

ĐS6.CHUYÊN ĐỀ 9 – PHÂN SỐ

CHỦ ĐỀ 4: TÌM PHÂN SỐ X

PHẦN I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

* Hai phân số bằng nhau

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a.d = b.c \quad (\text{với } a, b, c, d \in \mathbb{Z}, b \neq 0, d \neq 0)$$

* Các phép toán về phân số

a. Cộng, trừ phân số cùng mẫu:

$$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m} \quad (m \neq 0)$$

$$\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m} \quad (m \neq 0, a \geq b)$$

b. Cộng, trừ phân số không cùng mẫu:

- Quy đồng mẫu các phân số

- Cộng các tử của các phân số đã được quy đồng và giữ nguyên mẫu chung.

c. Nhân các phân số: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a.c}{b.d} \quad (b, d \neq 0)$

d. Chia 2 phân số: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a.d}{b.c} \quad (b, c, d \neq 0)$

* Tính chất cơ bản của phép cộng và nhân phân số:

a. Tính chất giao hoán:

- Phép cộng: $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \quad (b, d \neq 0)$

- Phép nhân: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{a}{b} \quad (b, d \neq 0)$

b. Tính chất kết hợp :

- Phép cộng : $\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{m}{n} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{m}{n}\right) \quad (b, d, n \neq 0)$

- Phép nhân: $\left(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \cdot \left(\frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n}\right) \quad (b, d, n \neq 0)$

c. Tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng (trừ):

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) \cdot \frac{m}{n} = \frac{a}{b} \cdot \frac{m}{n} + \frac{c}{d} \cdot \frac{m}{n} \quad (b, d, n \neq 0)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{d} = \frac{c}{d} \cdot \frac{d}{d} \Rightarrow \frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{c \cdot d}{d \cdot d} \Rightarrow \frac{a \cdot d}{b \cdot d} = \frac{c \cdot d}{d \cdot d}$$

PHẦN II. CÁC DẠNG BÀI

Dạng 1. Tìm x sử dụng tính chất hai phân số bằng nhau.

I. Phương pháp giải.

- Sử dụng tính chất của hai phân số bằng nhau $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c$ (với $a, b, c, d \in \mathbb{Z}, b \neq 0, d \neq 0$) để tìm x

II. Bài toán.

Bài 1. Tìm x biết :

a) $\frac{x}{18} = \frac{-5}{6}$

b) $\frac{-35}{x} = \frac{7}{3}$

Lời giải

a) $\frac{x}{18} = \frac{-5}{6} \Rightarrow x \cdot 6 = 18 \cdot (-5)$

$$x \cdot 6 = -90$$

$$x = -90 : 6$$

$$x = -15$$

$$\text{Vậy } x = -15$$

b) $\frac{-35}{x} = \frac{7}{3} \Rightarrow -35 \cdot 3 = 7x$

$$-105 = 7x$$

$$x = -105 : 7$$

$$x = -15$$

$$\text{Vậy } x = -15$$

Bài 2. Tìm x biết :

a) $\frac{x-1}{3} = \frac{-2}{5}$

b) $\frac{x+5}{4} = \frac{x-3}{5}$

Lời giải

a) $\frac{x-1}{3} = \frac{-2}{5} \Rightarrow (x-1)5 = 3 \cdot (-2)$

$$(x-1)5 = -6$$

$$5x - 5 = -6$$

$$5x = -1$$

$$x = \frac{-1}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-1}{5}$$

$$\text{b) } \frac{x+5}{4} = \frac{x-3}{5} \Rightarrow (x+5)5 = 4(x-3)$$

$$5x + 25 = 4x - 12$$

$$5x - 4x = -12 - 25$$

$$x = -37$$

$$\text{Vậy } x = -37$$

Bài 3. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{23+x}{40+x} = \frac{3}{4}$$

$$\text{b) } \frac{x+10}{27} = \frac{x}{9}$$

Lời giải

$$\frac{23+x}{40+x} = \frac{3}{4} \Rightarrow 4(23+x) = 3(40+x)$$

a)

$$92 + 4x = 120 + 3x$$

$$4x - 3x = 120 - 92$$

$$x = 28$$

$$\text{Vậy } x = 28$$

$$\text{b) } \frac{x+10}{27} = \frac{x}{9} \Rightarrow 9(x+10) = 27x$$

$$9x + 90 = 27x$$

$$9x - 27x = -90$$

$$-18x = -90$$

$$x = (-90) : (-18) = 5$$

$$\text{Vậy } x = 5$$

Bài 4. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{-7}{x} = \frac{-21}{x-34}$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} = \frac{x+1}{3x}$$

Lời giải

$$\frac{-7}{x} = \frac{-21}{x-34} \Rightarrow -7(x-34) = -21x$$

a)

$$-7x + 238 = -21x$$

$$-7x + 21x = -238$$

$$14x = -238$$

$$x = -238 : 14 = -17$$

$$\text{Vậy } x = -17$$

$$\text{b) } \frac{1}{2} = \frac{x+1}{3x} \Rightarrow 3x = 2(x+1)$$

$$3x = 2x + 2$$

$$3x - 2x = 2$$

$$x = 2$$

$$\text{Vậy } x = 2$$

Bài 5. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{x}{3} = \frac{27}{x}$$

$$\text{b) } \frac{-4}{x} = \frac{x}{-9}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x}{3} = \frac{27}{x} \Rightarrow x.x = 3.27$$

$$x^2 = 81$$

$$x^2 = 9^2$$

$$\Rightarrow x = 9 \text{ hoặc } x = -9$$

$$\text{Vậy } x = 9 \text{ hoặc } x = -9$$

$$\frac{-4}{x} = \frac{x}{-9} \Rightarrow (-4).(-9) = x.x$$

b)

$$x^2 = 36$$

$$x^2 = 6^2$$

$$\Rightarrow x = 6 \text{ hoặc } x = -6$$

$$\text{Vậy } x = 6 \text{ hoặc } x = -6$$

Bài 6. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{x-1}{2} = \frac{8}{x-1}$$

$$\text{b) } \frac{-3}{x-2} = \frac{x-2}{-27}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x-1}{2} = \frac{8}{x-1} \Rightarrow (x-1)(x-1) = 2.8$$

$$(x-1)^2 = 16$$

$$(x-1)^2 = 4^2$$

$$\Rightarrow x-1 = 4 \text{ hoặc } x-1 = -4$$

$$\Rightarrow x=5 \text{ hoặc } x=-3$$

$$\text{Vậy } x=5 \text{ hoặc } x=-3$$

$$\frac{-3}{x-2} = \frac{x-2}{-27} \Rightarrow (-3).(-27) = (x-2)^2$$

b)

$$(x-2)^2 = 81$$

$$(x-2)^2 = 9^2$$

$$\Rightarrow x-2=9 \text{ hoặc } x-2=-9$$

$$\Rightarrow x=11 \text{ hoặc } x=-7$$

$$\text{Vậy } x=11 \text{ hoặc } x=-7$$

Bài 6. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{-5}{4-x} = \frac{4-x}{-5}$$

$$\text{b) } \frac{-7}{x-3} = \frac{3-x}{7}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{-5}{4-x} = \frac{4-x}{-5} \Rightarrow (-5).(-5) = (4-x)^2$$

$$(4-x)^2 = 25$$

$$(4-x)^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow 4-x=5 \text{ hoặc } 4-x=-5$$

$$\Rightarrow x=-1 \text{ hoặc } x=9$$

$$\text{Vậy } x=-1 \text{ hoặc } x=9$$

$$\text{b) } \frac{-7}{x-3} = \frac{3-x}{7} \Rightarrow -7.7 = (x-3)(3-x)$$

$$(x-3)^2=49$$

$$(x-3)^2=7^2$$

$$\Rightarrow x-3=7 \text{ hoặc } x-3=-7$$

$$\Rightarrow x=10 \text{ hoặc } x=-4$$

$$\text{Vậy } x=10 \text{ hoặc } x=-4$$

Bài 7. Tìm x, y biết :

$$\text{a) } \frac{4}{x} = \frac{y}{21} = \frac{28}{49}$$

$$\text{b) } \frac{2}{x} = \frac{y}{15} = \frac{-25}{75}$$

Lời giải

$$\text{Ta có } \frac{4}{x} = \frac{28}{49} \Rightarrow 4.49 = x.28$$

a)

$$28x=196$$

$$x=196:28=7$$

$$\frac{y}{21} = \frac{28}{49} \Rightarrow 49y=21.28$$

$$49y=588$$

$$y=588:49=12$$

$$\text{Vậy } x=7 \text{ và } y=12$$

$$\text{b) Ta có } \frac{2}{x} = \frac{-25}{75} \Rightarrow 2.75 = -25x$$

$$150 = -25x$$

$$x=150:(-25)=-6$$

$$\frac{y}{15} = \frac{-25}{75} \Rightarrow 75y = -25 \cdot 15$$

$$75y = -375$$

$$y = -375 : 75 = -5$$

Vậy $x = -6$ và $y = -5$

Bài 8. Tìm x, y biết :

$$\text{a) } \frac{-5}{x} = \frac{y}{16} = \frac{-18}{72}$$

$$\text{b) } \frac{2}{x} = \frac{y}{21} = \frac{-10}{15}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \text{a) Ta có } \frac{-5}{x} &= \frac{-18}{72} \Rightarrow -5 \cdot 72 = -18x \\ -360 &= -18x \end{aligned}$$

$$x = -360 : (-18) = 2$$

$$\frac{y}{16} = \frac{-18}{72} \Rightarrow 72y = -18 \cdot 16$$

$$72y = -288$$

$$y = -288 : 72 = -4$$

Vậy $x = 2$ và $y = -4$

Bài 9. Tìm x, y biết : $\frac{-3}{x-1} = \frac{y-2}{8} = \frac{-12}{16}$

Lời giải

$$\frac{-3}{x-1} = \frac{-12}{16} \Rightarrow -3 \cdot 16 = -12(x-1)$$

Ta có

$$-48 = -12(x-1)$$

$$x-1 = -48 : (-12)$$

$$x-1 = 4$$

$$x=4+1=5$$

$$\frac{y-2}{8} = \frac{-12}{16} \Rightarrow (y-2)16 = -12.8$$

$$(y-2)16 = -96$$

$$y-2 = -96:16$$

$$y-2 = -6$$

$$y = -6+2 = -4$$

Vậy $x=5$ và $y=-4$

Bài 10. Tìm x, y biết : $\frac{x+2}{7} = \frac{y-1}{14} = \frac{-15}{35}$

Lời giải

Ta có

$$\frac{x+2}{7} = \frac{-15}{35} \Rightarrow (x+2)35 = -15.7$$

$$(x+2)35 = -105$$

$$x+2 = -105:35$$

$$x+2 = -3$$

$$x = -3-2 = -5$$

$$\frac{y-1}{14} = \frac{-15}{35} \Rightarrow 35(y-1) = 14.(-15)$$

$$35(y-1) = -210$$

$$y-1 = -210:35$$

$$y-1 = -6$$

$$y = -6 + 1 = -5$$

Vậy $x = -5$ và $y = -5$

Dạng 2. Tìm x trong các phép toán thông thường.

I. Phương pháp giải.

* Xác định quan hệ giữa các số trong phép cộng, phép trừ, phép nhân, phép chia:

- Trong phép cộng: Muốn tìm một số hạng ta lấy tổng trừ đi số hạng kia.

- Trong phép trừ: Muốn tìm số bị trừ ta lấy số trừ cộng hiệu.

Muốn tìm số trừ ta lấy số bị trừ trừ đi hiệu.

- Trong phép nhân: Muốn tìm một thừa số ta lấy tích chia cho thừa số kia.

- Trong phép chia: Muốn tìm số bị chia ta lấy số chia nhân với thương.

Muốn tìm số chia ta lấy số bị chia chia cho thương.

* Nếu đề bài tìm x có nhiều dấu ngoặc thì ưu tiên tìm phần trong ngoặc theo thứ tự: $\{ \} \rightarrow [] \rightarrow ()$

Sau nhiều lần tìm phần ưu tiên bài toán đưa về dạng cơ bản.

II. Bài toán.

Bài 1. Tìm x biết:

$$a) \frac{3}{8} - \frac{1}{6}x = \frac{1}{4}$$

$$b) x : \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{-2}{3}$$

Lời giải

$$a) \frac{3}{8} - \frac{1}{6}x = \frac{1}{4}$$

$$b) x : \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{-2}{3}$$

$$\frac{1}{6}x = \frac{3}{8} - \frac{1}{4}$$

$$x : \frac{3}{4} = \frac{-2}{3} - \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{6}x = \frac{3}{8} - \frac{2}{8}$$

$$x : \frac{3}{4} = \frac{-8}{12} - \frac{3}{12}$$

$$\frac{1}{6}x = \frac{1}{8}$$

$$x : \frac{3}{4} = \frac{-11}{12}$$

$$x = \frac{1}{8} : \frac{1}{6} = \frac{3}{4}$$

$$x = \frac{-11}{12} : \frac{3}{4} = \frac{-11}{16}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{3}{4}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-11}{16}$$

Bài 2. Tìm x biết:

$$a) \quad x - \frac{3}{7} : \frac{9}{14} = \frac{-7}{3}$$

$$b) \quad \frac{9}{13}x = \frac{11}{8} - \frac{125}{1000}$$

Lời giải

$$a) \quad x - \frac{3}{7} : \frac{9}{14} = \frac{-7}{3}$$

$$b) \quad \frac{9}{13}x = \frac{11}{8} - \frac{125}{1000}$$

$$x - \frac{2}{3} = \frac{-7}{3}$$

$$\frac{9}{13}x = \frac{11}{8} - \frac{1}{8}$$

$$x = \frac{-7}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{9}{13}x = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{-5}{3}$$

$$x = \frac{5}{4} : \frac{9}{13}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-5}{3}$$

$$x = \frac{5}{4} \cdot \frac{13}{9}$$

$$x = \frac{65}{36}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{65}{36}$$

Bài 3. Tìm x biết :

$$a) \quad \left(x - \frac{1}{2} \right) : \frac{3}{11} = \frac{11}{4}$$

$$b) \quad \left(\frac{1}{3} - 2x \right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{-8}{25}$$

Lời giải

$$a) \quad \left(x - \frac{1}{2} \right) : \frac{3}{11} = \frac{11}{4}$$

$$\left(\frac{1}{3} - 2x \right) \cdot \frac{2}{5} = \frac{-8}{25}$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{11}{4} \cdot \frac{3}{11}$$

b)

$$\frac{1}{3} - 2x = \frac{-8}{25} : \frac{2}{5}$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{3} - 2x = \frac{-4}{5}$$

$$x = \frac{3}{4} + \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{1}{3} + \frac{4}{5}$$

$$x = \frac{3}{4} + \frac{2}{4} = \frac{5}{4}$$

$$2x = \frac{17}{15}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

Vậy

$$x = \frac{17}{15} : 2$$

$$x = \frac{17}{30}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{17}{30}$$

Bài 4. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{1}{3} : x - \frac{20}{100} = -\frac{16}{32}$$

$$\text{b) } \left(\frac{9}{2} - 2x \right) \cdot \frac{11}{7} = -\frac{11}{14}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{1}{3} : x - \frac{20}{100} = -\frac{16}{32}$$

$$\left(\frac{9}{2} - 2x \right) \cdot \frac{11}{7} = -\frac{11}{14}$$

$$\frac{1}{3} : x - \frac{1}{5} = -\frac{1}{2}$$

b)

$$\frac{1}{3} : x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$$

$$\frac{9}{2} - 2x = -\frac{11}{14} : \frac{11}{7}$$

$$\frac{1}{3} : x = -\frac{3}{10}$$

$$\frac{9}{2} - 2x = -\frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{3} : -\frac{3}{10} = -\frac{10}{9}$$

$$2x = \frac{9}{2} + \frac{1}{2}$$

$$\text{Vậy } x = -\frac{10}{9}$$

$$2x = 5$$

$$x = \frac{5}{2}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{5}{2}$$

Bài 5. Tìm x biết :

$$\text{a) } \left(\frac{-3}{5}x - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{3}{4} - (-1) = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{9}{12} - \left(\frac{-1}{3}x - \frac{17}{12} \right) = \frac{(-2)^2}{9}$$

Lời giải

$$\text{a) } \left(\frac{-3}{5}x - \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{3}{4} - (-1) = \frac{1}{3}$$

$$\text{b) } \frac{9}{12} - \left(\frac{-1}{3}x - \frac{17}{12} \right) = \frac{(-2)^2}{9}$$

$$\left(\frac{-3}{5}x - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{3} + (-1)$$

$$\frac{3}{4} - \left(\frac{-1}{3}x - \frac{17}{12}\right) = \frac{4}{9}$$

$$\left(\frac{-3}{5}x - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{3}{4} = \frac{-2}{3}$$

$$\frac{-1}{3}x - \frac{17}{12} = \frac{3}{4} - \frac{4}{9}$$

$$\frac{-3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{-2}{3} : \frac{3}{4}$$

$$\frac{-1}{3}x - \frac{17}{12} = \frac{11}{36}$$

$$\frac{-3}{5}x - \frac{1}{2} = \frac{-8}{9}$$

$$\frac{-1}{3}x = \frac{11}{36} + \frac{17}{12}$$

$$\frac{-3}{5}x = \frac{-8}{9} + \frac{1}{2}$$

$$\frac{-1}{3}x = \frac{31}{18}$$

$$\frac{-3}{5}x = \frac{-16}{18} + \frac{9}{18}$$

$$x = \frac{31}{18} : \left(\frac{-1}{3}\right)$$

$$\frac{-3}{5}x = \frac{-7}{18}$$

$$x = \frac{-31}{6}$$

$$x = \frac{-7}{18} : \frac{-3}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{-31}{6}$$

$$x = \frac{35}{54}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{35}{54}$$

Bài 6. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{x}{2} + \frac{x}{5} = \frac{17}{10}$$

$$\text{b) } \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{21}{12}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x}{2} + \frac{x}{5} = \frac{17}{10}$$

$$\text{b) } \frac{x}{3} + \frac{x}{4} = \frac{21}{12}$$

$$x \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} \right) = \frac{17}{10}$$

$$\left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) x = \frac{21}{12}$$

$$x \cdot \frac{7}{10} = \frac{17}{10}$$

$$\frac{7}{12}x = \frac{21}{12}$$

$$x = \frac{17}{10} : \frac{7}{10}$$

$$x = \frac{17}{7}$$

Vậy $x = \frac{17}{7}$

Bài 7. Tìm x biết :

a) $\frac{x}{2} - \left(\frac{3x}{5} - \frac{13}{5} \right) = \left(\frac{7}{5} + \frac{7}{10}x \right)$

Lời giải

a) $\frac{x}{2} - \left(\frac{3x}{5} - \frac{13}{5} \right) = \left(\frac{7}{5} + \frac{7}{10}x \right)$

$$\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} + \frac{13}{5} = \frac{7}{5} + \frac{7}{10}x$$

$$\frac{x}{2} - \frac{3x}{5} - \frac{7x}{10} = \frac{7}{5} - \frac{13}{5}$$

$$\frac{-4}{5}x = \frac{-6}{5}$$

$$x = \frac{-6}{5} : \frac{-4}{5} = \frac{3}{2}$$

Vậy $x = \frac{3}{2}$

Bài 8. Tìm x biết :

a) $\frac{2x-3}{3} + \frac{-3}{2} = \frac{5-3x}{6} - \frac{1}{3}$

Lời giải

a) $\frac{2x-3}{3} + \frac{-3}{2} = \frac{5-3x}{6} - \frac{1}{3}$

$$\frac{4x-6+(-9)}{6} = \frac{5-3x-2}{6}$$

$$4x-15=3-3x$$

$$7x=18$$

$$x = \frac{21}{12} : \frac{7}{12}$$

$$x = 3$$

Vậy $x = 3$

b) $\frac{1}{x-1} + \frac{-2}{3} \left(\frac{3}{4} - \frac{6}{5} \right) = \frac{5}{2-2x}$

b) $\frac{1}{x-1} + \frac{3}{10} = \frac{5}{2-2x}$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{5}{2(x-1)} = \frac{-3}{10}$$

$$\frac{7}{2(x-1)} = \frac{-3}{10}$$

$$2(x-1) = -\frac{70}{3}$$

$$x-1 = \frac{-35}{3} \Rightarrow x = \frac{-32}{3}$$

Vậy $x = \frac{-32}{3}$

b) $\frac{2}{3x} - \frac{3}{12} = \frac{4}{5} - \left(\frac{7}{x} - 2 \right)$

b) $\frac{2}{3x} - \frac{3}{12} = \frac{4}{5} - \left(\frac{7}{x} - 2 \right)$

$$\frac{2}{3x} - \frac{1}{4} = \frac{4}{5} - \frac{7}{x} + 2$$

$$\frac{2}{3x} + \frac{7}{x} = \frac{4}{5} + \frac{1}{4} + 2$$

$$x = \frac{18}{7}.$$

Vậy $x = \frac{18}{7}$

$$\frac{23}{3x} = \frac{61}{20}$$

$$3x = \frac{460}{61}$$

$$x = \frac{460}{183}.$$

Vậy $x = \frac{460}{183}$

Bài 9. Tìm x biết :

$$\frac{2}{5} - \left[\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{3}{5}$$

Lời giải

$$\frac{2}{5} - \left[\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{2} \right) = \frac{2}{5} - \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{4} - \left(x + \frac{1}{2} \right) = -\frac{1}{5}$$

$$x + \frac{1}{2} = \frac{3}{4} - \frac{-1}{5}$$

$$x + \frac{1}{2} = \frac{19}{20}$$

$$x = \frac{19}{20} - \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{9}{20}$$

$$x = \frac{9}{20}$$

Vậy

Bài 10. Tìm x biết :

$$\frac{25}{8} : \left[\frac{1}{3} - \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{5}{4}$$

Lời giải

$$\frac{25}{8} : \left[\frac{1}{3} - \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] = \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{3} - \left(x - \frac{1}{2} \right) = \frac{25}{8} : \frac{5}{4}$$

$$\frac{1}{3} - \left(x - \frac{1}{2} \right) = \frac{5}{2}$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{1}{3} - \frac{5}{2}$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{-13}{6}$$

$$x = \frac{-13}{6} + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{-5}{3}$$

$$x = \frac{-5}{3}$$

Vậy

Dạng 3. Tìm x có chứa lũy thừa.

I. Phương pháp giải.

- Đưa về cùng cơ số suy ra số mũ bằng nhau

$$a^m = a^n \Rightarrow m = n \quad (a \neq 1)$$

- Đưa về cùng số mũ suy ra cơ số bằng nhau nếu số mũ lẻ, cơ số bằng nhau hoặc đối nhau nếu số mũ chẵn

$$a^m = b^m \Rightarrow a = b \quad \text{nếu } m \text{ là số lẻ}$$

$$a^m = b^m \Rightarrow a = b \quad \text{hoặc } a = -b \quad \text{nếu } m \text{ là số chẵn}$$

II. Bài toán.

Bài 1. Tìm x biết :

a) $x^2 = \frac{25}{64}$

b) $x^3 = \frac{8}{125}$

Lời giải

a) $x^2 = \frac{25}{64}$

a)

b) $x^3 = \frac{8}{125}$

b)

$$x^2 = \left(\frac{5}{8}\right)^2$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{5}{8}$$

Vậy $x = \pm \frac{5}{8}$

Bài 2. Tìm x biết :

a) $\left(x + \frac{2}{3}\right)^3 = \frac{125}{64}$

Lời giải

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^3 = \frac{125}{64}$$

a)

$$\left(x + \frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{5}{4}\right)^3$$

$$x + \frac{2}{3} = \frac{5}{4}$$

$$x = \frac{5}{4} - \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{7}{12}$$

Vậy $x = \frac{7}{12}$

Bài 3. Tìm x biết :

a) $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$

Lời giải

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$$

a)

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$x^3 = \left(\frac{2}{5}\right)^3$$

$$x = \frac{2}{5}$$

Vậy $x = \frac{2}{5}$

b) $\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{8}{343}$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 = \frac{8}{343}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{2}{7}\right)^3$$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{2}{7}$$

$$x = \frac{2}{7} + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{11}{14}$$

Vậy $x = \frac{11}{14}$

b) $\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$$

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{7}{4}\right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = \frac{5}{3} \\ x - \frac{1}{3} = \frac{-5}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} + \frac{1}{3} \\ x = \frac{-5}{3} + \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = \frac{-4}{3} \end{cases}$$

Vậy $x = 2$ hoặc $x = \frac{-4}{3}$

Bài 4. Tìm x biết :

a) $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{49}{4}$

Lời giải

$$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{49}{4}$$

a)

$$\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{7}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{2}{3} = \frac{7}{2} \\ x - \frac{2}{3} = \frac{-7}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} + \frac{2}{3} \\ x = \frac{-7}{2} + \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{25}{6} \\ x = \frac{-17}{6} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{3}{4} = \frac{7}{4} \\ x + \frac{3}{4} = \frac{-7}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} \\ x = \frac{-7}{4} - \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = \frac{-5}{2} \end{cases}$$

Vậy $x = 1$ hoặc $x = \frac{-5}{2}$

b) $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{81}{25}$

b) $\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \frac{81}{25}$

$$\left(x + \frac{1}{4}\right)^2 = \left(\frac{9}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + \frac{1}{4} = \frac{9}{5} \\ x + \frac{1}{4} = \frac{-9}{5} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{5} - \frac{1}{4} \\ x = \frac{-9}{5} - \frac{1}{4} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{31}{20} \\ x = \frac{-41}{20} \end{cases}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{25}{6} \text{ hoặc } x = \frac{-17}{6}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{31}{20} \text{ hoặc } x = \frac{-41}{20}$$

Bài 5. Tìm x biết :

a) $3^x : 4^x = \frac{27}{64}$

b) $2^x : 5^x = \frac{16}{625}$

Lời giải

$$3^x : 4^x = \frac{27}{64}$$

a)

$$\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{3}{4}\right)^3$$

$$\Rightarrow x = 3$$

$$\text{Vậy } x = 3$$

$$2^x : 5^x = \frac{16}{625}$$

b)

$$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \left(\frac{2}{5}\right)^4$$

$$\Rightarrow x = 4$$

$$\text{Vậy } x = 4$$

Dạng 4. Đưa về tích bằng 0

I. Phương pháp giải.

- Dùng tính chất phân phối của phép nhân đối với phép cộng (phép trừ) đưa về tích của hai số bằng 0
- Vận dụng tích của hai thừa số bằng 0 khi một trong hai thừa số bằng 0 để tìm x

$$ab = 0 \Rightarrow a = 0 \text{ hoặc } b = 0$$

II. Bài toán.

Bài 1. Tìm x biết :

a) $\frac{x-3}{13} + \frac{x-3}{14} = \frac{x-3}{15} + \frac{x-3}{16}$

b) $\frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} = \frac{x+5}{61} + \frac{x+7}{59}$

Lời giải

$$\frac{x-3}{13} + \frac{x-3}{14} - \frac{x-3}{15} - \frac{x-3}{16} = 0$$

a)

$$(x-3) \left(\frac{1}{13} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} - \frac{1}{16} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x-3=0 \text{ vì } \frac{1}{13} - \frac{1}{15} > 0 \text{ và } \frac{1}{14} - \frac{1}{16} > 0 \text{ nên } \frac{1}{13} + \frac{1}{14} - \frac{1}{15} - \frac{1}{16} > 0$$

$$\text{Vậy } x=3$$

b) $\frac{x+1}{65} + \frac{x+3}{63} = \frac{x+5}{61} + \frac{x+7}{59}$

$$\left(\frac{x+1}{65} + 1 \right) + \left(\frac{x+3}{63} + 1 \right) = \left(\frac{x+5}{61} + 1 \right) + \left(\frac{x+7}{59} + 1 \right)$$

$$\frac{x+66}{65} + \frac{x+66}{63} = \frac{x+66}{61} + \frac{x+66}{59}$$

$$(x+66) \left(\frac{1}{65} + \frac{1}{63} - \frac{1}{61} - \frac{1}{59} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x+66=0 \text{ vì } \frac{1}{65} + \frac{1}{63} - \frac{1}{61} - \frac{1}{59} < 0$$

$$x = -66$$

$$\text{Vậy } x = -66$$

Bài 2. Tìm x biết :

a) $\frac{29-x}{21} + \frac{27-x}{23} + \frac{25-x}{25} + \frac{23-x}{27} + \frac{21-x}{29} = -5$

b) $\frac{x-10}{30} + \frac{x-14}{43} + \frac{x-5}{95} + \frac{x-148}{8} = 0$

Lời giải

a) $\frac{29-x}{21} + \frac{27-x}{23} + \frac{25-x}{25} + \frac{23-x}{27} + \frac{21-x}{29} = -5$

$$\left(\frac{29-x}{21} + 1 \right) + \left(\frac{27-x}{23} + 1 \right) + \left(\frac{25-x}{25} + 1 \right) + \left(\frac{23-x}{27} + 1 \right) + \left(\frac{21-x}{29} + 1 \right) = 0$$

$$\frac{50-x}{21} + \frac{50-x}{23} + \frac{50-x}{25} + \frac{50-x}{27} + \frac{50-x}{29} = 0$$

$$(50-x) \left(\frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} \right) = 0$$

$$\Rightarrow 50 - x = 0_{\text{vì}} \frac{1}{21} + \frac{1}{23} + \frac{1}{25} + \frac{1}{27} + \frac{1}{29} > 0$$

$$x = 50$$

Vậy $x = 50$

$$\text{b) } \frac{x-10}{30} + \frac{x-14}{43} + \frac{x-5}{95} + \frac{x-148}{8} = 0$$

$$\left(\frac{x-10}{30} - 3 \right) + \left(\frac{x-14}{43} - 2 \right) + \left(\frac{x-5}{95} - 1 \right) + \left(\frac{x-148}{8} + 6 \right) = 0$$

$$\frac{x-100}{30} + \frac{x-100}{43} + \frac{x-100}{95} + \frac{x-100}{8} = 0$$

$$(x-100) \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{43} + \frac{1}{95} + \frac{1}{8} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x - 100 = 0_{\text{vì}} \frac{1}{30} + \frac{1}{43} + \frac{1}{95} + \frac{1}{8} > 0$$

$$x = 100$$

Vậy $x = 100$

Bài 3. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{x-5}{100} + \frac{x-4}{101} + \frac{x-3}{102} = \frac{x-100}{5} + \frac{x-101}{4} + \frac{x-102}{3}$$

$$\text{b) } \frac{x-2}{7} + \frac{x-1}{8} = \frac{x-4}{5} + \frac{x-3}{6}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x-5}{100} + \frac{x-4}{101} + \frac{x-3}{102} = \frac{x-100}{5} + \frac{x-101}{4} + \frac{x-102}{3}$$

$$\left(\frac{x-5}{100} - 1 \right) + \left(\frac{x-4}{101} - 1 \right) + \left(\frac{x-3}{102} - 1 \right) = \left(\frac{x-100}{5} - 1 \right) + \left(\frac{x-101}{4} - 1 \right) + \left(\frac{x-102}{3} - 1 \right)$$

$$\frac{x-105}{100} + \frac{x-105}{101} + \frac{x-105}{102} = \frac{x-105}{5} + \frac{x-105}{4} + \frac{x-105}{3}$$

$$\frac{x-105}{100} + \frac{x-105}{101} + \frac{x-105}{102} - \frac{x-105}{5} - \frac{x-105}{4} - \frac{x-105}{3} = 0$$

$$\frac{x-105}{100} + \frac{x-105}{101} + \frac{x-105}{102} - \frac{x-105}{5} - \frac{x-105}{4} - \frac{x-105}{3} = 0$$

$$(x - 105) \left(\frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \frac{1}{102} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x - 105 = 0 \text{ vì } \frac{1}{100} + \frac{1}{101} + \frac{1}{102} - \frac{1}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} < 0$$

$$x = 105$$

Vậy $x = 105$

$$\text{b) } \frac{x-2}{7} + \frac{x-1}{8} = \frac{x-4}{5} + \frac{x-3}{6}$$

$$\left(\frac{x-2}{7} - 1 \right) + \left(\frac{x-1}{8} - 1 \right) = \left(\frac{x-4}{5} - 1 \right) + \left(\frac{x-3}{6} - 1 \right)$$

$$\frac{x-9}{7} + \frac{x-9}{8} = \frac{x-9}{5} + \frac{x-9}{6}$$

$$(x-9) \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x-9=0 \text{ vì } \frac{1}{7} + \frac{1}{8} - \frac{1}{5} - \frac{1}{6} < 0$$

$$x = 9$$

Vậy $x = 9$

Bài 4. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{x+1}{94} + \frac{x+2}{93} + \frac{x+3}{92} = \frac{x+4}{91} + \frac{x+5}{90} + \frac{x+6}{89}$$

$$\text{b) } \frac{2x+19}{21} - \frac{2x+17}{23} = \frac{2x+7}{33} - \frac{2x+5}{35}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x+1}{94} + \frac{x+2}{93} + \frac{x+3}{92} = \frac{x+4}{91} + \frac{x+5}{90} + \frac{x+6}{89}$$

$$\left(\frac{x+1}{94} + 1 \right) + \left(\frac{x+2}{93} + 1 \right) + \left(\frac{x+3}{92} + 1 \right) = \left(\frac{x+4}{91} + 1 \right) + \left(\frac{x+5}{90} + 1 \right) + \left(\frac{x+6}{89} + 1 \right)$$

$$\frac{x+95}{94} + \frac{x+95}{93} + \frac{x+95}{92} = \frac{x+95}{91} + \frac{x+95}{90} + \frac{x+95}{89}$$

$$(x+95)\left(\frac{1}{94}+\frac{1}{93}+\frac{1}{92}-\frac{1}{91}-\frac{1}{90}-\frac{1}{89}\right)=0$$

$$\Rightarrow x+95=0 \text{ vì } \frac{1}{94}+\frac{1}{93}+\frac{1}{92}-\frac{1}{91}-\frac{1}{90}-\frac{1}{89}<0$$

$$x=-95$$

Vậy $x=-95$

$$\text{b) } \frac{2x+19}{21}-\frac{2x+17}{23}=\frac{2x+7}{33}-\frac{2x+5}{35}$$

$$\left(\frac{2x+19}{21}+1\right)-\left(\frac{2x+17}{23}+1\right)=\left(\frac{2x+7}{33}+1\right)-\left(\frac{2x+5}{35}+1\right)$$

$$\frac{2x+40}{21}+\frac{2x+40}{35}=\frac{2x+40}{33}+\frac{2x+40}{23}$$

$$(2x+40)\left(\frac{1}{21}+\frac{1}{35}-\frac{1}{33}-\frac{1}{23}\right)=0$$

$$\Rightarrow 2x+40=0 \text{ vì } \frac{1}{21}+\frac{1}{35}-\frac{1}{33}-\frac{1}{23}\neq 0$$

$$x=-20$$

Vậy $x=-20$

Bài 5. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{x-1}{59}+\frac{x-2}{58}+\frac{x-3}{57}=\frac{x-4}{56}+\frac{x-5}{55}+\frac{x-6}{54}$$

$$\text{b) } \frac{x+1}{15}+\frac{x+2}{14}=\frac{x+3}{13}+\frac{x+4}{12}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x-1}{59}+\frac{x-2}{58}+\frac{x-3}{57}=\frac{x-4}{56}+\frac{x-5}{55}+\frac{x-6}{54}$$

$$\left(\frac{x-1}{59}-1\right)+\left(\frac{x-2}{58}-1\right)+\left(\frac{x-3}{57}-1\right)=\left(\frac{x-4}{56}-1\right)+\left(\frac{x-5}{55}-1\right)+\left(\frac{x-6}{54}-1\right)$$

$$\frac{x-60}{59}+\frac{x-60}{58}+\frac{x-60}{57}=\frac{x-60}{56}+\frac{x-60}{55}+\frac{x-60}{54}$$

$$(x-60)\left(\frac{1}{59}+\frac{1}{58}+\frac{1}{57}-\frac{1}{56}-\frac{1}{55}-\frac{1}{54}\right)=0$$

$$\Rightarrow x-60=0 \text{ vì } \frac{1}{59}+\frac{1}{58}+\frac{1}{57}-\frac{1}{56}-\frac{1}{55}-\frac{1}{54}<0$$

$$x=60$$

Vậy $x = 60$

$$\text{b) } \frac{x+1}{15} + \frac{x+2}{14} = \frac{x+3}{13} + \frac{x+4}{12}$$

$$\left(\frac{x+1}{15} + 1 \right) + \left(\frac{x+2}{14} + 1 \right) = \left(\frac{x+3}{13} + 1 \right) + \left(\frac{x+4}{12} + 1 \right)$$

$$\frac{x+16}{15} + \frac{x+16}{14} = \frac{x+16}{13} + \frac{x+16}{12}$$

$$(x+16) \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{14} - \frac{1}{13} - \frac{1}{12} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x+16=0 \text{ vì } \frac{1}{15} + \frac{1}{14} - \frac{1}{13} - \frac{1}{12} < 0$$

$$x = -16$$

Vậy $x = -16$

Bài 6. Tìm x biết :

$$\text{a) } \frac{x-5}{1990} + \frac{x-15}{1980} = \frac{x-1990}{5} + \frac{x-1980}{15}$$

$$\text{b) } \frac{x-1}{2015} + \frac{x-3}{2013} = \frac{x-5}{2011} + \frac{x-7}{2009}$$

Lời giải

$$\text{a) } \frac{x-5}{1990} + \frac{x-15}{1980} = \frac{x-1990}{5} + \frac{x-1980}{15}$$

$$\left(\frac{x-5}{1990} - 1 \right) + \left(\frac{x-15}{1980} - 1 \right) = \left(\frac{x-1990}{5} - 1 \right) + \left(\frac{x-1980}{15} - 1 \right)$$

$$\frac{x-1995}{1990} + \frac{x-1995}{1980} = \frac{x-1995}{5} + \frac{x-1995}{15}$$

$$\Rightarrow x-1995=0 \Rightarrow x=1995$$

Vậy $x=1995$

$$\text{b) } \frac{x-1}{2015} + \frac{x-3}{2013} = \frac{x-5}{2011} + \frac{x-7}{2009}$$

$$\left(\frac{x-1}{2015} - 1 \right) + \left(\frac{x-3}{2013} - 1 \right) = \left(\frac{x-5}{2011} - 1 \right) + \left(\frac{x-7}{2009} - 1 \right)$$

$$\frac{x-2016}{2015} + \frac{x-2016}{2013} = \frac{x-2016}{2011} + \frac{x-2016}{2009}$$

$$\Rightarrow x-2016=0 \Rightarrow x=2016$$

Vậy $x=2016$

Bài 7. Tìm x biết :

$$a) \frac{x+1}{10} + \frac{x+1}{11} + \frac{x+1}{12} = \frac{x+1}{13} + \frac{x+1}{14}$$

$$b) \frac{315-x}{101} + \frac{313-x}{103} + \frac{311-x}{105} + \frac{309-x}{107} = -4$$

Lời giải

$$a) \frac{x+1}{10} + \frac{x+1}{11} + \frac{x+1}{12} = \frac{x+1}{13} + \frac{x+1}{14}$$

$$(x+1) \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} - \frac{1}{14} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow x=-1$$

Vậy $x = -1$

$$b) \frac{315-x}{101} + \frac{313-x}{103} + \frac{311-x}{105} + \frac{309-x}{107} = -4$$

$$\left(\frac{315-x}{101} + 1 \right) + \left(\frac{313-x}{103} + 1 \right) + \left(\frac{311-x}{105} + 1 \right) + \left(\frac{309-x}{107} + 1 \right) = 0$$

$$\frac{416-x}{101} + \frac{416-x}{103} + \frac{416-x}{105} + \frac{416-x}{107} = 0$$

$$\Rightarrow 416-x=0 \Rightarrow x=416$$

Vậy $x = 416$

Bài 8. Tìm x biết :

$$a) \frac{x-1}{2009} + \frac{x-2}{2008} = \frac{x-3}{2007} + \frac{x-4}{2006}$$

$$b) \frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5$$

Lời giải

$$\frac{x-1}{2009} + \frac{x-2}{2008} = \frac{x-3}{2007} + \frac{x-4}{2006}$$

a)

$$\left(\frac{x-1}{2009} - 1 \right) + \left(\frac{x-2}{2008} - 1 \right) = \left(\frac{x-3}{2007} - 1 \right) + \left(\frac{x-4}{2006} - 1 \right)$$

$$\frac{x-2010}{2009} + \frac{x-2010}{2008} = \frac{x-2010}{2007} + \frac{x-2010}{2006}$$

$$\Rightarrow x-2010=0 \Rightarrow x=2010$$

Vậy $x = 2010$

$$b) \frac{59-x}{41} + \frac{57-x}{43} + \frac{55-x}{45} + \frac{53-x}{47} + \frac{51-x}{49} = -5$$

$$\left(\frac{59-x}{41} + 1 \right) + \left(\frac{57-x}{43} + 1 \right) + \left(\frac{55-x}{45} + 1 \right) + \left(\frac{53-x}{47} + 1 \right) + \left(\frac{51-x}{49} + 1 \right) = 0$$

$$\frac{100-x}{41} + \frac{100-x}{43} + \frac{100-x}{45} + \frac{100-x}{47} + \frac{100-x}{49} = 0$$

$$\Rightarrow 100-x=0 \Rightarrow x=100$$

Vậy $x=100$

Bài 9. Tìm x biết :

$$a) \frac{x+14}{86} + \frac{x+15}{85} + \frac{x+16}{84} + \frac{x+17}{83} = -4$$

$$b) \frac{x-90}{10} + \frac{x-76}{12} + \frac{x-58}{14} + \frac{x-36}{16} + \frac{x-15}{17} = 15$$

Lời giải

$$\frac{x+14}{86} + \frac{x+15}{85} + \frac{x+16}{84} + \frac{x+17}{83} = -4$$

a)

$$\left(\frac{x+14}{86} + 1 \right) + \left(\frac{x+15}{85} + 1 \right) + \left(\frac{x+16}{84} + 1 \right) + \left(\frac{x+17}{83} + 1 \right) = 0$$

$$\frac{x+100}{86} + \frac{x+100}{85} + \frac{x+100}{84} + \frac{x+100}{83} = 0$$

$$\Rightarrow x+100=0 \Rightarrow x=-100$$

Vậy $x=-100$

$$\frac{x-90}{10} + \frac{x-76}{12} + \frac{x-58}{14} + \frac{x-36}{16} + \frac{x-15}{17} = 15$$

b)

$$\left(\frac{x-90}{10} - 1 \right) + \left(\frac{x-76}{12} - 2 \right) + \left(\frac{x-58}{14} - 3 \right) + \left(\frac{x-36}{16} - 4 \right) + \left(\frac{x-15}{17} - 5 \right) = 0$$

$$\frac{x-100}{10} + \frac{x-100}{12} + \frac{x-100}{14} + \frac{x-100}{16} + \frac{x-100}{17} = 0$$

$$\Rightarrow x-100=0 \Rightarrow x=100$$

Vậy $x=100$

Bài 10. Tìm x biết :

$$\frac{x-1}{2011} + \frac{x-2}{2010} - \frac{x-3}{2009} = \frac{x-4}{2008}$$

Lời giải

$$\frac{x-1}{2011} + \frac{x-2}{2010} - \frac{x-3}{2009} = \frac{x-4}{2008}$$

$$\left(\frac{x-1}{2011} - 1 \right) + \left(\frac{x-2}{2010} - 1 \right) - \left(\frac{x-3}{2009} - 1 \right) - \left(\frac{x-4}{2008} - 1 \right) = 0$$

$$\frac{x-2012}{2011} + \frac{x-2012}{2010} - \frac{x-2012}{2009} - \frac{x-2012}{2008} = 0$$

$$\Rightarrow x-2012=0 \Rightarrow x=2012$$

Vậy $x=2012$

Bài 11. Tìm x biết :

$$\frac{x+2020}{2018} + \frac{x+2020}{2019} = \frac{x+2020}{2020} + \frac{x+2020}{2021}$$

Lời giải

$$\frac{x+2020}{2018} + \frac{x+2020}{2019} = \frac{x+2020}{2020} + \frac{x+2020}{2021}$$

$$(x+2020) \left(\frac{1}{2018} + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x+2020=0 \Rightarrow x=-2020$$

Vậy $x=-2020$

Bài 12. Tìm x biết :

$$\frac{x-10}{10} + \frac{x-10}{11} + \frac{x-10}{12} = \frac{x-10}{13} + \frac{x-10}{14}$$

Lời giải

$$\frac{x-10}{10} + \frac{x-10}{11} + \frac{x-10}{12} = \frac{x-10}{13} + \frac{x-10}{14}$$

$$(x-10) \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{11} + \frac{1}{12} - \frac{1}{13} - \frac{1}{14} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x-10=0 \Rightarrow x=10$$

Vậy $x=10$

Bài 13. Tìm x biết :

$$\frac{x-10}{30} + \frac{x-14}{43} + \frac{x-5}{95} + \frac{x-148}{8} = 0$$

Lời giải

$$\frac{x-10}{30} + \frac{x-14}{43} + \frac{x-5}{95} + \frac{x-148}{8} = 0$$

$$\left(\frac{x-10}{30} - 3 \right) + \left(\frac{x-14}{43} - 2 \right) + \left(\frac{x-5}{95} - 1 \right) + \left(\frac{x-148}{8} + 6 \right) = 0$$

$$\frac{x-100}{30} + \frac{x-100}{43} + \frac{x-100}{95} + \frac{x-100}{8} = 0$$

$$\Rightarrow x-100=0 \Rightarrow x=100$$

Vậy $x = 100$

Bài 14. Tìm x biết : $\frac{x-1}{2015} + \frac{x-3}{2013} = \frac{x-5}{2011} + \frac{x-7}{2009}$

Lời giải

$$\frac{x-1}{2015} + \frac{x-3}{2013} = \frac{x-5}{2011} + \frac{x-7}{2009}$$

$$\left(\frac{x-1}{2015} - 1 \right) + \left(\frac{x-3}{2013} - 1 \right) = \left(\frac{x-5}{2011} - 1 \right) + \left(\frac{x-7}{2009} - 1 \right)$$

$$\frac{x-2016}{2015} + \frac{x-2016}{2013} = \frac{x-2016}{2011} + \frac{x-2016}{2009}$$

$$\Rightarrow x - 2016 = 0 \Rightarrow x = 2016$$

Vậy $x = 2016$

Bài 15. Tìm x biết : $\frac{x+2}{327} + \frac{x+3}{326} + \frac{x+4}{325} + \frac{x+5}{324} + \frac{x+349}{5} = 0$

Lời giải

$$\frac{x+2}{327} + \frac{x+3}{326} + \frac{x+4}{325} + \frac{x+5}{324} + \frac{x+349}{5} = 0$$

$$\left(\frac{x+2}{327} + 1 \right) + \left(\frac{x+3}{326} + 1 \right) + \left(\frac{x+4}{325} + 1 \right) + \left(\frac{x+5}{324} + 1 \right) + \left(\frac{x+349}{5} - 5 \right) = 0$$

$$\frac{x+329}{327} + \frac{x+329}{326} + \frac{x+329}{325} + \frac{x+329}{324} + \frac{x+329}{5} = 0$$

$$(x+329) \left(\frac{1}{327} + \frac{1}{326} + \frac{1}{325} + \frac{1}{324} + \frac{1}{5} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x + 329 = 0$$

$$x = -329$$

Vậy $x = -329$

Dạng 5. Tìm x, y nguyên

I. Phương pháp giải.

_ Cách tìm x trong phân thức : Quy đồng mẫu số đưa về tích của hai số bằng một số nguyên, dựa vào cách tìm ước của một số để tìm x

_ Cách tìm x áp dụng so sánh phân số :

Trong các phân số có cùng mẫu nguyên dương, phân số nào lớn hơn thì tử số lớn hơn.

Trong các phân số có cùng tử nguyên dương, phân số nào lớn hơn thì mẫu số nhỏ hơn.

- Cách tìm x nguyên để A có giá trị nguyên: Viết A bằng một số nguyên cộng với một phân số có tử là số nguyên, mẫu số bằng mẫu số của A

II. Bài toán.

Bài 1. Tìm cặp số nguyên (x, y) biết $\frac{x-1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1}{y+2}$ (ĐK: $y \neq -2$)

Lời giải

$$\frac{x-1}{9} + \frac{1}{3} = \frac{1}{y+2}$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{9} + \frac{3}{9} = \frac{1}{y+2}$$

$$\Rightarrow \frac{x+2}{9} = \frac{1}{y+2}$$

$$\Rightarrow (x+2)(y+2) = 9$$

Vì $x, y \in \mathbb{Z}$ nên $x+2, y+2 \in U(9) = \{\pm 1, \pm 3, \pm 9\}$

$x+2$	-9	-3	-1	1	3	9
$y+2$	-1	-3	-9	9	3	1
x	-11	-5	-3	-1	1	7
y	-3	-5	-11	7	1	-1

Các cặp giá trị tìm được thỏa mãn điều kiện:

$(-11; -3); (-5; -5); (-3; -11); (-1; 7); (1; 1); (7; -1)$

Bài 2. Tìm các số tự nhiên x, y thỏa mãn: $\frac{x}{9} = \frac{3}{y} + \frac{1}{18}$

Lời giải

Ta có: $\frac{x}{9} = \frac{3}{y} + \frac{1}{18}$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{9} - \frac{1}{18} = \frac{3}{y}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x-1}{18} = \frac{3}{y}$$

Vì $\frac{2x-1}{18} = \frac{3}{y}$ nên $(2x-1)y = 54 \Rightarrow (2x-1); y$ là ước của 54

$$U(54) = \{1; 2; 3; 6; 9; 18; 27; 54\}$$

Vì x, y là số tự nhiên và $2x-1$ là số lẻ nên $(2x-1)y = 54 = 1 \cdot 54 = 27 \cdot 2 = 3 \cdot 18 = 9 \cdot 6$

Ta có bảng sau:

$2x - 1$	1	27	3	9
y	54	2	18	6
x	1	14	2	5

(x, y) là $(1; 54)$, $(14; 2)$, $(2; 18)$, $(5; 6)$

Vậy có 4 cặp

Bài 3. Tìm tất cả các cặp số nguyên (x, y) biết $\frac{x}{2} - \frac{1}{2y+1} = \frac{1}{6}$

Lời giải

$$\frac{x}{2} - \frac{1}{2y+1} = \frac{1}{6} \Leftrightarrow \frac{x}{2} - \frac{1}{6} = \frac{1}{2y+1} \Leftrightarrow \frac{3x-1}{6} = \frac{1}{2y+1}$$

$$\Leftrightarrow (3x-1)(2y+1) = 6$$

Lập bảng

$3x - 1$	1	2	3	6
x	$\frac{2}{3}$	1	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{3}$
$2y + 1$	6	3	2	1
y	$\frac{5}{2}$	1	$\frac{1}{2}$	0

$$x = 1; y = 1$$

Vậy

Bài 4. Tìm các số x, y nguyên thỏa mãn:

$$\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6} (x \neq 0)$$

Lời giải

$$\frac{5}{x} - \frac{y}{3} = \frac{1}{6} (x \neq 0) \Rightarrow \frac{15 - xy}{3x} = \frac{1}{6}$$

Ta có:

$$\Rightarrow 6(15 - xy) = 3x$$

$$\Rightarrow 30 - 2xy = x$$

$$\Rightarrow x(2y + 1) = 30$$

Vì $2y + 1$ là số lẻ nên $2y + 1$ ước lẻ của 30

Ta có bảng sau:

$2y+1$	1	- 1	3	- 3	5	- 5	15	- 15
x	30	- 30	10	- 10	6	- 6	2	- 2
y	0	- 1	1	- 2	2	3	7	- 8

Vậy có 8 cặp số (x, y) thỏa mãn yêu cầu bài toán:

$(30; 0), (- 30; - 1), (10; 1), (- 10; - 2), (6; 2), (- 6; 3), (2; 7), (- 2; - 8)$

Bài 5. Tìm các số tự nhiên x, y thỏa mãn:

$$\frac{1}{18} < \frac{x}{12} < \frac{y}{9} < \frac{1}{4}$$

Lời giải

$$\frac{1}{18} < \frac{x}{12} < \frac{y}{9} < \frac{1}{4}$$

Ta có:

$$\Rightarrow \frac{2}{36} < \frac{3x}{36} < \frac{4y}{36} < \frac{9}{36}$$

$$\Rightarrow 2 < 3x < 4y < 9 \Rightarrow \begin{cases} x = 1; x = 2 \\ y = 1; y = 2 \end{cases}$$

$$(x, y) = (1; 1); (1; 2); (2; 2)$$

Thử lại ta được:

Bài 6. Tìm số nguyên x thỏa mãn:

$$\frac{2}{-5} \leq \frac{x}{10} < \frac{1}{4}$$

Lời giải

$$\frac{2}{-5} \leq \frac{x}{10} < \frac{1}{4}$$

Ta có:

$$\Rightarrow \frac{-8}{20} \leq \frac{2x}{20} < \frac{5}{20}$$

$$\Rightarrow -8 \leq 2x < 5 \Rightarrow x \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$$

$$\text{Vậy } x \in \{-4; -3; -2; -1; 0; 1; 2\}$$

Bài 7: Cho phân số $A = \frac{x+5}{x-2}$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để A có giá trị nguyên.

Lời giải

Ta có: $A = \frac{x+5}{x-2} = \frac{x-2+7}{x-2} = 1 + \frac{7}{x-2}$

Để A nhận giá trị nguyên thì $\frac{7}{x-2}$ nhận giá trị nguyên

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $\frac{7}{x-2}$ nhận giá trị nguyên khi $7 \vdots (x-2)$

$$\Rightarrow x-2 \in U(7) = \{-7; -1; 1; 7\}$$

Xét các trường hợp :

Trường hợp 1: $x-2 = -7$

$$\Rightarrow x = -5$$

Trường hợp 2: $x-2 = -1$

$$\Rightarrow x = 1$$

Trường hợp 3: $x-2 = 1$

$$\Rightarrow x = 3$$

Trường hợp 4: $x-2 = 7$

$$\Rightarrow x = 9$$

Vậy $x \in \{-5; 1; 3; 9\}$

Bài 8: Cho phân số $A = \frac{2x-3}{x+1}$. Tìm $x \in \mathbb{Z}$ để A có giá trị nguyên.

Lời giải

Ta có: $A = \frac{2x-3}{x+1} = \frac{2x+2-5}{x+1} = 2 - \frac{5}{x+1}$

Để A nhận giá trị nguyên thì $\frac{5}{x+1}$ nhận giá trị nguyên

Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $\frac{5}{x+1}$ nhận giá trị nguyên khi $5 \vdots (x+1)$

$$\Rightarrow x+1 \in U(5) = \{-5; -1; 1; 5\}$$

Xét các trường hợp :

Trường hợp 1: $x+1 = -5$

$$\Rightarrow x = -6$$

Trường hợp 2: $x+1=-1$

$$\Rightarrow x = -2$$

Trường hợp 3: $x+1=1$

$$\Rightarrow x = 0$$

Trường hợp 4: $x+1=5$

$$\Rightarrow x = 4$$

Vậy $x \in \{-6; -2; 0; 4\}$

Dạng 6. Tìm x trong dãy các phép tính theo quy luật

I. Phương pháp giải.

Sử dụng công thức tính dãy các phép tính theo quy luật để tìm x

$$\frac{k}{n(n+k)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+k} \quad (n, k \in \mathbb{N}^*)$$

$$\frac{2k}{n(n+k)(n+2k)} = \frac{1}{n(n+k)} - \frac{1}{(n+k)(n+2k)} \quad (n, k \in \mathbb{N}^*)$$

II. Bài toán.

Bài 1. Tìm x biết: $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)x = \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{9}{1}$

Lời giải

Ta có: Tách $\frac{9}{1}$ thành 9 số 1

$$\Rightarrow \frac{1}{9} + \frac{2}{8} + \frac{3}{7} + \dots + \frac{9}{1} = \left(\frac{1}{9} + 1\right) + \left(\frac{2}{8} + 1\right) + \left(\frac{3}{7} + 1\right) + \dots + \left(\frac{8}{2} + 1\right) + 1$$

$$= \frac{10}{9} + \frac{10}{8} + \frac{10}{7} + \dots + \frac{10}{2} + \frac{10}{1} = 10 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)$$

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right)x = 10 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{10}\right) \Rightarrow x = 10$$

Khi đó

Vậy $x = 10$

Bài 2. Tìm x biết: $\frac{2}{1^2} \cdot \frac{6}{2^2} \cdot \frac{12}{3^2} \cdot \frac{20}{4^2} \dots \frac{110}{10^2} \cdot x = -20$

Lời giải

Ta có: $\frac{2}{1^2} \cdot \frac{6}{2^2} \cdot \frac{12}{3^2} \cdot \frac{20}{4^2} \dots \frac{110}{10^2} \cdot x = -20$

$$\frac{1.2}{1.1} \cdot \frac{2.3}{2.2} \cdot \frac{3.4}{3.3} \cdot \frac{4.5}{4.4} \dots \frac{10.11}{10.10} \cdot x = -20$$

$$\frac{(1.2.3\dots 10)(2.3\dots 11)}{(1.2\dots 10)(1.2\dots 10)} \cdot x = -20$$

$$\Rightarrow 11x = -20$$

$$x = \frac{-20}{11}$$

$$x = \frac{-20}{11}$$

Vậy

Bài 3. Tìm x biết : $\frac{3}{35} + \frac{3}{63} + \frac{3}{99} + \dots + \frac{3}{x(x+2)} = \frac{24}{35}$

Lời giải

Ta có: $\frac{3}{35} + \frac{3}{63} + \frac{3}{99} + \dots + \frac{3}{x(x+2)} = \frac{24}{35}$

$$\frac{3}{5.7} + \frac{3}{7.9} + \frac{3}{9.11} + \dots + \frac{3}{x(x+2)} = \frac{24}{35}$$

$$\frac{3}{2} \left[\frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \frac{2}{9.11} + \dots + \frac{2}{x(x+2)} \right] = \frac{24}{35}$$

$$\frac{3}{2} \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{x+2} \right) = \frac{24}{35}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{x+2} = \frac{24}{35} \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{x+2} = \frac{16}{35}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{16}{35} = \frac{1}{x+2}$$

$$\frac{1}{x+2} = \frac{-9}{35}$$

$$\Rightarrow x + 2 = \frac{-35}{9}$$

$$x = \frac{-35}{9} - 2$$

$$x = \frac{-53}{9}$$

Vậy $x = \frac{-53}{9}$

Bài 4. Tìm x biết : $\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$

Lời giải

$$\frac{1}{1.3} + \frac{1}{3.5} + \frac{1}{5.7} + \dots + \frac{1}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{49}{99}$$

$$\frac{2}{1.3} + \frac{2}{3.5} + \frac{2}{5.7} + \dots + \frac{2}{(2x-1)(2x+1)} = \frac{98}{99}$$

$$1 - \frac{1}{2x+1} = \frac{98}{99}$$

$$\frac{1}{2x+1} = 1 - \frac{98}{99}$$

$$\frac{1}{2x+1} = \frac{1}{99}$$

$$\Rightarrow 2x+1=99$$

$$2x=98$$

$$x=49$$

Vậy $x=49$

Bài 5. Tìm x biết : $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = 1\frac{1989}{1991}$

Lời giải

$$1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = 1\frac{1989}{1991}$$

$$\frac{2}{2} + \frac{2}{6} + \frac{2}{12} + \frac{2}{20} + \dots + \frac{2}{x(x+1)} = 1 \frac{1989}{1991}$$

$$2 \left[\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{x(x+1)} \right] = 1 \frac{1989}{1991}$$

$$2 \left(1 - \frac{1}{x+1} \right) = \frac{3980}{1991}$$

$$1 - \frac{1}{x+1} = \frac{1990}{1991}$$

$$\frac{1}{x+1} = 1 - \frac{1990}{1991}$$

$$\frac{1}{x+1} = \frac{1}{1991}$$

$$\Rightarrow x+1 = 1991$$

$$x = 1991 - 1$$

$$x = 1990$$

Vậy $x = 1990$

$$\frac{4}{3.5} + \frac{8}{5.9} + \frac{12}{9.15} + \dots + \frac{32}{x(x+16)} = \frac{16}{25}$$

Bài 6. Tìm x biết :

Lời giải

$$\frac{4}{3.5} + \frac{8}{5.9} + \frac{12}{9.15} + \dots + \frac{32}{x(x+16)} = \frac{16}{25}$$

$$2 \left[\frac{2}{3.4} + \frac{4}{5.9} + \frac{6}{9.15} + \dots + \frac{16}{x(x+16)} \right] = \frac{16}{25}$$

$$2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{15} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+16} \right) = \frac{16}{25}$$

$$2 \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{x+16} \right) = \frac{16}{25}$$

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{x+16} = \frac{8}{25}$$

$$\frac{1}{x+16} = \frac{1}{3} - \frac{8}{25} = \frac{1}{75}$$

$$x+16=75$$

$$x=75-16=59$$

Vậy $x=59$

Bài 7. Tìm x biết : $x:\frac{1}{2}+x:\frac{1}{4}+x:\frac{1}{8}+...+x:\frac{1}{512}=511$

Lời giải

$$x:\frac{1}{2}+x:\frac{1}{4}+x:\frac{1}{8}+...+x:\frac{1}{512}=511$$

$$2x+4x+8x+...+512x=511$$

$$x(2+4+8+16+...+512)=511$$

$$\text{Đặt } A=2+4+8+16+...+512$$

$$\Rightarrow 2A=4+8+16+...+1024 \Rightarrow 2A-A=1024-2=1022$$

$$xA=511 \Rightarrow x.1022=511$$

Khi đó ta có:

$$\Rightarrow x=\frac{511}{1022}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{1}{2}$$

Vậy $x=\frac{1}{2}$

Bài 8. Tìm x biết : $\frac{1}{14}+\frac{1}{35}+\frac{1}{65}+...+\frac{2}{x^2+3x}=\frac{1}{9}$

Lời giải

$$\frac{1}{14}+\frac{1}{35}+\frac{1}{65}+...+\frac{2}{x^2+3x}=\frac{1}{9}$$

$$\frac{2}{28}+\frac{2}{70}+\frac{2}{130}+...+\frac{2}{x(x+3)}=\frac{1}{9}$$

$$\frac{2}{4.7}+\frac{2}{7.10}+\frac{2}{10.13}+...+\frac{2}{x(x+3)}=\frac{1}{9}$$

$$\frac{2}{3} \left[\frac{3}{4.7} + \frac{3}{7.10} + \dots + \frac{3}{x(x+3)} \right] = \frac{1}{9}$$

$$\frac{2}{3} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{x+3} \right) = \frac{1}{9}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{x+3} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{6} = \frac{1}{x+3}$$

$$\frac{1}{12} = \frac{1}{x+3}$$

$$\Rightarrow x+3=12$$

$$x=9$$

Vậy $x=9$

Bài 9. Tìm x biết : $\frac{2}{35} + \frac{2}{63} + \frac{2}{99} + \dots + \frac{2}{x(x+2)} = \frac{6}{35}$

Lời giải

$$\frac{2}{5.7} + \frac{2}{7.9} + \frac{2}{9.11} + \dots + \frac{2}{x(x+2)} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{7} - \frac{1}{9} + \frac{1}{9} - \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{x+2} = \frac{6}{35}$$

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{5} - \frac{6}{35}$$

$$\frac{1}{x+2} = \frac{1}{35}$$

$$x+2=35$$

$$x=35-2$$

$$x = 33$$

Vậy $x = 33$

Bài 10. Tìm x biết :
$$\frac{(1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99).x}{26950} = 12\frac{6}{7} : \frac{3}{2}$$

Lời giải

Đặt : $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99$

Tính A ta được : $3A = 1.2(3 - 0) + 2.3(4 - 1) + 3.4(5 - 2) + \dots + 98.99(100 - 97)$

$$3A = (1.2.3 - 0.1.2) + (2.3.4 - 1.2.3) + \dots + (98.99.100 - 97.98.99) = 98.99.100$$

$$A = \frac{98.99.100}{3}$$

Thay vào ta có :
$$\frac{98.99.100.x}{3.26950} = 12\frac{6}{7} : \frac{3}{2}$$

$$12x = \frac{60}{7} \Rightarrow x = \frac{5}{7}$$

Vậy $x = \frac{5}{7}$

Bài 11. Tìm x biết :
$$2x + \frac{7}{6} + \frac{13}{12} + \frac{21}{20} + \frac{31}{31} + \frac{43}{42} + \frac{57}{56} + \frac{73}{72} + \frac{91}{90} = 10$$

Lời giải

Ta có :

$$2x + \frac{7}{6} + \frac{13}{12} + \frac{21}{20} + \frac{31}{31} + \frac{43}{42} + \frac{57}{56} + \frac{73}{72} + \frac{91}{90} = 10$$

$$2x + \left(1 + \frac{1}{6}\right) + \left(1 + \frac{1}{12}\right) + \left(1 + \frac{1}{20}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{90}\right) = 10$$

$$2x + 8 + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \dots + \frac{1}{9.10} = 10$$

$$2x + 8 + \frac{1}{2} - \frac{1}{10} = 10$$

$$2x = \frac{8}{5}$$

$$x = \frac{4}{5}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{4}{5}$$

Bài 12. Tìm x biết : $\left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{98.99.100} \right) x = \frac{49}{200}$

Lời giải

$$\text{Ta có : } \left(\frac{1}{1.2.3} + \frac{1}{2.3.4} + \dots + \frac{1}{98.99.100} \right) x = \frac{49}{200}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{2}{1.2.3} + \frac{2}{2.3.4} + \frac{2}{3.4.5} + \dots + \frac{2}{98.99.100} \right) x = \frac{49}{200}$$

$$\frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3} \right) + \left(\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4} \right) + \dots + \left(\frac{1}{98.99} - \frac{1}{99.100} \right) \right] x = \frac{49}{200}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1.2} - \frac{1}{99.100} \right) x = \frac{49}{200}$$

$$x = \frac{99}{101}$$

$$\text{Vậy } x = \frac{99}{101}$$

Bài 13. Tìm x biết : $\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} \right) x = \frac{2012}{51} + \frac{2012}{52} + \dots + \frac{2012}{100}$

Lời giải

$$\text{Ta có : } \frac{1}{1.2} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{99.100} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} - \frac{1}{100}$$

$$= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{99} + \frac{1}{100} \right) - 2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{100} \right)$$

$$= \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{100} \right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{50} \right) = \frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100}$$

$$\left(\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \dots + \frac{1}{100} \right) x = 2012 \left(\frac{1}{51} + \frac{1}{52} + \frac{1}{53} + \dots + \frac{1}{100} \right)$$

Khi đó :

$$\Rightarrow x = 2012$$

$$\text{Vậy } x = 2012$$

Bài 14. Tìm x biết :
$$\frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{4}{(x+4)(x+8)} + \frac{6}{(x+8)(x+14)} = \frac{x}{(x+2)(x+14)}$$

Lời giải

$$\begin{aligned} \frac{2}{(x+2)(x+4)} + \frac{4}{(x+4)(x+8)} + \frac{6}{(x+8)(x+14)} &= \frac{x}{(x+2)(x+14)} \\ \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) + \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+8} \right) + \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+14} \right) &= \frac{x}{(x+2)(x+14)} \\ \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+14} &= \frac{x}{(x+2)(x+14)} \\ \frac{12}{(x+2)(x+14)} &= \frac{x}{(x+2)(x+14)} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 12 = x$$

Vậy $x = 12$

Bài 15. Tìm x biết :

$$(x-20) \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{199} + \frac{2}{198} + \dots + \frac{199}{1}} = \frac{1}{2000}$$

Lời giải

$$A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{\frac{1}{199} + \frac{2}{198} + \dots + \frac{199}{1}}$$

Đặt

Ta có mẫu của $A: \left(\frac{1}{199} + 1 \right) + \left(\frac{2}{198} + 1 \right) + \dots + \left(\frac{198}{2} + 1 \right) + 1 = \frac{200}{199} + \frac{200}{198} + \dots + \frac{200}{2} + \frac{200}{200}$

$$A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{200}}{200 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{200} \right)} = \frac{1}{200}$$

Khi đó

$$(x-20) \cdot \frac{1}{200} = \frac{1}{2000}$$

Như vậy ta có:

$$x - 20 = \frac{1}{10}$$

$$x = \frac{1}{10} + 20$$

$$x = \frac{201}{10}$$

Vậy $x = \frac{201}{10}$

PHẦN III. BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ HSG.

Bài 1: Tìm x , biết: $\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2018.2019}\right).x = \frac{2018}{2019}$

(HSG huyện Nông Cống – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$\left(\frac{1}{1.2} + \frac{1}{2.3} + \frac{1}{3.4} + \dots + \frac{1}{2018.2019}\right).x = \frac{2018}{2019}$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2018} - \frac{1}{2019}\right).x = \frac{2018}{2019}$$

$$\left(1 - \frac{1}{2019}\right).x = \frac{2018}{2019}$$

$$\frac{2018}{2019}.x = \frac{2018}{2019}$$

$$\Rightarrow x = 1$$

Vậy $x = 1$

Bài 2: Tìm x , biết:

$$\frac{x-1}{12} + \frac{x-1}{20} + \frac{x-1}{30} + \frac{x-1}{42} + \frac{x-1}{56} + \frac{x-1}{72} = 224$$

(HSG huyện Hoa Lư – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$\frac{x-1}{12} + \frac{x-1}{20} + \frac{x-1}{30} + \frac{x-1}{42} + \frac{x-1}{56} + \frac{x-1}{72} = 224$$

$$(x-1) \cdot \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42} + \frac{1}{56} + \frac{1}{72}\right) = 224$$

$$(x-1) \cdot \left(\frac{1}{3.4} + \frac{1}{4.5} + \frac{1}{5.6} + \frac{1}{6.7} + \frac{1}{7.8} + \frac{1}{8.9}\right) = 224$$

$$(x-1) \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{9}\right) = 224$$

$$(x - 1) \cdot \frac{2}{9} = 224$$

$$x - 1 = 1008$$

$$x = 1009$$

Vậy $x = 1009$

Bài 3: Tìm x , biết:

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3} + \frac{5}{7} = 9\frac{5}{7}$$

(HSG huyện Thanh Ba – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3} + \frac{5}{7} = 9\frac{5}{7}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3} = 9\frac{5}{7} - \frac{5}{7}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{3} = 9$$

$$x - \frac{1}{2} = 3$$

$$x = \frac{7}{2}$$

$$\text{Vậy: } x = \frac{7}{2}.$$

Bài 4: Tìm x , biết:

$$\text{a) } \left(\frac{2}{3}x - x + \frac{-1}{2}x\right) : \frac{2}{3} = -4$$

$$\text{b) } \frac{x-1}{2019} + \frac{x-2}{2020} = \frac{x-3}{2021} + \frac{x-4}{2022}$$

(HSG huyện Ngọc Lặc – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$\left(\frac{2}{3}x - x + \frac{-1}{2}x\right) : \frac{2}{3} = -4$$

a)

$$\left(\frac{2}{3} - 1 + \frac{-1}{2}\right)x : \frac{2}{3} = -4$$

$$\frac{-5}{6}x : \frac{2}{3} = -4$$

$$\frac{-5}{6}x = -4 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\frac{-5}{6}x = \frac{-8}{3}$$

$$x = \frac{-8}{3} : \frac{-5}{6}$$

$$x = \frac{16}{5}$$

Vậy $x = \frac{16}{5}$

b) $\frac{x-1}{2019} + \frac{x-2}{2020} = \frac{x-3}{2021} + \frac{x-4}{2022}$

$$\frac{x-1}{2019} + 1 + \frac{x-2}{2020} + 1 = \frac{x-3}{2021} + 1 + \frac{x-4}{2022} + 1$$

$$\frac{x+2018}{2019} + \frac{x+2018}{2020} = \frac{x+2018}{2021} + \frac{x+2018}{2022}$$

$$(x+2018) \left(\frac{1}{2019} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x+2018=0 \text{ vì } \frac{1}{2019} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} - \frac{1}{2022} > 0$$

$$x = -2018$$

Vậy $x = -2018$

Bài 5: Cho phân số $A = \frac{n+8}{n-3}$. Tìm $n \in \mathbb{Z}$ để A có giá trị nguyên.

(HSG huyện Kiến Xương – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

Ta có: $A = \frac{n+8}{n-3} = \frac{n-3+11}{n-3} = 1 + \frac{11}{n-3}$

Để A nhận giá trị nguyên thì $\frac{11}{n-3}$ nhận giá trị nguyên

Vì $n \in \mathbb{Z}$ nên $\frac{11}{n-3}$ nhận giá trị nguyên khi $11 \vdots (n-3)$

$$\Rightarrow n-3 \in U(11) = \{-11; -1; 1; 11\}$$

Xét các trường hợp :

Trường hợp 1: $n-3 = -11$

$$\Rightarrow n = -8$$

Trường hợp 2: $n-3 = -1$

$$\Rightarrow n = 2$$

Trường hợp 3: $n-3 = 1$

$$\Rightarrow n = 4$$

Trường hợp 4: $n-3 = 11$

$$\Rightarrow n = 14$$

Vậy $n \in \{-8; 2; 4; 14\}$

Bài 6: Tìm x biết: $\frac{2}{5.8} + \frac{2}{8.11} + \frac{2}{11.14} + \dots + \frac{2}{x(x+3)} = \frac{101}{770}$

(HSG huyện Phú Xuyên – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$\frac{2}{5.8} + \frac{2}{8.11} + \frac{2}{11.14} + \dots + \frac{2}{x(x+3)} = \frac{101}{770}$$

$$2 \cdot \left(\frac{3}{5.8} + \frac{3}{8.11} + \frac{3}{11.14} + \dots + \frac{3}{x(x+3)} \right) = \frac{303}{770}$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{8} + \frac{1}{8} - \frac{1}{11} + \frac{1}{11} - \frac{1}{14} + \dots + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+3} \right) = \frac{303}{770}$$

$$2 \cdot \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{x+3} \right) = \frac{303}{770}$$

$$\frac{1}{5} - \frac{1}{x+3} = \frac{303}{1540}$$

$$\frac{1}{x+3} = \frac{1}{5} - \frac{303}{1540}$$

$$\frac{1}{x+3} = \frac{1}{308}$$

$$\Rightarrow x+3=308$$

$$x=305$$

Vậy: $x=305$.

Bài 7: Tìm x biết: $\frac{x+19}{2019} + \frac{x+18}{2018} + \frac{x+17}{2017} + \dots + \frac{x+1}{2001} = 19$

(HSG huyện Lương Tài – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$\frac{x+19}{2019} + \frac{x+18}{2018} + \frac{x+17}{2017} + \dots + \frac{x+1}{2001} = 19$$

$$\left(\frac{x+19}{2019} - 1 \right) + \left(\frac{x+18}{2018} - 1 \right) + \left(\frac{x+17}{2017} - 1 \right) + \dots + \left(\frac{x+1}{2001} - 1 \right) = 0$$

$$\frac{x-2000}{2019} + \frac{x-2000}{2018} + \frac{x-2000}{2017} + \dots + \frac{x-2000}{2001} = 0$$

$$(x-2000) \left(\frac{1}{2019} + \frac{1}{2018} + \frac{1}{2017} + \dots + \frac{1}{2001} \right) = 0$$

$$\Rightarrow x-2000=0 \left(\text{Do } \frac{1}{2019} + \frac{1}{2018} + \frac{1}{2017} + \dots + \frac{1}{2001} > 0 \right)$$

$$x=2000$$

Vậy $x=2000$

Bài 8: Tìm x biết:

$$1\frac{3}{5} + \left(\frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{17} + \frac{2}{101}}{\frac{5}{7} + \frac{5}{17} + \frac{5}{101}} \right) x = \frac{16}{5}$$

(HSG huyện Ninh Bình – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$1\frac{3}{5} + \left(\frac{\frac{2}{7} + \frac{2}{17} + \frac{2}{101}}{\frac{5}{7} + \frac{5}{17} + \frac{5}{101}} \right) x = \frac{16}{5}$$

$$\frac{8}{5} + \left(\frac{2 \cdot \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{17} + \frac{1}{101} \right)}{5 \cdot \left(\frac{1}{7} + \frac{1}{17} + \frac{1}{101} \right)} \right) x = \frac{16}{5}$$

$$\frac{8}{5} + \frac{2}{5}x = \frac{16}{5}$$

$$\frac{2}{5}x = \frac{16}{5} - \frac{8}{5}$$

$$\frac{2}{5}x = \frac{8}{5}$$

$$x = 4$$

Vậy $x = 4$

Bài 9: Tìm x biết:

$$x : \left(9\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{1,6 + \frac{8}{9} - \frac{8}{11}}$$

(HSG huyện Cầm'Gar – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$x : \left(9\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \right) = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{1,6 + \frac{8}{9} - \frac{8}{11}} \Rightarrow x : 8 = \frac{0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11}}{4 \left(0,4 + \frac{2}{9} - \frac{2}{11} \right)}$$

$$\Rightarrow x : 8 = \frac{1}{4} \Rightarrow x = 2.$$

Vậy $x = 2$

$$: \text{Tìm } x \text{ biết: } 213 - x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2020}} \right) : \left(1 - \frac{1}{2^{2020}} \right) = 13$$

Bài 10

(HSG huyện Gia Bình – Năm 2020 – 2021)

Lời giải

$$\text{Đặt } S = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2020}}$$

$$\Rightarrow 2S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2019}}$$

$$\Rightarrow 2S - S = \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^{2019}} \right) - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2020}} \right)$$

$$\Rightarrow S = 1 - \frac{1}{2^{2020}}$$

$$213 - x \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^{2020}} \right) : \left(1 - \frac{1}{2^{2020}} \right) = 13$$

$$\Rightarrow 213 - x \cdot \left(1 - \frac{1}{2^{2020}} \right) : \left(1 - \frac{1}{2^{2020}} \right) = 13$$

$$\Rightarrow 213 - x = 13$$

$$\Rightarrow x = 200$$

Vậy $x = 200$

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>

Hướng dẫn tìm và tải các tài liệu ở đây

<https://forms.gle/LzVNwfMpYB9qH4JU6>