

Bài 6. ĐA THỨC

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Đa thức

- Đa thức là tổng của những đơn thức. Mỗi đơn thức được coi là một đa thức.
- Mỗi đơn thức trong tổng gọi là hạng tử của đa thức đó.

2. Thu gọn đa thức

- Thu gọn đa thức là đưa đa thức đó về dạng thu gọn, tức là trong đa thức không còn hạng tử nào đồng dạng nữa.

3. Bậc của đa thức

- Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.
- Số thực khác 0 được gọi là đa thức bậc không.
- Số 0 cũng được gọi là đa thức và nó không có bậc.

Chú ý: khi tìm bậc của đa thức, ta phải thu gọn đa thức đó.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Nhận dạng đa thức

Ví dụ 1. Biểu thức nào là đa thức trong các biểu thức sau?

- a) $x^2y - 2 + 3xy^2$; b) $\frac{x}{y} - 2x^2$; c) 2018; d) $x(x + y)$.

Ví dụ 2. Biểu thức nào không phải là đa thức trong các biểu thức sau?

- a) $x - 2 + \frac{3}{x}$; b) $xy - 2x^2$; c) $x^2 - 4$; d) $\frac{x^2 + 1}{xy}$.

Dạng 2: Thu gọn đa thức

- Bước 1: nhóm các hạng tử đồng dạng với nhau;
- Bước 2: Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng trong từng nhóm.

Ví dụ 3. Thu gọn các đa thức sau

- a) $A = -x^2 - 2x + 2x^2 + 5x + 2$; b) $B = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy$;
c) $C = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2$;
d) $D = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z$.

Dạng 3: Xác định bậc của đa thức

- Bước 1: Viết đa thức ở dạng thu gọn;
- Bước 2: Bậc của đa thức là bậc của hạng tử có bậc cao nhất trong dạng thu gọn của đa thức đó.

Ví dụ 4. Tìm bậc của các đa thức sau

- a) $A = 2x^2 + x - x^2 + 4x + 6$; b) $B = 4xy + \frac{1}{2}x^2y - xy + \frac{3}{2}x^2y$;
- c) $C = x^2 - y^2 + z^2 - x^2 + y^2 - z^2 + x^2 + y^2 + z^2$;
- d) $D = 2x^2yz + 4xy^2z - 5x^2yz + xy^2z - xyz$.

Ví dụ 5. Thu gọn các đa thức sau rồi tìm bậc của chúng

- a) $A = 3 + 3x^2 - 2x + 2x^2$; b) $B = 2x^2y^3 + 3x^4 - 7x^2 + 6x^4 - x^2y^3$.

Dạng 4: Viết đa thức dưới dạng tổng (hoặc hiệu) của các đa thức khác

Ví dụ 6. Viết đa thức $x^5 + 3x^4 - 2x^2 - 2x^4 + 1 - x$ thành

- a) Tổng của hai đa thức; b) Hiệu của hai đa thức

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Thu gọn các đa thức sau

- a) $A = 2x^2 + x - x^2 + 4x + 6$; b) $B = 4xy + \frac{1}{2}x^2y - xy + \frac{3}{2}x^2y$;
- c) $C = x^2 - y^2 + z^2 - x^2 + y^2 - z^2 + x^2 + y^2 + z^2$;
- d) $D = 2x^2yz + 4xy^2z - 5x^2yz + xy^2z - xyz$.

Bài 2. Tìm bậc của các đa thức sau

- a) $A = -x^2 - 2x + 2x^2 + 5x + 2$; b) $B = -2xy + \frac{3}{2}xy^2 + \frac{1}{2}xy^2 + xy$;
- c) $C = x^2 + y^2 + z^2 + x^2 - y^2 + z^2 + x^2 + y^2 - z^2$;
- d) $D = xy^2z + 2xy^2z - xyz - 3xy^2z + xy^2z$.

Bài 3. Thu gọn các đa thức sau rồi tìm bậc của chúng

- a) $A = -x^2 + 5x^2 - 4x$; b) $B = 4x^2y^3 + x^4 - 2x^2 + 6x^4 - x^2y^3$.

Bài 4. Viết đa thức $4x^5 + x^4 - 3x^2 - 4x^4 + 5 + x$ thành

a) Tổng của hai đa thức;

b) Hiệu của hai đa thức

Bài 5. Biểu thức nào là đa thức trong các biểu thức sau?

a) $2x^2y + 3 + xy$;

b) $\frac{2}{x+y}$;

c) $x(x+2y)$;

d) $2 - \frac{x+1}{x-1}$.

Bài 6. Thu gọn các đa thức sau

a) $A = 3x^2 - 4x - 2x^2 + 5x + 1$;

b) $B = \frac{3}{4}xy^2 - 2xy - \frac{1}{2}xy^2 + 3xy$;

c) $C = 2x^2 - 3y^3 - z^4 - 4x^2 + 2y^3 + 3z^4$;

d) $D = 3xy^2z + xy^2z - xyz + 2xy^2z - 3xyz$.

Bài 7. Tìm bậc của đa thức

a) $A = 6xy^2 + 7xy^3 + 8x^2y^3$;

b) $B = x^6 + 2x^2y^3 - x^5 + xy - xy^5 - x^6$;

c) $C = 7x^2y - 4x^6 + 3y^2z + 4x^6$.

Bài 8. Thu gọn các đa thức sau rồi tìm bậc của chúng

a) $A = 3x^3 - 2x^2 + x^3 - 4x^2 + 1$;

b) $B = 3x^2y^3 + x^4 + x^4 - 3x^2y^3 - 7x^2$.

Bài 9. Viết đa thức $2x^5 + x^4 - 7x^2 - 2x^4 - x + 6$ thành

a) Tổng của hai đa thức;

b) Hiệu của hai đa thức.

Bài 6. CỘNG, TRỪ ĐA THỨC

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

Các bước thực hiện phép cộng (hay trừ) các đa thức

- *Bước 1:* Viết các đa thức trong dấu ngoặc;
- *Bước 2:* Sử dụng quy tắc “dấu ngoặc” để bỏ dấu ngoặc;
- *Bước 3:* Nhóm các hạng tử đồng dạng;
- *Bước 4:* Cộng, trừ các đơn thức đồng dạng.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Tính tổng (hay hiệu) của hai hay nhiều đa thức

Ví dụ 1. Tính tổng $A + B$ và hiệu $A - B$ của hai đa thức A, B trong các trường hợp sau:

a) $A = x + 2y$ và $B = x - 2y$.

b) $A = 2x^2y - x^3 - xy^2 + 1$ và $B = x^3 + 2xy^2 - 2$.

c) $A = x^2 - 2yz + z^2$ và $B = 3yz + 5x^2 - z^2$.

d) $A = \frac{1}{2}x^2y + xy^3 - \frac{5}{2}x^3y^2 + x^3$ và $B = \frac{7}{2}x^3y^2 - \frac{1}{2}x^2y + xy^3$.

Ví dụ 2. Thực hiện phép tính sau:

$$A = (x^2 + y^2 - 2xy) + (x^2 + 2xy + y^2).$$

$$B = \left(\frac{1}{2}xy - 3xy^2 \right) + (2xy^2 + 3xy) - \frac{1}{2}xy.$$

Ví dụ 3. Cho các đa thức $M = 3x^3 - x^2y + 2xy + 3$; $N = x^2y - 2xy - 2$ và $P = 3x^3 - 2x^2y - xy + 3$. Tính:

- a) $M + N$. b) $M - P$. c) $M - 2P$. d) $M + N + P$.

Dạng 2: Tìm đa thức thỏa mãn đẳng thức cho trước

Ví dụ 4. Tìm đa thức A, B biết

- a) $A + x^2 - y^2 = x^2 - 2y^2 + 3xy - 2$. b) $B - (5x^2 - 2xyz) = 2x^2 + 2xyz + 1$.

Ví dụ 5. Cho các đa thức $A = 4x^2 + 3y^2 - 5xy$; $B = 3x^2 + 2y^2 + 2x^2y^2$. Tìm đa thức C sao cho:

- a) $C = A + B$. b) $C + A = B$.

Dạng 3: Tính giá trị của đa thức

- Bước 1: Thu gọn đa thức (nếu cần);
- Bước 2: Thay giá trị của các biến vào đa thức thu gọn rồi thực hiện phép tính.

Ví dụ 6. Tính giá trị của các đa thức sau:

- a) $A = x^2 + 2xy - 3x^2 + 2y^2 + 3x^2 - y^2$ tại $x = 5, y = 4$.
 b) $B = xy - x^2y^2 + x^4y^4 - x^6y^6 + x^8y^8$ tại $x = -1, y = -1$.
 c) $C = xyz + x^2y^2z^2 + x^3y^3z^3 + \dots + x^{10}y^{10}z^{10}$ tại $x = y = z = -1$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Tính tổng của hai đa thức

- a) $A = 2x^2 + 3y^2$ và $B = 3x^2 - 4y^2$.
 b) $A = 2x^2 - 3xy + 5y^2$ và $B = 3x^2 + xy - 2y^2$.

Bài 2. Tính tổng và hiệu của hai đa thức M và N với:

a) $M = x^2 + y^2 + 2xy$ và $N = x^2 + y^2 - 2xy$.

b) $M = 2,3x + 3,2y - 10$ và $N = -0,3x + 2,2y - 5$.

Bài 3. Cho các đa thức $M = 2x^2 - y - 2$; $N = 3x^2 + y + 1$ và $P = 1 - 5x^2$. Tính

a) $M + N$. b) $M - P$. c) $M - 2P$. d) $M + N + P$.

Bài 4. Tìm đa thức M biết:

a) $M + (3x^2 - 2xy) = 4x^2 + 5xy - y^2$. b) $M - (x^2 - 5y^2) = 3x^2 - 7xy + 6y^2$.

c) $M + (2x^3 - x^2y + 1) = -x^3 + 3x^2y + 2$. d) $M - (x^2 - 6x + 9) = 0$.

Bài 5. Cho hai đa thức $A = x^2 - 4x + 1$ và $B = x(2x + 1)$.

a) Tính $C = A + B$. b) Tìm bậc của đa thức C .

c) Tính giá trị của đa thức C tại $x = -1$.

Bài 7. Viết một đa thức bậc ba với hai biến x, y và có ba hạng tử.

D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 8. Tính tổng $A + B$ và hiệu $A - B$ của hai đa thức A, B trong các trường hợp sau:

a) $A = 2x + 3y$ và $B = 2x - y$.

b) $A = x^2y + x^3 - xy^2 + 2$ và $B = x^3 + xy^2 - x^2y - 7$.

c) $A = 2x^2 - yz - z^2 + 1$ và $B = 4yz + 3x^2 + z^2 - 2$.

d) $A = x^2y + \frac{3}{2}xy^3 - \frac{11}{2}x^3y^2 + x^3$ và $B = \frac{1}{2}xy^3 - x^2y + \frac{9}{2}x^3y^2$.

Bài 9. Thực hiện phép tính sau:

a) $A = (x^2 - xy + y^2) - (-x^2 + 7xy - 5y^2)$.

b) $B = (xy^2 - 3x^2y) - (-2xy^2 - 5x^2y) + (x^2y - 3xy^2)$.

Bài 10. Cho các đa thức $M = 2x^3 - 2x^2y + xy + 1$; $N = 3x^2y + 2xy - 2$ và $P = x^3 - x^2y - 3xy + 1$. Tính:

a) $M + N$. b) $M - P$. c) $M - 2P$. d) $M + N + P$.

Bài 11. Tìm đa thức A, B biết

a) $6x^2 - 3xy^2 + A = x^2 + y^2 - 2xy^2$. b) $B - (2xy - 4y^2) = 5xy + x^2 - 7y^2$.

Bài 12. Cho các đa thức $A = x^2 - 2y^2 + xy + 1$; $B = x^2 + y^2 - x^2y^2 - 1$. Tìm đa thức C sao cho:

$$C = A + B.$$

$$C + A = B.$$

Bài 13. Tính giá trị của các đa thức sau:

a) $A = x^3 + 2xy - 2x^3 + 2y^3 + 2x^3 - y^3$ tại $x = 2$, $y = -3$.

b) $B = xy + x^2y^2 - x^4y^4 + x^6y^6 - x^8y^8$ tại $x = 1$, $y = -1$.

c) $C = xy + x^2y^2 + x^3y^3 + \dots + x^{10}y^{10}$ tại $x = -1$, $y = 1$.

Bài 7. ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Đa thức một biến

- Đa thức một biến là tổng của những đơn thức có cùng một biến.
- Mỗi số được coi là một đa thức một biến.
- Bậc của đa thức một biến (khác đa thức không, đã thu gọn) là số mũ lớn nhất trong đa thức đó.

2. Hệ số: trong đa thức một biến

- Hệ số của lũy thừa bậc 0 gọi là hệ số tự do.
- Hệ số của lũy thừa bậc cao nhất gọi là hệ số cao nhất.
- Những chữ đại diện cho các số được xác định cho trước được gọi là hằng số.

3. Sắp xếp một đa thức

Các bước sắp xếp các hạng tử của một đa thức theo lũy thừa tăng hoặc giảm của biến:

- *Bước 1:* Thu gọn đa thức.
- *Bước 2:* Sắp xếp các hạng tử của một đa thức.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức một biến

- *Bước 1:* Sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa tăng hoặc giảm của biến.
- *Bước 2:* Thực hiện cộng, trừ các đơn thức đồng dạng để thu gọn đa thức một biến.

Ví dụ 1. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa tăng dần của biến:

a) $P(x) = x^5 - 2x^4 + 3x + 3 + 3x^4 - 2x - x^5 - x.$

b) $Q(x) = 3x^4 - x^3 - 3x^4 - 2x + 3x^2 + 1 - 12x - 2 - x^2.$

Ví dụ 2. Cho đa thức $P(x) = 4x^5 - 2x^2 - 2x - 2 - 4x^5 - x^2 + 4x + 10$.

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $P(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Chỉ ra các hệ số khác 0 của $P(x)$.

Dạng 2: Xác định bậc, hệ số của đa thức một biến

Ví dụ 3. Xác định bậc và hệ số tự do, hệ số cao nhất của mỗi đa thức sau:

a) $A(x) = 3x + x^3 - 4x^2 - 5$.

b) $B(x) = -x^4 + 2x^2 + 5 - 3x^3 + x^5 - 5x$.

c) $C(x) = 3x^2 - 2x + 4 - 5x^2 + x + x^3$.

Ví dụ 4. Viết một đa thức một biến có ba hạng tử mà hệ số cao nhất là 4 và hệ số tự do là -1.

Dạng 3: Tính giá trị của đa thức một biến

- *Bước 1:* Thu gọn đa thức (nếu cần);
- *Bước 2:* Thay giá trị của biến vào đa thức rồi thực hiện phép tính.

Chú ý: Đa thức một biến x được kí hiệu là $A(x)$ hoặc $f(x)$.

Khi tính giá trị của đa thức $P(x)$ tại $x = a$, ta có thể viết $P(a)$.

Ví dụ 5. Cho đa thức $Q(x) = 2x^4 + 2x - 2x^2 + 1 - 2x^4 + 3x^2 - 2x$.

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $Q(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $Q(0)$; $Q(-1)$; $Q(1)$.

Ví dụ 6. Cho đa thức $P(x) = 2x^3 + x^2 + 1 - 3x + 3x^2 - 2x^3 - 4x^2 + 5$.

a) Thu gọn $P(x)$.

b) Tìm giá trị của x để $P(x) = 0$; $P(x) = 1$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến. Chỉ ra hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức đó.

a) $P(x) = x^5 + 2x^2 - x^2 + x - 2x^3 - x^5 + x^4 - 3x + 1$.

b) $Q(x) = -x^6 + 2x^3 + 6 - 2x^4 + x^6 - x - 1 + 2x^4$.

c) $M(x) = x^5 + 6x^4 + 2x^2 - 1 + \frac{3}{2}x - 4x^2 - x^4 - \frac{1}{2}x - x^5.$

d) $N(x) = x^5 - 2x^4 + \frac{5}{2} + x + 3x^4 - 2x + \frac{1}{2} - x^4 + 3x - x^5.$

Bài 2. Cho đa thức $P(x) = 2x^3 + 5x^4 + x^2 - x^3 - 3x^4 + 2018 + 3x^2 - x^3.$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $P(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Viết các hệ số khác 0 của $P(x)$, sau đó chỉ ra hệ số cao nhất, hệ số tự do và bậc của $P(x)$.

c) Tính $P(0)$; $P(-1)$; $P(1)$.

Bài 3. Cho đa thức $P(x) = 2x^3 + 3x^4 - x^3 - 3x^4 + 5x - 2018 - x^3 - 3x.$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $P(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tìm giá trị của x để $P(x) = 0$; $P(x) = 2016$.

Bài 4. Tính giá trị của đa thức $P(x) = x^2 + x^4 + x^6 + \dots + x^{100}$ tại $x = -1$.

D. BÀI TẬP VỀ NHÀ

Bài 5. Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến:

a) $P(x) = 2x^4 + 9 - 3x^2 - 2x^4 - 3x + 4x - 12 + x^3.$

b) $Q(x) = x^6 + 4x^3 - \frac{1}{2}x^2 - 2x^5 + 1 + \frac{3}{2}x^2 - 3x^3 - x^6 + 2x^5.$

Bài 6. Cho đa thức $Q(x) = 4x^4 - x^3 + 3x + 1 - 2x^4 - 2x - 2 + 3x^3.$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của $Q(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Chỉ ra các hệ số khác 0 của $Q(x)$.

Bài 7. Xác định bậc và hệ số tự do, hệ số cao nhất của mỗi đa thức sau:

a) $A(x) = -x^4 + 2x^3 - 3x^2 + x - 3.$

b) $B(x) = -3x^3 - x^4 + x^2 + 4x^5 - x + 2.$

c) $C(x) = x^3 + 2x^2 + 4x^4 - 2x + 4 - 3x^2 - 3x^4 + 3x.$

Bài 8. Viết một đa thức một biến có ba hạng tử mà hệ số cao nhất là -3 và hệ số tự do là 2 .

Bài 9. Cho đa thức $P(x) = -2x^4 + 4x^2 + 7 - x^3 + x + 2x^4 - 2x^2 + x^3 - 3.$

- Áp dụng quy tắc dấu ngoặc, quy tắc chuyển vế và quy tắc cộng trừ đa thức một biến để biến đổi.
- Xác định vai trò của đa thức chưa biết (tương tự như bài toán tìm x đối với số thực).

Ví dụ 4. Cho đa thức $P(x) = x^3 - 2x^2 + x - \frac{1}{2}$. Tìm các đa thức $Q(x)$, $H(x)$, $R(x)$ sao cho

- a) $P(x) + Q(x) = x^4 - 2x^2 + 1$. b) $P(x) - H(x) = x^3 + x^2 + 2$.
- c) $R(x) - P(x) = 2x^3 - x$.

Ví dụ 5. Tìm đa thức $P(x)$ biết rằng:

- a) $P(x) + (x^3 + 2x^2 - 3x + 1) = 3x^3 + 3x^2 + 3x + 1$
- b) $P(x) - (x^3 + x^2 - x + 5) = x^3 + 2x^2 + 1$
- c) $(-x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + 2) - P(x) = -2x^4 + x^3 + x^2 - 2x + 1$

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Cho hai đa thức: $P(x) = 5x^3 - 2x - 3 + x^2 + x + 4 - 2x^2 + x^4$;

$$Q(x) = x^4 - 2x + 4 + x^3 + 3x^2 + 4x - 2 - x^2.$$

- a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức trên theo lũy thừa giảm dần của biến.
- b) Tính $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$.

Bài 2. Tính tổng và hiệu của các đa thức $P(x)$, $Q(x)$ sau:

- a) $P(x) = 3x^5 + 5x^2 + 2x^4 - x^3 + 1 - x^2 - x^5 + 2x$ và $Q(x) = 2x^5 + 2x^4 + 3 - x^2 + 2x^3 - 4 + x - x^3$;
- b) $P(x) = (2x^4 + 2x^3 - 3x + 3) - (2x^4 - 4 - x^2 + 3x)$ và $Q(x) = -3x^3 + x^2 - 1$

Bài 3. Cho ba đa thức $P(x) = x^3 + x - 5 - 2x^2$; $Q(x) = 2x^3 + x^2 - 1$ và $H(x) = -x^3 + 2x^2 + 3x - 9$.
Tính:

- a) $P(x) + Q(x) + H(x)$. b) $P(x) - Q(x) - H(x)$.

Bài 4. Cho đa thức $P(x) = 2x^4 - x^2 + x - 2$. Tìm các đa thức $Q(x)$, $H(x)$, $R(x)$ sao cho:

- a) $Q(x) + P(x) = 3x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1$. b) $P(x) - H(x) = x^4 - x^3 + 2x^2 + x + 1$.
- c) $R(x) - P(x) = 2x^3 + x^2 + 1$.

Bài 5. Tìm đa thức $Q(x)$, biết rằng:

- a) $Q(x) + (x^3 - 2x^2 + 3x + 1) = 2x^3 + 4x^2 - 2x$.

b) $Q(x) - (x^3 - x^2 + x + 2) = 2x^3 + x + 1.$

c) $(3x^4 + 2x^3 + 6x^2 - 7x + 2) - Q(x) = 2x^3 + 2x^2 - 7x - 1.$

Bài 6. Cho hai đa thức: $P(x) = x^5 - 2x^3 - x^5 + x^4 - 5x + 1 + 4x^2 - 3x^2 + 3x$

$$Q(x) = 2x^3 + x^4 - 2x^5 - x^4 + 2x^5 - x + 5$$

a) Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$.

Bài 7. Cho đa thức $P(x) = 2x^3 + x^2 - 3x + 1$. Tìm các đa thức $Q(x)$, $H(x)$, $R(x)$ sao cho:

a) $P(x) + Q(x) = 3x^3 + 2x^2 + 2$; b) $P(x) - H(x) = x^2 - 1$;

c) $R(x) - P(x) = x^2 + x$.

Bài 8. Tìm đa thức $P(x)$, biết rằng

a) $P(x) + x^3 + x^2 + 4x - 1 = -x^3 + 2x^2 + 2x + 1$;

b) $P(x) - (x^5 + 2x^3 - 2 + 2x) = 3x^3 - 1$;

c) $(3x^4 + 5x^3 - 5x^2 + 5x + 1) - P(x) = 2x^4 + 2x^3 - x^2 + x - 4$.

Bài 9. Cho ba đa thức $P(x) = 5x^3 - 7x^2 + x + 7$, $Q(x) = 7x^3 - 7x^2 + 2x + 5$, $H(x) = 2x^3 + 4x + 1$. Tính

a) $P(x) + Q(x) + H(x)$;

b) $P(x) - Q(x) - H(x)$.

Bài 10. Cho hai đa thức $P(x) = 2x^3 - 2x - (5x + 10) - 2x^2 + 4x$ và

$$Q(x) = 2x^3 - 3x^2 - 2 - (3x - 2) - x^2.$$

a) Thu gọn và sắp xếp $P(x)$, $Q(x)$ theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Cho biết hệ số cao nhất và hệ số tự do của mỗi đa thức.

c) Tìm đa thức $H(x)$ biết $H(x) = P(x) - Q(x)$.

d) Tính giá trị của $H(-1)$; $H\left(\frac{1}{2}\right)$;

Bài 9. NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

A. KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

- Nếu tại $x = a$, đa thức $P(x)$ có giá trị bằng 0 thì ta nói $x = a$ (hoặc a) là một nghiệm của đa thức $P(x)$. Khi đó, ta viết $P(a) = 0$.
- Một đa thức (khác đa thức không) có thể có một nghiệm, hai nghiệm, ... hoặc không có nghiệm nào.
- Người ta chứng minh được rằng số nghiệm của một đa thức (khác đa thức không) không vượt quá bậc của nó.

B. CÁC DẠNG BÀI TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI

Dạng 1: Chứng tỏ $x = a$ là nghiệm của đa thức $P(x)$

- Bước 1: tính giá trị $P(a)$, tức là thay $x = a$ vào đa thức $P(x)$.
- Bước 2: Kết luận
 - ✓ Nếu $P(a) = 0$ thì $x = a$ là nghiệm của đa thức $P(x)$.
 - ✓ Nếu $P(a) \neq 0$ thì $x = a$ là không phải là nghiệm của đa thức $P(x)$.

Ví dụ 1. Chứng tỏ rằng $x = 1$; $x = 2$ là hai nghiệm của đa thức $P(x) = x^2 - 3x + 2$.

Ví dụ 2. Cho đa thức $f(x) = (2x^2 - x - 1) - (x^2 - 5x - 4)$.

a) Thu gọn đa thức $f(x)$.

b) Chứng minh rằng -1 và -3 là các nghiệm của $f(x)$.

Dạng 2: Chứng minh một đa thức không có nghiệm

- Để chứng minh đa thức $P(x)$ không có nghiệm, ta chứng minh $P(x)$ nhận giá trị khác 0 (nhận giá trị âm hoặc dương) với mọi x .
- **Chú ý:** $x^{2n} \geq 0$ với mọi $n \in \mathbb{N}$ (tức là lũy thừa chẵn của mọi số thực luôn không âm).

Ví dụ 3. Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

- a) $x^2 + 3$; b) $3x^2 + 6$; c) $(x - 1)^2 + 10$; d) $x^4 + 2019$.

Dạng 3: Tìm nghiệm của đa thức

- Để tìm nghiệm của đa thức $P(x)$, ta tìm tất cả các giá trị của x sao cho $P(x) = 0$.
- Nếu $A(x) \cdot B(x) = 0$ thì $A(x) = 0$ hoặc $B(x) = 0$.
- Nếu $x^2 = A > 0$ thì $x = \sqrt{A}$ hoặc $x = -\sqrt{A}$.

Ví dụ 4. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

- a) $2x - 8$; b) $2x + 7$; c) $4 - x^2$; d) $4x^2 - 9$;
 e) $2x^2 - 6$; f) $x(x - 1)$; g) $x^2 + 2x$; h) $x(x^2 + 2)$.

Dạng 4: Tìm hệ số của đa thức khi biết một nghiệm của đa thức đó

- Nếu $x = x_0$ là nghiệm của đa thức $P(x)$ thì $P(x_0) = 0$. Từ đó, tìm được hệ số cần tìm.

Ví dụ 5. Xác định hệ số a để $f(x) = 3x + a - 2$ có nghiệm là:

- a) $x = 0$; b) $x = 1$.

C. BÀI TẬP VẬN DỤNG

Bài 1. Chứng tỏ rằng $x = -2$; $x = -3$ là hai nghiệm của đa thức $P(x) = x^2 + 5x + 6$.

Bài 2. Cho đa thức $f(x) = 2x^2 - 2x - 6 - x^2 - 3x$.

- a) Thu gọn đa thức $f(x)$.
 b) Chứng minh rằng -1 và 6 là các nghiệm của $f(x)$.

Bài 3. Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

- a) $x^2 + 1$; b) $2x^2 + 2$; c) $(x + 2)^2 + 1$; d) $x^4 + 2019$.

Bài 4. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

- a) $9 - 3x$; b) $-3x + 4$; c) $x^2 - 9$; d) $9x^2 - 4$;
 e) $x^2 - 2$; f) $x(x - 2)$; g) $x^2 - 2x$; h) $x(x^2 + 1)$;

Bài 5. Xác định hệ số a để $f(x) = ax^2 + 5x - 2$ có nghiệm là:

- a) $x = 1$; b) $x = 2$.

Bài 6. Xác định hệ số a để $P(x) = 2x + a - 1$ có nghiệm là:

- a) $x = 0$; b) $x = -2$.

Bài 7. Xác định hệ số a để $f(x) = ax^2 + 3x + 2$ có nghiệm là:

- a) $x = -1$; b) $x = 2$.

Bài 8. Trong các số -2 ; $-\frac{1}{2}$; 1 ; 2 thì các số nào là nghiệm của đa thức $P(x) = x^3 - x^2 - 4x + 4$.

Bài 9. Tìm nghiệm của các đa thức sau:

a) $\frac{1}{3}x - 2$;

b) $9 - x^2$;

c) $x^2 - 7$;

d) $x(2x - 3)$;

e) $3x^2 + 2x$;

f) $(x - 1)(x^2 + 1)$.

Bài 10. Xác định hệ số a để $f(x) = x^2 + ax + 2$ có nghiệm là

a) $x = 1$;

b) $x = -2$.

Bài 11. Cho hai đa thức: $P(x) = x^2 + 2x - 5$ và $Q(x) = x^2 - 9x + 5$.

a) Tính $M(x) = P(x) - Q(x)$ và $N(x) = P(x) + Q(x)$.

b) Tìm nghiệm của $M(x)$ và $N(x)$.

Bài 12. Cho hai đa thức: $f(x) = 2x^4 + 3x^2 - x + 1 - x^2 - x^4 - 6x^3$

$$g(x) = 10x^3 + 3 - x^4 - 4x^3 + 4x - 2x^2$$

a) Thu gọn đa thức $f(x), g(x)$ và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.

b) Tính $h(x) = f(x) + g(x)$;

c) Tìm nghiệm của đa thức $h(x)$.