

ĐỀ ÔN TẬP KIỂM TRA CUỐI HỌC KÌ 1
TOÁN LỚP 12 - ĐỀ SỐ 05

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính $M + m$.

A. -2. B. -3. C. 2. D. 0.

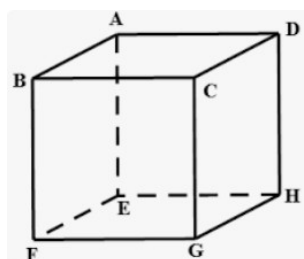
Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	-1	1	2	3	$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	+
y	7		-1	15		-5	$+\infty$

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

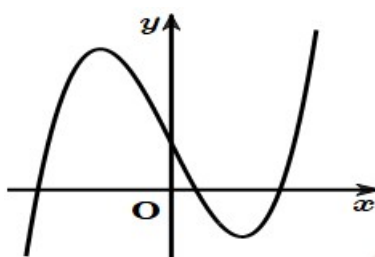
A. 1 B. 3 C. 2 D. 4

Câu 3: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó véc tơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FG}$ là



A. $\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{AE}$. C. $\overrightarrow{DB}$. D. $\overrightarrow{BH}$.

Câu 4: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên dưới?

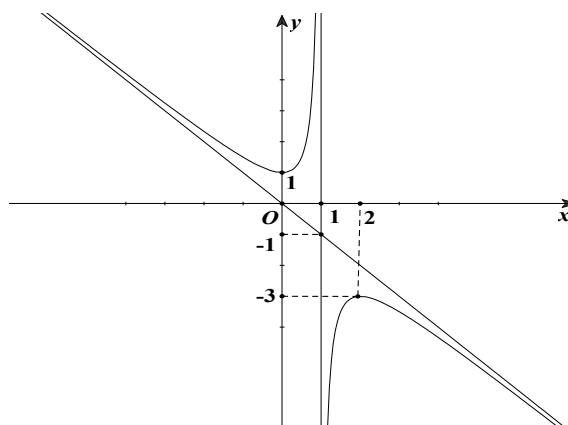


A. $y = x^3 - 3x + 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. D. $y = -x^3 + 3x + 1$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -1; 3)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(5; -2; 1)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

A. $(-4; -5; 4)$. B. $(4; -5; 4)$. C. $(4; 5; -4)$. D. $(-4; -5; -4)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:



- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $(2; -3)$. D. $(0; 1)$.

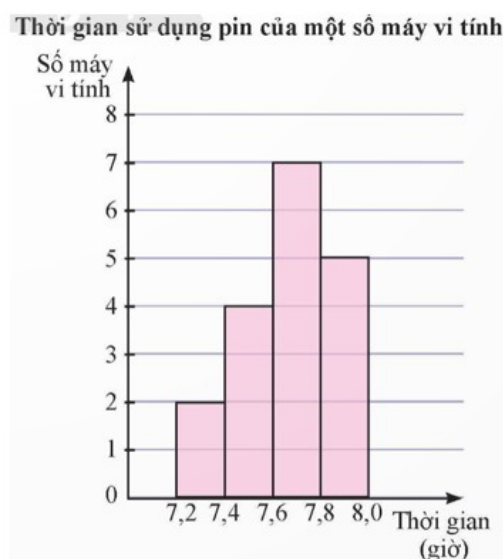
Câu 7: Trung tâm ngoại ngữ thống kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 2,92 . B. 2,93 . C. 3,92 . D. 3,93 .

Câu 8: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Hãy xác định số trung bình của thời gian sử dụng pin.

- A. $\frac{23}{3}$. B. $\frac{25}{3}$. C. $\frac{37}{5}$. D. $\frac{73}{10}$.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

- A. $(-1; 1)$. B. $(2; 10)$. C. $(3; 9)$. D. $(-3; 0)$.

Câu 10: Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

A. 20. B. 10. C. 1200. D. 1100.

Câu 11: Cho tam giác ABC có $A(1;1;1)$, $B(-1;2;3)$ và $C(3;2;1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{MC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là

A. $D(-9;1;-3)$ B. $D(9;1;3)$ C. $D(9;-1;-3)$ D. $D(9;1;-3)$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(5;6;2)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

A. $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$ B. $\frac{MA}{MB} = 2$ C. $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$ D. $\frac{MA}{MB} = 3$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ khi đó.

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.
- b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 5$.
- c) Hàm số có tiệm cận xiên: $y = x - 1$.
- d) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại M. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $3x - 4y + 2 = 0$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4;2;-1)$, $B(1;-1;2)$ và $C(0;-2;3)$.

a)

$$|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$$

b)

c) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3;1;0)$

d) Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3;1;0)$

Câu 3: Bảng 12 cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamnghep.com>)

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1

Bảng 12.

$$R = 80.$$

a) Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên

b) Có 4 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.

$$\Delta_Q = 53.$$

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng

$$33,67\%$$

d) Tỉ lệ che phủ rừng trung bình trên các tỉnh, thành phố được thống kê là và so với số 22,73%.

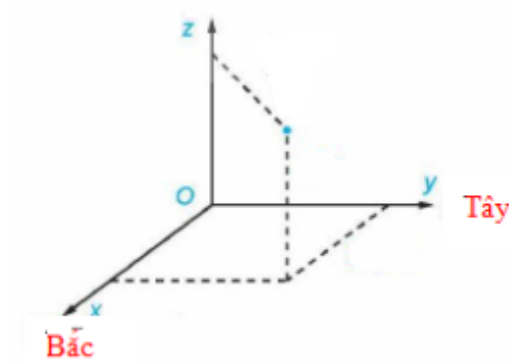
này tỉ lệ che phủ rừng trên các tỉnh, thành phố chênh lệch trung bình khoảng

Câu 4: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía đông $110(\text{km})$ và về phía nam $90(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $2(\text{km})$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía bắc $80(\text{km})$ và về phía tây $70(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $800(\text{m})$.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét(xem hình vẽ).

a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 800)$.



b) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$

c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là $142(\text{km})$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là $836(\text{km})$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 2: Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo

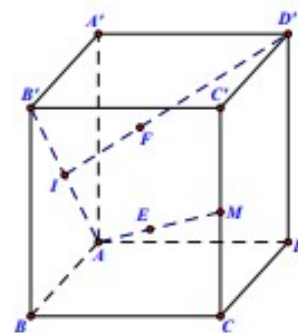
$$h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$$

thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức . Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 tiếng. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước lúc mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Câu 3: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Tính $x + y + z$.

Câu 4: Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 4 m, chiều cao của phòng là 3,2 m và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau.

Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của $ABB'A'$. Tính khoảng cách giữa hai con nhện khi đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà. (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác đều ABC có $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$, $C(1; 2; 0)$. Biết $D(x; y; z)$, $y > 0$ và ABCD là tứ diện đều. Tính $T = x + y + z$

Câu 6: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay sau

5 phút tiếp theo thì tọa độ của máy bay lúc này là $(a;b;c)$. Kết quả của phép tính $\frac{a+b+c}{2025}$ (làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



----- **HẾT** -----

Huỳnh Văn Anh

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ trên đoạn $[0; 2]$. Tính $M + m$.
- A.** -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $y = \frac{x-2}{x+1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[0; 2]$.

$$y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0, x \in [0; 2]$$

Suy ra hàm số đồng biến trên đoạn $[0; 2]$

$$\Rightarrow M = y(2) = 0, m = y(0) = -2 \Rightarrow M + m = -2$$

- Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	-1	1	2	3	$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	+
y	7		-1	15		-5	$+\infty$

Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

- A.** 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

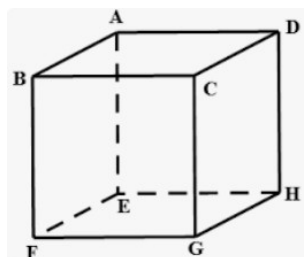
Lời giải

Chọn C

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty \\ \lim_{x \rightarrow -\infty} y = 7 \end{cases}$$

Vì nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận (Một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang).

- Câu 3:** Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó véc tơ $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FG}$ là



- A.** $\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{AE}$. **C.** $\overrightarrow{DB}$! **D.** $\overrightarrow{BH}$.

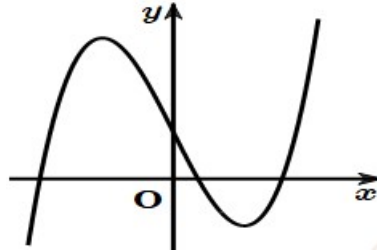
Lời giải

Chọn C

Do $ABCD.EFGH$ là hình hộp nên $FG = AD$ và hai vectơ $\overrightarrow{FG}, \overrightarrow{AD}$ cùng hướng nên $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AD}$

Ta có $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{DB}$

Câu 4: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A.** $y = x^3 - 3x + 1$ **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$ **C.** $y = \frac{2x+1}{x+1}$ **D.** $y = -x^3 + 3x + 1$

Lời giải

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a > 0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 5: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -1; 3)$, $B(0; 2; 0)$ và $C(5; -2; 1)$. Tìm tọa độ của điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành

- A.** $(-4; -5; 4)$ **B.** $(4; -5; 4)$ **C.** $(4; 5; -4)$ **D.** $(-4; -5; -4)$

Lời giải

Chọn B

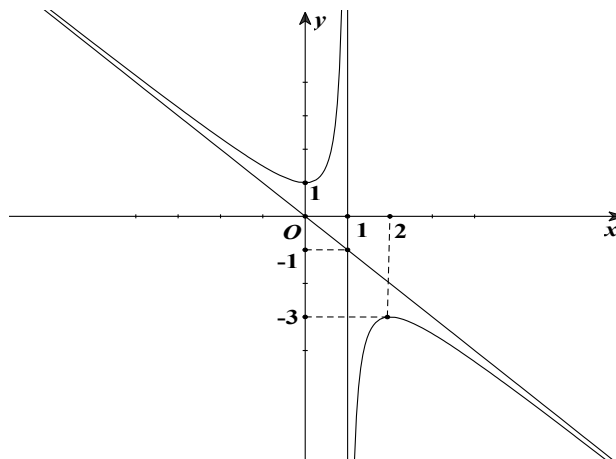
Gọi $D(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{DC} = (5-x; -2-y; 1-z)$

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (1; 3; -3)$

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow \begin{cases} 5-x=1 \\ -2-y=3 \\ 1-z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=-5 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow D(4; -5; 4)$$

$ABCD$ là hình bình hành nên

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực đại của đồ thị hàm số là:



- A. $x = 2$. B. $x = 0$. C. $(2; -3)$ | D. $(0; 1)$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta có: Điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(2; -3)$

Câu 7: Trung tâm ngoại ngữ thông kê bảng điểm môn Tiếng Anh của một khóa học trong bảng bên dưới:

Điểm	[0;2)	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Học viên	10	30	55	42	9

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 2,92 | B. 2,93 . C. 3,92 . D. 3,93 .

Lời giải

Ta có $n = 146$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{37} \in [2; 4)$. Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{110} \in [6; 8)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

$$Q_1 = 2 + \frac{\frac{1.146}{4} - 10}{30} \cdot (4 - 2) = \frac{113}{30}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

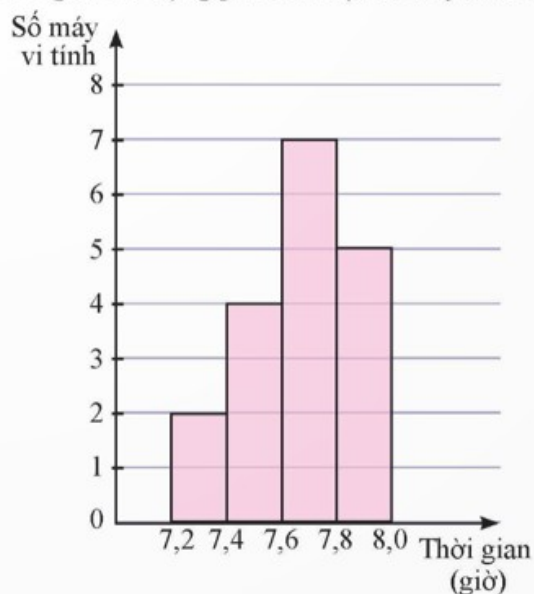
$$Q_3 = 6 + \frac{\frac{3.146}{4} - (10 + 30 + 55)}{42} \cdot (8 - 6) = \frac{281}{42}$$

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = \frac{281}{42} - \frac{113}{30} \approx 2,92$$

Khoảng tứ phân vị

Câu 8: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.

Thời gian sử dụng pin của một số máy vi tính



Hãy xác định số trung bình của thời gian sử dụng pin.

A. $\frac{23}{3}$.

B. $\frac{25}{3}$.

C. $\frac{37}{5}$.

D. $\frac{73}{10}$.

Lời giải

Chọn A

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:

Thời gian (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{2 \cdot 7,3 + 4 \cdot 7,5 + 7 \cdot 7,7 + 5 \cdot 7,9}{18} = \frac{23}{3}$$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3x}{x - 1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(-1; 1)$.

B. $(2; 10)$.

C. $(3; 9)$.

D. $(-3; 0)$.

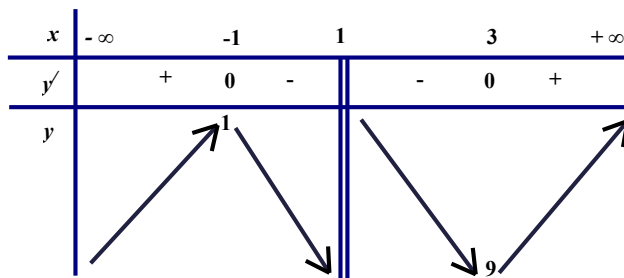
Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm: $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1; 1)$.

Câu 10: Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$). Hỏi sau bao giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

- A.** 20. **B.** 10. **C.** 1200. **D.** 1100.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $N(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ ($0 \leq t \leq 30$).

$$N'(t) = 60t - 3t^2$$

$$N'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 20 \end{cases}$$

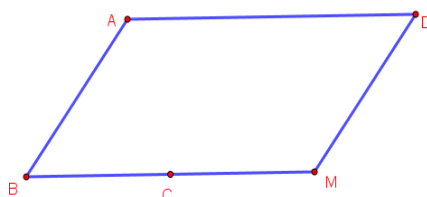
t	0	20	30
N'	+	0	-
N			

Với $t = 20$ giây thì số vi khuẩn lớn nhất.

Câu 11: Cho tam giác ABC có $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 2; 3)$ và $C(3; 2; 1)$. Gọi M là điểm thuộc đường thẳng BC sao cho $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$. Để $BMDA$ là hình bình hành thì tọa độ D là

- A.** $D(-9; 1; -3)$ **B.** $D(9; 1; 3)$ **C.** $D(9; -1; -3)$ **D.** $D(9; 1; -3)$

Lời giải



Gọi $D(x; y; z)$.

Để $BMDA$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BM}$, mà $\overrightarrow{BM} = 2\overrightarrow{BC}$ nên ta có $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{BC}$.

Ta có $\overrightarrow{AD} = (x-1; y-1; z-1)$, $\overrightarrow{BC} = (4; 0; -2)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1=2.4 \\ y-1=2.0 \\ z-1=2.(-2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=9 \\ y=1 \\ z=-3 \end{cases} \Leftrightarrow D(9; 1; -3)$$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 3; 1)$ và $B(5; 6; 2)$. Đường thẳng

AB cắt mặt phẳng (Oxz) tại điểm M . Tính tỉ số $\frac{MA}{MB}$.

- A.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$. **B.** $\frac{MA}{MB} = 2$. **C.** $\frac{MA}{MB} = \frac{1}{3}$. **D.** $\frac{MA}{MB} = 3$.

Lời giải

Chọn C

Vì $M \in (Oxz) \Rightarrow M(x; 0; z)$

Lại có $\overrightarrow{AB} = (7; 3; 1)$; $\overrightarrow{AM} = (x+2; -3; z-1)$; $AB = \sqrt{59}$

$$\overrightarrow{AM} = k \cdot \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+2=7k \\ -3=3k \\ z-1=k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-9 \\ k=-1 \\ z=0 \end{cases} \Rightarrow M(-9; 0; 0)$$

Do M, A, B thẳng hàng nên

$$\overrightarrow{BM} = (-14; -6; -2); \overrightarrow{AM} = (-7; -3; -1) \Rightarrow \frac{MA}{MB} = \frac{1}{2}$$

Vậy

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$ khi đó.

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(5; +\infty)$.
- b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 5$.
- c) Hàm số có tiệm cận xiên: $y = x - 1$.
- d) Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại M. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là $3x - 4y + 2 = 0$.

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Ta có: $y = x + 1 + \frac{1}{x-2}$

$y' = \frac{x^2 - 4x + 3}{(x-2)^2}$ cho $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0
$f(x)$	$-\infty$	1	$+\infty$	5	$+\infty$

a) **Đúng.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

b) **Sai.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất trong khoảng $(-\infty; 2)$ là $\max_{(-\infty; 2)} f(x) = 1$.

c) **Sai.** ♦ Ta có: $a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - x - 1}{x(x-2)} = 1$ và $b = \lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{x-2} = 1$.

♦ Vậy đường thẳng $y = x + 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho (khi $x \rightarrow +\infty$).

♦ Tương tự, do $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x] = 1$ nên đường thẳng $y = x + 1$ cũng là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho (khi $x \rightarrow -\infty$).

$$M\left(0; \frac{1}{2}\right) \quad y'(0) = \frac{3}{4}$$

d) **Đúng.** Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là điểm $M\left(0; \frac{1}{2}\right)$ và $y'(0) = \frac{3}{4}$. Phương

$$y = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x - 4y + 2 = 0$$

trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M là:

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(4; 2; -1), B(1; -1; 2)$ và $C(0; -2; 3)$.
 $\overrightarrow{AB} = (-3; -3; 3)$

a)

$$|\overrightarrow{AB}| = 2\sqrt{3}$$

b)

c) Điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CM} = \vec{0}$ lúc đó $M(3; 1; 0)$

d) Điểm N thuộc mặt phẳng (Oxy) , sao cho A, B, N thẳng hàng thì $N(3; 1; 0)$

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

$$\vec{AB} = (1 - 4; -1 - 2; 2 + 1) = (-3; -3; 3) \Rightarrow |\vec{AB}| = \sqrt{(-3)^2 + (-3)^2 + 3^2} = 3\sqrt{3}$$

a)

Gọi $M(x; y; z)$ thì $\vec{MC} = (-x; -2 - y; 3 - z)$

$$\text{Vì } \vec{AB} + \vec{CM} = \vec{0} \Rightarrow \vec{AB} = \vec{MC} \Rightarrow \begin{cases} -x = -3 \\ -2 - y = -3 \\ 3 - z = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow M(3; 1; 0).$$

Vì N thuộc mặt phẳng (Oxy) nên tọa độ điểm N là $N(x; y; 0)$

Ta có: $\vec{AN} = (x - 4; y - 2; 1); \vec{BN} = (x - 1; y + 1; -2)$

Để A, B, N thẳng hàng thì hai vector $\vec{AN}, \vec{BN}$ cùng phương. Do đó, $\vec{AN} = k\vec{BN}$

$$\begin{cases} x - 4 = k(x - 1) \\ y - 2 = k(y + 1) \\ 1 = -2k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 4 = -\frac{1}{2}(x - 1) \\ y - 2 = -\frac{1}{2}(y + 1) \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Suy ra, $N(3; 1; 0)$. Vậy

Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $\vec{MA} = 2\vec{MB}$ có tọa độ $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$.

Câu 3: Bảng 12 cho ta bảng tần số ghép nhóm về số liệu thống kê tỉ lệ che phủ rừng (đơn vị: %) của 60 tỉnh, thành phố ở Việt Nam (không bao gồm Hưng Yên, Vĩnh Long, Cần Thơ) tính đến ngày 31/12/2020. (Nguồn: <https://bandolamngheiep.com>)

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1

Bảng 12.

$$R = 80.$$

a) Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên

b) Có 4 tỉnh, thành phố có tỉ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.

$$\Delta_Q = 53.$$

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu đã cho bằng

33,67%

d) Tỷ lệ che phủ rừng trung bình trên các tỉnh, thành phố được thống kê là và so với số 22,73%.

này tỷ lệ che phủ rừng trên các tỉnh, thành phố chênh lệch trung bình khoảng

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) **Đúng.**

$$R = 80 - 0 = 80.$$

Mẫu số liệu trên có khoảng biến thiên

b) **Sai.**

Vì có 30 tỉnh, thành phố có tỷ lệ che phủ rừng nhỏ hơn 40%.

c) **Sai.**

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1
Tần số tích lũy	17	23	26	30	39	54	59	60
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45	55	65	75

$$\frac{N}{4} = 15; \frac{3N}{4} = 45.$$

Ta có:

Ta tính được tứ phân vị thứ nhất Q_1 và tứ phân vị thứ ba Q_3 như sau

$$Q_1 = L_1 + \frac{\frac{N}{4} - T_1}{n_1} \cdot h_1 = 0 + \frac{15 - 0}{17} \cdot (10 - 0) = \frac{150}{280};$$

$$Q_3 = L_3 + \frac{\frac{3N}{4} - T_3}{n_3} \cdot h_3 = 50 + \frac{45 - 39}{15} \cdot (60 - 50) = 54.$$

$$\Delta_Q = 54 - \frac{150}{280} \approx 53,46.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng

d) **Đúng.**

Ta có

Nhóm	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)
Tần số	17	6	3	4	9	15	5	1

Tần số tích lũy	17	23	26	30	39	54	59	60
Giá trị đại diện	5	15	25	35	45	55	65	75

Trung bình của mẫu số liệu:

$$\bar{x} = \frac{17.5 + 6.15 + 3.25 + 4.35 + 9.45 + 15.55 + 5.65 + 1.75}{60} = \frac{101}{3} \approx 33,67$$

Phương sai của mẫu số liệu:

$$s^2 = \frac{17.(\bar{x} - 5)^2 + 6.(\bar{x} - 15)^2 + 3.(\bar{x} - 25)^2 + 4.(\bar{x} - 35)^2}{60} + \frac{9.(\bar{x} - 45)^2 + 15.(\bar{x} - 55)^2 + 5.(\bar{x} - 65)^2 + 1.(\bar{x} - 75)^2}{60} = \frac{23257}{45}$$

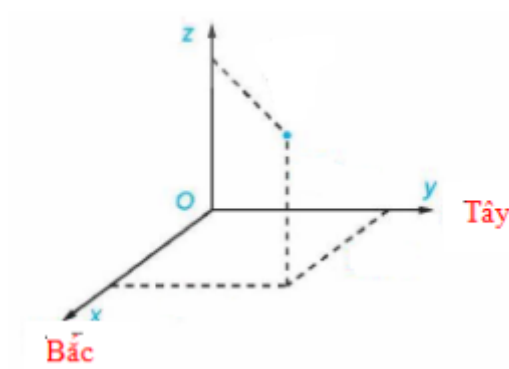
$$\Rightarrow s = \sqrt{\frac{23257}{45}} \approx 22,73.$$

Câu 4: Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía đông $110(\text{km})$ và về phía nam $90(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $2(\text{km})$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía bắc $80(\text{km})$ và về phía tây $70(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $800(\text{m})$.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía bắc, trục Oy hướng về phía tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét(xem hình vẽ).

a) Tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 800)$.



- b) Tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$
- c) Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là $142(\text{km})$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- d) Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là $836(\text{km})$. (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Đúng	b) Đúng	c) Đúng	d) Đúng
---------	---------	---------	---------

a) Sai

Do đơn vị tính là kilômét nên tọa độ của khinh khí cầu thứ hai là $(80; 70; 0,8)$.

b) Đúng

Ta có hướng Nam nằm trên tia đối của tia Ox , hướng Đông nằm trên tia đối của tia Oy nên tọa độ của khinh khí cầu thứ nhất là $(-90; -110; 2)$.

c) Đúng

Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu thứ nhất với vị trí tại điểm xuất phát của nó là

$$\sqrt{(-90)^2 + (-110)^2 + 2^2} \approx 142(\text{km})$$

d) Sai

Khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai là

$$\sqrt{(80+90)^2 + (70+110)^2 + (0,8-2)^2} \approx 248(\text{km})$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Trả lời: 30

Gọi x là số lần giảm 2 nghìn đồng giá vé. Khi đó:

Giá vé lúc này là: $p(x) = 40 - 2x$, với $0 < x < 20$.

Số khách tăng thêm là $100x$.

Do đó, tổng số khách là $1000 + 100x$.

Hàm doanh thu thu được:

$$R(x) = (1000 + 100x)p(x) = (1000 + 100x)(40 - 2x) = -200x^2 + 2000x + 40000$$

Xét hàm $R = R(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$ trên $(0; 20)$

$$R' = -400x + 2000$$

$$R' = 0 \Leftrightarrow x = 5$$

Vì $R = R(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a < 0$, nên: $\underset{(1;20)}{Max} R = R(5)$

Vậy doanh thu đạt tối đa khi: $x = 5$. Điều này tương ứng với 5 lần giảm 2000, tức là giá vé cần bán ra là $40000 - 5.2000 = 30000$

Câu 2: Hằng ngày mực nước của hồ thủy điện ở miền Trung lên và xuống theo lượng nước mưa, và các suối nước đổ về hồ. Từ lúc 8h sáng, độ sâu của mực nước trong hồ tính theo mét và lên xuống theo

$$h(t) = 24t + 5t^2 - \frac{t^3}{3}$$

thời gian t (giờ) trong ngày cho bởi công thức. Biết rằng phải thông báo cho các hộ dân di dời trước khi xả nước theo quy định trước 5 tiếng. Hỏi cần thông báo cho hộ dân di dời trước khi xả nước lúc mấy giờ. Biết rằng mực nước trong hồ phải lên cao nhất mới xả nước.

Lời giải

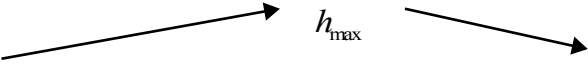
Trả lời: 15

Ta có:

$$h'(t) = 24 + 10t - t^2$$

$$h'(t) = 0 \Leftrightarrow 24 + 10t - t^2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \text{ (loại)} \\ t = 12 \text{ (t/m)} \end{cases}$$

BBT:

t	8	12	24	$+\infty$
$h'(t)$	+	0	-	
$h(t)$				

Mực nước lên cao nhất thì phải mất 12 giờ. Hay mực nước lên cao nhất là lúc 20 giờ.

Vậy phải thông báo cho dân di dời vào 15 giờ chiều cùng ngày.

Câu 3: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Tính $x + y + z$.

Lời giải

Trả lời: 1594

Vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$.

Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

Do tốc độ của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

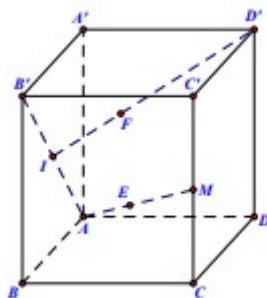
$$\text{Do đó } \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{940 - 800}{2}; \frac{550 - 500}{2}; \frac{9 - 7}{2} \right) = (70; 25; 1)$$

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{BC} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 70 \\ y - 550 = 25 \\ z - 8 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 9 \end{cases} \Rightarrow x + y + z = 1594$$

Từ đó

Câu 4: Bạn An đang nằm nghe nhạc trong phòng hình hộp chữ nhật, sàn nhà là hình vuông cạnh bằng 4 m, chiều cao của phòng là 3,2 m và phát hiện ra hai con nhện đang chằng tơ trong căn phòng của An, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của An thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC' , còn con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm I của mặt $ABB'A'$. Tính khoảng cách giữa hai con nhện khi đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà. (đơn vị mét, kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 1,6

Gắn hệ trục $Oxyz$ sao cho $A \equiv O; AB \equiv Ox; AD \equiv Oy; AA' \equiv Oz$.

Ta có $A(0;0;0); A'(0;0;3,2); M(4;4;1,6); D'(0;4;3,2); I(2;0;1,6)$.

Gọi $E(x, y, z), F(m, n, p)$

$$\overrightarrow{AE} = a \overrightarrow{AM} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4a \\ y = 4a \\ z = 1,6a \end{cases} \Rightarrow E(4a; 4a; 1,6a)$$

Giả sử

$$\vec{DF} = b\vec{D'I} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2b \\ n - 4 = -4b \\ p - 3,2 = -1,6b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 2b \\ n = 4 - 4b \\ p = 3,2 - 1,6b \end{cases} \Rightarrow F(2b; 4 - 4b; 3,2 - 1,6b)$$

+))

Ta có

$$\vec{EF} = (2b - 4a; 4 - 4b - 4a; 3,2 - 1,6b - 1,6a)$$

$$\vec{AA'} = (0; 0; 3,2)$$

Để đường thẳng đi qua hai con nhện vuông góc với trần nhà thì $\vec{EF} \perp \vec{AA'}$

$$\begin{cases} 2b - 4a = 0 \\ 4 - 4b - 4a = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{3} \\ b = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Nên

$$\text{Khi đó } \vec{EF} = (0; 0; 1,6) \Rightarrow EF = 1,6$$

Vậy khoảng cách giữa hai con nhện bằng 1,6 m.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho tam giác đều ABC có $A(5; 3; -1)$, $B(2; 3; -4)$, $C(1; 2; 0)$. Biết $D(x; y; z)$, $y > 0$ và ABCD là tứ diện đều. Tính $T = x + y + z$

Lời giải

Trả lời: 7

Gọi $D(x; y; z)$.

$$\text{Khi đó: } \vec{AD} = (x - 5; y - 3; z + 1), \vec{BD} = (x - 2; y - 3; z + 4), \vec{CD} = (x - 1; y - 2; z)$$

Vì tam giác ABC đều nên tứ diện ABCD đều khi và chỉ khi $AD = BD = CD = AB = 3\sqrt{2}$

$$\begin{cases} (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 4)^2 \\ (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z)^2 \\ (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 18 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - x \\ y = 16 - 5x \\ (x - 5)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 - x \\ y = 16 - 5x \\ 3x^2 - 16x + 20 = 0 \end{cases}$$

$$D(2; 6; -1) \vee D\left(\frac{10}{3}; \frac{-2}{3}; \frac{-7}{3}\right). \text{ Do } y > 0, \text{ nên chọn } D(2; 6; -1) \text{ và } T = 2 + 6 - 1 = 7.$$

Câu 6: Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay chiến đấu của Nga di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 8)$ đến điểm $N(800; 300; 10)$ trong 20 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay sau

5 phút tiếp theo thì tọa độ của máy bay lúc này là $(a; b; c)$. Kết quả của phép tính $\frac{a+b+c}{2025}$ (làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Trả lời: 0,6

Gọi $Q(x; y; z)$ là tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo.

$$\overrightarrow{MN} = (300; 100; 2); \quad \overrightarrow{NQ} = (x - 800; y - 300; z - 10)$$

Ta có:

Vì máy bay giữ nguyên hướng bay nên $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{NQ}$ cùng hướng.

Do máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và thời gian bay từ $M \rightarrow N$ gấp 4 lần thời gian bay từ $N \rightarrow Q$ nên $\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NQ}$

$$\overrightarrow{MN} = 4\overrightarrow{NQ} \Leftrightarrow \begin{cases} 300 = 4(x - 800) \\ 100 = 4(y - 300) \\ 2 = 4(z - 10) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 875 \\ y = 325 \\ z = 10,5 \end{cases} \Rightarrow Q(875; 325; 10,5)$$

Suy ra

Tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(875; 325; 10,5)$

Từ đó suy ra $\frac{a+b+c}{2025} = \frac{875+325+10,5}{2025} = 0,59(7) \approx 0,6$

----- HẾT -----