|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH GIA LAI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC : 2022-2023**  **Môn: TOÁN (CHUYÊN)**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. Xác định tọa độ giao điểm của parabol và đường thẳng 
2. Cho 

Và 

Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy chứng tỏ 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. Tìm một đa thức bậc ba với hệ số nguyên nhận là một nghiệm và 
2. Tìm nghiệm tất cả các số nguyên thỏa mãn :

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Giải hệ phương trình 

**Câu 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác nội tiếp đường tròn , kẻ ba đường cao cắt nhau tại H, lấy điểm trên cung nhỏ . Gọi P là điểm đối xứng với M qua AB

a) Chứng minh : và tứ giác nội tiếp đường tròn

b) Chứng minh : H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác 

c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

**Câu 5. (1,0 điểm)** Cho các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng :



**ĐÁP ÁN**

**Câu 1. (2,0 điểm)**

1. **Xác định tọa độ giao điểm của parabol và đường thẳng **

Ta có phương trình hoành độ giao điểm của parabol (P) và đường thẳng là :



Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là 

1. **Cho **

**Và **

**Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy chứng tỏ **

Ta có : 

Do đó, 

Mặt khác ,



Vì nên ta có : hay 

**Câu 2. (2,0 điểm)**

1. **Tìm một đa thức bậc ba với hệ số nguyên nhận là một nghiệm và **

Ta có

Nên đa thức bậc ba thỏa đề có dạng với k là hằng số

Vì nên 

Vậy đa thức cần tìm là 

1. **Tìm nghiệm tất cả các số nguyên thỏa mãn :**

Ta có : 



Vì là các số nguyên nên và là các số tự nhiên

Do đó, 

hoặc 

Cả hai trường hợp đều không thỏa mãn

Vậy , không tồn tai các số nguyên x,y thỏa mãn đề bài

**Câu 3. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

Điều kiện : 

Với điều kiện đó, ta có 



Nếu thì phương trình

Nếu thì ta có :



Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất 

1. **Giải hệ phương trình **

Nếu thì không thỏa mãn hệ

Nếu thì hệ tương đương với :



Trừ (2) cho (1) vế theo vế ta được 



Thay vào (1), ta có: 

Th2: 

Thay vào (1), ta có 

Vậy hệ phương trình đã cho có 4 nghiệm :



**Câu 4. (3,0 điểm) Cho tam giác nội tiếp đường tròn , kẻ ba đường cao cắt nhau tại H, lấy điểm trên cung nhỏ . Gọi P là điểm đối xứng với M qua AB**

****

1. **Chứng minh :** **và tứ giác** **nội tiếp đường tròn**

P đối xứng với M qua nên 

Do và là các góc nội tiếp cùng chắn cung nên 

Từ (1) và (2) suy ra 

Tứ giác có (vì là các đường cao của nên . Suy ra 

Từ (3) và (4) suy ra . Do đó, tứ giác nội tiếp một đường tròn

**b) Chứng minh : H là tâm đường tròn nội tiếp tam giác **

Dễ thấy là các tứ giác nội tiếp nên 

Suy ra là đường phân giác của tam giác 

Tương tự, HD cũng là đường phân giác của tam giác 

Vậy là tâm đường tròn nội tiếp tam giác 

**c) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức **

Đặt Ta có : 

Tương tự ta cũng có : . Suy ra :



Đẳng thức xảy ra khi là trọng tâm 

Mà H cũng là trực tâm nên lúc đó là tam giác đều

**Câu 5. (1,0 điểm) Cho các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng :**

****

Áp dụng bất đẳng thức ta có:



Ta có : . Do đó 

Dễ dàng chứng minh bất đẳng thức AM – GM cho ba số không âm :



Áp dụng bất đẳng thức này, ta có 

Từ (1) và (2) suy ra . Đẳng thức xảy ra khi 