**CHƯƠNG**

**III**

**PHƯƠNG PHÁP TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN**

BÀI 1. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | 1. **Hệ trục tọa độ *Oxyz:*** | | | | | | | |
| * Hệ trục gồm ba trục  đôi một vuông góc nhau. * Trục  **trục hoành**, có vectơ đơn vị . * Trục : **trục tung**, có vectơ đơn vị . * Trục  **trục cao**, có vectơ đơn vị * Điểm  là **gốc tọa độ**. | | | | | | | |
| 1. **Tọa độ vectơ:** Vectơ .   Cho . Ta có: | | | | | | | |
|  | | | | | | * cùng phương | | | | |
|  | | | | | |
|  | | | | | |
|  | |  | | | | | | |  | |
|  | | | | |  | | | | | |
| 1. **Tọa độ điểm:** . Cho, ta có: | | | | | | | | | | |
|  | | | | |  | | | | | |
| * Toạ độ trung điểm *M* của đoạn thẳng *AB*: | | | | | * Toạ độ trọng tâm *G* của tam giác *ABC*: | | | | | |
| **QUY TẮC CHIẾU ĐẶC BIỆT** | | | | | | | | | | |
| **Chiếu điểm trên trục tọa độ** | | | | | **Chiếu điểm trên mặt phẳng tọa độ** | | | | | |
| * Điểm * Điểm * Điểm | | | | | * Điểm * Điểm * Điểm | | | | | |
| **Đối xứng điểm qua trục tọa độ** | | | | | **Đối xứng điểm qua mặt phẳng tọa độ** | | | | | |
|  | | | | |  | | | | | |
| 1. **Tích có hướng của hai vectơ:** | | | | | | | | | | |
| **☞ Định nghĩa:** Cho, , tích có hướng của  và  là:  . | | | | | | | | | | |
| **☞ Tính chất:** |  | | |  | | | | | |  |
| * Điều kiện **cùng phương** của hai vectơ  là  với | | | | | | * Điều kiện **đồng phẳng** của ba vectơ  và  là | | | | |
| * **Diện tích hình bình hành** *ABCD:* | | | | | | | | * **Diện tích tam giác** *ABC*: | | |
| * **Thể tích khối hộp**: | | | | | | | * **Thể tích tứ diện:** . | | | |

***Chú ý:***

***– Tích vô hướng***của hai vectơ thường sử dụng để chứng minh hai đường thẳng vuông góc, tính góc giữa hai đường thẳng.

*–* ***Tích có hướng***của hai vectơ thường sử dụng để tính diện tích tam giác; tính thể tích khối tứ diện, thể tích hình hộp; chứng minh các vectơ đồng phẳng – không đồng phẳng, chứng minh các vectơ cùng phương.

**HỆ THỐNG BÀI TẬP Ự LUẬN.**

**II ===I**

***DẠNG 1: CÁC CÂU LIÊN QUAN TỌA ĐỘ ĐIỂM, TỌA ĐỘ CỦA VECTƠ***

**Câu**  **1.** Trong không gian với hệ toạ độ , cho ba vectơ: , , . Tìm tọa độ vectơ .

**Câu**  **2.** Trong không gian với hệ toạ độ , cho ba điểm .

a/ Tìm tọa độ điểm  để tứ giác  là hình bình hành.

b/ Tìm tọa độ tâm I của hình bình hành .

**Câu**  **3.** Trong không gian với hệ toạ độ , cho ba điểm . Tìm tọa độ điểm *M* thuộc mặt phẳng (Oxy) và cách đều các điểm *A, B, C* ?

**Câu**  **4.** Trong không gian với hệ toạ độ , cho điểm , gọi  là hình chiếu vuông góc của  trên trục . Tìm tọa độ trung điểm của đoạn thẳng ?

**Câu**  **5.** Trong không gian với hệ tọa độ cho , . Tìm các giá trị của  để tam giác  đều?

**Câu**  **6.** Trong không gian , cho tam giác ABC có . Gọi D là chân đường phân giác trong góc A của tam giác ABC. Tìm tọa độ điểm D.

**Câu**  **7.** Cho hình hộp 

1/ Chứng minh: 

2/ Cho . Tính tọa độ các đỉnh còn lại của hình hộp.

**Câu**  **8.** Trong không gian , cho tam giác đều  có và điểm C nằm trong mặt phẳng  có tung độ nhỏ hơn .

1/ Tìm tọa độ điểm .

2/ Tìm tọa độ điểm  biết  là tứ diện đều.

***DẠNG 2: TÍCH VÔ HƯỚNG VÀ CÁC ỨNG DỤNG CỦA TÍCH VÔ HƯỚNG***

**Câu 1.** Trong không gian cho tam giác ABC có .Tính 

**Câu 2.** Trong không gian với hệ toạ độ , cho tam giác ABC biết , *B* đối xứng với *A* qua mặt phẳng (), *C* đối xứng với *B* qua gốc tọa độ *O*. Tính diện tích tam giác ABC ?

**Câu 3.** Trong không gian với hệ toạ độ , cho tam giác  có , , . Gọi  là điểm trên cạnh  sao cho . Tính độ dài đoạn thẳng.

**Câu 4.** Trong không gian với hệ toạ độ  cho hai vecto  thỏa mãn 

a) Tính . b) Tính góc giữa hai vecto  và .

**Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ cho , . Tìm các giá trị của  để tam giác  đều?

**Câu 6.** Trong không gian , cho hình hộp chữ nhậtcó đỉnh A trùng với gốc , , . Gọi M là trung điểm của cạnh .Tính thể tích của khối tứ diện .

**PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

**I. ĐỊNH NGHĨA**

|  |
| --- |
| Cho điểm *I* cố định và một số thực dương *R*. Tập hợp tất cả những điểm *M* trong không gian cách *I* một khoảng *R* được gọi là mặt cầu tâm *I,* bán kính *R.*  **Kí hiệu:** |

**II. CÁC DẠNG PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

|  |  |
| --- | --- |
| ***Dạng 1 :*  Phương trình chính tắc**  Mặt cầu (*S*) có tâm , bán kính . | ***Dạng 2 :* Phương trình tổng quát**  (2)  *Điều kiện để phương trình (2) là phương trình mặt cầu:*   * (*S*) có tâm . * (*S*) có bán kính: . |

**III. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẲNG**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Cho mặt cầu  và mặt phẳng . Gọi *H* là hình chiếu vuông góc của *I* lên   là khoảng cách từ *I* đến mặt phẳng . Khi đó : | | |
| + Nếu  : Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung. | + Nếu  : Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó:  là mặt phẳng *tiếp diện* của mặt cầu và *H* là *tiếp điểm.* | + Nếu  Mặt phẳng  cắt mặt cầu theo thiết diện là *đường tròn* có tâm *I'*  và bán kính |
|  |  |  |

***Lưu ý:*** Khi mặt phẳng (*P*) đi qua tâm *I* thì mặt phẳng (*P*) được gọi là *mặt phẳng kính* và thiết diện lúc đó được gọi là *đường tròn lớn.*

**IV. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VÀ ĐƯỜNG THẲNG**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Cho mặt cầu  và đường thẳng . Gọi *H* là hình chiếu của *I* lên . Khi đó : | | |
| + :  không cắt mặt cầu. | + :  tiếp xúc với mặt cầu.  là *tiếp tuyến* của (*S*) và *H* là *tiếp điểm.* | + :  cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt. |
|  |  |  |

\* **Lưu ý:** Trong trường hợp  cắt (*S*) tại 2 điểm *A, B* thì bán kính *R* của (*S*) được tính như sau:

+ Xác định: 

+ Lúc đó: 

**V. VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI GIỮA MẶT CẦU VÀ MẶT PHẲNG**

|  |
| --- |
| Cho mặt cầu  tâm  bán kính R và mặt phẳng  .   * Nếu  thì mp­  và mặt cầu  không có điểm chung. * Nếu  thì mặt phẳng  và mặt cầu  tiếp xúc nhau. Khi đó (P) gọi là tiếp diện của mặt cầu (S) và điểm chung gọi là tiếp điểm * Nếu  thì mặt phẳng  và mặt cầu  cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn có phương trình :   Trong đó bán kính đường tròn và tâm *H* của đường tròn là hình chiếu của tâm *I* mặt cầu  lên mặt phẳng . |

**HỆ THỐNG BÀI TẬP Ự LUẬN.**

**II ===I**

**I. TÌM TÂM VÀ BÁN KÍNH MẶT CẦU**

***Kiến thức vận dụng***

|  |
| --- |
| ✪ Phương trình:  là phương trình mặt cầu có tâm , bán kính  ✪ Phương trìnhthỏa điều kiện , là phương trình trình mặt cầu tâm , bán kính |

|  |
| --- |
| ***Câu 1:*** Trong không gian với hệ trục tọa độ , phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu, nếu là phương trình mặt cầu hãy tìm tâm và bán kính của mặt cầu đó.  a) .  b) .  c) . |
| ***Câu 2:*** Trong không gian với hệ trục tọa độ , tìm  để mỗi phương trình sau là phương trình mặt cầu.  a) .  b) . |
| ***Câu 3:*** Trong không gian với hệ trục tọa độ Oxyz, tìm tất cả các giá trị thực của tham số  để phương phương trình  là phương trình của mặt cầu có bán kính nhỏ nhất. |

**II. VIẾT PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU**

***Phương pháp***

|  |
| --- |
| ***Thuật toán 1****:*  ***Bước 1:*** Xác định tâm .  ***Bước 2:*** Xác định bán kính  của (*S*).  ***Bước 3:*** Mặt cầu (*S*) có tâm  và bán kính là:  ***Thuật toán 2:***  Gọi phương trình  Phương trình (S) *hoàn toàn xác định* nếu biết được  () |

|  |
| --- |
| ***Câu 1:*** Trong không gian với hệ trục tọa độ , viết phương trình mặt cầu trong mỗi trường hợp sau:  a) Có đường kính  với .  b) Có tâm  và đi qua điểm .  c) Có tâm thuộc mặt phẳng  và đi qua 3 điểm .  d) Có tâm  và tiếp xúc với trục . |
| ***Câu 2:*** Trong không gian với hệ trục tọa độ , cho . Viết phương trình mặt cầu đi qua 3 điểm  và có tâm nằm trên . |
| ***Câu 3:*** Viết phương trình mặt cầu (*S*) biết :  a) (*S*) qua bốn điểm .  b) (*S*) qua  và có tâm *I* thuộc mặt phẳng (*Oyz*). |
| ***Câu 4:*** Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* thuộc đường thẳng  và (*S*) tiếp xúc với hai mặt phẳng  và . |
| ***Câu 5:*** Lập phương trình mặt cầu (*S*) qua 2 điểm  và có tâm thuộc *d*: . |
| ***Câu 6:*** Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm  và cắt đường thẳng  tại hai điểm *A, B* với . |
| ***Câu 7:*** Cho hai mặt phẳng  và đường thẳng . Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* là giao điểm của (*P*) và  sao cho (*Q*) cắt (*S*) theo một hình tròn có diện tích là . |
| ***Câu 8:*** Cho mặt phẳng  và đường thẳng .  Viết phương trình mặt cầu (*S*) có tâm *I* thuộc  và *I* cách (*P*) một khoảng bằng 2 và (*S*) cắt (*P*) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 3. |
| ***Câu 9:*** Cho điểm  và đường thẳng . Viết phương trình mặt cầu (*S*) tâm *I* và cắt  tại hai điểm *A, B* sao cho  vuông tại *I*. |
| ***Câu 10:***  Cho mặt cầu (S):  và điểm . Viết phương trình mặt phẳng (*OAB*), biết điểm *B* thuộc (*S*) và tam giác *OAB* đều. |

|  |
| --- |
| **Chú ý:** ***Kỹ năng xác định tâm và bán kính của đường tròn trong không gian.***  *Cho mặt cầu (S) tâm I bán kính R. Mặt phẳng (P) cắt (S) theo một đường tròn (C).*  **Bước 1:** Lập phương trình đường thẳng *d* qua *I* và vuông góc với mặt phẳng (*P*).  **Bước 2:** Tâm *I’* của đường tròn (*C*) là giao điểm của *d* và mặt phẳng (*P*).  **Bước 3:** Gọi  là bán kính của (*C*): |

|  |
| --- |
| ***Câu 11:*** Chứng minh rằng: Mặt cầu  cắt mặt phẳng (*P*):  theo giao tuyến là một đường tròn (*C*). Xác định tâm và bán kính của (*C*). |

**II. SỰ TƯƠNG GIAO VÀ SỰ TIẾP XÚC**

***Phương pháp***

|  |
| --- |
| **Các điều kiện tiếp xúc**:  + Đường thẳng là *tiếp tuyến* của (*S*)  + Mặt phẳnglà *tiếp diện* của (*S*)  \* *Lưu ý các dạng toán liên quan như tìm tiếp điểm, tương giao*. |

|  |
| --- |
| ***Câu 1:*** Cho đường thẳng  và và mặt cầu  : . Tìm số điểm chung của  và  ? |
| ***Câu 2:*** Cho điểm . Viết phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục *Oy* |
| ***Câu 3:*** Cho điểm và đường thẳng *d* có phương trình . Viết phương trình mặt cầu tâm *I*, tiếp xúc với *d* |
| ***Câu 4:*** Viết phương trình mặt cầu  có tâm  cắt đường thẳng  tại 2 điểm *A, B* sao cho |
| ***Câu 5:*** Cho đường thẳng  và điểm . Đường thẳng *d* cắt mặt cầu có tâm *I*, tại hai điểm *A, B* sao cho . Viết phương trình của mặt cầu |
| ***Câu 6:*** Cho điểm và đường thẳng . Viết phương trình mặt cầu có tâm *I* và cắt đường thẳng *d* tại hai điểm *A, B* sao cho tam giác *IAB* đều |