**CHƯƠNG 6: ĐƯỜNG TRÒN**

**G.6 Vị trí tương đối của hai đường tròn**

**1. Lời giải:** Hai đường tròn tiếp xúc với nhau thì có một điểm chung duy nhất.

Đáp án cần chọn là A.

**2. Lời giải:** Hai đường tròn không cắt nhau thì không có điểm chung duy nhất.

Đáp án cần chọn là D.

**3. Lời giải:**



Hai đường tròn $(O;R)$ và $(O^{'};r)$ $(R>r)$ cắt nhau.

Khi đó $(O)$ và $(O^{'})$ có hai điểm chung và đường nối tâm là đường trung trực của đoạn $AB$. Hệ thức liên hệ $R-r<OO^{'}<R+r$. Đáp án cần chọn là C.

**4. Lời giải:**



Vì $OA$ là tiếp tuyến của $(O^{'})$ nên $ΔOAO^{'}$ vuông tại $A$.

Vì $(O)$ và $(O^{'})$ cắt nhau tại $A,B$ nên đường nối tâm $OO^{'}$ là trung trực của đoạn $AB$.

Gọi giao điểm của $AB$ và $OO^{'}$ là $I$ thì $AB⊥OO^{'}$ tại $I$ là trung điểm của $AB$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác $OAO^{'}$ ta có:

 $\frac{1}{AI^{2}}=\frac{1}{OA^{2}}+\frac{1}{O^{'}A^{2}}=\frac{1}{8^{2}}+\frac{1}{6^{2}}⇒AI=4,8cm⇒AB=9,6cm$. Đáp án là D.

**5. Lời giải:**

Vì $OA$ là tiếp tuyến của $(O^{'})$ nên $ΔOAO^{'}$ vuông tại $A$.

Vì $(O)$ và $(O^{'})$ cắt nhau tại $A,B$ nên đường nối tâm $OO^{'}$ là trung trực của đoạn $AB$.

Gọi giao điểm của $AB$ và $OO^{'}$ là $I$ thì $AB⊥OO^{'}$ tại $I$ là trung điểm của $AB$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác $OAO^{'}$ ta có:

 $\frac{1}{AI^{2}}=\frac{1}{OA^{2}}+\frac{1}{O^{'}A^{2}}=\frac{1}{6^{2}}+\frac{1}{2^{2}}⇒AI=\frac{3\sqrt{10}}{5}cm⇒AB=\frac{6\sqrt{10}}{5}cm$. Đáp án B.

**6. Lời giải:**

Vì hai đường tròn có một điểm chung là $A$ và $OO^{'}=OA-\frac{OA}{2}=R-r$ nên hai đường tròn tiếp xúc trong. Đáp án cần chọn là D.

****

**7. Lời giải:**



Xét đường tròn $(O^{'})$ có $OA$ là đường kính và $C\in (O^{'})$ nên $ΔACO$ vuông tại $C$ hay $OC⊥AD$.

Xét đường tròn $(O)$ có $OA=OD⇒ΔOAD$ cân tại $O$ có $OC$ là đường cao cũng là đường trung tuyến nên $CD=CA$. Đáp án cần chọn là B.

**8. Lời giải:**



Vì hai đường tròn có một điểm chung là $A$ và $OO^{'}=OA+O^{'}A=R+r$ nên hai đường tròn tiếp xúc ngoài. Đáp án cần chọn là C.

**9. Lời giải:**



Xét đường tròn $(O^{'})$ và $(O)$ có $O^{'}A=\frac{1}{2}OA$ nên $\frac{OA}{O^{'}A}=2$.

Xét $ΔO^{'}AC$ cân tại $O^{'}$ và $ΔOAD$ cân tại $D$ có $\hat{OAD}=\hat{O^{'}AD}$ (đối đỉnh) nên $\hat{OAD}=\hat{O^{'}CA}$. Suy ra $\hat{OAD}=\hat{O^{'}AD}$. Suy ra $ΔOAD$ $∽ΔO^{'}AC$ (g - g) $⇒\frac{AD}{AC}=\frac{OA}{O^{'}A}=2$

Lại có vì $\hat{OAD}=\hat{O^{'}CA}$ mà hai góc ở vị trí so le trong nên $OD//O^{'}C$. Đáp án C.

**10. Lời giải:**



Xét $(O\_{1})$ có $O\_{1}B=O\_{1}A⇒ΔO\_{1}AB$ cân tại $O\_{1}⇒\hat{O\_{1}BA}=\hat{O\_{1}AB}$

Xét $(O\_{2})$ có $O\_{2}C=O\_{2}A⇒ΔO\_{2}CA$ cân tại $O\_{2}⇒\hat{O\_{2}CA}=\hat{O\_{2}AC}$

Mà $\hat{O\_{1}}+\hat{O\_{2}}=360°-\hat{C}-\hat{B}=180°$

$$⇔180°-\hat{O\_{1}BA}-\hat{O\_{1}AB}+180°-\hat{O\_{2}CA}-\hat{O\_{2}AC}=180°$$

$$⇔2(\hat{O\_{1}AB}+\hat{O\_{2}AC})=180°⇒\hat{O\_{1}AB}+\hat{O\_{2}AC}=90°⇒\hat{BAC}=90°$$

$⇒ΔABC$ vuông tại $A$. Đáp án cần chọn là C.

**11. Lời giải:**



Vì $ΔABC$ vuông tại $A$ có $AM$ là trung tuyến nên $AM=BM=DM=\frac{BC}{2}$.

Xét tam giác $BMA$ cân tại $M⇒\hat{MBA}=\hat{MAB}$, mà $\hat{O\_{1}BA}=\hat{O\_{1}AB}$ (cmt) nên

 $\hat{O\_{1}BA}+\hat{MBA}=\hat{O\_{1}AB}+\hat{MAB}⇒\hat{O\_{1}AM}=\hat{O\_{1}BM}=90°$.

$⇒MA⊥AO\_{1}$ tại $A$ nên $AM$ là tiếp tuyến của $(O\_{1})$

Tương tự ta cũng có $⇒MA⊥AO\_{2}$ tại $A$ nên $AM$ là tiếp tuyến của $(O\_{2})$

Hay $AM$ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn.

Vậy phương án A, C, D đúng. B sai. Đáp án cần chọn là B.

**12. Lời giải:**



Xét $(O\_{1})$ có $O\_{1}B=O\_{1}A⇒ΔO\_{1}AB$ cân tại $O\_{1}$ $⇒\hat{O\_{1}BA}=\hat{O\_{1}AB}$

Xét $(O\_{2})$ có $O\_{2}C=O\_{2}A⇒ΔO\_{2}CA$ cân tại $O\_{2}⇒\hat{O\_{2}CA}=\hat{O\_{2}AC}$

Lại có $O\_{1}B//O\_{2}C⇒\hat{O\_{1}BC}+\hat{O\_{2}CB}=180°$ (hai góc trong cùng phía bù nhau)

Suy ra $\hat{O\_{1}}+\hat{O\_{2}}=360°-\hat{O\_{2}CB}-\hat{O\_{1}BC}=180°$

$$⇔180°-\hat{O\_{1}BA}-\hat{O\_{1}AB}+180°-\hat{O\_{2}CA}-\hat{O\_{2}AC}=180°⇔2(\hat{O\_{1}AB}+\hat{O\_{2}AC})=180°$$

$$⇒\hat{O\_{1}AB}+\hat{O\_{2}AC}=90°⇒\hat{BAC}=90°$$

Đáp án cần chọn là A.

**13. Lời giải:**



Vì $ΔO\_{1}BD$ có $O\_{1}B//O\_{2}C$ nên theo hệ quả định lý Ta-let ta có:

 $\frac{O\_{2}D}{O\_{1}D}=\frac{O\_{2}C}{O\_{1}B}=\frac{1}{3}$ suy ra $\frac{O\_{1}O\_{2}}{O\_{1}D}=\frac{2}{3}$.

Mà $O\_{1}O\_{2}=O\_{1}A+O\_{2}A=3+1=4⇒O\_{1}D=\frac{3}{2}.O\_{1}O\_{2}=\frac{3}{2}.4=6cm$. Đáp án D.

**14. Lời giải:**



Ta có $AI=\frac{1}{2}AB=12cm$.

Theo định lý Pytago ta có: $OI^{2}=OA^{2}-AI^{2}=256⇒OI=16cm$

 $O^{'}I=\sqrt{O^{'}A^{2}-IA^{2}}=9cm$

Do đó: $OO^{'}=OI-O^{'}I=16-9=7(cm)$. Đáp án cần chọn là A.

**15. Lời giải:**



Ta có $AI=\frac{1}{2}AB=4cm$.

Theo định lý Pytago ta có: $OI^{2}=OA^{2}-AI^{2}=10^{2}-4^{2}=84⇒OI=2\sqrt{21}cm$

 $O^{'}I=\sqrt{O^{'}A^{2}-IA^{2}}=\sqrt{5^{2}-4^{2}}=3$

Do đó: $OO^{'}=OI-O^{'}I=2\sqrt{21}-3≈6,2(cm)$. Đáp án cần chọn là D.

**16. Lời giải:**



Xét đường tròn $(O^{'})$ có $OA$ là đường kính và $C\in (O^{'})$ nên $\hat{ACO}=90°⇒AD⊥CO$

Xét đường tròn $(O)$ có $OA=OD⇒ΔOAD$ cân tại $O$ có $OC$ là đường cao nên $OC$ cũng là đường trung tuyến hay $C$ là trung điểm của $AD$.

Xét tam giác $AOD$ có $O^{'}C$ là đường trung bình nên $O^{'}C//OD$

Kẻ các tiếp tuyến $Cx;Dy$ với các nửa đường tròn ta có $Cx⊥O^{'}C;Dy⊥OD$ mà $O^{'}C//OD$ nên $Cx⊥Dy$.

Do đó phương án A, B, C đúng. Đáp án cần chọn là D.

**17. Lời giải:**



Ta có $OB=R;OO^{'}=\frac{R}{2}⇒O^{'}B=\frac{3R}{2};O^{'}C=\frac{R}{2}$

Theo định lý Pytago ta có: $BC=\sqrt{OB^{2}-O^{'}C^{2}}=\sqrt{\frac{9R^{2}}{4}-\frac{R^{2}}{4}}=\sqrt{2}R$.

Đáp án cần chọn là B.

**18. Lời giải:**



Vì $P$ là điểm đối xứng với $M$ qua $OO^{'}$

$Q$ là điểm đối xứng với $N$ qua $OO^{'}$ nên $MN=PQ$.

$$P\in (O);Q\in (O^{'})$$

Mà $MP⊥OO^{'};NQ⊥OO^{'}⇒MP//NQ$ mà $MN=PQ$

Nên $MNPQ$ là hình thang cân. Đáp án cần chọn là A.

**19. Lời giải:**



Kẻ tiếp tuyến chung tại $A$ của $(O);(O^{'})$ cắt $MN;PQ$ lần lượt tại $B;C$

Ta có $MNPQ$ là hình thang cân nên $\hat{NMP}=\hat{QPM}$

Tam giác $OMP$ cân tại $O$ nên $\hat{OMP}=\hat{OPM}$ suy ra $\hat{OMP}+\hat{PMN}=\hat{OPM}+\hat{MPQ}$

$⇒\hat{QPO}=90°$ $⇒OP⊥PQ$ tại $P\in (O)$ nên $PQ$ là tiếp tuyến của $(O)$.
Chứng minh tương tự ta có $PQ$ là tiếp tuyến của $(O^{'})$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau ta có: $BA=BM=BN;CP=CA=CQ$ suy ra $B;C$ lần lượt là trung điểm của $MN;PQ$ và $MN+PQ=2MB+2PC=2AB+2AC=2BC$.

Lại có $BC$ là đường trung bình của hình thang $MNQP$ nên $MP+NQ=2BC$.

Do đó $MN+PQ=MP+NQ$. Đáp án cần chọn là A.

**20. Lời giải:**



Xét tam giác $IOB$ có $OB//O^{'}D$ (gt)

Áp dụng định lí Ta-let ta có $\frac{OI}{O^{'}I}=\frac{OB}{O^{'}D}⇔\frac{OI}{O^{'}I}=\frac{R}{R^{'}}$ mà $O^{'}I=OI-OO^{'}=OI-(OA+AO^{'})=OI-(R+R^{'})$

Nên $\frac{OI}{OI-(R+R^{'})}=\frac{R}{R^{'}}⇒OI.R^{'}=R[OI-(R+R^{'})]⇔OI.R-OI.R^{'}=R(R+R^{'})$.

$⇔OI(R-R^{'})=R(R+R^{'})⇔OI=\frac{R(R+R^{'})}{R-R^{'}}$. Đáp án cần chọn là D.

**21. Lời giải:**



Gọi giao điểm của $OO^{'}$ và $GH$ là $I^{'}$. Ta có $OG//O^{'}H$ (do cùng vuông góc $GH$)

Theo định lí Talet trong tam giác $OGI^{'}$ ta có $\frac{I^{'}O}{I^{'}O^{'}}=\frac{OG}{O^{'}H}=\frac{R}{R^{'}}$ hay $\frac{I^{'}O}{I^{'}O^{'}}=\frac{OI}{O^{'}I}=\frac{R}{R^{'}}$

$⇒I^{'}$ trùng với $I$. Vậy $BD,OO^{'}$ và $GH$ đồng quy. Đáp án cần chọn là A.

**22. Lời giải:**



Chứng minh tương tự câu trước ta có được $\hat{DAE}=90°$

Mà $\hat{BDA}=90°$ (vì tam giác $BAD$ có cạnh $AB$ là đường kính của $(O)$ và $D\in (O)$) nên $BD⊥AD⇒\hat{MDA}=90°$.

Tương tự ta có $\hat{MEA}=90°$. Nên tứ giác $DMEA$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác $OAD$ cân tại $O$ có $\hat{DOA}=60°$ nên $ΔDOA$ đều

Suy ra $OA=AD=6cm$ và $\hat{ODA}=60°$ $⇒\hat{ADE}=30°$.

Xét tam giác $ADE$ ta có: 

$S\_{DMEA}=AD.AE=6.2\sqrt{3}=12\sqrt{3}cm^{2}$. Đáp án cần chọn là A.

**23. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $OD=OA⇒ΔOAD$ cân tại $O$ $⇒\hat{ODA}=\hat{OAD}$

Xét $(O^{'})$ có $O^{'}E=O^{'}A⇒ΔO^{'}EB$ cân tại $O^{'}⇒\hat{O^{'}EA}=\hat{O^{'}AE}$

Mà $\hat{O}+\hat{O^{'}}=360°-\hat{O^{'}ED}-\hat{ODE}=180°$

$$⇔180°-\hat{ODA}-\hat{OAD}+180°-\hat{O^{'}EA}-\hat{O^{'}AE}=180°$$

$⇔2(\hat{OAD}+\hat{O^{'}AE})=180°$

$⇒\hat{OAD}+\hat{O^{'}AE}=90°⇒\hat{DAE}=90°⇒ADE$ vuông tại $A$

Mà $\hat{BDA}=90°$ (vì tam giác $BAD$ có cạnh $AB$ là đường kính
của $(O)$ và $D\in (O)$) nên $BD⊥AD⇒\hat{MDA}=90°$.

Tương tự ta có $\hat{MEA}=90°$. Nên tứ giác $DMEA$ là hình chữ nhật.

Xét tam giác $OAD$ cân tại $O$ có $\hat{DOA}=60°$ nên $ΔDOA$ đều

Suy ra $OA=AD=6cm$ và $\hat{ODA}=60°$ $⇒\hat{ADE}=30°$.

Xét tam giác $ADE$ ta có: 

$S\_{DMEA}=AD.AE=8.\frac{8}{3}\sqrt{3}=\frac{64}{3}\sqrt{3}cm^{2}$. Đáp án cần chọn là B.

**24. Lời giải:**



Hai đường tròn $(O);(O^{'})$ cắt nhau tại $A$ và $B$ tại $A$ và $B$ nên $OO^{'}$ là đường trung trực của $AB$

$⇒OO^{'}⊥AB$ (tính chất đường nối tâm) nên đáp án C đúng.

Xét đtròn $(O)$ có $AC$ là đường kính, suy ra $ΔABC$ vuông tại $B$ hay $\hat{CBA}=90°$.

Xét đ tròn $(O)$ có $AD$ là đường kính, suy ra $ΔABD$ vuông tại $B$ hay $\hat{DBA}=90°$.

Suy ra $\hat{CBA}+\hat{DBA}=90°+90°=180°$ hay ba điểm $B,C,D$ thẳng hàng nên đáp án B đúng.

Xét tam giác $ADC$ có $O$ là trung điểm đoạn $AC$ và $O^{'}$ là trung điểm đoạn $AD$ nên $OO^{'}$ là đường trung bình của tam giác $ACD⇒OO^{'}=\frac{DC}{2}$ (tính chất đường trung bình) nên đáp án A đúng.

Ta chưa thể kết luận gì về độ dài $BC$ và $BD$ nên đáp án D sai.

Nên A, B, C đúng, D sai. Đáp án cần chọn là D.

**25. Lời giải:**



Xét đường tròn $(O)$ có $O^{'}C$ là đường kính, suy ra $\hat{CBO^{'}}=\hat{CAO^{'}}=90°$ hay $CB⊥O^{'}B$ tại $B$ và $AC⊥AO^{'}$ tại $A$.

Do đó $AC,BC$ là hai tiếp tuyến của $(O^{'})$ nên $AC=CB$ (tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau). Nên A, B, C đúng. Đáp án cần chọn là D.

**25. Lời giải:**



Theo tính chất đoạn nối tâm của hai đường tròn tiếp xúc ngoài ta có:

$AB=BC^{'}+C^{'}A=25cm;AC=AB^{'}+B^{'}C=25cm;BC=BA^{'}+A^{'}C=30cm$ và $A^{'}$ là trung điểm của $BC$ (vì $A^{'}B=A^{'}C=15cm$)

$ΔABC$ cân tại $A$ có $AA^{'}$ là đường trung tuyến nên cũng là đường cao$⇒AA^{'}⊥BC$

$⇒AA^{'}$ là tiếp tuyến chung của hai đường tròn $(B)$ và $(C)$

Xét tam giác $AA^{'}C$ vuông tại $A^{'}$ ta có:$A^{'}A^{2}=AC^{2}-A^{'}C^{2}=25^{2}-15^{2}=400⇒A^{'}A=20cm$. Đáp án cần chọn là A.

**26. Lời giải:**



Ta có: $\frac{AC^{'}}{AB}=\frac{AB^{'}}{AC}=\frac{10}{25}=\frac{2}{5}$  do đó $B^{'}C^{'}⊥AA^{'}$

Lại có $\frac{B^{'}C^{'}}{BC}=\frac{AC^{'}}{AB}⇒\frac{B^{'}C^{'}}{30}=\frac{2}{5}⇒B^{'}C^{'}=12cm$

Xét $ΔABA^{'}$ có  nên theo định lý Ta lét ta có:

 $\frac{AH}{A^{'}A}=\frac{BC^{'}}{BA}⇒\frac{AH}{20}=\frac{15}{25}⇒AH=12cm$ (do theo câu trước thì $AA^{'}=20cm$)

Diện tích tam giác $A^{'}B^{'}C^{'}$ là: $S=\frac{1}{2}B^{'}C^{'}.AH=\frac{1}{2}.12.12=72(cm^{2})$.

Đáp án cần chọn là B.

**27. Lời giải:**



Vì $OH⊥xy$ nên $H$ là một điểm cố định và $OH$ không đổi.

Gọi giao điểm của $AB$ và $OM$ là $E$; giao điểm của $AB$ với $OH$ là $F$.

Vì $(O;R)$ và đường tròn đường kính $OM$ cắt nhau tại $A;B$ nên $AB⊥OM$

Lại có điểm $A$ nằm trên đường tròn đường kính $OM$ nên $\hat{AOM}=90°$

Xét $ΔOEF$ và $ΔOHM$ có $\hat{O}$ chung và $\hat{OEF}=\hat{OHM}=90°$ nên $ΔOEF$ $∽ΔOHM$ (g – g)

Suy ra $\frac{OE}{OH}=\frac{OF}{OM}⇒OE.OM=OF.OH$

Xét $ΔMAO$ vuông tại $A$ có $AE$ là đường cao nên hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có: $OM.OE=OA^{2}=R^{2}⇒OF.OH=R^{2}⇒OF=\frac{R^{2}}{OH}$.

Do $OH$ không đổi nên $OF$ cũng không đổi.

Vậy $F$ là một điểm cố định hay $AB$ luôn đi qua một điểm cố định là giao của $AB$ và $OH$.

Đáp án cần chọn là C.

**CHƯƠNG 7: GÓC VỚI ĐƯỜNG TRÒN**

**H.1.** Góc ở tâm - Số đo cung

**1. Lời giải:**

Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm.

Đáp án cần chọn là B.

**2. Lời giải:**

Góc có đỉnh trùng với tâm đường tròn được gọi là góc ở tâm.

Đáp án cần chọn là A.

**3. Lời giải:**

Số đo của cung nhỏ bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.

Đáp án cần chọn là B.

**4. Lời giải:**

Số đo của cung lớn bằng hiệu giữa $360°$ và số đo của cung nhỏ (có chung 2 mút với cung lớn).

Đáp án cần chọn là B.

**5. Lời giải:**

Trong hai cung của một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau, cung nào nhỏ hơn thì có số đo nhỏ hơn.

Đáp án cần chọn là D.

**6. Lời giải:**

Trong hai cung của một đường tròn hay hai đường tròn bằng nhau, hai cung bằng nhau nếu chúng có số đo bằng nhau.

Đáp án cần chọn là D.

**7. Lời giải:**



Vì $MA,MB$ là hai tiếp tuyến của đường tròn $(O)$ nên $OM$ là tia phân giác của $\hat{AOB};MO$ là tia phân giác của $\hat{AMB}$ hay $\hat{AMO}=\frac{1}{2}\hat{AMB}=\frac{50°}{2}=25°$.

Mà tgiác $OAM$ vuông tại $A$ (do $MA$ là tiếp tuyến) nên $\hat{MOA}=90-\hat{AMO}=65°$.

Mà $OM$ là tia phân giác của $\hat{AOB}$ nên $\hat{MOB}=\hat{MOA}=65°$.

Vậy $\hat{AMO}=25°;\hat{MOB}=65°$. Đáp án cần chọn là C.

**8. Lời giải:** Xét tứ giác $OAMB$ có $\hat{BOA}+\hat{OBM}+\hat{OAM}+\hat{AMB}=360°⇒\hat{BOA}=360°-90°-90°-50°=130°$.

Suy ra số đo cung nhỏ $AB$ là $130°$; số đo cung lớn $AB$ là $360°-130°=230°$.

Đáp án cần chọn là B.



**9. Lời giải:**



Vì $NC,ND$ là hai tiếp tuyến của đường tròn $(O)$ nên $ON$ là tia phân giác của $\hat{COD};NO$ là tia phân giác của $\hat{CND}$ hay $\hat{DNO}=\frac{1}{2}\hat{DMC}=\frac{60°}{2}=30°$.

Mà tam giác $ODN$ vuông tại $D$ (do $ND$ là tiếp tuyến) nên $\hat{DON}=90°-\hat{DNO}=90°-30°=60°$.

Mà $ON$ là tia phân giác của $\hat{COD}$ nên $\hat{NOC}=\hat{NOD}=60°$.

Vậy $\hat{DNO}=30°;\hat{NOC}=60°$. Đáp án cần chọn là D.

**10. Lời giải:**



Xét tứ giác $ODNC$ có $\hat{COD}+\hat{OCN}+\hat{CND}+\hat{ODN}=360°$.

$$⇒\hat{COD}=360°-\hat{OCN}-\hat{ODN}-\hat{CND}=360°-90°-90°-60°=120°$$

Suy ra số đo cung nhỏ $CD$ là $120°$; số đo cung lớn $CD$ là $360°-120°=240°$.

Đáp án cần chọn là C.

**11. Lời giải:** Vì tam giác $ABC$ đều có tâm $O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp nên $O$ cũng là giao ba đường phân giác nên $BO;CO$ lần lượt là các đường phân giác $\hat{ABC};\hat{ACB}$.

Ta có $\hat{BCO}=\frac{1}{2}\hat{ACB}=\frac{60°}{2}=30°;\hat{CBO}=\frac{1}{2}\hat{ABC}=\frac{60°}{2}=30°$.

Xét tam giác $BOC$ có $\hat{BOC}=180°-\hat{CBO}-\hat{BCO}=180°-30°-30°=120°$.

Do đó số đo cung nhỏ $BC$ là $120°$. Đáp án cần chọn là D.

**12. Lời giải:**

Vì tam giác $ABC$ đều có tâm $O$ là tâm đường tròn ngoại tiếp nên $O$ cũng là giao ba đường phân giác nên $AO;CO$ lần lượt là các đường phân giác $\hat{BAC};\hat{ACB}$.

Ta có $\hat{CAO}=\frac{1}{2}\hat{BAC}=\frac{60°}{2}=30°;\hat{ACO}=\frac{1}{2}\hat{ACB}=\frac{60°}{2}=30°$.

Xét tam giác $AOC$ có $\hat{AOC}=180°-\hat{CAO}-\hat{ACO}=120°$ nên số đo cung nhỏ $AC$ là $120°$. Do đó số đo cung lớn $AC$ là $360°-120°=240°$. Đáp án A.

**13. Lời giải:**



Xét tam giác $AOM$ vuông tại $A$ ta có: 

Đáp án cần chọn là D.

**14. Lời giải:**

Xét đường tròn $(O)$ có $MA;MB$ là hai tiếp tuyến cắt nhau tại $M$ nên $OM$ là tia phân giác của góc $\hat{AOB}$.

Suy ra $\hat{AOB}=2.\hat{AOM}=2.60°=120°$ mà $\hat{AOB}$ là góc ở tâm chắn cung $AB$

Nên số đo cung nhỏ $AB$ là $120°$. Đáp án cần chọn là B.

**15. Lời giải:**



Xét tam giác $AOB$ vuông tại $A$ ta có 

Đáp án cần chọn là A.

**16. Lời giải:**

Theo câu trước ta có $\hat{BMO}=45°$. Xét tam giác $OBM$ vuông tại $B$ (do $BM$ là tiếp tuyến của $(O)$) có

$\hat{BMO}=45°⇒\hat{BOM}=90°-45°=45°$.

Xét đường tròn $(O)$ có $MA;MB$ là hai tiếp tuyến cắt nhau tại $M$ nên $OM$ là tia phân giác của góc $\hat{AOB}$.

Suy ra $\hat{AOB}=2.\hat{BOM}=2.45°=90°$ mà $\hat{AOB}$ là góc ở tâm chắn cung $AB$

Nên số đo cung nhỏ $AB$ là $90°$ suy ra số đo cung lớn $AB$ là $360°-90°=270°$.

Đáp án cần chọn là A.

**17. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $OI⊥MN$ tại $I$ nên $I$ là trung điểm của $MN⇒MI=IN=\frac{\sqrt{3}R}{2}$

Xét tam giác $OIM$ vuông tại $I$, theo định lý Pytago ta có $OI^{2}=OM^{2}-MI^{2}⇒OI=\sqrt{R^{2}-\left(\frac{\sqrt{3}R}{2}\right)^{2}}=\frac{R}{2}$. Đáp án cần chọn là D.

**18. Lời giải:**

Xét tam giác $OIM$ vuông tại $I$ ta có: 

$ΔMON$ cân tại $O$ có $OI$ vừa là đường cao vừa là đường phân giác
nên $\hat{MON}=2\hat{MOI}=2.60°=120°$.

Suy ra số đo cung nhỏ $MN$ là $120°$. Đáp án cần chọn là A.

**19. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $OI⊥MN$ tại $I$ nên $I$ là trung điểm của $MN⇒MI=IN=\frac{\sqrt{2}R}{2}$

Xét tam giác $OIM$ vuông tại $I$, theo định lý Pytago ta có $OI^{2}=OM^{2}-MI^{2}⇒OI=\sqrt{R^{2}-\left(\frac{\sqrt{2}R}{2}\right)^{2}}=\frac{\sqrt{2}R}{2}$. Đáp án cần chọn là B.

**20. Lời giải:**

Xét tam giác $OIM$ vuông tại $I$ ta có: 

$ΔMON$ cân tại $O$ có $OI$ vừa là đường cao vừa là đường phân giác
nên $\hat{MON}=2\hat{MOI}=2.45°=90°$.

Suy ra số đo cung nhỏ $MN$ là $90°$. Đáp án cần chọn là C.

**21. Lời giải:**



Xét các tam giác $ΔIBC$ và $ΔKBC$ có $BC$ là đường kính của $(O)$ và $I;K\in (O)$

Nên $ΔIBC$ vuông tại $I$ và $ΔKBC$ vuông tại $K$.

Xét hai tam giác vuông $ΔIBC$ và $ΔKBC$ ta có $BC$ chung; $\hat{ABC}=\hat{ABC}$ (do $ΔABC$ cân) $⇒ΔIBC=ΔKBC$ (ch - gn) $⇒IB=CK$

Suy ra $ΔCOK=ΔIOB$ (c - c - c) $⇒\hat{COK}=\hat{IOB}$ suy ra số đo hai cung nhỏ $CK$ và $BI$ bằng nhau. Đáp án cần chọn là A.

**22. Lời giải:**

Xét tam giác cân $ABC$ cân tại $A$ có $\hat{A}=40°⇒\hat{KBO}=\hat{ICO}=70°$

Xét tam giác $OKB$ cân tại $O$ có $\hat{KBO}=70°⇒\hat{KOB}=180°-2.70°=40°$

Tương tự ta có $\hat{IOC}=40°$

Suy ra $\hat{IOK}=180°-40°-40°=100°$. Đáp án cần chọn là B.

**23. Lời giải:**



Xét các tam giác $ΔIBC$ và $ΔKBC$ có $BC$ là đường kính của $(O)$ và $I;K\in (O)$

Nên $ΔIBC$ vuông tại $I$ và $ΔKBC$ vuông tại $K$.

Xét hai tam giác vuông $ΔIBC$ và $ΔKBC$ ta có $BC$ chung; $\hat{ABC}=\hat{ABC}$ (do $ΔABC$ cân)

$⇒ΔIBC=ΔKCB$ (ch - gn) $⇒IC=BK$

Suy ra $ΔCOI=ΔBOK$ (c - c - c) $⇒\hat{COI}=\hat{KOB}$ suy ra số đo hai cung nhỏ $CI$ và $BK$ bằng nhau. Đáp án cần chọn là D.

**24. Lời giải:**

Xét tam giác cân $ABC$ cân tại $A$ có $\hat{A}=36°⇒\hat{KBO}=\hat{ICO}=\frac{180°-36°}{2}=72°$

Xét tam giác $OKB$ cân tại $O$ có $\hat{KBO}=72°⇒\hat{KOB}=180°-2.72°=36°$

Theo câu trước ta có $\hat{IOC}=\hat{KOB}=36°$

Suy ra $\hat{IOK}=180°-36°-36°=108°$. Đáp án cần chọn là C.

**25. Lời giải:**



Xét đường tròn $(O)$ có $OA⊥CD$ tại $H$ nên $H$ là trung điểm của $CD$.

Xét tam giác $OHC$ vuông tại $H$ có .

Mà tam giác $OCD$ cân tại $O$ $(OC=OD=R)$ có $OH$ là đường cao
nên $OH$ cũng là đường phân giác, suy ra $\hat{DOC}=2.\hat{COH}=2.30°=60°$.

Do đó số đo cung nhỏ $CD$ là $60°$ và số đo cung lớn $CD$ là $360°-60°=300°$.

Đáp án cần chọn là B.

**26. Lời giải:**

Xét đường tròn $(O)$ có $OA⊥CD$ tại $H$ nên $H$ là trung điểm của $CD$.

Tứ giác $OCAD$ có hai đường chéo vuông góc và giao nhau tại trung điểm
mỗi đường nên $OCAD$ là hình thoi.

$⇒OC=CA$ mà $OC=OA$ nên $OC=OA=AC$ hay tam giác $OAC$ đều$⇒\hat{COA}=60°⇒\hat{COD}=120°$

Do đó số đo cung nhỏ $CD$ là $120°$ và số đo cung lớn $CD$ là $360°-120°=240°$.

Đáp án cần chọn là C.

**27. Lời giải:**



Xét $(O)$ có  hay $\hat{EDC}=90°$ mà $E;D;C\in (O)$ nên $C$ là đường kính của $(O)$ hay $E;O;C$ thẳng hàng.

Do đó $\hat{BOE}=\hat{COA}=55°$ (đối đỉnh) nên số đo cung nhỏ $BE$ là $55°$. Đáp án A.

**28. Lời giải:**

Xét $(O)$ có  hay $\hat{EDC}=90°$ mà $E;D;C\in (O)$ nên $C$ là đường kính của $(O)$ hay $E;O;C$ thẳng hàng.

Do đó $\hat{BOE}=\hat{COA}=60°$ (đối đỉnh) nên số đo cung nhỏ $BE$ là $60°$.

Đáp án cần chọn là B.

**H.2. Liên hệ giữa cung và dây**

**1. Lời giải:**



Kẻ $KH⊥CD$ và $KH⊥AB$ lần lượt tại $K$ và $H$.

Suy ra $OK$ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác của $\hat{DOC}⇒\hat{DOK}=\hat{COK}$

Và $OH$ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác của $\hat{AOB}⇒\hat{AOH}=\hat{BOH}$

Do đó $\hat{AOH}+\hat{DOK}=\hat{BOH}+\hat{COK}⇒\hat{AOD}=\hat{COB}$

Nên số đo cung $AD$ bằng số đo cung $BC$, từ đó $AD=BC$.

Phương án A, C, D sai, B đúng. Đáp án cần chọn là B.

**2. Lời giải:**

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

+ Cung lớn hơn căng dây lớn hơn.

+ Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.

Nên dây $AB>CD$ thì cung $AB$ lớn hơn cung $CD$.

Đáp án cần chọn là A.

**3. Lời giải:**

Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

+ Cung lớn hơn căng dây lớn hơn.

+ Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.

Nên cung $MN<$ cung $PQ$ thì $MN<PQ$. Đáp án cần chọn là B.

**4. Lời giải:**



Kẻ $KH⊥CD$ và $KH⊥AB$ lần lượt tại $K$ và $H$.

Suy ra $OK$ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác của $\hat{DOC}⇒\hat{DOK}=\hat{COK}$

Và $OH$ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác của $\hat{AOB}⇒\hat{AOH}=\hat{BOH}$

Do đó $\hat{AOH}+\hat{DOK}=\hat{BOH}+\hat{COK}⇒\hat{AOD}=\hat{COB}$

Nên số đo cung $AD$ bằng số đo cung $BC$, từ đó $AD=BC$.

Phương án A, C, D sai, B đúng. Đáp án cần chọn là B.

**5. Lời giải:**

Kẻ $KH⊥CD$ và $AB$ lần lượt tại $K$ và $H$.

Suy ra $OK$ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác của $\hat{DOC}⇒\hat{DOK}=\hat{COK}$

Và $OH$ vừa là đường cao, vừa là đường phân giác của $\hat{AOB}⇒\hat{AOH}=\hat{BOH}$

Do đó $\hat{AOH}+\hat{DOK}=\hat{BOH}+\hat{COK}⇒\hat{AOD}=\hat{COB}$

Nên số đo cung $AD$ bằng số đo cung $BC$, từ đó $AD=BC$.

Vì  nên $ABCD$ là hình thang cân nên $AC=BD$.

Phương án A, B, D sai, C đúng. Đáp án cần chọn là C.

**6. Lời giải:**



Vì  mà $C,D,E\in (O)$ nên $CE$ là đường kính hay $C;O;E$ thẳng hàng.

Xét $(O)$ có $OA$ là đường cao trong tam giác cân $ODC$ nên $OA$ cũng là đường phân giác $⇒\hat{COA}=\hat{AOD}$.

Suy ra cung $AD$ bằng cung $AC$ nên dây $AD=AC$

Lại thấy $\hat{AOC}=\hat{BOE}$ (đối đỉnh) nên cung $AC$ bằng cung $DE$ suy ra dây $AC=BE$.

Phương án A, B, C đúng. Đáp án cần chọn là D.

**7. Lời giải:**

Vì cung $AC$ có số đo $50°$ nên $\hat{AOC}=50°$

Vì  mà $C,D,E\in (O)$ nên $CE$ là đường kính hay $C;O;E$ thẳng hàng.

Xét $(O)$ có $OA$ là đường cao trong tam giác cân $ODC$ nên $OA$ cũng là đường phân giác $⇒\hat{COA}=\hat{AOD}=50°$.

Lại thấy $\hat{BOE}=\hat{AOC}=50°$ (đối đỉnh) suy ra $\hat{AOC}=\hat{AOD}=\hat{BOE}=50°$ (D đúng) và suy ra cung $AC$ bằng cung $BE$ nên $B$ đúng.

Ta có: $\hat{DOE}=180°-\hat{AOD}-\hat{BOE}=80°$ nên cung $AD<$ cung $DE⇒AD<DE$ hay đáp án D sai.

Lại có $\hat{AOE}=\hat{AOD}+\hat{DOE}=50°+80°=130°$ và $\hat{BOD}=\hat{BOE}+\hat{DOE}=50°+80°=130°$.

Nên $\hat{AOE}=\hat{BOD}$ suy ra số đo cung $AE=$ số đo cung $BD$. Do đó C đúng.

Phương án B, C, D đúng và A sai. Đáp án cần chọn là A.

**8. Lời giải:**

+ Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.

+ Trong một đường tròn, đường kính đi qua trung điểm của một dây (không đi qua tâm) thì đi qua điểm chính giữa của cung bị căng bởi dây ấy.

+ Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì vuông góc với dây căng cung ấy và ngược lại.

Đáp án cần chọn là A.

**9. Lời giải:**

+ Trong một đường tròn, đường kính đi qua điểm chính giữa của một cung thì đi qua trung điểm của dây căng cung ấy.

+ Trong một đường tròn, hai cung bị chắn giữa hai dây song song thì bằng nhau.

+ Trong một đường tròn, cung lớn hơn căng dây lớn hơn.

+ Hai đường kính của đường tròn luôn bằng nhau nhưng chưa chắc đã vuông góc với nhau.

Suy ra A, B, C đúng, D sai. Đáp án cần chọn là D.

**10. Lời giải:**



Vì tam giác $ABC$ cân tại $A$ có:

$\hat{A}=70°⇒\hat{B}=\hat{C}=\frac{180°-\hat{A}}{2}=\frac{180°-70°}{2}=55°$.

Vì $\hat{A}>\hat{B}=\hat{C}$ nên theo mối liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác ta có $BC>AB=AC$.

Theo mối liên hệ giữa cung và dây ta có $\overparen{BC}>\overparen{AB}=\overparen{AC}$.

Đáp án cần chọn là D.

**11. Lời giải:**

Vì tam giác $ABC$ cân tại $A$ có: $\hat{A}=66°⇒\hat{B}=\hat{C}=\frac{180°-\hat{A}}{2}=\frac{180°-66°}{2}=57°$.

Vì $\hat{A}>\hat{B}=\hat{C}$ nên theo mối liên hệ giữa cạnh và góc trong tam giác ta có $BC>AB=AC$.

Theo mối liên hệ giữa cung và dây ta có $\overparen{BC}>\overparen{AB}=\overparen{AC}$. Đáp án cần chọn là C.

**12. Lời giải:**



Vì $\hat{EOF}<\hat{MON}$ nên cung $EF$ nhỏ hơn cung $MN$, từ đó dây $EF<MN$ (\*).

Xét tam giác $OEF$ cân tại $O$ có $\hat{EOF}=90°$ nên theo định lý Pytago ta có

 $EF^{2}=OF^{2}+OE^{2}=R^{2}+R^{2}=2R^{2}⇒EF=2\sqrt{R}$ (\*\*)

$MN$ là dây không đi qua tâm nên $MN<2R$ (\*\*\*)

Từ (\*), (\*\*) và (\*\*\*) ta có $\sqrt{2}R<AB<2R$.

Đáp án cần chọn là D.

**13. Lời giải:**



Vì $\hat{COD}<\hat{AOB}$ nên cung $CD$ nhỏ hơn cung $AB$, từ đó dây $CD<AB$ (\*).

Xét tam giác $OCD$ cân tại $O$ có $\hat{COD}=60°$ nên $ΔCOD$ là tam giác đều $⇒CD=R$.

$AB$ là dây không đi qua tâm nên $AB<2R⇒AB<2CD$ (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) ta có $CD<AB<2CD$.

Đáp án cần chọn là D.

**14. Lời giải:**



Vì trong một đường tròn hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau nên ta đi so sánh các đoạn thẳng $HB;MB;MH$.

Xét tam giác $BCH$ vuông tại $H$ có: .

Xét tam giác $HBM$ có $BM=BH$ (cmt) và $\hat{ABC}=60°$ nên $ΔHBM$ là tam giác đều.

$$⇒BM=BH=HM$$

Suy ra ba cung $HB;MB;MH$ bằng nhau. Đáp án cần chọn là D.

**15. Lời giải:**



Vì trong một đường tròn hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau nên ta đi so sánh các đoạn thẳng $HB;MB;MH$.

Xét tam giác $BCH$ vuông tại $H$ có:  (\*).

Xét tam giác $HBC$ vuông tại $H$ có $HM$ là đường trung tuyến ứng với cạnh huyền nên

 $HM=BM=CM=\frac{BC}{2}$ (\*\*)

Mà $\frac{BC}{2}<\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên từ (\*) và (\*\*) ta có $BM=HM<HB$.

Suy ra cung $MB=$ cung $HM<$ cung $HB$.

Hay cung $HB$ là cung lớn nhất nên B sai Đáp án cần chọn là B.

**16. Lời giải:**



Vì hai dây  nên hai cung $AM$ và cung $CN$ bằng nhau, hay $AM=CN$

Suy ra $MCNA$ là hình thang cân $⇒MN=AC$

Gọi $H$ là giao của $CD$ và $AB$. Khi đó vì $AB⊥CD$ tại $H$ nên $H$ là trung điểm của $AB$

 $⇒AH=\frac{AB}{2}=\frac{R\sqrt{3}}{2}$

Xét tam giác vuông $AHO$, theo định lý Pytago ta có: $OH=\sqrt{AO^{2}-AH^{2}}=\frac{R}{2}⇒CH=\frac{3R}{2}$.

Theo định lý Pytago cho tam giác $ACH$ vuông ta có: $AC=\sqrt{CH^{2}+AH^{2}}=R\sqrt{3}$.

Vậy $MN=R\sqrt{3}$. Đáp án cần chọn là A.

**17. Lời giải:**

Vì hai dây $MC//AN$ nên hai cung $AM$ và cung $CN$ bằng nhau, hay $AM=CN$

Suy ra $MCNA$ là hình thang cân $⇒MN=AC$

Gọi $H$ là giao của $CD$ và $AB$. Khi đó vì $AB⊥CD$ tại $H$ nên $H$ là trung điểm của $AB$

 $⇒AH=\frac{AB}{2}=\frac{R\sqrt{2}}{2}$

Xét tam giác vuông $AHO$, theo định lý Pytago ta có:

$OH=\sqrt{AO^{2}-AH^{2}}=\sqrt{R^{2}-\left(\frac{R\sqrt{2}}{2}\right)^{2}}=\frac{R\sqrt{2}}{2}⇒CH=R+\frac{R\sqrt{2}}{2}=\frac{2+\sqrt{2}}{2}R$.

Theo định lý Pytago cho tam giác $ACH$ vuông ta có:

$AC=\sqrt{CH^{2}+AH^{2}}=\sqrt{\frac{(2+\sqrt{2})^{2}}{4}R^{2}+\frac{2R^{2}}{4}}=\sqrt{\frac{8+4\sqrt{2}}{4}R^{2}}=\sqrt{2+\sqrt{2}}.R$.

Vậy $MN=R\sqrt{2+\sqrt{2}}$. Đáp án cần chọn là D.

**18. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $BE$ là đường kính và $A\in (O)⇒AE⊥AB$ mà $CD⊥AB⇒AE//CD$

Nên cung $AC$ bằng cung $ED$ hay $AC=ED$.

Xét các tam giác vuông $ΔIAC$ và $ΔIBD$ ta có: $IA^{2}+IC^{2}=AC^{2};IB^{2}+ID^{2}=BD^{2}$

 $IA^{2}+IC^{2}+IB^{2}+ID^{2}=AC^{2}+BD^{2}=ED^{2}+BD^{2}$.

Mà $ΔBED$ vuông tại $D$ nên $ED^{2}+BD^{2}=EB^{2}=(2R)^{2}=4R^{2}$

Vậy $IA^{2}+IC^{2}+IB^{2}+ID^{2}=4R^{2}$.

Đáp án cần chọn là C.

**19. Lời giải:**

Xét $(O)$ có $BE$ là đường kính và $A\in (O)⇒AE⊥AB$ mà $CD⊥AB$

 

Nên cung $AC$ bằng cung $ED$ hay $AC=ED$.

Xét các tam giác vuông $ΔIAC$ và $ΔIBD$ ta có: $IA^{2}+IC^{2}=AC^{2};IB^{2}+ID^{2}=BD^{2}$

 $IA^{2}+IC^{2}+IB^{2}+ID^{2}=AC^{2}+BD^{2}=ED^{2}+BD^{2}$.

Mà $ΔBED$ vuông tại $D$ nên $ED^{2}+BD^{2}=EB^{2}$

Hay $IA^{2}+IC^{2}+IB^{2}+ID^{2}=BE^{2}$ nên C đúng mà $BE\ne AD$ nên D sai.

Xét các tam giác vuông $ΔIAD$ và $ΔIBC$ ta có

 $IA^{2}+ID^{2}=AD^{2};IB^{2}+IC^{2}=BC^{2}⇒IA^{2}+IC^{2}+IB^{2}+ID^{2}=AD^{2}+BC^{2}$

Vậy A, B, C đúng, D sai. Đáp án cần chọn là D.

**20. Lời giải:** Xét $(O^{'})$ có $OA$ là đường kính và $E\in (O^{'})$ nên $OE⊥AC$

Tương tự với $(O)$ ta có $BC⊥AC$ nên  mà $O$ là trung điểm của $AB$

$⇒E$ là trung điểm của $AC⇒OE=\frac{1}{2}BC$

Tương tự $OF=\frac{1}{2}DB$ mà cung $BC$ nhỏ hơn cung $BD$ nên $BC<BD⇒OE<OF$.

Đáp án cần chọn là B.



**21. Lời giải:**

Theo định lý Pytago ta có: $AE^{2}=AO^{2}-OE^{2}$ và $AF^{2}=AO^{2}-AE^{2}$ mà $OE<OF$.

$⇒AE^{2}>AF^{2}⇒AE>AF$. Đáp án cần chọn là A.

**22. Lời giải:**

Xét $(O^{'})$ có $OA$ là đường kính và $E\in (O^{'})$ nên $OE⊥AC$

Tương tự với $(O)$ ta có $BC⊥AC$ nên  mà $O$ là trung điểm của $AB$

$⇒E$ là trung điểm của $AC⇒OE=\frac{1}{2}BC$

Tương tự $OF=\frac{1}{2}DB$ mà cung $BC$ nhỏ hơn cung $BD$ nên
$BC=BD⇒OE=OF$. Đáp án cần chọn là C.

**23. Lời giải:**

Vì $AO$ là đường kính của đường tròn $(O^{'})$ và $E,F\in (O^{'})$ nên $ΔOEA$ vuông tại $E;ΔOFA$ vuông tại $F$.

Theo định lý Pytago cho tam giác vuông $OEA$ và $OFA$ ta có:

 $AE^{2}=AO^{2}-OE^{2}$ và $AF^{2}=AO^{2}-AE^{2}$ mà $OE=OF$ (theo câu trước).

$⇒AE^{2}=AF^{2}⇒AE=AF$. Đáp án cần chọn là C.

**H.3. Góc nội tiếp**

**1. Lời giải:** Hình 1 góc $\hat{BOA}$ là góc ở tâm.

Hình 3 có 1 cạnh không phải là dây của đường tròn.

Hình 4 đỉnh $B$ không nằm trên đường tròn.

Hình 2 góc $\hat{BCA}$ là góc nội tiếp chắn cung $AB$

Đáp án cần chọn là B.

**2. Lời giải:** Trong một đường tròn: Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng $90°$) có số đo bằng nửa số đo góc ở tâm cùng chắn một cung.

Đáp án cần chọn là A.

**3. Lời giải:** Trong một đường tròn:

Góc nội tiếp có số đo bằng nửa số đo cung bị chắn.

Đáp án cần chọn là D.

**4. Lời giải:**

Trong một đường tròn, góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

Đáp án cần chọn là B.

**5. Lời giải:** Trong một đường tròn:

+ Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.

+ Các góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau.

+ Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông.

Như vậy hai góc nội tiếp bằng nhau có thể cùng chắn một cung hoặc chắn các cung bằng nhau.

Phương án A, B, C đúng và D sai. Đáp án cần chọn là D.

**6. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ACD}$ là góc nội tiếp chắn cung $AD$ (chứa điểm $B$);
$\hat{ABD}$ là góc nội tiếp chắn cung $AD$ (chứa điểm $C$) nên

$$\hat{ACD}+\hat{ABD}=\frac{1}{2}.360°=180°$$

Lại có $\hat{ACD}+\hat{ACI}=180°$ nên $\hat{ACI}=\hat{IBD}$.

Tương tự ta có $\hat{IAC}=\hat{IDB}$.

Đáp án cần chọn là A.

**7. Lời giải:**

Xét $ΔIAC$ và $ΔIDB$ có $\hat{I}$ chung và $\hat{ACI}=\hat{IBD}$ (câu trước) nên $ΔIAC∽ΔIDB$ (g-g)

$⇒\frac{IA}{ID}=\frac{IC}{IB}⇒IA.IB=IC.ID$. Đáp án cần chọn là D.

**8. Lời giải:**

Xét $(O)$ có $\hat{CAB}$ là góc nội tiếp chắn cung $BC$ (chứa điểm $D$);
$\hat{DBC}$ là góc nội tiếp chắn cung $BC$ (chứa điểm $A$) nên
 $\hat{CAB}+\hat{CDB}=\frac{1}{2}.360°=180°$.

$\hat{CAB}=120°$ (gt) $⇒\hat{CDB}=180°-\hat{CAB}=180°-120°=60°$

Lại có $\hat{CAB}+\hat{CAI}=180°$ (kề bù) nên $\hat{IAC}=180°-\hat{CAB}=60°$.

Từ đó ta có $\hat{IAC}=\hat{IDB}=60°$. Đáp án cần chọn là B.

**9. Lời giải:**

Xét $ΔIAC$ và $ΔIDB$ có $\hat{I}$ chung $\hat{ACI}=\hat{IBD}$ (cmt) nên $ΔIAC∽ΔIDB$ (g-g)

Đáp án cần chọn là A.

**10. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ACM}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\hat{ACM}=90°$.

Đáp án cần chọn là B.

**11. Lời giải:** Xét $(O)$ có $\hat{ABC}$ là góc nội tiếp chắn cung $AC$ và $\hat{CAM}$ là góc nội tiếp chắn cung $CM$

Nên ; 

Lại có  nên $\hat{ABC}+\hat{CAM}=\frac{180°}{2}=90°$

Mà $\hat{ABC}+\hat{BAH}=90°$ nên $\hat{BAH}=\hat{CAM}$. Đáp án cần chọn là B.

**12. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ANM}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\hat{ANM}=90°$ hay $AN⊥NM$ mà $BC⊥AN⇒NM//BC$

Lại có $\hat{BAN}=\hat{CAM}$ (cmt). Nên cung $BN=$ cung $CM⇒BN=CM$

Từ đó tứ giác $BNMC$ có  nên $BNMC$ là hình thang cân.

Đáp án cần chọn là C.

**13. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ABM}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\hat{ABM}=90°$.

Đáp án cần chọn là A.

**14. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ABC}$ là góc nội tiếp chắn cung $AC$ và $\hat{CAM}$ là
góc nội tiếp chắn cung $CM$

Nên $\hat{ABC}=\frac{1}{2}$ số đo cung $AC;\hat{CAM}=\frac{1}{2}$ số đo cung $CM$

Lại có số đo cung $AC+$ số đo cung $CM=180°$ nên $\hat{ABC}+\hat{CAM}=\frac{180°}{2}=90°$.

Mà $\hat{ABC}+\hat{HAB}=90°$ nên $\hat{BAH}=\hat{CAM}$ (1)

Lại có $ΔOAC$ cân tại $O$ (do $OA=OC=$ bán kính) nên $\hat{OCA}=\hat{OAC}$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $\hat{OCA}=\hat{BAH}$. Đáp án cần chọn là D.

**15. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ANM}$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn nên $\hat{ANM}=90°$ hay $AN⊥NM$ mà $BC⊥AN$

.

Lại có $\hat{BAN}=\hat{CAM}$ (cmt) nên cung $BN=$ cung $CM⇒BN=CM$

Từ đó tứ giác $BNMC$ có  nên $BNMC$ là hình thang cân.

Suy ra $BM=CN$ (tính chất hình thang cân) nên B sai. Đáp án cần chọn là B.

**16. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{AEB}=\hat{ABC}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau $AB=AC$)

Xét $ΔABD$ và $ΔAEB$ có $\hat{A}$ chung và $\hat{AEB}=\hat{ABC}$ (cmt) nên $ΔABD∽ΔAEB$ (g-g)

$$⇒\frac{AB}{AE}=\frac{AD}{AB}⇒AB^{2}=AE.AD$$

Đáp án cần chọn là A.

**17. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{AEB}=\hat{ABC}$ (hai góc nội tiếp chắn cung bằng nhau $AB=AC$)

Xét $ΔADC$ và $ΔBDE$ có $\hat{ADC}=\hat{BDE}$ (đối đỉnh) và $\hat{AEB}=\hat{ABC}$ (cmt)

Nên $ΔADC∽ΔBDE$ (g-g) $⇒\frac{AD}{BD}=\frac{DC}{DE}⇒DA.DE=DB.DC$.

Đáp án cần chọn là C.

**18. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ACF}=90°;\hat{ABF}=90°$

(góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

Suy ra $CF⊥AC;BF⊥AB$ mà $BD⊥AC;CE⊥AB$

$⇒BHCF$ là hình bình hành$⇒BH=CF;BF=CH$

Đáp án cần chọn là C.

**19. Lời giải:**

Xét hai tam giác vuông $ΔEBH$ và $ΔECA$ có $\hat{EBH}=\hat{ECA}$ (cùng phụ với $\hat{BAC}$)

Nên $ΔEBH∽ΔECA$ (g-g)$⇒\frac{EB}{EC}=\frac{EH}{EA}⇒EB.EA=EC.EH$

Đáp án cần chọn là A.

**20. Lời giải:**



Tứ giác $BHCF$ là hình bình hành có $M$ là trung điểm của $BC$ nên $M$ cũng là trung điểm của $HF$.

Khi đó $OM$ là đường trung bình của tam giác $AHF$ nên $AH=2.OM$.

Đáp án cần chọn là A.

**21. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ACF}=90°;\hat{ABF}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Suy ra $CF⊥AC;BF⊥AB$ mà $BD⊥AC;CE⊥AB$

 là hình bình hành$⇒BH=CF$. Đáp án B.

**22. Lời giải:**



Xét hai tam giác vuông $ΔHDC$ và $ΔADB$ có $\hat{EBH}=\hat{ECA}$ (cùng phụ với $\hat{BAC}$)

Nên $ΔHDC∽ΔADB$ (g - g) $⇒\frac{DH}{DA}=\frac{DC}{DB}⇒DH.DB=DA.DC$. Đáp án là B.

**23. Lời giải:**



Tứ giác $BHCF$ là hình bình hành (theo câu trước) có $M$ là trung điểm của $BC$ nên $M$ cũng là trung điểm của $HF$ hay $HM=\frac{HF}{2}$.

Khi đó $OM$ là đường trung bình của tam giác $AHF$ nên .

Xét tam giác $ABC$ có $BD$ và $CE$ là hai đường cao cắt nhau tại $H$ nên $H$ là trực tâm tam giác $ABC$ $⇒AH⊥BC$ mà .

Đáp án D sai vì $OM⊥BC$ mà $BC$ cắt $BF$ nên $OM$ không thể vuông với $BF$.

Đáp án cần chọn là D.

**24. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{BDA}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên
$BD⊥EA$ mà $D$ là trung điểm $EA$.

Nên $ΔBEA$ có $BD$ vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến
nên $ΔBEA$ cân tại $B$. Đáp án cần chọn là C.

**25. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{BKA}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $AK⊥BE$

Mà $OD$ là đường trung bình của tam giác $ABE$ nên  từ đó $OD⊥AK$.

Nên A, B, C đúng. Đáp án cần chọn là D.

**26. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{BDA}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $BD⊥EA$ mà $D$ là trung điểm $EA$.

Nên $ΔBEA$ có $BD$ vừa là đường cao vừa là đường trung tuyến nên $ΔBEA$ cân tại $B$.

Suy ra $\hat{BEA}=\hat{BAD}=50°$. Đáp án cần chọn là A.

**27. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{BKA}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) nên $AK⊥BE$

Mà $OD$ là đường trung bình của tam giác $ABE$ nên  từ đó $BE=2OD=2R$.

Đáp án cần chọn là A.

**28. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ACB}=\hat{ADB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $AB$); $\hat{ABD}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Nên $ΔACH=ΔADB$ (g - g) $⇒\frac{AC}{AD}=\frac{AH}{AB}⇒AH.AD=AC.AB$.

Đáp án cần chọn là B.

**29. Lời giải:** Xét $(O)$ có $\hat{ACB}=\hat{ADB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $AB$); $\hat{ABD}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Nên $ΔACH∽ΔADB$ (g - g) $⇒\frac{AC}{AD}=\frac{AH}{AB}⇒AH.AD=AC.AB$.

Suy ra $AH.AD=3.5=15cm^{2}$. Đáp án cần chọn là A.

**30. Lời giải:**

Kẻ đường kính $AD$, theo kết quả câu trước, ta có $AH.AD=AB.AC$.

$⇒AD=\frac{AB.AC}{AH}=\frac{9.12}{4}=27⇒R=13,5cm$. Đáp án cần chọn là A.

**31. Lời giải:**

Kẻ đường kính $AD$

Xét $(O)$ có $\hat{ACB}=\hat{ADB}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $AB$); $\hat{ABD}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Nên $ΔACH∽ΔADB$ (g - g) $⇒\frac{AC}{AD}=\frac{AH}{AB}⇒AH.AD=AC.AB⇒AD=\frac{AB.AC}{AH}=\frac{12.15}{6}=30cm$.

Vậy đường kính của đường tròn là $30cm$.

Đáp án cần chọn là D.

**32. Lời giải:**



Xét đường tròn $(O)$ có $\hat{ACB}$ là góc nội tiếp chắn cung $AB$

Mà $\hat{ACB}=45°⇒\hat{AOB}=90°⇒ΔAOB$ vuông cân tại $O$.

Theo định lý Pytago ta có: $OA^{2}+OB^{2}=AB^{2}$

 $2OA^{2}=AB^{2}$; $AO=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy bán kính đường tròn là $R=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Đáp án cần chọn là C.

**H.4. Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung**

**1. Lời giải:**

Cho đường tròn tâm $(O)$ có $Ax$ là tia tiếp tuyến tại tiếp điểm $A$ và dây cung $AB$. Khi đó, góc $BAx$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung. Đáp án cần chọn là A.

**2. Lời giải:**

Đường tròn tâm $(O)$ có $CF$ là tia tiếp tuyến tại điểm $A$ và dây cung $BC$. Nên góc $BCF$ là góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung. Đáp án cần chọn là B.

**3. Lời giải:**

Góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung có số đo bằng nửa số đo cung bị chắn. Đáp án cần chọn là D.

**4. Lời giải:** Trong một đường tròn, góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau. Đáp án cần chọn là C.

**5. Lời giải:**

Xét đường tròn $(O)$ có $\hat{ABT}$ là góc tạo bởi tiếp tuyến $BT$ và dây cung $AB$

$\hat{APB}$ là góc nội tiếp chắn cung $AB$

Suy ra $\hat{ABT}=\hat{APB}$ (hệ quả). Đáp án cần chọn là A.

**6. Lời giải:**



Xét nửa $(O)$ có $\hat{MCA}=\hat{CBA}$ (\*) (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung $AC$).

Lại có $\hat{ACB}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn).

Xét tam giác $ACH$ vuông tại $H$ có $\hat{ACH}+\hat{CAH}=90°$ (1)

Xét tam giác $ACB$ vuông tại $B$ có $\hat{CBA}+\hat{CAB}=90°$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $\hat{ACH}=\hat{CBA}$ (\*\*) (cùng phụ với góc $\hat{CAB}$)

Từ (\*) và (\*\*) ta có $\hat{MCA}=\hat{ACH}$ nên $CA$ là tia phân giác của góc $\hat{MCH}$.

Đáp án cần chọn là B.

**7. Lời giải:**

Theo định lý Pytago cho tam giác $MCO$ vuông ta có: $MO=\sqrt{OC^{2}+MC^{2}}=a\sqrt{5}$.

Xét tam giác $MCO$ vuông ta có: $MC.CO=CH.MO⇒CH=\frac{2a^{2}}{\sqrt{5}a}=\frac{2\sqrt{5}a}{5}$.

Đáp án cần chọn là C.

**8. Lời giải:**

Xét nửa $(O)$ có $\hat{MCA}=\hat{CBA}=30°$ (\*) (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung $AC$).

Lại có $\hat{ACB}=90°$ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn) suy ra

 $\hat{CAB}=90°-\hat{CBA}=90°-30°=60°$ (do $ΔCAB$ vuông tại $C$)

Lại có $\hat{ACH}+\hat{CAB}=90°⇒\hat{ACH}=90°-60°=30°$

$\hat{CBA}$ là góc nội tiếp chắn cung $CA⇒\hat{COA}=2\hat{CBA}=2.30°=60°$.

Vậy A, B, D đúng, C sai. Đáp án cần chọn là C.

**9. Lời giải:**



Vì $OA=3cm⇒OC=OA=3cm$.

Theo định lý Pytago cho tam giác $MCO$ vuông ta có:

 $MO=\sqrt{OC^{2}+MC^{2}}=\sqrt{3^{2}+6^{2}}=3\sqrt{5}cm$.

Xét tam giác $MCO$ vuông tại $C$, theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có:

 $MC.MO=CH.CO⇒CH=\frac{MC.CO}{MO}=\frac{6.3}{3\sqrt{5}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}(cm)$. Đáp án cần chọn là D.

**10. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{MBA}=\hat{BCA}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung $AB$
bằng góc nội tiếp chắn cung $AB$).

Suy ra $ΔMBA∽ΔMCB$ (g-g)$⇒\frac{MB}{MC}=\frac{MA}{MB}=\frac{BA}{CB}⇒MA.MC=MB^{2}$

Đáp án cần chọn là A.

**11. Lời giải:** Tương tự câu trước ta có $ΔMAD∽ΔMDC(g-g)⇒\frac{MD}{MC}=\frac{AD}{DC}$.

Mà theo câu trước ta có $\frac{MB}{MC}=\frac{BA}{CB}$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau thì $MB=MD$ nên $\frac{AD}{DC}=\frac{AB}{BC}⇔AD.BC=AB.DC$. Đáp án cần chọn là B.

**12. Lời giải:** Xét $(O)$ có $\hat{MDA}=\hat{DCA}$ (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung $AB$ bằng góc nội tiếp chắn cung $AD$).

Suy ra $ΔMAD∽ΔMDC(g-g)⇒\frac{MA}{MD}=\frac{MD}{MC}=\frac{DA}{CD}⇒MA.MC=MD^{2}$. **Chọn D.**

**13. Lời giải:**

Xét $(O)$ có $\hat{MBA}=\hat{BCA}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung $AB$
bằng góc nội tiếp chắn cung $AB$)

Suy ra $ΔMBA∽ΔMCB(g-g)⇒\frac{MB}{MC}=\frac{BA}{CB}$. Mà theo câu trước ta có $\frac{MD}{MC}=\frac{AD}{CD}$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau thì $MB=MD$ nên $\frac{AD}{DC}=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$.

Đáp án cần chọn là C.

**14. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{ACB}=\hat{BAP}$ (hệ quả) suy ra $ΔPAC∽ΔPBA$ (g - g)

Đáp án cần chọn là B.

**15. Lời giải:**



Xét $ΔMBD$ và $ΔMAB$ có $\hat{M}$ chung và $\hat{MBD}=\hat{MAB}$ (cùng bằng $\hat{MAC}$)

Nên $ΔMBD∽ΔMAB(g-g)⇒\frac{MB}{MA}=\frac{MD}{MB}⇒MA.MD=MB^{2}$.

Đáp án cần chọn là A.

**16. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{MNP}=\hat{EMP}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn cung $MP$).

Xét $ΔEPM$ và $ΔEMN$ có $\hat{E}$ chung và $\hat{MNP}=\hat{EMP}$

Suy ra $ΔEPM∽ΔEMN$ (g - g) suy ra $\frac{EP}{EM}=\frac{EM}{EN}⇔EP.EN=EM^{2}=4^{2}=16(cm^{2})$.

Đáp án cần chọn là A.

**17. Lời giải:**



Vì $MD$ là tia phân giác $\hat{NMP}$ nên $\hat{NMD}=\hat{DMP}$ suy ra $\overparen{PD}=\overparen{PN}$.

Xét $ΔDPM$ và $ΔNIM$ có $\hat{MNI}=\hat{IDP}$ (hai góc nội tiếp cùng chắn cung $MP$) và $\hat{NMI}=\hat{IPD}$ (cmt)

Nên $ΔDPM∽ΔNIM$ (g - g) nên A đúng, B sai.

Xét $ΔIPD$ và $ΔPMD$ có $\hat{D}$ chung và $\hat{IPD}=\hat{IMP}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau).

Nên $ΔIPD∽ΔPMD$ (g - g) suy ra C, D sai. Đáp án cần chọn là A.

**18. Lời giải:** 

Xét $(O)$ có $\hat{ICB}=\hat{CAB}$ (hệ quả) mà $\hat{BFD}=\hat{BAC}$ (cùng phụ với $\hat{ABC}$)

Nên $\hat{ICF}=\hat{BFD}⇒\hat{ICF}=\hat{CFI}$ suy ra $ΔICF$ cân tại $I⇒IF=IC$ (\*)

Lại có $\hat{ICE}+\hat{ICF}=90°⇒\hat{ICE}+\hat{CAB}=90°$ mà $\hat{CAB}+\hat{AED}=90°⇒\hat{CEI}=\hat{ECI}⇒ΔICE$ cân tại $I$

Nên $IE=IC$ (\*\*) Từ (\*) và (\*\*) suy ra $IE=IF=\frac{EF}{2}$. Đáp án cần chọn là A.

**19. Lời giải:**



Ta có $\hat{IAK}=\hat{IBA}$ (hệ quả) nên $ΔIKA∽ΔIAB$ (g - g)

Đáp án cần chọn là B.

**20. Lời giải:**

$ΔIKA∽ΔIAB$ (g - g) (câu trước) $⇒\frac{IK}{IA}=\frac{IA}{IB}$ mà $IA=IM⇒\frac{IK}{IM}=\frac{IM}{IB}$

nên $ΔIKM∽ΔIMB$ (c - g - c) Đáp án cần chọn là A.

**21. Lời giải:**



Vì $ΔIKM∽ΔIMB$ (c - g - c) $⇒\hat{IMK}=\hat{MBI}$ mà $\hat{MBI}=\hat{MCB}$ (hệ quả)

Nên $\hat{BCM}=\hat{CMA}$ mà hai góc ở vị trí so le trong nên .

Đáp án cần chọn là B.

**22. Lời giải:**



Ta có $\hat{yAB}=\hat{ACB}$ (hệ quả) mà $\hat{yAB}=\hat{ABM}$ (so le trong) nên

 $\hat{ACB}=\hat{ABM}⇒ΔAMB∽ΔABC$ (g - g)

$\frac{AM}{AB}=\frac{AB}{AC}⇒AM.AC=AB^{2}$. Đáp án cần chọn là A.

**23. Lời giải:**



Ta có $\hat{yAC}=\hat{ABC}$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung
và góc nội tiếp cùng chắn cung $AC$) mà $\hat{yAC}=\hat{ACM}$ (so le trong) nên

 $\hat{ABC}=\hat{ACM}⇒ΔAMC∽ΔACB$ (g - g)

$\frac{AM}{AC}=\frac{AC}{AB}⇒AM.AB=AC^{2}=3^{2}=9(cm^{2})$. Đáp án cần chọn là C.

**24. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{MAB}=\hat{ACB}$ (hệ quả) $⇒ΔAMB∽ΔCDB$ (g - g)

Đáp án cần chọn là C.

**25. Lời giải:** Từ câu trước, ta có $\frac{AM}{CD}=\frac{AB}{CB}$

Tương tự ta có $ΔANC∽ΔBEC$ (g - g)$⇒\frac{BE}{AN}=\frac{BC}{AC}$

Suy ra $\frac{AM}{CD}.\frac{BE}{AN}=\frac{AB}{BC}.\frac{BC}{AC}⇔\frac{AB}{AC}=\frac{MA.BE}{NA.CD}$.

Đáp án cần chọn là D.

**26. Lời giải:**

Xét $(O)$ có $\hat{IAC}=\hat{ABC}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung và
góc nội tiếp cùng chắn cung $AC$).

Xét hai tam giác vuông $IAC$ và $EBC$ có $\hat{IAC}=\hat{ABC}$ (cmt)

$⇒ΔIAC∽ΔEBC$ (g - g) Đáp án cần chọn là B.

**27. Lời giải:** Từ câu trước ta có $ΔIAC∽ΔEBC⇒\frac{IA}{EB}=\frac{AC}{BC}$

Tương tự ta có $ΔAKB∽ΔCDB(g-g)⇒\frac{CD}{AK}=\frac{BC}{AB}$

Suy ra $\frac{IA}{EB}.\frac{CD}{AK}=\frac{AC}{BC}.\frac{BC}{AB}⇔\frac{IA}{EB}.\frac{CD}{AK}=\frac{AC}{AB}$. Đáp án cần chọn là A.

**28. Lời giải:**



Ta có $\hat{MCA}=\hat{CBA}$ (cùng chắn cung $AC$)

Xét $ΔACM$ và $ΔCBM$ có: $\hat{MCA}=\hat{CBA}$ (cmt); $\hat{M}$ chung

Suy ra $ΔACM∽ΔCBM$ (g.g) $⇒MC^{2}=MA.MB⇒MA=\frac{a^{2}}{3a}=\frac{a}{3}⇒AB=MB-MA=3a-\frac{a}{3}=\frac{8a}{3}$. Đáp án cần chọn là C.

**29. Lời giải:**



Ta có: $\hat{CIM}$ là góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung chắn cung $IC$

 $\hat{IOC}$ là góc ở tâm chắn cung $IC$

$⇒\hat{CIM}=\frac{1}{2}\hat{IOC}⇒\hat{IOC}=2\hat{CIM}=2.30°=60°⇒\hat{IOA}=90°-60°=30°$.

Đáp án cần chọn là D.

**30. Lời giải:**



**+** Ta có $\hat{CIM}=\frac{1}{2}\hat{IOC}$ (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung với góc ở tâm chắn cung $IC$) $⇒\hat{IOC}=2\hat{CIM}$

Lại có $\hat{OCI}=\hat{CIM}+\hat{CMI}=2\hat{CIM}$ (do $ΔCMI$ cân tại $C$)

Do đó $ΔOIC$ đều (vì $\hat{OIC}=\hat{IOC}=\hat{OCI}$) $⇒\hat{IOM}=60°$

+ Xét $ΔOIM$ vuông tại $I$ có: . Đáp án là B.

**31. Lời giải:**



+ Xét $(O)$ ta có: $\hat{BAC}=\hat{BCD}$ (cùng chắn cung $CB$)

Xét $(I)$ có: $\hat{CAB}=\hat{EDC}$ (cùng chắn cung $CE$)

 (1)

+ Xét $(O^{'})$ có: $\hat{BAD}=\hat{BDC}$ (cùng chắn cung $BD$)

Xét $(I)$ có: $\hat{EAD}=\hat{ECD}$ (cùng chắn cung $ED$) (2)

Từ (1) và (2) suy ra $BCED$ là hình bình hành. Đáp án cần chọn là B.

**H.5. Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn, góc có đỉnh bên ngoài đường tròn**

**1. Lời giải:**

Số đo của góc có đỉnh bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn:

 Đáp án cần chọn là B.

**2. Lời giải:**

Số đo của góc có đỉnh bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.

Đáp án cần chọn là A.

**3. Lời giải:**

Số đo của góc có đỉnh bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

. Đáp án cần chọn là A.

**4. Lời giải:** Số đo của góc có đỉnh bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn. Đáp án cần chọn là B.

**5. Lời giải:**



Xét nửa đường tròn có  và 

Mà $ΔADC$ cân tại $C$ nên .

Suy ra . Mà  nên .

Do đó $\hat{ADC}=30°$. Đáp án cần chọn là D.

**6. Lời giải:**



$B$ nằm chính giữa cung $DF$ nên 

Mặt khác góc tại $E$ và $I$ là hai góc có đỉnh bên ngoài đường tròn nên

 

Theo đề bài ta có: $\hat{E}=\hat{I}=25°$. Đáp án cần chọn là C.

**7. Lời giải:**



Vì  nên gọi số đo mỗi cung là $a$ độ. Ta có số đo cung $AD$ là $360°-3a$

Vì $\hat{BIC}$ là góc có đỉnh bên trong đường tròn nên

$\hat{BIC}=\frac{a+360°-3a}{2}=70°⇒a=110⇒$ số đo cung $AD$ là $360°-3.110°=30°$,

$\hat{ABD}$ là góc nội tiếp chắn cung $AD$ nên $\hat{ABD}=\frac{30°}{2}=15°$. Đáp án cần chọn là B.

**8. Lời giải:**



Ta có $\hat{EFD}$ là góc có đỉnh bên trong đường tròn nên:

Và 

Từ đó 

Mà  nên 

Đáp án cần chọn là A.

**9. Lời giải:**



Ta có $\hat{CEF}$ là góc có đỉnh bên trong đường tròn nên: 

Và  (góc nội tiếp chắn cung $MC$)

Từ đó 

Mà  nên .

Đáp án cần chọn là D.

**10. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{MEC}$ là góc có đỉnh bên trong đường tròn nên 

Và  Mà $\overparen{MB}=\overparen{MC}$; $\overparen{AD}=\overparen{BD}$

Từ đó $\hat{MEC}=\hat{MCE}⇒ΔMEC$ cân tại $M$. Đáp án cần chọn là B.

**11. Lời giải:**

Xét $(O)$ có $\hat{CNA}$ là góc có đỉnh bên ngoài đường tròn nên 

Mà  nên .

 (góc nội tiếp) nên $\hat{MCB}=\hat{BNC}⇒ΔBNC$ cân tại $B⇒BN=BC$.

Đáp án cần chọn là A.

**12. Lời giải:**

Xét $ΔCOB$ vuông cân tại $O$ ta có: $BC=\sqrt{OC^{2}+OB^{2}}=R\sqrt{2}$

Nên $BN=R\sqrt{2}$. Khi đó $S\_{BNC}=\frac{1}{2}NB.CO=\frac{R^{2}\sqrt{2}}{2}$. Đáp án cần chọn là B.

**13. Lời giải:** Vì đường kính $AB$ và $CD$ vuông góc với nhau nên 

Vì $M$ là điểm chính giữa cung $BC$ nên 

Xét $(O)$ có $\hat{MEC}$ là góc có đỉnh bên trong đường tròn nên .

Đáp án cần chọn là D.

**14. Lời giải:**

Xét $(O)$ có $\hat{CNA}$ là góc có đỉnh bên ngoài đường tròn nên $=\frac{1}{2}(90°-45°)=22,5°$. Đáp án cần chọn là C.

**15. Lời giải:**

Xét $(O)$ có $\hat{CNA}$ là góc có đỉnh bên ngoài đường tròn nên 

Mà  nên .

 (góc nội tiếp) nên $\hat{MCB}=\hat{BNC}⇒ΔBNC$ cân tại $B$ $⇒BN=BC$.

Xét $ΔCOB$ vuông cân tại $O$ ta có $BC=\sqrt{OC^{2}+OB^{2}}=R\sqrt{2}$ nên $BN=R\sqrt{2}$.

Suy ra $NO=NB+OB=R+\sqrt{2}R=R(1+\sqrt{2})$.

Khi đó $S\_{ONC}=\frac{1}{2}NO.CO=\frac{1}{2}(1+\sqrt{2})R.R=\frac{\sqrt{2}+1}{2}R^{2}$. Đáp án cần chọn là A.

**16. Lời giải:**



Xét $(O)$ có đường thẳng $AM$ cắt đường tròn tại $I;K$.

Khi đó 

 

Mà 

Nên 

Hay $\hat{BMN}=\hat{BNM}⇒ΔBMN$ cân tại $B$. Đáp án cần chọn là C.

**17. Lời giải:**

Vì tam giác $BMN$ cân tại $B$ có $BH$ là đường cao nên $BH$ cũng là đường phân giác$⇒\hat{CBF}=\hat{DBF}⇒\overparen{CF}=\overparen{DF}⇒\hat{DBF}=\hat{CDF}$ (hệ quả góc nội tiếp)$⇒ΔFEDΔFDB$ (g - g)$⇒\frac{EF}{FD}=\frac{FD}{FB}⇒FE.FB=FD^{2}$.

Đáp án cần chọn là D.

**18. Lời giải:**



Vì ba dây $AB=BC=CD⇒\overparen{AB}=\overparen{BC}=\overparen{DC}$

Xét $(O)$ có: 

.

Đáp án cần chọn là B.

**19. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $\hat{KBC}=\hat{CBD}$ (hệ quả góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

Lại có $\hat{CDB}=\hat{CBD}$ (hai góc nội tiếp chắn hai cung bằng nhau)

Nên $\hat{CBD}=\hat{KBC}⇒BC$ là tia phân giác góc $KBD$.

Đáp án cần chọn là A.

**20. Lời giải:**



Xét $(O)$ có  (góc có đỉnh bên ngoài đường tròn)

Và 

Mà $\hat{BAC}=2\hat{BMC}$ nên 

Mà 

Nên , do đó $\hat{BAC}=\frac{144°}{2}=72°$.

Đáp án cần chọn là C.

**21. Lời giải:**



Xét $(O)$ có $D$ là điểm chính giữa cung $AB$ (Vì đường kính $CD⊥AB$ nên đi qua điểm chính giữa cung $AB$).

 (góc tạo bởi tiếp tuyến và dây cung)

.

Suy ra $ΔMNE$ cân tại $N⇒NE=NM$ (\*)

Lại có $\hat{NFM}=\hat{NMF}$ (vì $\hat{NFM}+\hat{FEM}=90°=\hat{NMF}+\hat{NME}$ và $\hat{NME}=\hat{NEM}$)

Nên $ΔNMF$ cân tại $N⇒NF=NM$ (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) suy ra $NE=NF=NM$.

Đáp án cần chọn là D.

**22. Lời giải:**



Xét $ΔAOC$ vuông cân tại $O$ có $AC=\sqrt{OA^{2}+OC^{2}}=R\sqrt{2}$

$⇒AC=AE$ nên $ΔAEC$ cân tại $A⇒\hat{ACE}=\hat{AEC}$

Hay 

Mà $\overparen{AD}=\overparen{AC}$ nên $\overparen{DF}=\overparen{BF}$.

Ta có ; 

Mà $\overparen{DF}=\overparen{BF}$

Nên 

Mà hai góc ở vị trí so le trong nên .

Xét tam giác $CAB$ có $CO$ là đường trung trực của $AB$
nên $ΔACB$ cân tại $C$.

Phương án A, B, C đúng. Đáp án cần chọn là D.

**23. Lời giải:**

Xét $ΔAOC$ vuông cân tại $O$ có $AC=\sqrt{OA^{2}+OC^{2}}=R\sqrt{2}⇒AO=AE$ nên $ΔAEC$ cân tại $A⇒\hat{ACE}=\hat{AEC}$

Hay  Mà $\overparen{AD}=\overparen{AC}$ nên $\overparen{DF}=\overparen{BF}$.

Lại có $\overparen{DF}=\overparen{BF}$ nên $\hat{NOF}=\hat{EOF}⇒\hat{AOF}=\hat{COF}$

Suy ra $ΔOAF=ΔOCF(c-g-c)⇒\hat{OFE}=\hat{OFN}$

Suy ra $ΔOEF=ΔONF(g-c-g)⇒OE=(\sqrt{2}-1)R$.

Đáp án cần chọn là C.

**24. Lời giải:**



Ta có $\hat{BID}$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn $(O)$ chắn hai cung $BD$ và $AE$



$\hat{AJE}$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn $(O)$ chắn hai cung $CD$ và $AE$



Mà $AD$ là phân giác của góc $A$ nên 

Suy ra $\hat{BID}=\hat{AJE}$.

Đáp án cần chọn là A.

**25. Lời giải:**



Ta có $\hat{ASC}$ là góc có đỉnh nằm ngoài đường tròn nên

.

Đáp án cần chọn là A.

**26. Lời giải:**



 (1)

 (2)

 (3)

.

Đáp án cần chọn là C.

**27. Lời giải:**



Ta có $\hat{ADK}$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn nên

 

Ta có $\hat{ADI}$ là góc có đỉnh nằm trong đường tròn nên:

.

Ta có $\hat{AEI}$ là góc có đỉnh ở trong đường tròn nên

 .

Đáp án cần chọn là D.

**28. Lời giải:**



Ta có tam giác $AOB$ cân tại $O$ nên dễ dàng chỉ ra được .

 

Suy ra tam giác $FIN$ cân tại $I$

Ta có: $\hat{N\_{1}}+\hat{N\_{3}}=90°⇒\hat{N\_{1}}+\hat{C\_{4}}=90°$

 

$⇒\hat{E\_{1}}=\hat{N\_{1}}$,

Do đó $ΔINE$ cân tại $I$.

Đáp án cần chọn là A.