



Chương

Bài 1.

GÓC LƯỢNG GIÁC

A

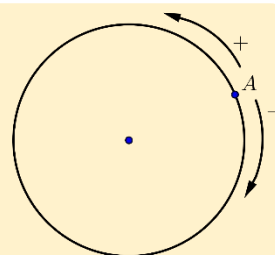
Lý thuyết

1. Đường tròn định hướng và cung lượng giác



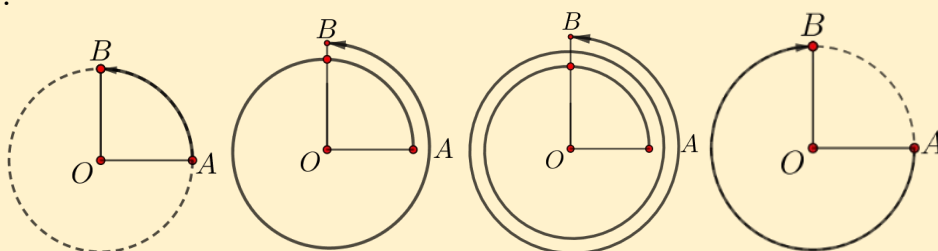
Đường tròn định hướng:

- Đường tròn định hướng là một đường tròn trên đó đã chọn **một chiều chuyển động** gọi là chiều dương, chiều ngược lại là chiều âm.
- Qui ước chọn chiều **ngược** với chiều quay của kim đồng hồ làm chiều dương.



Cung lượng giác:

- Trên đường tròn định hướng cho 2 điểm A, B . Một điểm M di động trên đường tròn luôn theo một chiều từ A đến B tạo nên một **cung lượng giác** có điểm đầu A và điểm cuối B .
- Với 2 điểm A, B đã cho trên đường tròn định hướng ta có **vô số cung lượng giác** có điểm đầu A , điểm cuối B .
- Kí hiệu $\overset{\text{Đ}}{AB}$.



Chú ý

Trên một đường tròn định hướng, lấy 2 điểm A, B thì:

- (1) Kí hiệu $\overset{\text{Đ}}{AB}$ chỉ một cung hình học (lớn hoặc bé) hoàn toàn xác định.
- (2) Kí hiệu $\overset{\text{Đ}}{AB}$ chỉ một cung lượng giác điểm đầu A , điểm cuối B .

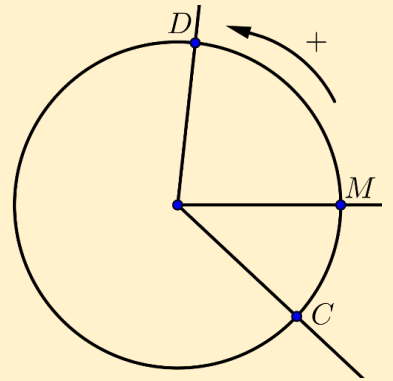


2. Góc lượng giác.



Góc lượng giác:

- Một điểm M chuyển động trên đường tròn từ C đến D tạo nên cung lượng giác $\overset{Đ}{CD}$.
Khi đó tia OM quay xung quanh gốc O từ vị trí OC đến OD . Ta nói tia OM tạo nên **góc lượng giác**, có tia đầu OC và tia cuối OD .
- Kí hiệu: (OC, OD) .
- Ta quy ước: chiều quay
+ ngược với chiều quay kim đồng hồ là chiều dương
- Khi tia OM quay góc a thì ta nói góc lượng giác mà tia đó quét nên có số đo a .
- Số đo của **góc lượng giác** với tia đầu OC , tia cuối OD được kí hiệu là



Nhận xét

Số đo của các góc lượng giác có cùng tia đầu OC và tia cuối OD sai khác nhau một bội nguyên của 360° nên có công thức tổng quát là:
 $sd(OC, OD) = a^\circ + k.360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$



Hệ thức Chasles:

Với 3 tia Oa, Ob, Oc bất kì ta có:

$$(Oa, Ob) + (Ob, Oc) = (Oa, Oc) + k.360^\circ \quad (k \in \mathbb{Z})$$

3. Đơn vị Radian.



Đơn vị Radian:

- » Trên đường tròn tùy ý, cung có độ dài bằng bán kính được gọi là cung có số đo 1 rad.

Quan hệ giữa độ & radian:

$$1^\circ = \frac{p}{180} \text{ rad} \quad \text{và} \quad 1 \text{ rad} = \frac{180^\circ}{p}$$

Chú ý:

Khi viết số đo của một góc (cung) theo đơn vị radian, ta không viết chữ rad sau số đó.

$$180^\circ = p \rightarrow 60^\circ = \frac{p}{3} \quad ; \quad 180^\circ = p \rightarrow 45^\circ = \frac{p}{4}$$

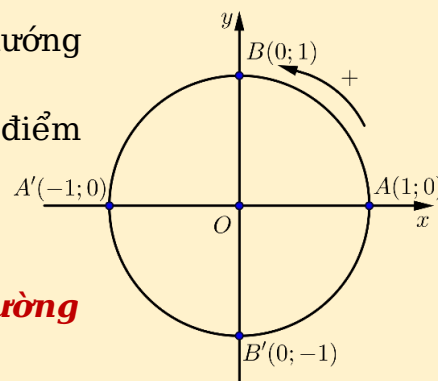


4. Đường tròn lượng giác



Đường tròn lượng giác:

- » Trong mặt phẳng Oxy , vẽ đường tròn định hướng tâm O , bán kính $R=1$.
- » Đường tròn này cắt hai trục tọa độ tại bốn điểm $A(1;0)$, $A'(-1;0)$, $B(0;1)$, $B'(0;-1)$.
- » Ta lấy $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn.
- » Đường tròn xác định như trên được gọi là **đường tròn lượng giác** (gốc A).



5. Độ dài cung tròn.



- » Cung có số đo α rad của đường tròn bán kính R có độ dài $l = R\alpha$.



Các dạng bài tập

Dạng 1. Mối liên hệ giữa độ và radian



Phương

Dùng mối quan hệ giữa độ và radian: $180^\circ = p \text{ rad}$

» Đổi cung a có số đo từ radian sang độ $a \cdot \frac{180^\circ}{p}$

» Đổi cung x° có số đo từ độ ra radian $x^\circ \cdot \frac{p}{180^\circ}$



Ví dụ 1.1.

(1) Đổi số đo của các góc sau ra radian: $72^\circ, 600^\circ, -37^\circ 45' 30''$.

(2) Đổi số đo của các góc sau ra độ: $\frac{5p}{18}, \frac{3p}{5}, -4$.

Lời giải

(1) Đổi số đo của các góc sau ra radian: $72^\circ, 600^\circ, -37^\circ 45' 30''$.

$$\text{Vì } 1^\circ = \frac{p}{180} \text{ rad} \text{ nên } 72^\circ = 72 \cdot \frac{p}{180} = \frac{2p}{5}, 600^\circ = 600 \cdot \frac{p}{180} = \frac{10p}{3},$$

$$-37^\circ 45' 30'' = -37^\circ - \left(\frac{45}{60}\right)^\circ - \left(\frac{30}{60 \cdot 60}\right)^\circ = \left(\frac{4531}{120}\right)^\circ = \frac{4531}{120} \cdot \frac{p}{180} \approx 0,6587$$

(2) Đổi số đo của các góc sau ra độ: $\frac{5p}{18}, \frac{3p}{5}, -4$.

$$\text{Vì } 1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{p}\right)^\circ \text{ nên } \frac{5p}{18} = \left(\frac{5p}{18} \cdot \frac{180}{p}\right)^\circ = 50^\circ, \frac{3p}{5} = \left(\frac{3p}{5} \cdot \frac{180}{p}\right)^\circ = 108^\circ,$$

$$-4 = -\left(4 \cdot \frac{180}{p}\right)^\circ = -\left(\frac{720}{p}\right)^\circ \approx -2260^\circ 48'$$



Ví dụ 1.2.

Đổi số đo của góc $45^\circ 32'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần

Lời giải

$$\text{Trước tiên ta đổi } 45^\circ 32' = \left(45 + \frac{32}{60}\right)^\circ$$

$$\text{Áp dụng công thức, ta được } a = \frac{\left(45 + \frac{32}{60}\right) \cdot p}{180} \approx 0,795$$



Ví dụ 1.3.

Đổi số đo radian sang số đo độ

(1) $p(\text{rad})$

(2) $\frac{p}{3}(\text{rad})$

(3) $\frac{p}{10}(\text{rad})$

(4) $\frac{22p}{3}(\text{rad})$

(5) $-\frac{5p}{9}(\text{rad})$

(6) $-\frac{12p}{5}(\text{rad})$

Lời giải

(1) $p(\text{rad}) = \left(\frac{p \cdot 180}{p} \right)^\circ = 180^\circ$

(2) $\frac{p}{3}(\text{rad}) = \left(\frac{\frac{p}{3} \cdot 180}{p} \right)^\circ = 60^\circ$

(3) $\frac{p}{10}(\text{rad}) = \left(\frac{\frac{p}{10} \cdot 180}{p} \right)^\circ = 18^\circ$

(4) $\frac{22p}{3}(\text{rad}) = \left(\frac{\frac{22p}{3} \cdot 180}{p} \right)^\circ = 1320^\circ$

(5) $-\frac{5p}{9}(\text{rad}) = \left(\frac{-\frac{5p}{9} \cdot 180}{p} \right)^\circ = -100^\circ$

(6) $-\frac{12p}{5}(\text{rad}) = \left(\frac{-\frac{12p}{5} \cdot 180}{p} \right)^\circ = -432^\circ$



Ví dụ 1.4.

Đổi số đo độ sang số đo radian:

(1) 170°

(2) 1000°

(3) 3100°

(4) -90°

(5) -240°

(6) -125°

Lời giải

(1) $170^\circ = \frac{p \cdot 170}{180} \text{ rad} = \frac{17p}{18}(\text{rad})$

(2) $1000^\circ = \frac{p \cdot 1000}{180} \text{ rad} = \frac{50p}{9}(\text{rad})$

(3) $3100^\circ = \frac{p \cdot 3100}{180} \text{ rad} = \frac{155p}{9}(\text{rad})$

(4) $-90^\circ = \frac{p \cdot (-90)}{180} \text{ rad} = -\frac{p}{2}(\text{rad})$

(5) $-240^\circ = \frac{p \cdot (-240)}{180} \text{ rad} = -\frac{4p}{3}(\text{rad})$

(6) $-125^\circ = \frac{p \cdot (-125)}{180} \text{ rad} = -\frac{25p}{36}(\text{rad})$



▮ Dạng 2. Độ dài cung lượng giác



Phương pháp

Cung tròn bán kính R có số đo a ($0 \leq a \leq 2\pi$), có số đo độ a° ($0^\circ \leq a \leq 360^\circ$) và có

độ dài l thì: $l = Ra = \frac{\pi a}{180} \cdot R$ do đó $\frac{a}{\rho} = \frac{a}{180}$

$$1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\rho} \right)^\circ, 1^\circ = \frac{\rho}{180} \text{ rad}$$

Đặc biệt:



Ví dụ 2.1.

Một đường tròn có bán kính 36 m. Độ dài của cung trên đường tròn đó có số đo là

$$\frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{1}{3}$$

🔗 Lời giải

Theo công thức tính độ dài cung tròn ta có $l = Ra = \frac{\pi a}{180} \cdot R$ nên

(1) 51°

Ta có $l = Ra = 36 \cdot \frac{3\pi}{4} = 27\pi \approx 84,8\text{m}$

(2) 51°

Ta có $l = \frac{\pi a}{180} \cdot R = \frac{\pi 51}{180} \cdot 36 = \frac{51\pi}{5} \approx 32,04\text{m}$

(3) $\frac{1}{3}$

Ta có $l = Ra = 36 \cdot \frac{1}{3} = 12\text{m}$



Ví dụ 2.2.

Một hải lí là độ dài cung tròn xích đạo có số đo $\left(\frac{1}{60} \right)^\circ = 1'$. Biết độ dài xích đạo là 40.000km, hỏi một hải lí dài bao nhiêu km?

🔗 Lời giải

Một hải lí dài $\frac{40000}{360} \cdot \frac{1}{60} \approx 1,852\text{km}$



Ví dụ 2.3.

Cho hình vuông $A_0A_1A_2A_3$ nội tiếp đường tròn tâm O (các đỉnh được sắp xếp theo chiều ngược chiều quay của kim đồng hồ). Tính số đo của các

cung lượng giác $\overset{\text{Đ}}{A_0A_1}, \overset{\text{Đ}}{A_1A_2}, \overset{\text{Đ}}{A_2A_3}, \overset{\text{Đ}}{A_3A_0} (i, j = 0, 1, 2, 3, i \neq j)$

Lời giải

Ta có $\overset{\text{Đ}}{A_0OA_0} = 0$ nên $\overset{\text{Đ}}{A_0A_0} = k2p, k \in \mathbb{Z}$

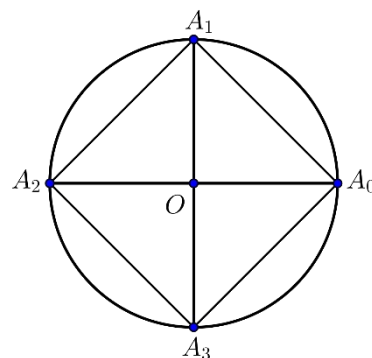
$\overset{\text{Đ}}{A_0OA_1} = \frac{p}{2}$ nên $\overset{\text{Đ}}{A_0A_1} = \frac{p}{2} + k2p, k \in \mathbb{Z}$

$\overset{\text{Đ}}{A_0OA_2} = p$ nên $\overset{\text{Đ}}{A_0A_2} = p + k2p, k \in \mathbb{Z}$

$\overset{\text{Đ}}{A_0OA_3} = \frac{p}{2}$ nên $\overset{\text{Đ}}{A_0A_3} = 2p - \frac{p}{2} + k2p = \frac{3p}{2} + k2p, k \in \mathbb{Z}$

Như vậy $\overset{\text{Đ}}{A_0A_i} = \frac{ip}{2} + k2p, i = 0, 1, 2, 3, k \in \mathbb{Z}$

Theo hệ thức salơ ta có $\overset{\text{Đ}}{A_iA_j} = \overset{\text{Đ}}{A_0A_j} - \overset{\text{Đ}}{A_0A_i} + k2p = (j-i)\frac{p}{2} + k2p, k \in \mathbb{Z}$





▮ Dạng 3. Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác



Phương

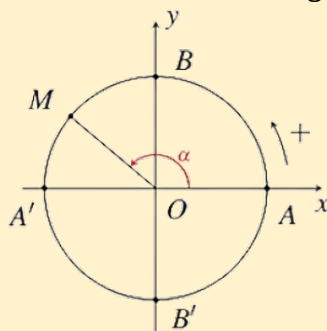
Để biểu diễn góc lượng giác có số đo a trên đường tròn lượng giác ta cần thực hiện các bước sau:

- » **Bước 1:** Vẽ đường tròn lượng giác. Chọn gốc $A(1;0)$ làm điểm đầu.
- » **Bước 2:** Chọn điểm cuối M trên đường tròn lượng giác sao cho $(OA, OM) = a$

Điểm cuối M chính là điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo a .

✱ Kiến thức cần lưu ý:

- ✓ Đường tròn lượng giác là đường tròn có tâm tại gốc tọa độ, bán kính bằng 1, được định hướng với:
 - » Chiều quay dương (ngược chiều quay của kim đồng hồ),
 - » Chiều quay âm (cùng chiều quay của kim đồng hồ).
- » Lấy điểm $A(1;0)$ làm điểm gốc của đường tròn.



Các điểm $B(0;1), A(1;0), B'(0;-1)$ nằm trên đường tròn lượng giác.

- ✓ Nếu $|a| > 2p$ (hoặc $|a| > 360^\circ$) ta phân tích $a = b + k2p$ hoặc $a = b + k360^\circ$ với $-p < b < p$. Khi đó, điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo a sẽ trùng với điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo là b .



Ví dụ 3.1.

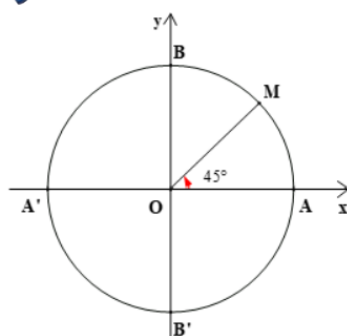
Xác định điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng

$$-9p$$

👉 Lời giải

$$(1) \quad -\frac{9p}{4}$$

Ta có $(OA, OM) = 45^\circ$ là góc lượng giác có tia đầu là tia OA , tia cuối là tia OM và quay theo chiều dương (ngược chiều quay của kim đồng hồ) một góc 45° . Điểm M trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng 45° được xác định như hình dưới đây:

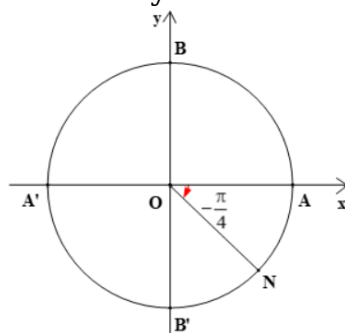


Vậy điểm M là điểm chính giữa của cung nhỏ AB

(2) $-\frac{9p}{4}$

Vì $(OA, ON) = -\frac{9p}{4} = -\frac{p}{4} + (-1) \cdot 2p$, do vậy điểm N trùng với điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo bằng $-\frac{p}{4}$.

Khi đó, góc (OA, ON) là góc lượng giác có tia đầu là tia OA , tia cuối là tia ON và quay theo chiều âm (cùng chiều quay của kim đồng hồ) một góc $\frac{p}{4}$. Điểm N trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo bằng $-\frac{9p}{4}$ được biểu diễn như hình dưới đây:



Vậy điểm N là điểm chính giữa của cung nhỏ BA .



Ví dụ 3.2.

Biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác có số đo:

(1) $\frac{9p}{4}$

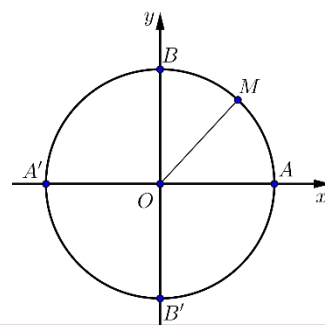
(2) -765°

(3) $x = kp \ (k \in \mathbb{Z})$

Lời giải

(1) -765°

Ta có $\frac{9p}{4} = \frac{p}{4} + 2.2p$.





Do đó điểm biểu diễn cung lượng giác $\frac{9p}{4}$ trùng với điểm biểu diễn cung lượng giác $\frac{p}{4}$.

Vậy điểm cuối của cung $\frac{9p}{4}$ là điểm chính giữa M của cung nhỏ $\widehat{AB}$.

(2) $x = kp$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Ta có $-765^\circ = -45^\circ - 2 \cdot 360^\circ$.

Do đó điểm biểu diễn cung lượng giác -765° trùng với điểm biểu diễn cung lượng giác -45° .

Lại có $\frac{45}{360} = \frac{1}{8}$.

Ta chia đường tròn thành 8 phần bằng nhau.

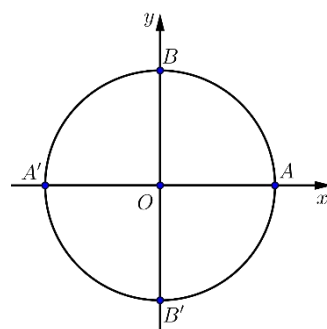
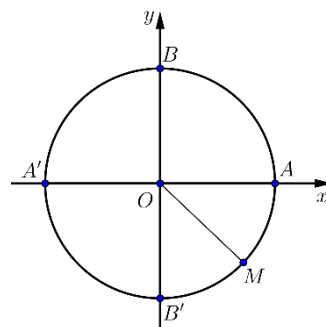
Khi đó điểm M biểu diễn góc có số đo -765° .

(3) $x = kp$ ($k \in \mathbb{Z}$)

Ta có $x = kp = \frac{k2p}{2}$. Vậy có 2 điểm biểu diễn cung lượng giác có số đo kp .

Với $k=0; x=0$, được biểu diễn bởi điểm A .

Với $k=1; x=p$, được biểu diễn bởi điểm A' .



Ví dụ 3.3.

Cho cung lượng giác có số đo $x = \frac{p}{4} + kp$ với k là số nguyên tùy ý. Có bao nhiêu giá trị k thỏa mãn $x \in [2p; 5p]$?

Lời giải

Giải hệ bất phương trình
$$\begin{cases} \frac{p}{4} + kp > 2p \\ \frac{p}{4} + kp < 5p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > \frac{7}{4} \\ k < \frac{19}{4} \end{cases}.$$

Từ đó để $x \in [2p; 5p]$ thì $\frac{7}{4} < k < \frac{19}{4}$. Vì k là số nguyên nên có 3 giá trị của k là 2, 3, 4 thỏa mãn yêu cầu bài toán.



Ví dụ 3.4.

Cho cung lượng giác có số đo $x = -\frac{p}{3} + \frac{kp}{4}$ với k là số nguyên tùy ý. Có bao nhiêu giá trị của k thỏa mãn $x \in \left[-\frac{3p}{5}; 4p\right]$?

Lời giải



Giải hệ bất phương trình
$$\begin{cases} -\frac{p}{3} + \frac{kp}{4} > -\frac{3p}{5} \\ -\frac{p}{3} + \frac{kp}{4} \leq 4p \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{16}{15} \\ k \leq \frac{52}{3} \end{cases}.$$

Từ đó, để $x \in \left[-\frac{3p}{5}; 4p\right]$ thì $-\frac{16}{15} < k \leq \frac{52}{3}$.

Vì k là số nguyên nên có 19 giá trị của $k(-1, 0, 1, \dots, 16, 17)$ thỏa mãn ycbt.



Luyện tập

A. Câu hỏi - Trả lời trắc nghiệm

- » Câu 1. Góc có số đo $\frac{p}{24}$ đổi sang độ bằng
A. 7° . **B.** $7^\circ 30'$. **C.** 8° . **D.** $8^\circ 30'$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $\frac{p}{24} = \frac{180^\circ}{24} = 7^\circ 30'$.

- » Câu 2. Một đường tròn có đường kính là $50(\text{cm})$. Độ dài của cung tròn trên đường tròn có số đo là $\frac{p}{4}$ bằng (làm tròn đến hàng đơn vị):
A. $40(\text{cm})$. **B.** $39(\text{cm})$. **C.** $19(\text{cm})$. **D.** $20(\text{cm})$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

Độ dài của cung tròn $l = a \cdot R = \frac{p}{4} \cdot 25 = \frac{25}{4}p \approx 20(\text{cm})$.

- » Câu 3. Số đo theo đơn vị radian của góc 315° là
A. $\frac{7p}{2}$. **B.** $\frac{7p}{4}$. **C.** $\frac{2p}{7}$. **D.** $\frac{4p}{7}$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có $315^\circ = \frac{315}{180} \cdot p = \frac{7p}{4}$ (radian).

- » Câu 4. Cung tròn có số đo là $\frac{5p}{4}$. Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

A. 5° . **B.** 15° . **C.** 172° . **D.** 225° .

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có: $d^\circ = \frac{a}{p} \cdot 180^\circ = \frac{\frac{5p}{4}}{p} \cdot 180^\circ = 225^\circ$.

- » Câu 5. Cung tròn có số đo là p . Hãy chọn số đo độ của cung tròn đó trong các cung tròn sau đây.

A. 30° . **B.** 45° . **C.** 90° . **D.** 180° .

👉 **Lời giải**

Chọn D

Ta có: $d^\circ = \frac{a}{p} \cdot 180^\circ = 180^\circ$.



- » Câu 6. Góc có số đo $\frac{2p}{5}$ đổi sang độ là:
A. 135° . **B.** 72° . **C.** 270° . **D.** 240° .

👉 **Lời giải**

Chọn B

Ta có: $\frac{2p}{5} = \frac{2 \cdot 180^\circ}{5} = 72^\circ$.

- » Câu 7. Góc có số đo 108° đổi ra radian là:

- A.** $\frac{3p}{5}$. **B.** $\frac{p}{10}$. **C.** $\frac{3p}{2}$. **D.** $\frac{p}{4}$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Ta có: $108^\circ = \frac{108^\circ \cdot p}{180^\circ} = \frac{3p}{5}$.

- » Câu 8. Một bánh xe có 72 răng. Số đo góc mà bánh xe đã quay được khi di chuyển 10 răng là:

- A.** 60° . **B.** 30° . **C.** 40° . **D.** 50° .

👉 **Lời giải**

Chọn D

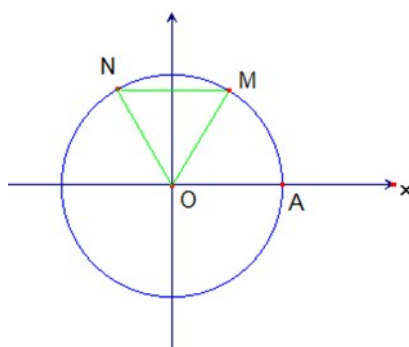
+ 1 bánh răng tương ứng với $\frac{360^\circ}{72} = 5^\circ \Rightarrow 10$ bánh răng là 50° .

- » Câu 9. Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là

- A.** -120° hoặc 240° . **B.** $120^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$.
C. 120° . **D.** -240° .

👉 **Lời giải**

Chọn C



Ta có: $\angle AON = 60^\circ$, $\angle MON = 60^\circ$ nên $\angle AOM = 120^\circ$. Khi đó số đo cung AN bằng 120° .

- » Câu 10. Trên đường tròn bán kính $r=15$, độ dài của cung có số đo 50° là:

- A.** $l = 15 \cdot \frac{180}{p}$. **B.** $l = \frac{15p}{180}$. **C.** $l = 15 \cdot \frac{180}{p} \cdot 50$. **D.** $l = 750$.

👉 **Lời giải**

Chọn C



$$l = \frac{p \cdot r \cdot n^\circ}{180^\circ} = \frac{p \cdot 15 \cdot 50}{180}$$

» Câu 11. Trên đường tròn bán kính $r=5$, độ dài của cung đo $\frac{p}{8}$ là:

- A. $l = \frac{p}{8}$. B. $l = \frac{3p}{8}$. C. $l = \frac{5p}{8}$. D. $l = \frac{2p}{3}$.

👉 **Lời giải**

Chọn C

Độ dài cung AB có số đo cung AB bằng n độ: $l = r \cdot n = 5 \cdot \frac{p}{8}$.

» Câu 12. Số đo của cung tròn có độ dài $75(\text{cm})$ trên đường tròn có đường kính $30(\text{cm})$ (lấy $p \approx 3,14$ và làm tròn đến phút) có dạng $d^{\circ}b'(a, b \in \mathbb{Z})$. Giá trị của biểu thức $P = 2a - b$ bằng:

- A. 533 . B. 535 . C. 267 . D. 266 .

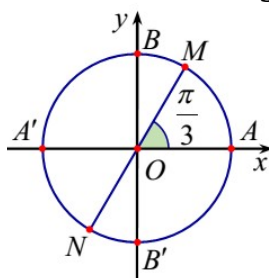
👉 **Lời giải**

Chọn B

Độ dài của cung tròn $l = \frac{a}{180} \cdot p \cdot R \Rightarrow a = \frac{l \cdot 180}{p \cdot R} = \frac{75 \cdot 180}{3,14 \cdot 15} \approx 286^\circ 37'$.

Vậy $P = 2a - b = 2 \cdot 286 - 37 = 535$.

» Câu 13. Trên hình vẽ hai điểm M, N biểu diễn các cung có số đo là:



- A. $x = \frac{p}{3} + 2kp$. B. $x = -\frac{p}{3} + kp$. C. $x = \frac{p}{3} + kp$. D. $x = \frac{p}{3} + k\frac{p}{2}$.

👉 **Lời giải**

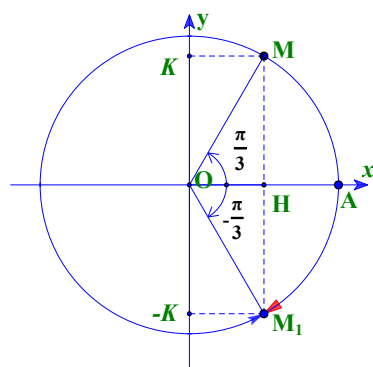
Chọn C

» Câu 14. Trên đường tròn lượng giác gốc A, cho điểm M xác định bởi số $\overset{\circ}{AM} = \frac{p}{3}$. Gọi M_1 là điểm đối xứng của M qua trục Ox . Tìm số đo của cung lượng giác $\overset{\circ}{AM_1}$.

- A. số $\overset{\circ}{AM_1} = \frac{-5p}{3} + k2p, k \in \mathbb{Z}$ B. số $\overset{\circ}{AM_1} = \frac{p}{3} + k2p, k \in \mathbb{Z}$
C. số $\overset{\circ}{AM_1} = \frac{-p}{3} + k2p, k \in \mathbb{Z}$ D. số $\overset{\circ}{AM_1} = \frac{-p}{3} + kp, k \in \mathbb{Z}$

👉 **Lời giải**

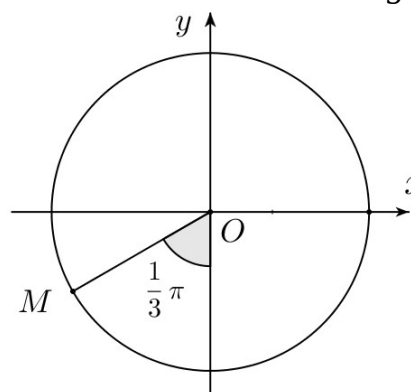
Chọn C



Vì M_1 là điểm đối xứng của M qua trục Ox nên có 1 góc lượng giác $(OA, OM_1) = -\frac{p}{3}$

$$\Rightarrow \text{sđ } \overset{B}{AM_1} = -\frac{p}{3} + k2p, k \in \mathbb{Z}$$

» Câu 15. Điểm M trong hình vẽ sau là điểm biểu diễn của góc a .



Số đo của a là

A. $a = -\frac{p}{3} + k2p, k \in \mathbb{Z}$

B. $a = -\frac{5p}{6} + kp, k \in \mathbb{Z}$

C. $a = \frac{p}{3} + k2p, k \in \mathbb{Z}$

D. $a = -\frac{5p}{6} + k2p, k \in \mathbb{Z}$

» Lời giải

Chọn D

$$a = -\frac{5p}{6} + k2p, k \in \mathbb{Z}$$

Số đo của a là

» Câu 16. Khi biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác, khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Điểm biểu diễn cung a và cung $p - a$ đối xứng nhau qua trục tung.

B. Điểm biểu diễn cung a và cung $-a$ đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

C. Mỗi cung lượng giác được biểu diễn bởi một điểm duy nhất.

D. Cung a và cung $a + k2p (k \in \mathbb{Z})$ có cùng điểm biểu diễn.

» Lời giải

Chọn B

Khẳng định B sai vì điểm biểu diễn cung a và cung $-a$ đối xứng nhau qua trục hoành.

» Câu 17. Một đồng hồ treo tường, kim giờ dài $10,57\text{cm}$ và kim phút dài $13,34\text{cm}$. Trong 30 phút mỗi kim giờ vạch lên cung tròn có độ dài là



- A. $2,78cm$. B. $2,77cm$. C. $2,76cm$. D. $2,8cm$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

6 giờ thì kim giờ vạch lên 1 cung có số đo π nên 30 phút kim giờ vạch lên 1 cung

có số đo là $\frac{1}{12}p$, suy ra độ dài cung tròn mà nó vạch lên là
 $l = Ra = 10,57 \times \frac{3,14}{12} \approx 2,77$

- » **Câu 18.** Trong 20 giây bánh xe của xe gắn máy quay được 60 vòng. Tính độ dài quãng đường xe gắn máy đã đi được trong vòng 3 phút, biết rằng bán kính bánh xe gắn máy bằng $6,5cm$ (lấy $p = 3,1416$)

- A. $22043cm$. B. $22055cm$. C. $22042cm$. D. $22054cm$.

👉 **Lời giải**

Chọn D

3 phút xe đi được $\frac{3 \times 60}{20} \times 60 = 540$ vòng.

Độ dài 1 vòng bằng chu vi bánh xe là $2pR = 2 \times 3,1416 \times 6,5 = 40,8408$.

Vậy quãng đường xe đi được là $540 \times 40,8408 = 22054,032cm$

- » **Câu 19.** Một bánh xe đạp quay được 25 vòng trong 10 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe thực hiện được trong 2,35 phút, biết rằng bán kính bánh xe bằng $340mm$. (Tính theo đơn vị mét, kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

- A. $314,5(m)$. B. $753,04(m)$. C. $514,8(m)$. D. $437,8(m)$.

👉 **Lời giải**

Chọn B

Sau 2,35 phút (= 141 giây), số vòng mà bánh xe thực hiện được là:

$$\frac{141 \cdot 25}{10} = 352,5 \text{ vòng.}$$

Bán kính bánh xe: $R = 340mm = 0,34m$.

Quãng đường mà người đi xe đạp thực hiện được sau 2,35 phút là:

$$352,5 \cdot 2pR = 352,5 \cdot 2p \cdot 0,34 = \frac{2397}{10}p \approx 753,04(m).$$

- » **Câu 20.** Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh Trái Đất và luôn cách tâm Trái Đất một khoảng bằng $9200km$. Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển. Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là

- A. $28902,65(km)$. B. $29802,65(km)$. C. $32102,65(km)$. D. $28905(km)$.

👉 **Lời giải**

Chọn A

Một vòng di chuyển của X chính là chu vi đường tròn:

$$C = 2pR = 2p \cdot 9200 = 18400p(km).$$

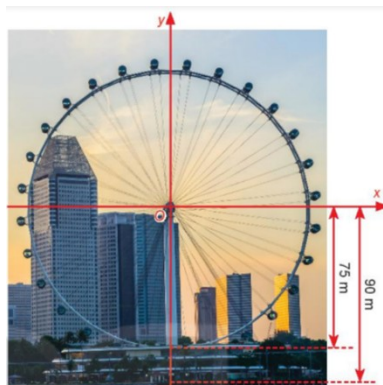
Sau 1 giờ, vệ tinh di chuyển nửa đường tròn với quãng đường là:

$$\frac{1}{2}C = 9200p \approx 28902,65(km).$$

- » **Câu 21.** Một chiếc đu quay có bán kính $75m$, tâm của vòng quay ở độ cao $90m$, thời gian thực hiện mỗi vòng quay của đu quay là 30 phút. Nếu một người vào



cabin tại vị trí thấp nhất của vòng quay, thì sau 20 phút quay, người đó ở độ cao bao nhiêu mét?



A. 127,5(m)

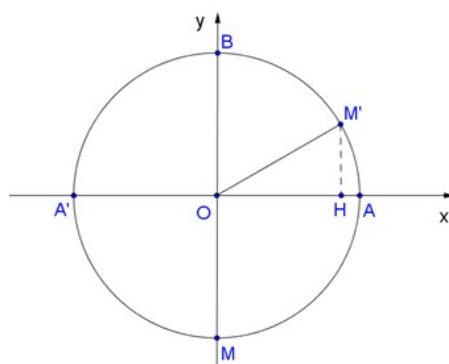
B. 154,3(m)

C. 87,7(m)

D. 157,5

Lời giải

Chọn A



Do tính đối xứng, dù đi quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ hay ngược chiều kim đồng hồ, ta đều thấy rằng độ cao của người đó là như nhau sau cùng một khoảng thời gian.

Ở đây ta xét đi quay chuyển động theo chiều kim đồng hồ.

Gắn đi quay có bán kính 75m, tâm của vòng quay ở độ cao 90m vào hệ trục tọa độ Oxy ta được hình bên:

Sau 20 phút quay cabin đi được một góc là $\frac{20}{30} \cdot 360^\circ = 240^\circ$ tức là đến vị trí điểm M' .

Khi đó góc $M'OH = 30^\circ$ và $MH = 30^\circ \cdot OM' = 37,5 \text{ (m)}$.

Vậy sau 20 phút quay, người đó ở độ cao $37,5 + 90 = 127,5 \text{ (m)}$.

B. Câu hỏi - Trả lời Đúng/sai

» Câu 22. Đổi số đo của các góc sang radian. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$30^\circ = \frac{\rho}{6} \text{ rad}$		
(b)	$\left(\frac{15}{\rho}\right)^\circ = \frac{1}{12} \text{ rad}$		
(c)	$132^\circ = \frac{11\rho}{15} \text{ rad}$		



(d) $-495^\circ = -\frac{13p}{4} \text{ rad}$

Lời giải

(a) $30^\circ = \frac{p}{6} \text{ rad}$
 $30^\circ = \frac{30p}{180} \text{ rad} = \frac{p}{6} \text{ rad}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $\left(\frac{15}{p}\right)^\circ = \frac{1}{12} \text{ rad}$
 $\left(\frac{15}{p}\right)^\circ = \frac{p}{180} \text{ rad} = \frac{1}{12} \text{ rad}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $132^\circ = \frac{11p}{15} \text{ rad}$
 $132^\circ = \frac{132p}{180} \text{ rad} = \frac{11p}{15} \text{ rad}$

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) $-495^\circ = -\frac{13p}{4} \text{ rad}$
 $-495^\circ = -\frac{495p}{180} \text{ rad} = -\frac{11p}{4} \text{ rad}$

» **Chọn SAI.**

» **Câu 23.** Đổi số đo của các góc sang độ. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng g	Sai
(a)	$\frac{3p}{4} \text{ rad} = 135^\circ$		
(b)	$-\frac{p}{360} \text{ rad} = -0,5^\circ$		
(c)	$\frac{31p}{2} \text{ rad} = 27^\circ$		
(d)	$-4 \text{ rad} \approx -229,18^\circ$		

Lời giải

(a) $\frac{3p}{4} \text{ rad} = 135^\circ$;
 $\frac{3p}{4} \text{ rad} = \left(\frac{3p}{4} \cdot \frac{180}{p}\right)^\circ = 135^\circ$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) $-\frac{p}{360} \text{ rad} = -0,5^\circ$;



$$-\frac{p}{360} \text{ rad} = \left(-\frac{p}{360} \cdot \frac{180}{p} \right)^\circ = -0,5^\circ$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(c) $\frac{31p}{2} \text{ rad} = 27^\circ$;

$$\frac{31p}{2} \text{ rad} = \left(\frac{31p}{2} \cdot \frac{180}{p} \right)^\circ = 2790^\circ$$

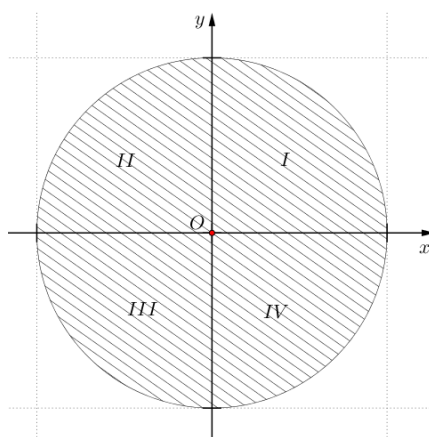
» **Chọn SAI.**

(d) $-4 \text{ rad} \approx -229,18^\circ$

$$-4 \text{ rad} = \left(-4 \cdot \frac{180}{p} \right)^\circ = \left(-\frac{720}{p} \right)^\circ \approx -229,18^\circ$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 24.** Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

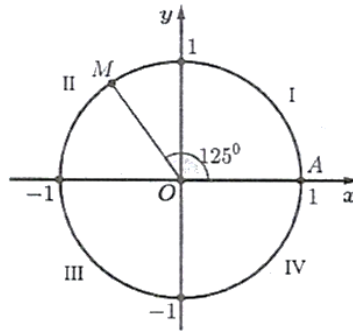


	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II		
(b)	405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ III		
(c)	$\frac{19p}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ II		
(d)	$-\frac{13p}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV		

» **Lời giải**

(a) 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II

Điểm biểu diễn của góc lượng giác có số đo 125° là điểm M thuộc góc phần tư thứ II của đường tròn lượng giác thỏa mãn $\widehat{AOM} = 125^\circ$ (Hình 1).

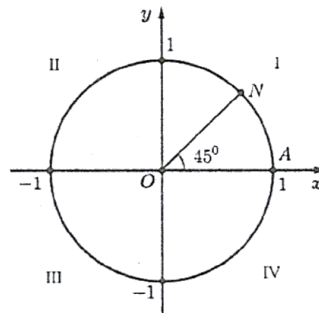


Hình 1

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ III

Ta có: $405^\circ = 45^\circ + 360^\circ$. Vì vậy điểm biểu diễn của góc lượng giác 405° là điểm N thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác và thoả mãn $\angle AON = 45^\circ$ (Hình 2).



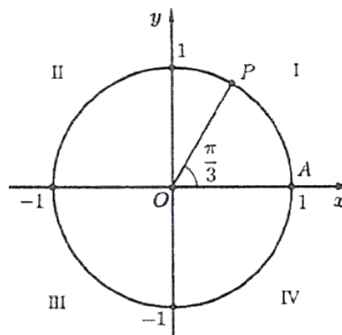
Hình 2

» **Chọn SAI.**

(c) $\frac{19p}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ II

Ta có: $\frac{19p}{3} = \frac{18p+p}{3} = \frac{p}{3} + 3.2p$.

Vì vậy điểm biểu diễn của góc lượng giác $\frac{19p}{3}$ là điểm P thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác và thoả mãn $\angle AOP = \frac{p}{3}$ (Hình 3).



Hình 3

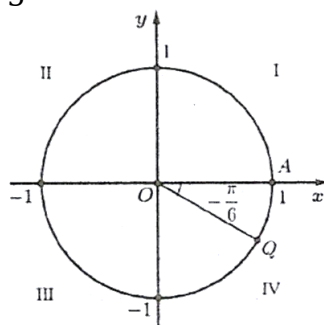
» **Chọn SAI.**

(d) $-\frac{13p}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV



Ta có: $-\frac{13p}{6} = \frac{-12p - p}{6} = -\frac{p}{6} - 2p$.

Vì vậy điểm biểu diễn của góc lượng giác $-\frac{13p}{6}$ là điểm Q thuộc góc phần tư thứ IV của đường tròn lượng giác và thỏa mãn $AOQ = \frac{p}{6}$ (Hình 4).



Hình 4

» **Chọn ĐÚNG.**

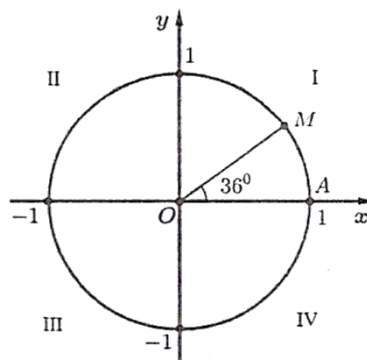
» Câu 25. Biểu diễn góc lượng giác trên đường tròn lượng giác. Khi đó:

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	$36^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là điểm M thuộc góc phần tư thứ II		
(b)	$-60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là các điểm M_1, M_2 thuộc góc phần tư thứ II và IV		
(c)	$-\frac{p}{4} + k2p, k \in \mathbb{Z}$ là M thuộc góc phần tư thứ III		
(d)	$-\frac{p}{6} + k\frac{p}{2}, k \in \mathbb{Z}$ là bốn điểm M, N, P, Q thuộc góc phần tư thứ I, II, III, IV		

» **Lời giải**

(a) $36^\circ + k360^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là điểm M thuộc góc phần tư thứ II

Xét góc lượng giác $k360^\circ$, dù k là số chẵn hay số lẻ thì góc này cũng có điểm biểu diễn là điểm A (điểm gốc trên đường tròn lượng giác).



Vì vậy, góc lượng giác $36^\circ + k360^\circ$ có điểm biểu diễn là điểm M thuộc góc phần tư thứ I của đường tròn lượng giác và $AO M = 36^\circ$.

» **Chọn SAI.**



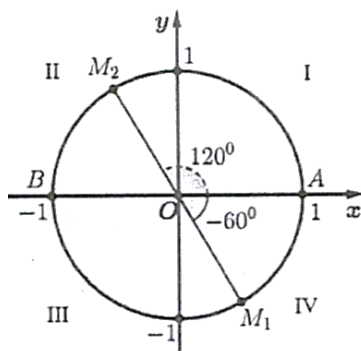
(b) $-60^\circ + k180^\circ, k \in \mathbb{Z}$ là các điểm M_1, M_2 thuộc góc phần tư thứ II và IV

Xét góc lượng giác $k180^\circ$.

Nếu k chẵn thì góc này có điểm biểu diễn là $A(1;0)$,

Nếu k lẻ thì góc này có điểm biểu diễn là điểm $B(-1;0)$.

Vì vậy, $-60^\circ + k180^\circ$ có các điểm biểu diễn là M_1 và M_2 như hình vẽ bên.

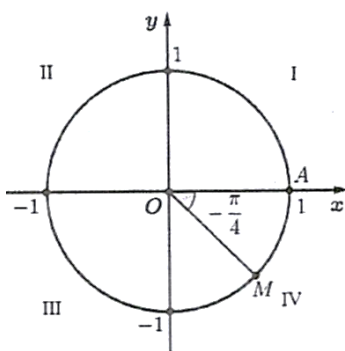


» Chọn ĐÚNG.

(c) $-\frac{p}{4} + k2p, k \in \mathbb{Z}$ là M thuộc góc phần tư thứ III

Ta biết góc lượng giác $k2p$ luôn có điểm biểu diễn là $A(1;0)$, vì vậy góc lượng

giác $-\frac{p}{4} + k2p$ có điểm biểu diễn là M thuộc góc phần tư thứ IV và thoả mãn $\angle AOM = \frac{p}{4}$.



» Chọn ĐÚNG.

(d) $-\frac{p}{6} + k\frac{p}{2}, k \in \mathbb{Z}$ là bốn điểm M, N, P, Q thuộc góc phần tư thứ I, II, III, IV

Xét góc lượng giác $k\frac{p}{2}$.

Khi $k=0$ thì $k\frac{p}{2}=0$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $A(1;0)$.

Khi $k=1$ thì $k\frac{p}{2}=\frac{p}{2}$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $C(0;1)$.

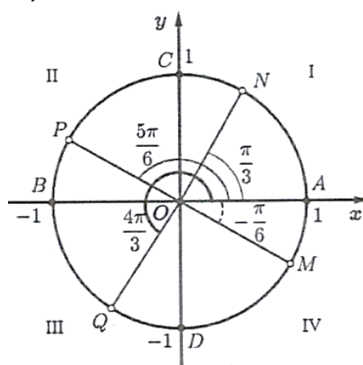
Khi $k=2$ thì $k\frac{p}{2}=p$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $B(-1;0)$.



Khi $k=3$ thì $k\frac{p}{2} = \frac{3p}{2}$, góc này có điểm biểu diễn là điểm $D(0; -1)$.

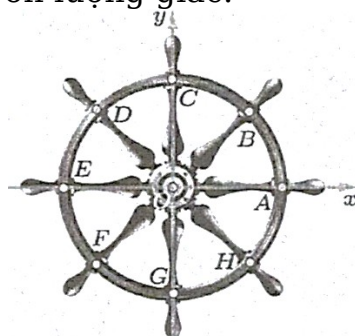
Nếu $k=4,5,6,\dots$ thì ta thấy rằng các điểm biểu diễn có được vẫn là sự lặp lại của A, B, C, D .

Vì vậy điểm biểu diễn của $-\frac{p}{6} + k\frac{p}{2}$ là bốn điểm M, N, P, Q trên đường tròn lượng giác (xem hình vẽ trên).



» **Chọn ĐÚNG.**

» **Câu 26.** Trong hình vẽ bên, ta xem hình ảnh đường tròn trên một bánh lái tàu thủy tương ứng với một đường tròn lượng giác.



	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OA, OB) theo đơn vị radian: $(OA, OB) = \frac{p}{4} + k2p (k \in \mathbb{Z})$		
(b)	Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với bốn điểm biểu diễn là A, C, E, G theo đơn vị radian là $k\frac{p}{3} (k \in \mathbb{Z})$		
(c)	Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với hai điểm biểu diễn là A, E theo đơn vị độ là: $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$		
(d)	Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác $(OA, OC) + (OC, OH)$ theo đơn vị radian: $\frac{p}{4} + k2p (k \in \mathbb{Z})$		

» **Lời giải**

(a) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OA, OB) theo đơn vị radian:
 $(OA, OB) = \frac{p}{4} + k2p (k \in \mathbb{Z})$



Ta có: $(OA, OB) = \frac{p}{4} + k2p (k \in \mathbb{Z})$;

» **Chọn ĐÚNG.**

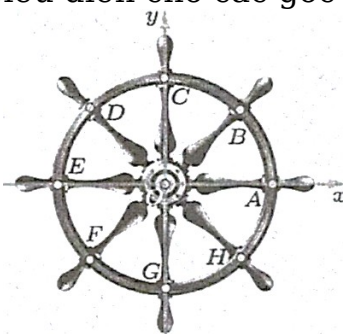
(b) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với bốn điểm biểu diễn là

A, C, E, G theo đơn vị radian là $k\frac{p}{3} (k \in \mathbb{Z})$

Ta thấy A, C, E, G lần lượt biểu diễn cho các góc lượng giác

$0\text{rad}, \frac{p}{2}\text{rad}, p\text{rad}, \frac{3p}{2}\text{rad}, 2p\text{rad}, \frac{5p}{2}\text{rad}, \dots$. Tất cả các góc này theo thứ tự chênh lệch nhau $\frac{p}{2}$ rad.

Vì vậy công thức duy nhất biểu diễn cho các góc lượng giác ấy là $k\frac{p}{2} (k \in \mathbb{Z})$.



» **Chọn SAI.**

(c) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với hai điểm biểu diễn là

A, E theo đơn vị độ là: $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

Ta thấy hai điểm A, E lần lượt biểu diễn cho các góc lượng giác $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ, 540^\circ, \dots$

Tất cả các góc này theo thứ tự chênh lệch nhau 180° .

Vì vậy công thức duy nhất biểu diễn cho các góc lượng giác ấy là $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$.

» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác $(OA, OC) + (OC, OH)$ theo đơn vị

radian: $\frac{p}{4} + k2p (k \in \mathbb{Z})$

Theo hệ thức Sa-lơ, ta có:

$$(OA, OB) + (OB, OC) = (OA, OC) = \frac{p}{2} + k2p (k \in \mathbb{Z})$$

$$(OA, OC) + (OC, OH) = (OA, OH) = -\frac{p}{4} + k2p (k \in \mathbb{Z})$$

» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 27. Đường kính của một bánh xe máy là 60 (cm) . Trong mỗi ý ở mỗi câu, hãy chọn đúng hay sai

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Độ dài cung 40° của một bánh xe gần bằng $20,94 \text{ (cm)}$, kết		



(a)	quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.		
(b)	Mỗi bánh xe phải lăn một vòng thì người đi xe đi được quãng đường $94,2(\text{cm})$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 1.		
(c)	Để người đi xe đi được quãng đường $2(\text{km})$ thì mỗi bánh xe phải lăn 1000 vòng		
(d)	Nếu xe chạy với vận tốc $50(\text{km/h})$ thì trong 5 giây bánh xe quay được gần $36,9$ vòng.		

Lời giải

(a) Độ dài cung 40° của một bánh xe gần bằng $20,9(\text{cm})$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.

Độ dài cung tròn có số đo $a(\text{rad})$ là $l = a \cdot R = \frac{p \cdot 40}{180} \cdot R = \frac{p \cdot 40}{180} \cdot 30$; $20,94(\text{cm})$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Mỗi bánh xe phải lăn một vòng thì người đi xe đi được quãng đường $94,2(\text{cm})$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 1.

Mỗi bánh xe phải lăn một vòng thì người đi xe đi được quãng đường $94,2(\text{cm})$
Ta có $R = 30$

Chu vi bánh xe là: $l = a \cdot R = 2\pi R = 60\pi = 188,5(\text{cm})$

» **Chọn SAI.**

(c) Để người đi xe đi được quãng đường $2(\text{km})$ thì mỗi bánh xe phải lăn 1000 vòng

Để người đi xe đi được quãng đường $2(\text{km})$ thì mỗi bánh xe phải lăn 1000 vòng
Đổi: $2(\text{km}) = 200000(\text{cm})$

Số vòng bánh xe cần lăn để đi được quãng đường dài $200000(\text{cm})$ là
 $\frac{200000}{188,5}$; 1061 (vòng).

» **Chọn SAI.**

(d) Nếu xe chạy với vận tốc $50(\text{km/h})$ thì trong 5 giây bánh xe quay được gần $36,9$ vòng

Nếu xe chạy với vận tốc $50(\text{km/h})$ thì trong 5 giây bánh xe quay được gần $36,9$ vòng.

Trong một phút bánh xe quay được: $\left[\frac{50 \cdot 1000}{3600} : (0,6\pi) \right] \cdot 5$; $36,9$

» **Chọn ĐÚNG.**

» Câu 28. Trên đường tròn lượng giác tâm O và hệ trục tọa độ Oxy cho điểm M sao

cho $\angle AOM = \frac{p}{5}$.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
--	----------------	-------------	------------



(a)	Số đo của góc lượng giác có tia đầu là OA tia cuối là OM bằng $\frac{p}{5} + kp (k \in \mathbf{Z})$.		
(b)	Góc lượng giác có số đo $\frac{11p}{5}$ có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác (OA, OM) .		
(c)	Trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{p}{5} + \frac{kp}{3}, k \in \mathbf{Z}$ ta được 6 điểm.		
(d)	Khi biểu diễn góc $a = \frac{p}{5} + \frac{kp}{2}, k \in \mathbf{Z}$ lên đường tròn lượng giác ta được tập hợp điểm là một đa giác đều thì diện tích của đa giác đều đó bằng 4.		

Lời giải

(a) Số đo của góc lượng giác có tia đầu là OA tia cuối là OM bằng $\frac{p}{5} + kp (k \in \mathbf{Z})$.

Số đo của góc lượng giác có tia đầu là OA tia cuối là OM bằng $\frac{p}{5} + k2p (k \in \mathbf{Z})$.
» **Chọn SAI.**

(b) Góc lượng giác có số đo $\frac{11p}{5}$ có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác (OA, OM) .

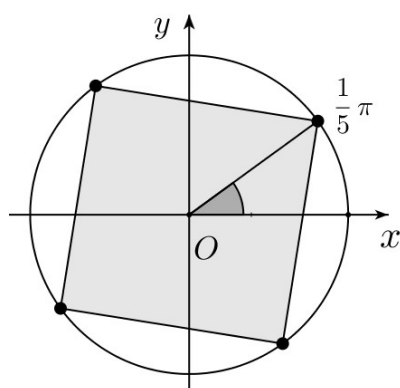
Ta có $\frac{11p}{5} = \frac{p}{5} + 2p \Rightarrow$ Góc lượng giác có số đo $\frac{11p}{5}$ có cùng tia đầu và tia cuối với góc lượng giác có số đo $(OA, OM) = \frac{p}{5} + k2p, k \in \mathbf{Z}$.
» **Chọn ĐÚNG.**

(c) Trên đường tròn lượng giác biểu diễn góc lượng giác có số đo $\frac{p}{5} + \frac{kp}{3}, k \in \mathbf{Z}$ ta được 6 điểm.

Ta có $\frac{p}{5} + \frac{kp}{3} = \frac{p}{5} + \frac{k2p}{6}, k \in \mathbf{Z}$ nên khi biểu diễn trên đường tròn lượng giác ta được 6 điểm.
» **Chọn ĐÚNG.**

(d) Khi biểu diễn góc $a = \frac{p}{5} + \frac{kp}{2}, k \in \mathbf{Z}$ lên đường tròn lượng giác ta được tập hợp điểm là một đa giác đều thì diện tích của đa giác đều đó bằng 4.

Ta có tập hợp điểm biểu diễn của a là hình vuông có đường chéo bằng 2.



$$S = \frac{1}{2} \cdot 2^2 = 2$$

Diện tích của đa giác biểu diễn là (đvdt).

» **Chọn SAI.**

» **Câu 29.** Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh Trái Đất và luôn cách tâm Trái Đất một khoảng bằng 9200 km . Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển.

	Mệnh đề	Đúng	Sai
(a)	Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là: $\approx 28902,65(\text{km})$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.		
(b)	Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ là: $\approx 43353,98(\text{km})$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.		
(c)	Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường $240000(\text{km})$		
(d)	Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì vệ tinh vẽ nên một góc $\frac{9\pi}{2}$ rad?		

» **Lời giải**

(a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là: $\approx 28902,65(\text{km})$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.

Một vòng di chuyển của X chính là chu vi đường tròn:

$$C = 2\pi R = 2\pi \cdot 9200 = 18400\pi(\text{km}).$$

Sau 1 giờ, vệ tinh di chuyển nửa đường tròn với quãng đường là:

$$\frac{1}{2}C = 9200\pi \approx 28902,65(\text{km}).$$

» **Chọn ĐÚNG.**

(b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ là: $\approx 43353,98(\text{km})$, kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.

Sau 1,5 giờ, vệ tinh di chuyển được $\frac{1,5 \cdot 1}{2}$ đường tròn (hay $\frac{3}{4}$ đường tròn),

$$\text{quãng đường là: } \frac{3}{4}C = \frac{3}{4} \cdot 18400\pi = 13800\pi \approx 43353,98(\text{km}).$$

» **Chọn ĐÚNG.**



(c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường 240000 (km)

Số giờ để vệ tinh X thực hiện quãng đường 240000 km là: $\frac{240000}{9200p} \approx 8,3$ (giờ).

» **Chọn SAI.**

(d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì vệ tinh vẽ nên một góc $\frac{9p}{2}$ rad?

Sau 4,5 giờ thì số vòng tròn mà vệ tinh X di chuyển được là: $\frac{4,5}{2} = \frac{9}{4}$ (vòng).

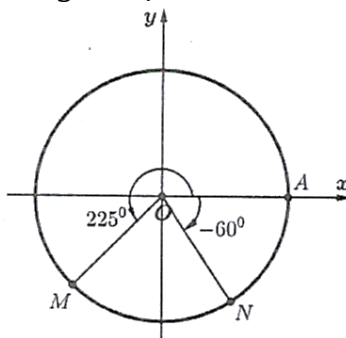
Số đo góc lượng giác thu được là: $\frac{9}{4} \cdot 2p = \frac{9p}{2} \text{ (rad)}$.

» **Chọn ĐÚNG.**

C. Câu hỏi - Trả lời ngắn

» **Câu 30.** Từ hình vẽ đường tròn lượng giác, công thức số đo tổng quát của góc lượng giác (OA, OM) ; (OA, ON) có dạng lần lượt là $n^\circ + k360^\circ \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$; $m^\circ + k360^\circ \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$

với $n; m$ là các số nguyên. Tính giá trị $S = \frac{1}{4}m^2 - n$



» **Lời giải**

✓ **Trả lời: 675**

Ta có: $(OA, OM) = 225^\circ + k360^\circ \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)} \Rightarrow n = 225$;

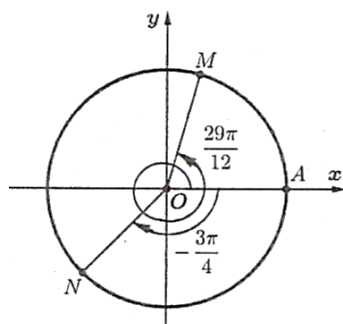
$(OA, ON) = -60^\circ + k360^\circ \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)} \Rightarrow m = -60$

Vậy $S = \frac{1}{4}(-60)^2 - 225 = 675$

» **Câu 31.** Từ hình vẽ đường tròn lượng giác, công thức số đo tổng quát của góc lượng

giác (OA, OM) ; (OA, ON) có dạng lần lượt là $\frac{n}{m}p + k2p \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$; $-\frac{p}{q}p + k2p \text{ (} k \in \mathbb{Z} \text{)}$

với $m; n; p; q$ là các số nguyên và $\frac{n}{m}; \frac{p}{q}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $T = (m+p) - (n+q)$



Lời giải

✓ **Trả lời: 6**

Ta có: $\frac{29p}{12} = \frac{5p+24p}{12} = \frac{5p}{12} + 2p$, vì vậy $(OA, OM) = \frac{5p}{12} + k2p \ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} n=5 \\ m=12 \end{cases}$.

$(OA, ON) = -\frac{3p}{4} + k2p \ (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} p=3 \\ q=4 \end{cases}$.

Vậy $T = (m+p) - (n+q) = (12+3) - (5+4) = 6$

» **Câu 32.** Một bánh xe có đường kính kể cả lốp xe là 55 cm . Nếu xe chạy với tốc độ 50 km/h thì trong một giây bánh xe quay được bao nhiêu vòng? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

✓ **Trả lời: 8,04**

Tốc độ xe là: $50\text{ km/h} = \frac{50 \cdot 100000}{3600}\text{ cm/s} = \frac{12500}{9}\text{ cm/s}$.

Mỗi vòng bánh xe có chiều dài: $2pR = 2p \cdot \frac{55}{2} = 55p(\text{cm})$.

Vậy mỗi giây thì bánh xe lăn được số vòng là $\frac{12500}{9} : (55p) \approx 8,04$ (vòng).

» **Câu 33.** Một bánh xe đạp quay được 25 vòng trong 10 giây. Tính độ dài quãng đường mà người đi xe thực hiện được trong 2,35 phút, biết rằng bán kính bánh xe bằng 340 mm . (Tính theo đơn vị mét, kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

✓ **Trả lời: 753**

Sau 2,35 phút (141 giây), số vòng mà bánh xe thực hiện được là:

$\frac{141.25}{10} = 352,5$ vòng.

Bán kính bánh xe: $R = 340\text{ mm} = 0,34\text{ m}$.

Quãng đường mà người đi xe đạp thực hiện được sau 2,35 phút là:

$352,5 \cdot 2pR = 352,5 \cdot 2p \cdot 0,34 = \frac{2397}{10}p \approx 753(\text{m})$.

» **Câu 34.** Một cái đồng hồ treo tường có đường kính bằng 60 cm , ta xem vành ngoài chiếc đồng hồ là một đường tròn với các điểm A, B, C lần lượt tương ứng với vị trí các số $2, 9, 4$. Tính tổng độ dài các cung nhỏ AB và AC (kết quả tính theo đơn vị centimet và làm tròn đến hàng phần trăm).



Lời giải

✓ **Trả lời: 109,96**

Bán kính đường tròn là $R = \frac{60}{2} = 30 \text{ cm}$.

Ta có: $\angle AOB = 150^\circ = \frac{150\pi}{180} \text{ rad} = \frac{5\pi}{6} \text{ rad}$; suy ra độ dài cung nhỏ AB là

$$l_{AB} = R \cdot \angle AOB = 30 \cdot \frac{5\pi}{6} = 25\pi$$

Ta có: $\angle AOC = 60^\circ = \frac{60\pi}{180} \text{ rad} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$; suy ra độ dài cung nhỏ AC là

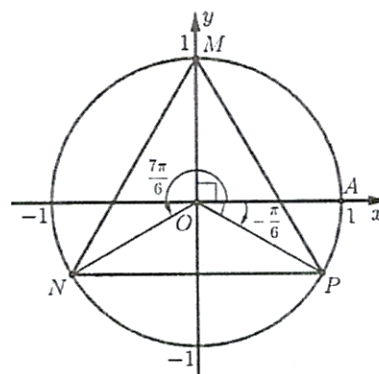
$$l_{AC} = R \cdot \angle AOC = 30 \cdot \frac{\pi}{3} = 10\pi$$

Khi đó $l_{AB} + l_{AC} = 25\pi + 10\pi = 35\pi \approx 109,96$

» **Câu 35.** Gọi M, N, P là các điểm trên đường tròn lượng giác sao cho số đo các góc lượng giác $(OA, OM), (OA, ON), (OA, OP)$ lần lượt bằng $\frac{\pi}{2}, \frac{7\pi}{6}, -\frac{\pi}{6}$ và $MN = NP = 2$. Tính diện tích tam giác MNP . Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2.

Lời giải

✓ **Trả lời: 3,46**



Theo hệ thức Sa-lơ, ta có:

$$(OA, OM) + (OM, ON) = (OA, ON) \Leftrightarrow \frac{\pi}{2} + (OM, ON) = \frac{7\pi}{6} \Leftrightarrow (OM, ON) = \frac{2\pi}{3}.$$

Ta có $\angle MON = 120^\circ \Rightarrow \angle MPN = 60^\circ$ (1) (số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo góc ở tâm chắn cùng một cung).



$$(OA, OP) = -\frac{p}{6} + 2p = \frac{11p}{6}.$$

Ta có:

Theo hệ thức Sa-lơ:

$$(OA, ON) + (ON, OP) = (OA, OP) \Leftrightarrow \frac{7p}{6} + (ON, OP) = \frac{11p}{6} \Leftrightarrow (ON, OP) = \frac{2p}{3}.$$

Ta có $\widehat{NOP} = 120^\circ \Rightarrow \widehat{NMP} = 60^\circ$ (2) (số đo góc nội tiếp bằng nửa số đo góc ở tâm chắn cùng một cung).

Từ (1) và (2) $\Rightarrow DMNP$ là tam giác đều.

$$S_{MNP} = MN \cdot NP \cdot \sin(\widehat{MNP}) = 2 \cdot 2 \cdot \sin(60^\circ) = 2\sqrt{3} \approx 3,46$$

Vậy