|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ HÀ NỘI**  **ĐỀ CHÍNH THỨC** | **ĐỀ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT CHUYÊN**  **NĂM HỌC 2022-2023**  **Môn thi: TOÁN – CHUYÊN TIN**  *Thời gian làm bài : 150 phút* |

**Bài 1. (2,0 điểm)**

1. Giải phương trình 
2. Cho các số thực dương thỏa mãn điều kiện Tính giá trị của biểu thức : 

**Bài 2. (2,0 điểm)**

1. Cho là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng chia hết cho 6
2. Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn :



**Bài 3. (2,0 điểm)**

1. Cho các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng



1. Tìm tất cả các số nguyên dương sao cho các phương trình đều có nghiệm là các số nguyên dương

**Bài 4. (3,0 điểm)** Cho tam giác với nội tiếp đường tròn Ba đường cao của tam giác cùng đi qua điểm Gọi lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng và BC

1. Chứng minh rằng 
2. Chứng minh rằng đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác 
3. Gọi P là chân đường vuông góc kẻ từ điểm H đến đường thẳng Chứng minh rằng đường thẳng song song với đường thẳng 

**Bài 5.(1,0 điểm)** Trên bảng có hai số tự nhiên và n. An và Bình chơi một trò chơi như sau : Mỗi lượt chơi, một bạng chọn một hai số trên bảng để xóa vầ viết lên bảng một số mới là hiệu không âm của số vừa xóa với một ước số tự nhiên bất kỳ của số vừa xóa. Hai bạn luân phiên thực hiện luật chơi. Bạn đầu tiên không thể thực hiện được lượt chơi của mình là người thua cuộc, người còn lại là người thắng cuộc. Biết rằng An là người thực hiện lượt chơi đầu tiên

1. Với và hãy chỉ ra chiến thuật chơi của An để An là người thắng cuộc
2. Với , hãy chỉ ra chiến thuật chơi của An để An là người thắng cuộc

**ĐÁP ÁN**

**Bài 1. (2,0 điểm)**

1. **Giải phương trình **

Điều kiện : . Phương trình đã cho có thể viết lại thành :

 hay 

Từ đó, ta có 

Vậy 

1. **Cho các số thực dương thỏa mãn điều kiện Tính giá trị của biểu thức : **

Do nên



Chứng minh tương tự, ta cũng có :



Do đó 

**Bài 2. (2,0 điểm)**

1. **Cho là số nguyên tố lớn hơn 3. Chứng minh rằng chia hết cho 6**

Vì p là số nguyên tố lớn hơn 3 nên p lẻ và p không chia hết cho 3. Do p lẻ nên hiểu nhiên  là số chẵn 

Do p không chia hết cho 3 nên p chia 3 dư 1 hoặc 2, suy ra  chia dư 1. Mặt khác, do p lẻ nên chia 3 dư 2. Từ đây, ta suy ra  chia hết cho 3

Từ (1) và (2), với chú ý (2, 3) = 1, là có chia hết cho 2.3 = 6.

1. **Tìm tất cả các cặp số nguyên thỏa mãn :**

****

Phương trình đã cho có thể được viết lại thành 

Do nên từ đây, ta suy ra  chia hết cho . Từ đó

 chia hết cho 

Và như thế, ta có chia hết cho 

Vì nên từ kết quả trên, ta suy ra hay 

Lần lượt thay các giá trị này vào phương trình (1), ta tìm được các cặp số nguyên (x. y) thỏa mãn yêu cầu đề bài là (−1, 7), (1, 1) và (–3, −11)

**Bài 3. (2,0 điểm)**

1. **Cho các số thực dương thỏa mãn Chứng minh rằng**

****

Sử dụng bất đẳng thức ta có :

Từ các bất đẳng thức trên, ta suy ra :. Do đó :



Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi và 

1. **Tìm tất cả các số nguyên dương sao cho các phương trình đều có nghiệm là các số nguyên dương**

Gọi là nghiệm nguyên dương của phương trình Khi đó, ta có hay Suy ra là số chính phương

Chứng minh tương tự, ta cũng có và đều là số chính phương. Không mất tính tổng quát, giả sử là số lớn nhất trong các số 

Nếu thì ta có và nên không thể là số chính phương, mâu thẫn

Do đó, ta phải có Mà là các số nguyên dương và là lớn nhất trong ba số này nên Thử lại, ta thấy với thì cả ba phương trình đều có nghiệm nguyên dương Vậy 

**Bài 4. (3,0 điểm) Cho tam giác với nội tiếp đường tròn Ba đường cao của tam giác cùng đi qua điểm Gọi lần lượt là trung điểm của các đoạn thẳng và BC**

****

1. **Chứng minh rằng **

Do là đường cao của tam giác nên , suy ra tứ giác nội tiếp 

Lại có tương ứng là trung điểm của và BC nên 



Ta cũng có nên , mà tương ứng là trung điểm và BC nên 

Như vây, ta có : 

1. **Chứng minh rằng đường thẳng là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp tam giác **

Gọi N là giao điểm của hai đường thẳng và 

Do nên 

Mà nên tứ giác nội tiếp . suy ra 

Lại có nên 

Từ đó suy ra hay 

Do đó là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp 

1. **Gọi P là chân đường vuông góc kẻ từ điểm H đến đường thẳng Chứng minh rằng đường thẳng song song với đường thẳng **

Gọi Q là điểm đối xứng với điểm A qua điểm I. Do là trung điểm AQ và nên tứ giác là hình bình hành. Suy ra và 

Từ đó và hay Q là trực tâm của 

Ta có mà Q, A lần lượt là trực tâm của hai tam giác nên ta suy ra

và 

Từ đó suy ra (Định lý Talet đảo)

**Bài 5.(1,0 điểm) Trên bảng có hai số tự nhiên và n. An và Bình chơi một trò chơi như sau : Mỗi lượt chơi, một bạng chọn một hai số trên bảng để xóa vầ viết lên bảng một số mới là hiệu không âm của số vừa xóa với một ước số tự nhiên bất kỳ của số vừa xóa. Hai bạn luân phiên thực hiện luật chơi. Bạn đầu tiên không thể thực hiện được lượt chơi của mình là người thua cuộc, người còn lại là người thắng cuộc. Biết rằng An là người thực hiện lượt chơi đầu tiên**

Ở cả hai ý, An sẽ đều chọn số 2022 để xóa đi và viết lên bảng số 2022–1 = 2021 ở lượt đầu tiên của mình. Khi đó, sau lượt chơi đầu tiên của An, trên bằng còn lại hai số lẻ.

Lúc này. đến lượt của Bình thủ dù Bình chơi thể nào đó chăng nữa, sau lượt của Bình, trên bảng luôn xuất hiện một số chẵn và một số lẻ (Bình chắc chắn sẽ không thực hiện cách chơi dễ số chẵn trở về bằng 0, vì lúc đó An sẽ có thể đưa hai số trên bảng trở về bằng 0.

Bình sẽ không thể thực hiện lượt chơi tiếp theo và thua cuộc). Lúc bấy giờ. An có thể chọn số chân xóa độ và viết lên bảng hiện của số đó với 1. Trên bằng lại xuất hiện hai số lẻ và đến lượt của Bình.

An cứ tiếp tục thực hiện chiến thuật như vậy. Rõ ràng An luôn có thể thực hiện lượt chơi. Vị trò chơi phải kết thúc nên đến một lúc nào đó, Bình không thể thực hiện lượt chơi, Bình thua cuộc.