

BÀI 22. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

CHƯƠNG 7. QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. GÓC GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG

Góc giữa hai đường thẳng m và n trong không gian, kí hiệu (m, n) , là góc giữa hai đường thẳng a và b cùng đi qua một điểm và tương ứng song song với m và n .

Chú ý

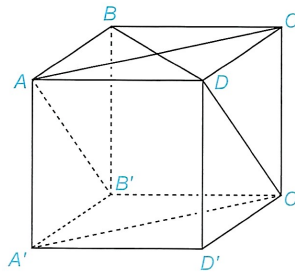
- Để xác định góc giữa hai đường thẳng chéo nhau a và b , ta có thể lấy một điểm O thuộc đường thẳng a và qua đó kẻ đường thẳng b' song song với b . Khi đó $(a, b) = (a, b')$.

- Với hai đường thẳng a, b bất kì: $0^\circ \leq (a, b) \leq 90^\circ$.

Nếu a song song hoặc trùng với a' và b song song hoặc trùng với b' thì (a, b) và (a', b') có mối quan hệ gì?

Ví dụ 1. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các mặt là các hình vuông. Tính các góc $(AA', CD), (A'C', BD), (AC, DC')$.

Giải. (H.7.3)



Hình 7.3

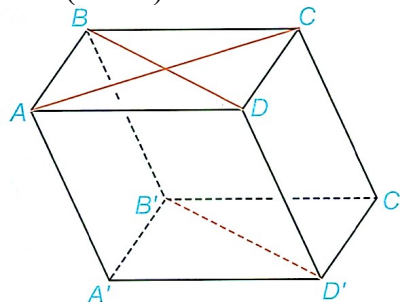
Vì $CD \parallel AB$ nên $(AA', CD) = (AA', AB) = 90^\circ$. Tứ giác $ACC'A'$ có các cặp cạnh đối bằng nhau nên nó là một hình bình hành. Do đó, $A'C' \parallel AC$. Vậy $(A'C', BD) = (AC, BD) = 90^\circ$.

Tương tự, $DC' \parallel AB'$. Vậy $(AC, DC') = (AC, AB')$. Tam giác $AB'C$ có ba cạnh bằng nhau (vì là các đường chéo của các hình vuông có độ dài cạnh bằng nhau) nên nó là một tam giác đều. Từ đó, $(AC, DC') = (AC, AB') = 60^\circ$.

2. HAI ĐƯỜNG THẲNG VUÔNG GÓC

Hai đường thẳng a, b được gọi là vuông góc với nhau, kí hiệu $a \perp b$, nếu góc giữa chúng bằng 90° .

Ví dụ 2. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ (H.7.6).



Hình 7.6

a) Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng AC và $B'D'$.

b) Chứng minh rằng AC và $B'D'$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi $ABCD$ là một hình thoi.

Giải

a) Hai đường thẳng AC và $B'D'$ lần lượt thuộc hai mặt phẳng song song $(ABCD)$ và $(A'B'C'D')$ nên chúng không có điểm chung, tức là chúng không thể trùng nhau hoặc cắt nhau.

Tứ giác $BDD'B'$ có hai cạnh đối BB' và DD' song song và bằng nhau nên nó là một hình bình hành. Do đó $B'D'$ song song với BD . Mặt khác, BD không song song với AC nên $B'D'$ không song song với AC .

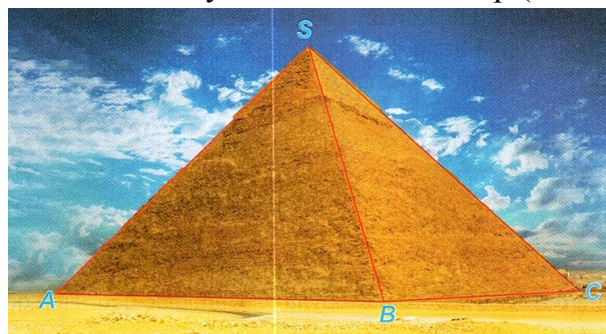
Từ những điều trên suy ra AC và $B'D'$ chéo nhau.

b) Do $B'D'$ song song với BD nên $(AC, B'D') = (AC, BD)$. Do đó, AC và $B'D'$ vuông góc với nhau khi và chỉ khi AC và BD vuông góc với nhau. Do $ABCD$ là hình bình hành nên AC vuông góc với BD khi và chỉ khi $ABCD$ là hình thoi.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Xác định góc giữa hai đường thẳng

Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Kim tự tháp Kheops là kim tự tháp lớn nhất trong các kim tự tháp ở Ai Cập, được xây dựng vào thế kỉ 26 trước Công nguyên và là một trong bảy kì quan của thế giới cổ đại. Kim tự tháp có dạng hình chóp với đáy là hình vuông có cạnh dài khoảng 230 m, các cạnh bên bằng nhau và dài khoảng $219m$ (kích thước hiện nay). (Theo britannica.com). Tính (gần đúng) góc tạo bởi cạnh bên SC và cạnh đáy AB của kim tự tháp (H.7.4).



Hình 7.4

Câu 2. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có các đáy là các tam giác đều. Tính góc $(AB, B'C')$.

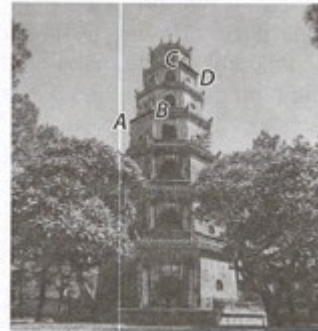
Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC \cdot A'B'C'$ có tam giác ABC cân tại A và $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Các điểm M, N lần lượt thuộc hai đoạn thẳng AA' và BB' thỏa mãn $MN \parallel AB$, các điểm P, Q lần lượt thuộc hai đoạn thẳng AA' và CC' (P khác M) thỏa mãn $PQ \parallel AC$ (Hình 2). Tính các góc sau:

- (AB, AC) ;
- $(AB, B'C')$;
- (MN, PQ) .

Câu 4. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tính góc giữa hai đường thẳng AD và BC , biết $MN = a\sqrt{3}$ và $AD = BC = 2a$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của các cạnh AC, BC và AB . Tính góc giữa đường thẳng MN và BD ; góc giữa đường thẳng KN và MD .

Câu 6. Tháp Phước Duyên ở Chùa Thiên Mụ (Huế) cao bảy tầng, sàn của mỗi tầng đều là hình bát giác đều. Hãy tính góc giữa hai cạnh AB và CD được thể hiện trên hình sau:



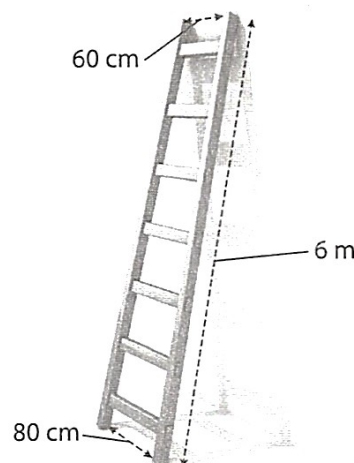
Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, tam giác SAD là tam giác đều và M là trung điểm của cạnh AD . Tính góc giữa hai đường thẳng BC và SA ; BC và SM .

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau và góc $A'AD$ bằng 120° . Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau: $A'C'$ và BD ; AD và BB' ; $A'D$ và BB' .

Câu 9. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O và tất cả các cạnh của hình chóp đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm các cạnh SA, AB .

- Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau: MN và SD ; MO và SB .
- Tính tang của góc giữa hai đường thẳng SN và BC .

Câu 10. Một chiếc thang có dạng hình thang cân cao $6m$, hai chân thang cách nhau $80cm$, hai ngọn thang cách nhau $60cm$. Thang được dựa vào bờ tường như hình bên. Tính góc tạo giữa đường thẳng chân tường và cạnh cột thang (tính gần đúng theo đơn vị độ, làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).



Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $a, SA = a\sqrt{3}, SA \perp BC$.

Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SC . Tính góc giữa các cặp đường thẳng:

- IJ và BD ;

b) SD và BC .

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Cho biết $MN = a\sqrt{3}$, tính góc giữa AB và CD .

Câu 13. Cho tứ diện đều $ABCD, M$ là trung điểm của cạnh BC . Tính góc giữa AB và DM .

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $a, SA = a\sqrt{3}, SA \perp AC$, $SA \perp BC, \angle BAD = 120^\circ$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, BC . Tính góc giữa các cặp đường thẳng:

a) SD và BC .

b) MN và SC .

Câu 15. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N, I, J lần lượt là trung điểm của SA, SD, SC và BC . Tính góc giữa các cặp đường thẳng sau:

a) IJ và DC ;

b) MN và IJ .

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = AC, \angle SAC = \angle SAB$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng SA và BC .

Câu 17. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD .

Câu 18. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng BA' và CD .

Câu 19. Cho tứ diện đều $ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh BC . Côsin của góc giữa hai đường thẳng AB và DM bằng?

Câu 20. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của cạnh AA' và $A'B'$. Tính số đo góc giữa hai đường thẳng MN và BD .

Câu 21. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC \cdot A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác cân $AB = AC = a$, $\angle BAC = 120^\circ$, cạnh bên $AA' = a\sqrt{2}$ và $AA' \perp AB, AA' \perp AC$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và BC .

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau và $SA = SB = SC = a$. Gọi M là trung điểm của AB . Tính góc giữa hai đường thẳng SM và BC .

Câu 23. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có 6 mặt là hình vuông. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$?

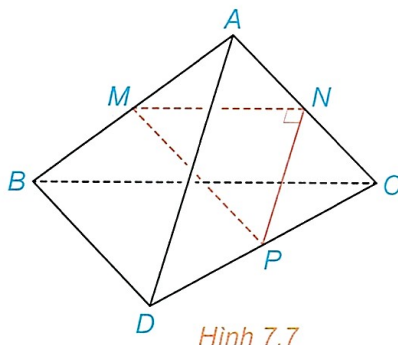
Câu 24. Cho tứ diện $ABCD$ có AB vuông góc với (BCD) . Biết tam giác BCD vuông tại C và $AB = \frac{a\sqrt{6}}{2}, AC = a\sqrt{2}, CD = a$. Gọi E là trung điểm của AD . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CE ?

Câu 25. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với AB và AD , $SA = a$. Gọi M là trung điểm của SB . Tính góc giữa AM và BD .

Câu 26. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng ?

Dạng 2. Chứng minh hai đường thẳng vuông góc

Câu 27. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho tam giác MNP vuông tại N và một điểm A nằm ngoài mặt phẳng (MNP) . Lần lượt lấy các điểm B, C, D sao cho M, N, P tương ứng là trung điểm của AB, AC, CD (H.7.7).



Hình 7.7

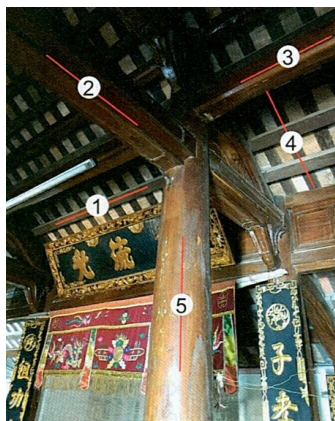
Chứng minh rằng AD và BC vuông góc với nhau và chéo nhau.

Câu 28. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có các cạnh bằng nhau. Chứng minh rằng tứ diện $ACB'D'$ có các cặp cạnh đối diện vuông góc với nhau.

Câu 29. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho tứ diện $ABCD$ có $\angle BDC = 90^\circ$.

- Gọi M, N tương ứng là trung điểm của AB, AD . Chứng minh rằng MN vuông góc với BC .
- Gọi G, K tương ứng là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD . Chứng minh rằng GK vuông góc với BC .

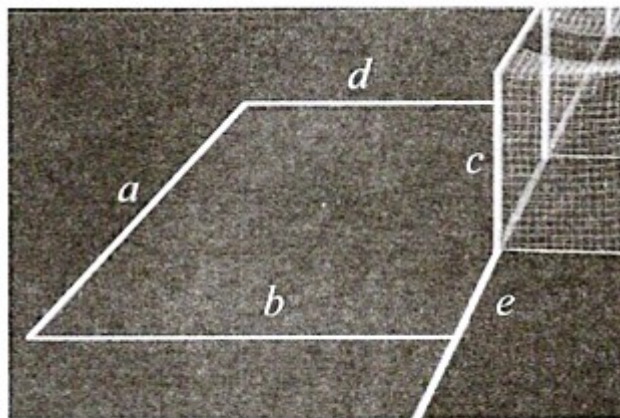
Câu 30. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Đối với nhà gỗ truyền thống, trong các cấu kiện: hoành, quá giang, xà cái, rui, cột tương ứng được đánh số 1, 2, 3, 4, 5 như trong Hình 7.8, những cặp cấu kiện nào vuông góc với nhau?



Hình 7.8

Câu 31. Cho hình chóp $S \cdot ABCD$ có đáy là hình bình hành, SAB là tam giác cân tại S . Gọi M là trung điểm AB (Hình 3). Chứng minh rằng $SM \perp CD$.

Câu 32. Hình 5 gợi nên hình ảnh một số cặp đường thẳng vuông góc với nhau. Hãy chỉ ra ba cặp đường thẳng vuông góc với nhau.



Hình 5

Câu 33. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông.

- Chứng minh rằng $AB \perp A'D'$ và $AC \perp B'D'$.
- Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B'$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ $MNPQ \cdot M'N'P'Q'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Chứng minh rằng $M'N \perp P'Q$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O và tam giác SAC vuông tại S . Gọi M là trung điểm của cạnh SB . Chứng minh rằng đường thẳng OM vuông góc với đường thẳng SB .

Câu 36. Cho tứ diện $ABCD$, gọi M và N lần lượt là trung điểm của AC và BD . Biết $MN = a\sqrt{3}$; $AB = 2\sqrt{2}a$ và $CD = 2a$. Chứng minh rằng đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng CD .

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng a và các cạnh bên đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD, SD . Chứng minh rằng $MN \perp SC$.

Câu 38. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD, AC = BD, AD = BC$.

- Chứng minh đoạn nối các trung điểm của các cặp cạnh đối thì vuông góc với hai cạnh đó.
- Chứng minh hai đoạn nối các trung điểm của các cặp cạnh đối thì vuông góc với nhau.

Câu 39. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD . Chứng minh hai đường thẳng OA và CD vuông góc với nhau.

Câu 40. Cho tứ diện $ABDC$ có $AB = AC$ và $DB = DC$. Chứng minh: $BC \perp AD$.

Câu 41. Trong hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Chứng minh:

- $A'C' \perp BD$.
- $A'B \perp DC'$.
- $BC' \perp A'D$.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

- Câu 1.** Trong không gian, cho đường thẳng d và điểm O . Qua O có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với đường thẳng d ?
- A. 3. B. vô số. C. 1. D. 2.
- Câu 2.** Trong không gian cho trước điểm M và đường thẳng Δ . Các đường thẳng đi qua M và vuông góc với Δ thì:
- A. vuông góc với nhau. B. song song với nhau.
C. cùng vuông góc với một mặt phẳng. D. cùng thuộc một mặt phẳng.
- Câu 3.** Trong không gian, cho các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?
- A. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng vuông góc thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
B. Hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba thì song song với nhau
C. Một đường thẳng vuông góc với một trong hai đường thẳng song song thì vuông góc với đường thẳng còn lại.
D. Hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba thì vuông góc với nhau.
- Câu 4.** Trong không gian, cho 3 đường thẳng a, b, c phân biệt và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. Nếu $a \perp c$ và $(P) \perp c$ thì $a // (P)$.
B. Nếu $a \perp c$ và $b \perp c$ thì $a // b$.
C. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a \perp c$.
D. Nếu $a \perp b$ thì a và b cắt nhau hoặc chéo nhau.
- Câu 5.** Chỉ ra mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:
- A. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một mặt phẳng cho trước.
B. Qua một điểm O cho trước có một mặt phẳng duy nhất vuông góc với một đường thẳng Δ cho trước.
C. Hai đường thẳng chéo nhau và vuông góc với nhau. Khi đó có một và chỉ một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với đường thẳng kia.
D. Qua một điểm O cho trước có một và chỉ một đường thẳng vuông góc với một đường thẳng cho trước.
- Câu 6.** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**
- A. Hai đường thẳng cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song.
D. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song.
- Câu 7.** Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:
- A. Trong không gian hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
B. Trong không gian hai đường thẳng vuông góc với nhau có thể cắt nhau hoặc chéo nhau.

- C. Trong không gian hai mặt phẳng cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song với nhau.
D. Trong không gian hai đường thẳng không có điểm chung thì song song với nhau.

Câu 8. Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh đều bằng nhau. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $BB' \perp BD$. B. $A'C' \perp BD$. C. $A'B \perp DC'$. D. $BC' \perp A'D$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng BC' ?

- A. $A'D$. B. AC . C. BB' . D. AD' .

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O và $SA = SC$, $SB = SD$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

- A. $AC \perp SD$. B. $BD \perp AC$. C. $BD \perp SA$. D. $AC \perp SA$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AC và $A'B$.

- A. 60° B. 45° C. 75° D. 90°

Câu 12. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng:

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 90° .

Câu 13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = 2a$, $BC = a$. Các cạnh bên của hình chóp cùng bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và SC .

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. $\arctan 2$.

Câu 14. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C'$ và BD bằng.

- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 15. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là

- A. 90° . B. 60° . C. 30° . D. 45° .

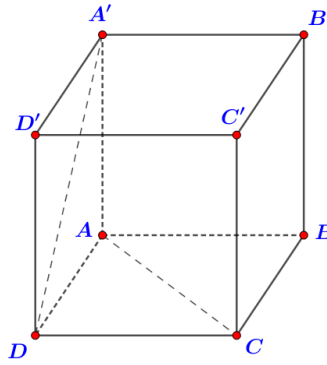
Câu 16. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 1, cạnh bên bằng 2. Gọi C_1 là trung điểm của CC' . Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng BC_1 và $A'B'$.

- A. $\frac{\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$.

Câu 17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC . Số đo của góc (IJ, CD) bằng:

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 18. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của CD và N là trung điểm của $A'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $B'M$ và $C'N$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 20. Cho tứ diện $OABC$ có $OA = OB = OC = a$; OA, OB, OC vuông góc với nhau từng đôi một. Gọi I là trung điểm BC . Tính góc giữa hai đường thẳng AB và OI .

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 21. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật và $\angle BAD = 40^\circ$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AC và $B'D'$ là

- A. 40° . B. 20° . C. 50° . D. 80° .

Câu 22. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có I, J lần lượt là trung điểm của BC và BB' . Góc giữa hai đường thẳng AC và IJ bằng

- A. 45° . B. 60° . C. 30° . D. 120° .

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 90° . D. 120° .

Câu 24. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB' và $A'C'$.

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

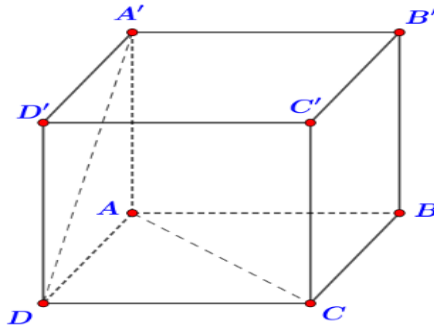
Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CD' bằng

- A. 60° . B. 45° . C. 30° . D. 90° .

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh a , $SA = a\sqrt{3}$ và $SA \perp BC$. Góc giữa hai đường thẳng SD và BC bằng

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng AC và $A'D$ bằng



- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 45° .

Câu 28. Cho hình lăng trụ đều $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng BC' và $B'D'$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 29. Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=1, AA'=\sqrt{2}$. Tính góc giữa AB' và BC'

- A. 30° . B. 45° . C. 120° . D. 60° .

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

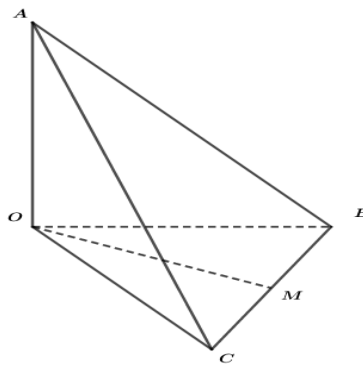
Câu 30. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=CD=2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết $MN=\sqrt{3}a$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 31. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$ và $AA'=a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 32. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA=OB=OC$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình vẽ bên dưới). Góc giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

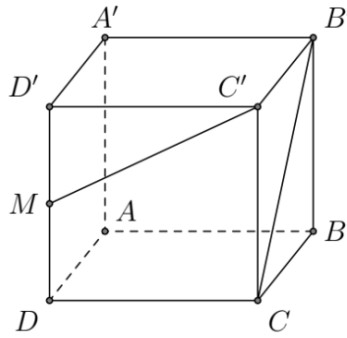


- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$; gọi M là trung điểm của $B'C'$. Góc giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng

- A. 45° . B. 90° . C. 30° . D. 60° .

Câu 34. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của DD' (Tham khảo hình vẽ). Tính cô-sin của góc giữa hai đường thẳng $B'C$ và $C'M$



- A. $\frac{1}{\sqrt{10}}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

Câu 35. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, AD . Giả sử

$AB = CD = a$ và $PQ = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD là

- A. 90° . B. 45° . C. 30° . D. 60° .

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$, $BC = a\sqrt{2}$. Tính số đo của góc giữa hai đường thẳng AB và SC ta được kết quả:

- A. 90° . B. 30° . C. 60° . D. 45° .

Câu 37. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $MN = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa AB và CD .

- A. 45° . B. 30° . C. 90° . D. 60° .

Câu 38. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M trung điểm các cạnh CD . $\cos$ in của góc giữa AC và $C'M$ là

- A. 0 . B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{10}$.

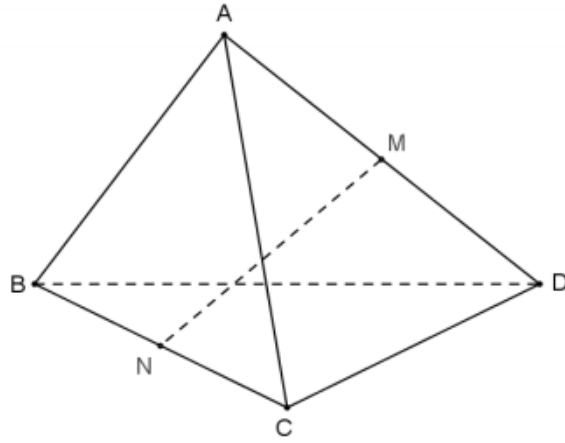
Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh $a = 4\sqrt{2}\text{cm}$, cạnh bên SC vuông góc với đáy và $SC = 2\text{cm}$. Gọi M, N là trung điểm của AB và BC . Góc giữa hai đường thẳng SN và CM là

- A. 30° . B. 60° . C. 45° . D. 90° .

Câu 40. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.MNP$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Gọi I là trung điểm cạnh AC . $\cos$ in của góc giữa hai đường thẳng NC và IB bằng

- A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{10}}{4}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{4}$. D. $\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = a$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Xác định độ dài đoạn thẳng MN để góc giữa hai đường thẳng AB và MN bằng 30° .



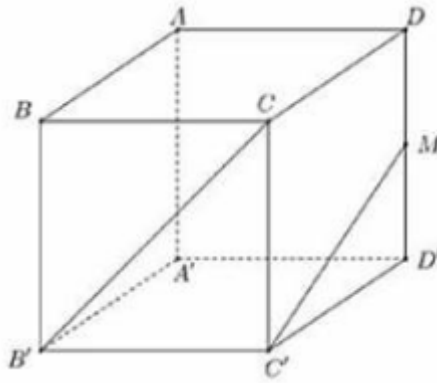
A. $MN = \frac{a}{2}$.

B. $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $MN = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

D. $MN = \frac{a}{4}$.

Câu 42. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là trung điểm của DD' (tham khảo hình vẽ dưới đây). Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng $B'C$ và $C'M$.



A. $\frac{2\sqrt{2}}{9}$.

B. $\frac{1}{\sqrt{10}}$.

C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = 3a, BD = 4a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết AC vuông góc BD . Tính MN .

A. $MN = \frac{5a}{2}$.

B. $MN = \frac{7a}{2}$.

C. $MN = \frac{a\sqrt{7}}{2}$.

D. $MN = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 44. Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình chữ nhật và $\angle A'D = 40^\circ$. Số đo góc giữa hai đường thẳng $AC, B'D'$ là

A. 40° .

B. 20° .

C. 50° .

D. 80° .

Câu 45. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Góc giữa hai đường thẳng CD' và $A'C'$ bằng.

A. 30° .

B. 90° .

C. 60° .

D. 45° .

Câu 46. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = AC = AD = 1$; $\angle BAC = 60^\circ$; $\angle BAD = 90^\circ$; $\angle CAD = 120^\circ$. Tính cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng AG và CD , trong đó G là trọng tâm tam giác BCD .

A. $\frac{1}{\sqrt{6}}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 47. Cho hình vuông $ABCD$ cạnh $4a$, lấy H, K lần lượt trên các cạnh AB, AD sao cho $BH = 3HA, AK = 3KD$. Trên đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ tại H lấy điểm S sao cho $\angle SBH = 30^\circ$. Gọi E là giao điểm của CH và BK . Tính $\cos$ của góc giữa hai đường thẳng SE và BC .

A. $\frac{28}{5\sqrt{39}}$.

B. $\frac{18}{5\sqrt{39}}$.

C. $\frac{36}{5\sqrt{39}}$.

D. $\frac{9}{5\sqrt{39}}$.

Câu 48. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và SD . Số đo của góc giữa hai đường thẳng MN và SC là

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 49. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa hai đường thẳng MN và AP .

A. 60° .

B. 90° .

C. 30° .

D. 45° .

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với đáy, $SA = a$. Gọi M là trung điểm SB . Góc giữa AM và BD là

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Câu 51. Cho tứ diện đều $ABCD$, M là trung điểm của cạnh BC . Tính giá trị của $\cos(AB, DM)$.

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 52. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của $AB, BC, C'D'$. Xác định góc giữa MN và AP .

A. 60° .

B. 30° .

C. 90° .

D. 45° .

Câu 53. Cho tứ diện $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a; BC = a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. 0° .

B. 120° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 54. Cho lăng trụ đều $ABC.DEF$ có cạnh đáy bằng a , chiều cao bằng $2a$. Tính $\cos$ của góc tạo bởi hai đường thẳng AC và BF .

A. $\frac{\sqrt{5}}{10}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{5}$.

C. $\frac{\sqrt{5}}{5}$.

D. $\frac{\sqrt{3}}{10}$.

Câu 55. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . Gọi M là trung điểm của BC . Tính $\cos$ của góc giữa hai đường thẳng AB và DM ?

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\frac{\sqrt{3}}{6}$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{1}{2}$.

Câu 56. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau, biết $AB = AC = AD = 1$. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

A. 45° .

B. 60° .

C. 30° .

D. 90° .

Câu 57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a$, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tính cosin của góc tạo bởi hai đường thẳng SC và BD .

- A. $\sqrt{\frac{3}{10}}$. B. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{5}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{10}$.

Câu 58. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB = CD = 2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm AD và BC . Biết $MN = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng.

- A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .

Câu 59. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và tam giác ABC vuông tại B , $SA = a, AB = a, BC = a\sqrt{2}$. Gọi I là trung điểm BC . Cosin của góc giữa đường thẳng AI và SC là?

- A. $-\sqrt{\frac{2}{3}}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$

Câu 60. Cho tứ diện $ABCD$ gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC và AD . Biết $AB = CD = a$, $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng AB và CD .

- A. 30° . B. 90° . C. 60° . D. 120° .

Câu 61. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của BC, AD . Biết $AB = CD = a$ và $MN = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Góc giữa hai đường thẳng AB và CD bằng

- A. 30° . B. 90° . C. 120° . D. 60° .

Câu 62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a; AD = a\sqrt{2}; SA = 2a; SA \perp (ABCD)$. Tính cosin góc giữa hai đường thẳng SB và AC .

- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{2}{\sqrt{5}}$. C. $\frac{1}{\sqrt{15}}$. D. $\frac{1}{\sqrt{5}}$.

Câu 63. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $A'B$ và AD' .

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .