

ĐỀ THI ĐỀ NGHỊ MÔN TOÁN
Thời gian làm bài : 180 phút .

o00000o

CÂU 1 : (3 điểm) (Đại số – Lượng giác)

Giải phương trình : $x^3 - 4x^2 - 5x + 6 = \sqrt[3]{7x^2 + 9x - 4}$

CÂU 2 : (3 điểm) (Hình học phẳng)

Gọi I và O lần lượt là tâm các đường tròn nội tiếp và ngoại tiếp của tam giác ABC. Các tia AI, BI, CI cắt lại đường tròn tâm O tương ứng tại A', B', C'. Gọi r_a, r_b, r_c lần lượt là bán kính đường tròn bàng tiếp của tam giác ABC ứng với các góc A, B, C. Gọi r'_a, r'_b, r'_c lần lượt là bán kính đường tròn bàng tiếp của tam giác A'B'C' ứng với các góc A', B', C'.

Chứng minh rằng: $r'_a + r'_b + r'_c \geq r_a + r_b + r_c$

CÂU 3 : (2 điểm) (Số học)

Cho 3 số nguyên dương a, b, c đôi một không có cùng số dư trong phép chia cho 5.

Đặt $A = 3a + b + c$

$B = a + 3b + c$

$C = 2a + 2b + c$

Chứng minh rằng trong 3 số A, B, C có một và chỉ một số chia hết cho 5.

CÂU 4 : (3 điểm) (Giải tích)

Cho dãy số $\{u_n\}_{n \in \mathbb{N}^*}$ được xác định bởi $u_n = \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \dots + \frac{1}{n!} \quad \forall n \geq 1$

1) Chứng minh tồn tại giới hạn hữu hạn $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

2) Đặt $\alpha = \lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. Chứng minh α là số vô tỉ.

CÂU 5 : (3 điểm) (Tổ hợp)

Trong chiến dịch vận động bầu cử tổng thống Mỹ năm 2008 có N các Đảng phái chính trị khác nhau ($N > 1$), mỗi Đảng đề cử ra 1 người để tranh cử tổng thống với các Đảng khác. Mỗi người ra ứng cử phải nêu một số lời hứa hẹn sẽ thực hiện nếu được bầu làm tổng thống. Biết rằng có tất cả n lời hứa hẹn bởi tất cả những ứng viên tranh cử tổng thống và tất cả các ứng viên đều hứa rằng sẽ đưa nền kinh tế Mỹ thoát khỏi tình trạng khủng hoảng hiện nay. Do các Đảng phái có quan điểm chính trị khác nhau nên các lời hứa đưa ra của 2 ứng viên bất kì không hoàn toàn giống nhau nhưng có chung ít nhất là 2 lời hứa. Chứng minh : $N \leq 2^{n-2}$

CÂU 6 : (3 điểm) (Bất đẳng thức)

Cho x, y, z là các số thực không âm thỏa mãn : $x^2 + y^2 + z^2 + xyz = 4$.

Chứng minh : $0 \leq xy + yz + zx - xyz \leq 2$

CÂU 7 : (3 điểm) (Hình học không gian)

Cho tứ diện SABC, M là điểm bất kì nằm trong tứ diện. Một mặt phẳng (α) tùy ý qua M cắt các cạnh SA, SB, SC lần lượt tại A', B', C'.

Đặt V, V_A, V_B, V_C lần lượt là thể tích của các tứ diện SABC, SMBC, SMCA, SMAB.

Chứng minh : $V = \frac{V_A}{SA'} + \frac{V_B}{SB'} + \frac{V_C}{SC'}$