0)$ nằm trên parabol (P) thì điểm $M'(x_0; -y_0)$ cũng nằm trên parabol (P).**

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá tính đối xứng của parabol dựa vào quan sát phương trình chính tắc. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 1

1 Tìm toạ độ tiêu điểm, toạ độ đỉnh, phương trình đường chuẩn và trục đối xứng của các parabol sau:

a) (P_1): $y^2 = 2x$; b) (P_2): $y^2 = x$; c) (P_3): $y^2 = \frac{1}{5}x$.

Mục đích: HS thực hành tìm tọa độ tiêu điểm, đỉnh và phương trình đường chuẩn của parabol khi biết phương trình chính tắc để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 1

1 Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $A(2; 0)$ và đường thẳng d: $x + 2 = 0$. Viết phương trình của đường (L) là tập hợp các tâm $J(x; y)$ của các đường tròn (C) thay đổi nhưng luôn luôn đi qua A và tiếp xúc với d.

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng cách viết phương trình chính tắc của đường parabol vào thực tế xác định quỹ tích tâm đường tròn đi qua một điểm cố định và tiếp xúc với một đường thẳng cho trước.

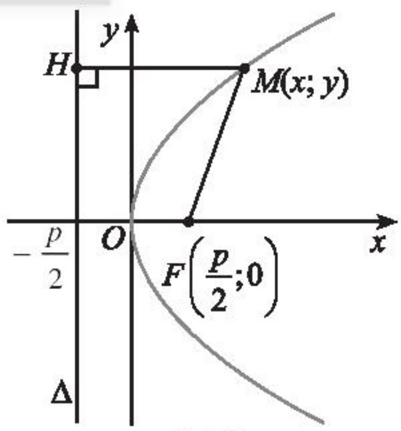
Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án: (L): $y^2 = 8x$.

2. Bán kính qua tiêu và tâm sai của parabol

HĐKP 2

2 Cho điểm $M(x; y)$ trên parabol (P): $y^2 = 2px$ (Hình 2). Tính khoảng cách từ điểm M đến tiêu điểm F của (P).



Hình 2

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, thảo luận về khái niệm bán kính qua tiêu của parabol. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 **Tính bán kính qua tiêu của điểm dưới đây trên parabol tương ứng:**

a) Điểm $M_1(1; -4)$ trên (P_1): $y^2 = 16x$;

b) Điểm $M_2(3; -3)$ trên (P_2): $y^2 = 3x$;

c) Điểm $M_3(4; 1)$ trên (P_3): $y^2 = \frac{1}{4}x$.

Mục đích: HS thực hành lập công thức tính bán kính qua tiêu của các đường parabol để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 2

2 **Một cổng có dạng một đường parabol (P). Biết chiều cao của cổng là 7,6 m và khoảng cách giữa hai chân cổng là 9 m. Người ta muốn treo một ngôi sao tại tiêu điểm F của (P) bằng một đoạn dây nối từ đỉnh S của cổng. Tính khoảng cách từ tâm ngôi sao đến đỉnh cổng.**

Hình 3

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng công thức tính bán kính qua tiêu của parabol vào thực tế thiết kế xây dựng.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc cho HS báo cáo thuyết trình.

Hướng dẫn – đáp án: khoảng 0,67 m.

HĐVD 3

3 **Mặt cắt của một chảo ăng-ten có dạng một parabol (P) có phương trình chính tắc $y^2 = 0,25x$. Biết đầu thu tín hiệu của chảo ăng-ten đặt tại tiêu điểm F của (P). Tính khoảng cách từ điểm $M(0,25; 0,25)$ trên ăng-ten đến F.**

Hình 4

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng công thức tính bán kính qua tiêu của đường parabol vào thực tế đo đạc chảo ăng-ten parabol.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc cho HS báo cáo thuyết trình.

Hướng dẫn – đáp án: $MF = x + \frac{p}{2} = 0,25 + \frac{0,25}{4} = \frac{5 \,.\, 0,25}{4} = 0,3125.$

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $2p = 7 \Rightarrow p = \frac{7}{2}$; $F\left(\frac{7}{4}; 0\right)$; Δ: $x = -\frac{7}{4}$.

b) $2p = \frac{1}{3} \Rightarrow p = \frac{1}{6}$; $F\left(\frac{1}{12}; 0\right)$; Δ: $x = -\frac{1}{12}$.

c) $2p = \sqrt{2} \Rightarrow p = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $F\left(\frac{\sqrt{2}}{4}; 0\right)$; Δ: $x = -\frac{\sqrt{2}}{4}$.

2. a) $p = 6$; $M_1(3; -6)$; $M_1F = x + \frac{p}{2} = 3 + 3 = 6$.

b) $p = \frac{1}{12}$; $M_2(6; 1)$; $M_2F = x + \frac{p}{2} = 6 + \frac{1}{24} = \frac{145}{24}$.

c) $p = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $M_3(\sqrt{3}; \sqrt{3})$; $M_3F = x + \frac{p}{2} = \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$.

3. $p = d(A, d) = \frac{1}{2}$; (P): $y^2 = x$.

4. Ta có: $d(M, \Delta) + d(N, \Delta) = MF + NF = MN$; $d(I, \Delta) = \frac{d(M, \Delta) + d(N, \Delta)}{2} = \frac{MN}{2}$.

Do $d(I, \Delta) = \frac{MN}{2}$ nên ta có đường tròn đường kính MN có tâm I và tiếp xúc với Δ.

5. Ta có: $MF = d(M, \Delta) = R$ là bán kính của đường tròn tâm M và tiếp xúc với Δ.

6. a) $\frac{p}{2} = 112 \Rightarrow p = 224 \Rightarrow (P)$: $y^2 = 448x$; b) $x_A = \frac{p}{2} = 112 \Rightarrow AF = d(F, \Delta) = p = 224$ (km).

7. p = 3; $M(1; \sqrt{6})$; $MF = x + \frac{p}{2} = 1 + \frac{3}{2} = 2,5$ (cm).

Bài 4. **TÍNH CHẤT CHUNG CỦA BA ĐƯỜNG CONIC**

I. MỤC TIÊU

1. Yêu cầu cần đạt

– Nhận biết được đường conic như là giao của mặt phẳng với mặt nón.

– Nêu được định nghĩa chung của đường conic theo tiêu điểm, đường chuẩn và tâm sai.

– Phân loại được đường conic theo giá trị của tâm sai.

– Lập được phương trình của một đường conic khi biết toạ độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn và giá trị của tâm sai.

2. Năng lực cần chú trọng: mô hình hoá toán học; giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

3. Tích hợp: Toán học và cuộc sống, tích hợp các môn học khác.

II. MỘT SỐ CHÚ Ý

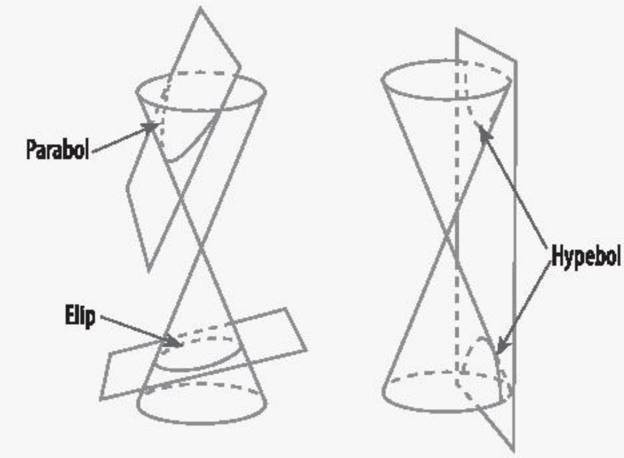
1. Tính chất chung của ba conic dẫn đến định nghĩa conic theo tiêu cự, tiêu điểm và đường chuẩn.

2. GV hướng dẫn HS cách viết phương trình của một đường conic khi biết toạ độ tiêu điểm, phương trình đường chuẩn và giá trị của tâm sai.

3. HS cần làm quen với việc phân loại các quỹ đạo theo giá trị của tâm sai.

III. GỢI Ý TỔ CHỨC CÁC HOẠT ĐỘNG

HĐKĐ



Tại sao người ta gọi elip, hypebol, parabol là ba đường conic?

Mục đích: Tạo cơ hội để HS thảo luận về khái niệm ba đường conic và giao tuyến giữa mặt phẳng và mặt nón, kết nối giữa tên gọi conic và cone (mặt nón).

1. Giao của mặt phẳng và mặt nón tròn xoay

HĐKP 1

1 **Gắn một đoạn ống nhựa vào đầu bóng của một đèn chiếu nhỏ để tạo ra một chùm ánh sáng hình mặt nón tròn xoay (Hình 1a, b). Chiếu đèn lên một bức tường với các góc nghiêng khác nhau để ánh sáng từ đèn hắt lên bức tường tạo thành các bóng khác nhau (Hình 1c, d, e). Nhận xét hình ảnh bạn nhìn thấy trên bức tường.**

a) b)

c) d) e)

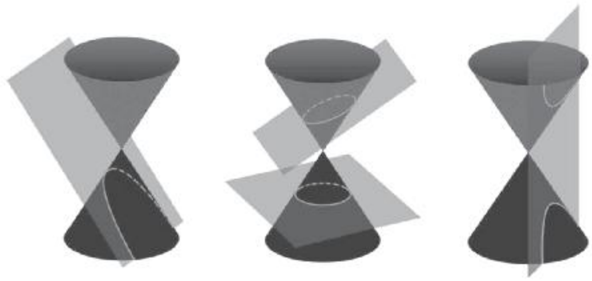
Hình 1

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm, khám phá công cụ stem giúp tạo ra các đường conic là giao của nón ánh sáng và mặt phẳng bức tường. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá hoặc tổ chức cho HS thuyết trình.

HĐTH 1

1 **Giao của mặt phẳng và mặt nón trong Hình 2b, c có dạng đường gì?**



Hình 2

Mục đích: HS thực hành nhận diện các đường conic để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 1

1 **Khi máy bay bay song song với mặt đất với vận tốc lớn hơn vận tốc của âm thanh sẽ tạo ra các lớp không khí dao động có hình mặt nón (nón Mach) (Hình 3) và tạo ra tiếng nổ mạnh, gọi là tiếng nổ siêu thanh. Những người trên mặt đất nếu nghe thấy tiếng nổ này cùng một thời điểm thì vị trí của họ cùng thuộc một đường hypebol. Hãy giải thích điều này.**

Hình 3

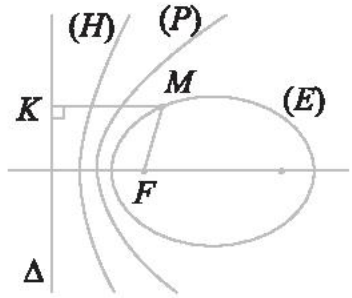
Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức conic vào thực tế giải thích hiện tượng vật lí về sóng âm thanh.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp hoặc tổ chức cho HS thuyết trình.

Hướng dẫn – đáp án: Các vị trí nghe thấy tiếng nổ thuộc giao của mặt nón Mach và mặt đất, giao tuyến này là một nhánh của đường hypebol.

2. Xác định đường conic theo tâm sai, tiêu điểm và đường chuẩn

HĐKP 2



Hình 4

2 **Cho đường conic có tiêu điểm F, đường chuẩn Δ và một điểm M là điểm nằm trên đường conic đó. Tìm mối liên hệ giữa tỉ số $\dfrac{FM}{d(M, \Delta)}$ và tên gọi của đường conic.**

Mục đích: Giúp HS có cơ hội trải nghiệm khám phá định nghĩa chung của ba đường conic. Cách đặt vấn đề này có khả năng thu hút HS vào bài học.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐTH 2

2 **Xác định tâm sai, toạ độ một tiêu điểm và phương trình đường chuẩn tương ứng của mỗi đường conic sau:**

a) $\dfrac{x^2}{5}+\dfrac{y^2}{2}=1$; b) $\dfrac{x^2}{12}-\dfrac{y^2}{4}=1$; c) $y^2=\dfrac{1}{2}x$.

Mục đích: HS thực hành xác định các thành phần của conic để rèn luyện kĩ năng theo yêu cầu cần đạt.

Gợi ý tổ chức: GV nêu câu hỏi, HS trả lời, lớp nhận xét, GV đánh giá.

HĐVD 2

2 **Quỹ đạo của các vật thể sau đây là những đường conic. Những đường này là elip, parabol hay hypebol?**

Tên	Tâm sai
Trái Đất	0,0167
Sao chổi Halley	0,9671
Sao chổi Great Southern of 1887	1,0
Vật thể Oumuamua	1,2


Hình 5. Vật thể Oumuamua

Nguồn: https://vi.wikipedia.org/wiki/oumuamud

Mục đích: HS có cơ hội vận dụng kiến thức phân loại conic vào thực tế nhận diện quỹ đạo các vật thể trong không gian.

Gợi ý tổ chức: HS trả lời yêu cầu của hoạt động vào vở, GV sửa chung trước lớp.

Hướng dẫn – đáp án:

Tên	**Tâm sai**	**Quỹ đạo**
Trái Đất	$e<1$	Elip
Sao chổi Halley	$e<1$	Elip
Sao chổi Great Southern of 1887	$e=1$	Parabol
Vật thể Oumuamua	$e>1$	Hypebol

IV. HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) $a=3$; $b=\sqrt{7}$; $c=\sqrt{2}$; $e=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$; $F_1(-\sqrt{2};0)$; Δ_1: $x=-\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$; $F_2(\sqrt{2};\ 0)$; Δ_2: $x=\dfrac{9\sqrt{2}}{2}$.

b) $a=\sqrt{15}$; $b=\sqrt{10}$; $c=5$; $e=\dfrac{\sqrt{15}}{3}$; $F_1(-5;\ 0)$; Δ_1: $x=-3$; $F_2(5;\ 0)$; Δ_2: $x=3$.

c) $p=\dfrac{1}{2}$; $e=1$; $F\left(\dfrac{1}{4};0\right)$; Δ: $x=-\dfrac{1}{4}$.

2. (P): $y^2=4x$.

3. a) $M(x;\ y)\in(C)\Leftrightarrow\dfrac{MF}{d(M,\Delta)}=e\Leftrightarrow(x-8)^2+y^2=4(x-2)^2\Leftrightarrow 3x^2-y^2=48\Leftrightarrow\dfrac{x^2}{16}-\dfrac{y^2}{48}=1.$

b) $M(x;\ y)\in(C)\Leftrightarrow\dfrac{MF}{d(M,\Delta)}=e\Leftrightarrow(x+4)^2+y^2=\dfrac{16}{25}\left(x+\dfrac{25}{4}\right)^2$

$$\Leftrightarrow\frac{9}{25}x^2+y^2=9\Leftrightarrow\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1.$$

4.

Tên	**Tâm sai**	**Quỹ đạo**
Sao Hoả	$e<1$	Elip
Mặt Trăng	$e<1$	Elip
Sao Thuỷ	$e<1$	Elip
Sao chổi Ikeya-Seki	$e\approx 1$	Parabol
C/2019 Q4	$e>1$	Hypebol

BÀI TẬP CUỐI CHUYÊN ĐỀ 3

HƯỚNG DẪN GIẢI, ĐÁP ÁN CÁC BÀI TẬP

1. a) Elip (E): $\frac{x^2}{169}+\frac{y^2}{144}=1$ có $a=13$; $b=12$; $c=5$.

Các đỉnh: $A_1(-13; 0)$; $A_2(13; 0)$; $B_1(0; -12)$; $B_2(0; 12)$.

Các tiêu điểm: $F_1(-5; 0)$; $F_2(5; 0)$.

Bán kính qua tiêu: $MF_1 = a+\frac{c}{a}x = 13+\frac{5}{13}x$; $MF_2 = a-\frac{c}{a}x = 13-\frac{5}{13}x$.

b) Hypebol (H): $\frac{x^2}{25}-\frac{y^2}{144}=1$ có $a=5$; $b=12$; $c=13$.

Các đỉnh: $A_1(-5; 0)$; $A_2(5; 0)$.

Các tiêu điểm: $F_1(-13; 0)$; $F_2(13; 0)$.

Bán kính qua tiêu: $MF_1 = \left|a+\frac{c}{a}x\right| = \left|5+\frac{13}{5}x\right|$; $MF_2 = \left|a-\frac{c}{a}x\right| = \left|5-\frac{13}{5}x\right|$.

c) Parabol (P): $y^2 = 11x$ có $p=\frac{11}{2}$.

Tiêu điểm: $F\left(\frac{11}{4}; 0\right)$.

Bán kính qua tiêu: $FM = x+\frac{p}{2} = x+\frac{11}{4}$.

2. Elip (E) có $a=5$; $b=3$; $c=4$.

a) Các đỉnh: $A_1(-5; 0)$; $A_2(5; 0)$; $B_1(0; -3)$; $B_2(0; 3)$.

Các tiêu điểm: $F_1(-4; 0)$; $F_2(4; 0)$.

Tâm sai $e=\frac{c}{a}=\frac{4}{5}$.

b) $\frac{p}{2}=c=4 \Rightarrow p=8$ nên (P): $y^2=16x$.

c) $a'=c=4$; $c'=a=5$; $b'=3$; (H): $\frac{x^2}{16}-\frac{y^2}{9}=1$ và $e=\frac{c'}{a'}=\frac{5}{4}$.

3. a) (E): $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ có $a=4$; $b=2\sqrt{3}$; $c=2$.

(E) có tâm sai $e=\frac{c}{a}=\frac{1}{2}$. Các tiêu điểm: $F_1(-2; 0)$; $F_2(2; 0)$.

Đường chuẩn Δ_1: $x+8=0$, Δ_2: $x-8=0$.

b) (H): $\frac{x^2}{14}-\frac{y^2}{2}=1$ có $a=\sqrt{14}$; $b=\sqrt{2}$; $c=4$.

(H) có tâm sai $e = \frac{c}{a} = \frac{4}{\sqrt{14}} = \frac{2\sqrt{14}}{7}$.

Các tiêu điểm: $F_1(-4; 0)$; $F_2(4; 0)$.

Đường chuẩn Δ_1: $x + \frac{7}{2} = 0$, Δ_2: $x - \frac{7}{2} = 0$.

c) (P): $y^2 = 7x$ có $p = \frac{7}{2}$ và tâm sai $e = 1$.

Tiêu điểm $F\left(\frac{7}{4}; 0\right)$.

Đường chuẩn Δ: $x = -\frac{7}{4}$.

4. Ta có: $MF = \sqrt{(x-1)^2 + (y-1)^2}$ và $d(M, \Delta) = \frac{|x+y-1|}{\sqrt{2}}$.

a) $e = \frac{1}{2} < 1$ nên (L_1) là một elip. Ta có:

$$M(x; y) \in (L_1) \Leftrightarrow \frac{MF}{d(M, \Delta)} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 4MF^2 = d^2(M, \Delta)$$

$$\Leftrightarrow 4[(x-1)^2 + (y-1)^2] = \frac{(x+y-1)^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow 8(x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2) = (x + y - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow 7x^2 + 7y^2 - 2xy - 14x - 14y + 15 = 0.$$

Vậy elip (L_1) có phương trình $7x^2 + 7y^2 - 2xy - 14x - 14y + 15 = 0$.

b) $e = 1$ nên (L_2) là một parabol. Ta có :

$$M(x; y) \in (L_2) \Leftrightarrow \frac{MF}{d(M, \Delta)} = 1 \Leftrightarrow MF^2 = d^2(M, \Delta)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{(x+y-1)^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2(x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2) = (x + y - 1)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy - 2x - 2y + 3 = 0.$$

Vậy parabol (L_2) có phương trình $x^2 + y^2 - 2xy - 2x - 2y + 3 = 0$.

c) $e = 2 > 1$ nên (L_3) là một hypebol. Ta có:

$$M(x; y) \in (L_3) \Leftrightarrow \frac{MF}{d(M, \Delta)} = 2 \Leftrightarrow MF^2 = 4d^2(M, \Delta)$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4\frac{(x+y-1)^2}{2}$$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 2y + 2 = 2(x + y - 1)^2$

$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 4xy - 2x - 2y = 0.$

Vậy hypebol (L_3) có phương trình $x^2 + y^2 + 4xy - 2x - 2y = 0$.

5. Ta có: $\dfrac{a+c}{a-c} = \dfrac{1+e}{1-e} \Rightarrow a + c = \dfrac{1+e}{1-e}(a-c) = \dfrac{1+0,0549}{1-0,0549}\,.\,362\ 600 \approx 404\ 726$ (km).

Vậy khoảng cách xa nhất giữa tâm Trái Đất và tâm Mặt Trăng khoảng 404 726 km.

6. (P) có $\dfrac{p}{2} = SF_2 = 2 \Rightarrow p = 4 \Rightarrow (P)$: $y^2 = 8x$.

(H) có $2c = F_1F_2 = SF_1 - SF_2 = 12 \Rightarrow c = 6$; $a = \dfrac{F_1F_2}{2} - AF_1 = 5$; $b^2 = 11$; (H): $\dfrac{x^2}{25} - \dfrac{y^2}{11} = 1$.

7. a) Phương trình chính tắc của (P) có dạng $y^2 = 2px$.

Ta có: $OF = \dfrac{p}{2} = \dfrac{1}{6} \Rightarrow p = \dfrac{1}{3}$.

Vậy phương trình chính tắc của (P) là: $y^2 = \dfrac{2}{3}x$.

b) $MF = x + \dfrac{p}{2} = 0,06 + \dfrac{1}{6} \approx 0,23$ (m).

8. a) Phương trình chính tắc của (P) có dạng $y^2 = 2px$.

Ta có: $M(24; 16) \in$ (P) $\Rightarrow p = \dfrac{y^2}{2x} = \dfrac{16^2}{2\,.\,24} = \dfrac{16}{3}$.

Vậy phương trình chính tắc của (P) là: $y^2 = \dfrac{32}{3}x$.

b) $OF = \dfrac{p}{2} = \dfrac{8}{3}$ (cm).

HUÂN CHƯƠNG HỒ CHÍ MINH

BỘ SÁCH GIÁO VIÊN LỚP 10 – CHÂN TRỜI SÁNG TẠO

1. NGỮ VĂN 10, TẬP MỘT - Sách giáo viên
2. NGỮ VĂN 10, TẬP HAI - Sách giáo viên
3. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP NGỮ VĂN 10 - Sách giáo viên
4. TOÁN 10 - Sách giáo viên
5. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP TOÁN 10 - Sách giáo viên
6. TIẾNG ANH 10
   Friends Global - Teacher's Guide
7. LỊCH SỬ 10 - Sách giáo viên
8. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP LỊCH SỬ 10 - Sách giáo viên
9. ĐỊA LÍ 10 - Sách giáo viên
10. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP ĐỊA LÍ 10 - Sách giáo viên
11. GIÁO DỤC KINH TẾ VÀ PHÁP LUẬT 10 - Sách giáo viên
12. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP
    GIÁO DỤC KINH TẾ VÀ PHÁP LUẬT 10 - Sách giáo viên
13. VẬT LÍ 10 - Sách giáo viên
14. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP VẬT LÍ 10 - Sách giáo viên
15. HOÁ HỌC 10 - Sách giáo viên
16. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP HOÁ HỌC 10 - Sách giáo viên
17. SINH HỌC 10 - Sách giáo viên
18. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP SINH HỌC 10 - Sách giáo viên
19. ÂM NHẠC 10 - Sách giáo viên
20. CHUYÊN ĐỀ HỌC TẬP ÂM NHẠC 10 - Sách giáo viên
21. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
    HƯỚNG NGHIỆP 10 (BẢN 1) - Sách giáo viên
22. HOẠT ĐỘNG TRẢI NGHIỆM,
    HƯỚNG NGHIỆP 10 (BẢN 2) - Sách giáo viên
23. GIÁO DỤC QUỐC PHÒNG VÀ AN NINH 10 -
    Sách giáo viên

Các đơn vị đầu mối phát hành

- **Miền Bắc:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Hà Nội
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Bắc
- **Miền Trung:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Đà Nẵng
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Trung
- **Miền Nam:** CTCP Đầu tư và Phát triển Giáo dục Phương Nam
  CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục miền Nam
- **Cửu Long:** CTCP Sách và Thiết bị Giáo dục Cửu Long

Sách điện tử: http://hanhtrangso.nxbgd.vn

Kích hoạt để mở học liệu điện tử: Cào lớp nhũ trên tem để nhận mã số. Truy cập http://hanhtrangso.nxbgd.vn và nhập mã số tại biểu tượng chìa khoá.

ISBN 978-604-0-32758-1

9 786040 327581

Giá: 19.000 đ