

**DẠNG 9****Tìm m để HS, ĐTHS bậc 3 có cực trị TMDK**

- Câu 1:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ , với  $m$  là tham số. Gọi  $A, B$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và  $I(2; -2)$ . Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho ba điểm  $I, A, B$  tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng  $\sqrt{5}$ . Tính tổng các phân tử của  $S$ .
- A.  $\frac{20}{17}$ .                      B.  $\frac{15}{17}$ .                      C.  $\frac{3}{17}$ .                      D.  $\frac{4}{17}$ .
- Câu 2:** Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$  đạt cực đại tại điểm  $x = 1$  khi
- A.  $m = 1$ .                      B.  $m = -1$ .                      C.  $m = 1$  hoặc  $m = -1$ .                      D.  $m = 2$ .
- Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $A, B$  thỏa  $x_A^2 + x_B^2 = 2$ .
- A.  $m = 0$ .                      B.  $m = 2$ .                      C.  $m = \pm 1$ .                      D.  $m = \pm 3$ .
- Câu 4:** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - (3m^2 - 1)x + m$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$ . Số phần tử của  $S$  là
- A. 2.                      B. 3.                      C. 1.                      D. 0.
- Câu 5:** Gọi  $m_1, m_2$  là các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$  có hai điểm cực trị là  $B, C$  sao cho tam giác  $OBC$  có diện tích bằng 2, với  $O$  là gốc tọa độ. Tính  $m_1.m_2$ .
- A. 6.                      B. -15.                      C. 12.                      D. -20.
- Câu 6:** Cho biết hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 3$ . Khi đó
- A.  $m \in (0; 1)$ .                      B.  $m \in (2; 3)$ .                      C.  $m \in (1; 2)$ .                      D.  $m \leq -1$ .
- Câu 7:** Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (m - 1)x + 2$  có hai điểm cực trị nằm bên trái trục tung là:
- A.  $(-\infty; 1)$ .                      B.  $(1; 2)$ .                      C.  $(-\infty; 2)$ .                      D.  $(1; +\infty)$ .
- Câu 8:** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$  có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền  $\sqrt{7}$ . Hỏi có mấy giá trị của  $m$ ?
- A. 0.                      B. 2.                      C. 3.                      D. 1.
- Câu 9:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - (2m + 1)x^2 + (2m^2 + 2m - 4)x - 2m^2 + 4$  có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?
- A. 3.                      B. 4.                      C. 6.                      D. 5.

- Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-2)x^2 - 9x + 1$ , với  $m$  là tham số. Gọi  $x_1, x_2$  là các điểm cực trị của hàm số đã cho thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|9x_1 - 25x_2|$  bằng
- A. 15.                                      B. 90.                                      C. 450.                                      D. 45.
- Câu 11:** Cho hàm số  $y = x^3 - mx^2 - m^2x + 8$ . Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?
- A. 3.                                      B. 5.                                      C. 4.                                      D. 6.
- Câu 12:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 2$  có điểm cực đại  $x_{CD}$  và điểm cực tiểu  $x_{CT}$  thỏa mãn  $3x_{CD}^2 = 4x_{CT}$ ?
- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 4.
- Câu 13:** Gọi  $m_1, m_2$  là các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$  có hai điểm cực trị là  $B, C$  sao cho tam giác  $OBC$  có diện tích bằng 2, với  $O$  là gốc tọa độ. Tính  $m_1.m_2$ .
- A. 6.                                      B. -15.                                      C. 12.                                      D. -20.
- Câu 14:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2+4m+3)x + 6m+9$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số (C) có cực đại tại  $x_1$ , đạt cực tiểu tại  $x_2$  sao cho  $x_1^2 = 2x_2$ .
- A.  $m = 4$ .                                      B.  $m = -2$ .                                      C.  $\begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases}$ .                                      D.  $m = \pm\sqrt{5}$ .
- Câu 15:** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1^2 + x_2^2 = 3$  khi
- A.  $m = \frac{1}{2}$ .                                      B.  $m = \frac{3}{2}$ .                                      C.  $m = -2$ .                                      D.  $m = 1$ .
- Câu 16:** Cho  $A = \{n \in \mathbb{Z} | 0 \leq n \leq 20\}$  và  $F$  là tập hợp các hàm số  $f(x) = x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2$  có  $m \in A$ . Chọn ngẫu nhiên một hàm số  $f(x)$  thuộc  $F$ . Tính xác suất để đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục  $Ox$ .
- A.  $\frac{18}{21}$ .                                      B.  $\frac{19}{20}$ .                                      C.  $\frac{9}{10}$ .                                      D.  $\frac{19}{21}$ .
- Câu 17:** Biết  $\frac{a}{b}$  là giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2020$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$ . Tính  $P = a + 2b$ .
- A. 6.                                      B. 5.                                      C. 8.                                      D. 7.
- Câu 18:** Cho hàm số  $y = x^3 - mx^2 - m^2x + 8$ . Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?
- A. 3.                                      B. 5.                                      C. 4.                                      D. 6.

- Câu 19:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 2$  có điểm cực đại  $x_{CD}$  và điểm cực tiểu  $x_{CT}$  thỏa mãn  $3x_{CD}^2 = 4x_{CT}$ ?
- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 4.
- Câu 20:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 9x - 2m^2 + 1$ . Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số đã cho có các điểm cực trị là  $x_1; x_2$  sao cho  $|x_1 - x_2| = 2$ ?
- A.  $m = 1$ .                                      B.  $m = -3$ .                                      C.  $\begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$ .                                      D.  $m \in \emptyset$ .
- Câu 21:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx + 1$  (1) và điểm  $A(2; 3)$ . Biết  $m$  là một giá trị để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị  $B$  và  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Diện tích tam giác  $ABC$  bằng
- A. 6.                                      B.  $2\sqrt{2}$ .                                      C. 3.                                      D.  $\sqrt{2}$ .
- Câu 22:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$  có hai điểm cực trị  $A, B$  và  $OA + OB$  đạt giá trị nhỏ nhất?
- A. Vô số.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 1.
- Câu 23:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực  $m$  để hàm số đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + 2mx_2 - 3m^2 + m - 5 \leq 0$ ?
- A. 9.                                      B. 3.                                      C. 7.                                      D. 4.
- Câu 24:** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$  có điểm cực đại và cực tiểu cùng với gốc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại  $O$ . Tích tất cả các giá trị của tập  $S$  bằng
- A. -1.                                      B.  $-\frac{3}{2}$ .                                      C.  $\frac{3}{2}$ .                                      D. 1.
- Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + x_2 + x_1x_2 = 3$
- A.  $m = -4$ .                                      B.  $m = 2$ .  
C.  $m = 3$ .                                      D. Không có giá trị  $m$ .
- Câu 26:** Biết  $m_0$  là giá trị tham số  $m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$ . Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A.  $m_0 \in (-7; -1)$ .                                      B.  $m_0 \in (7; 10)$ .                                      C.  $m_0 \in (-1; 7)$ .                                      D.  $m_0 \in (-15; -7)$ .
- Câu 27:** Cho hàm số  $y = (m-3)x^3 + 2(m^2 - m - 1)x^2 + (m+4)x - 1$ . Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục  $Oy$ . Tổng các phần tử của  $S$  là
- A. -3.                                      B. -4.                                      C. 0.                                      D. -2.

**Câu 28:** Biết rằng  $m_0 = \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{a}{b}$  tối giản là giá trị của tham số  $m$  để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m-1)x^2 + (3m-2)x + 1 \text{ có 2 điểm cực trị trái dấu } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } \frac{1}{x_1} - 2 = \left| \frac{1}{x_2} \right|.$$

Tính tổng  $S = a + 2b$ ?

- A. 13.                                      B. 8.                                      C. 11.                                      D. -11.

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + m$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  $A, B$  sao cho tam giác  $AOB$  là tam giác cân tại  $O$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho luôn có hai điểm cực trị.

Gọi  $A(0; m)$ ;  $B(2; m-4)$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Tam giác  $AOB$  cân tại  $O$  khi và chỉ khi  $OA = OB$  hay  $OA^2 = OB^2$ .

$$\text{Mà } \overrightarrow{OA} (0; m); \overrightarrow{OB} (2; m-4). \text{ Từ đó suy ra } m^2 = 2^2 + (m-4)^2 \Leftrightarrow 20 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}.$$

Vậy  $m = \frac{5}{2}$  là giá trị cần tìm.

**Câu 30:** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + \frac{1}{6}$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + 2x_2 = 1$ .

- A.  $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases}$                                       B.  $1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}$ .  
C.  $m \in \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}$ .                                      D.  $m = 2$ .

**Câu 31:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - (5m^2 - 3m - 1)x^2 + (2m + 1)x + 1$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho  $A, B$  cách đều đường thẳng  $x - 1 = 0$ ?

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 0.

**Câu 32:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - (5m^2 - 3m - 1)x^2 + (2m + 1)x + 1$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho  $A, B$  cách đều đường thẳng  $x - 1 = 0$ ?

- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 0.

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đối xứng nhau qua đường phân giác ( $d$ ) của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

**A.** 1

**B.** 4

**C.** 2.

**D.** 3

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đối xứng nhau qua đường phân giác ( $d$ ) của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

**A.** 1

**B.** 4

**C.** 2.

**D.** 3

## HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

**Câu 1:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 - m$ , với  $m$  là tham số. Gọi  $A, B$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và  $I(2; -2)$ . Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị thực của tham số  $m$  sao cho ba điểm  $I, A, B$  tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng  $\sqrt{5}$ . Tính tổng các phần tử của  $S$ .

A.  $\frac{20}{17}$ .

B.  $\frac{15}{17}$ .

C.  $\frac{3}{17}$ .

D.  $\frac{4}{17}$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6mx + 3m^2 - 3$ .

Vì  $\Delta' = 1 > 0$  nên hàm số luôn có hai cực trị với mọi  $m$ . Gọi  $A(m+1; -4m-2); B(m-1; -4m+2)$  suy ra  $AB = 2\sqrt{5}$  nên  $AB$  là đường kính đường tròn ngoại tiếp tam giác  $IAB$ .

Ta có  $\overrightarrow{IA} = (m-1; -4m); \overrightarrow{IB} = (m-3; -4m+4)$

$$\text{Vì } \overrightarrow{IA} \perp \overrightarrow{IB} \Rightarrow \overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IB} = 0 \Leftrightarrow (m-1)(m-3) - 4m(-4m+4) = 0 \Leftrightarrow 17m^2 - 20m + 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = \frac{3}{17} \end{cases}$$

Tổng các phần tử của  $S$  là  $\frac{20}{17}$ .

**Câu 2:** Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m + 1)x + 1$  đạt cực đại tại điểm  $x = 1$  khi

A.  $m = 1$ .

B.  $m = -1$ .

C.  $m = 1$  hoặc  $m = -1$ .

D.  $m = 2$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có  $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m + 1$  và  $y'' = 2x - 2m$

Hàm số đạt cực đại tại điểm  $x = 1$  khi và chỉ khi

$$\begin{cases} y'(1) = 0 \\ y''(1) < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 3m + 2 = 0 \\ 2 - 2m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow m = 2.$$

**Câu 3:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 - x + m + 1$ . Tìm các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là  $A, B$  thỏa  $x_A^2 + x_B^2 = 2$ .

A.  $m = 0$ .

B.  $m = 2$ .

C.  $m = \pm 1$ .

D.  $m = \pm 3$ .

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = x^2 - 2mx - 1$  (1).

Hàm số đã cho có hai điểm cực trị  $A, B \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 1 \cdot (-1) = m^2 + 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}$ .

Khi đó,  $x_A, x_B$  là hai nghiệm của tam thức (1).

$$\text{Suy ra } x_A + x_B = -\frac{b}{a} = 2m, x_A \cdot x_B = \frac{c}{a} = -1.$$

$$\text{Ta có } x_A^2 + x_B^2 = 2 \Leftrightarrow (x_A + x_B)^2 - 2x_A x_B = 2 \Leftrightarrow 4m^2 - 2(-1) = 2 \Leftrightarrow 4m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0.$$

Vậy,  $m = 0$  thỏa yêu cầu bài toán.

- Câu 4:** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị nguyên của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - (3m^2 - 1)x + m$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0$ . Số phần tử của  $S$  là
- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có:  $y' = x^2 - mx - 3m^2 + 1$ .

Hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{m}{2}x^2 - (3m^2 - 1)x + m$  đạt cực trị tại hai điểm  $x_1, x_2$  khi phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$ . Khi đó  $\Delta = m^2 - 4(-3m^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0$  (\*).

Theo định lí Vi-et ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$ .

$$\text{Do đó } x_1 x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4 = 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 1 + 2m + 4 = 0 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{5}{3} \end{cases}.$$

$$\text{Do điều kiện (*) nên giá trị của } m \text{ cần tìm là } \begin{cases} m = -1 \\ m = \frac{5}{3} \end{cases}.$$

Vậy tập hợp  $S$  có 2 phần tử.

- Câu 5:** Gọi  $m_1, m_2$  là các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$  có hai điểm cực trị là  $B, C$  sao cho tam giác  $OBC$  có diện tích bằng 2, với  $O$  là gốc tọa độ. Tính  $m_1 m_2$ .
- A. 6.                                      B. -15.                                      C. 12.                                      D. -20.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

$$y' = 6x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = m - 1 \\ x = 1; y = m - 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

|      |           |     |     |           |           |
|------|-----------|-----|-----|-----------|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | $0$ | $1$ | $+\infty$ |           |
| $y'$ | $+$       | $0$ | $-$ | $0$       | $+$       |
| $y$  |           |     |     |           | $+\infty$ |

$-\infty$

$\nearrow$

$m-1$

$\searrow$

$m-2$

$\nearrow$

$+\infty$

Vậy  $B(0; m-1)$ ,  $C(1; m-2)$ .

$$\overrightarrow{BC} = (1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{2}.$$

$(BC)$  đi qua  $B(0; m-1)$  và nhận  $\vec{n} = (1; 1)$  làm một vector pháp tuyến nên có phương trình

$$1(x-0) + 1(y-m+1) = 0 \Leftrightarrow x + y - m + 1 = 0.$$

$$d(O; BC) = \frac{|1-m|}{\sqrt{2}}.$$

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} d(O; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{|1-m|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 2 \Leftrightarrow |1-m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m=4 \\ 1-m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ m=5 \end{cases}.$$

Vậy  $m_1, m_2 = -15$ .

**Câu 6:** Cho biết hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + x_2^2 = 3$ . Khi đó

A.  $m \in (0; 1)$ .      B.  $m \in (2; 3)$ .      C.  $m \in (1; 2)$ .      D.  $m \leq -1$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

$$D = \mathbb{R}.$$

$y' = 3x^2 - 6x + m$ , hàm số có hai cực trị  $x_1, x_2$  khi và chỉ khi  $\Delta > 0 \Leftrightarrow 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$ .

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{m}{3} \end{cases} \text{ Mặt khác}$$

$$x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow 2^2 - \frac{2m}{3} = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2} (tm).$$

**Câu 7:** Tập tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 + (m-1)x + 2$  có hai điểm

cực trị nằm bên trái trục tung là:

A.  $(-\infty; 1)$ .      B.  $(1; 2)$ .      C.  $(-\infty; 2)$ .      D.  $(1; +\infty)$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Ta có: } y' = x^2 + 2x + m - 1.$$



Đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị nằm bên trái trục tung khi và chỉ khi phương trình  $y' = 0$

$$\text{có hai nghiệm âm phân biệt} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - m + 1 > 0 \\ -2 < 0 \\ m - 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m < 2.$$

- Câu 8:** Biết rằng đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$  có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền  $\sqrt{7}$ . Hỏi có mấy giá trị của  $m$ ?
- A. 0.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y' = x^2 - mx + 1$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0.$$

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  $\Leftrightarrow$  phương trình có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 > 0$ . Khi đó, gọi các nghiệm của là  $x_1, x_2$  thì  $x_1, x_2$  chính là hoành độ hai điểm cực trị. Theo Viet ta có  $x_1 + x_2 = m; x_1 \cdot x_2 = 1$ .

$$\text{Theo bài ra ta có: } x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3.$$

Vậy có 2 giá trị của  $m$  thỏa mãn yêu cầu.

- Câu 9:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (2m^2 + 2m - 4)x - 2m^2 + 4$  có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành?
- A. 3.                                      B. 4.                                      C. 6.                                      D. 5.

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét phương trình hoành độ giao điểm:  $x^3 - (2m+1)x^2 + (2m^2 + 2m - 4)x - 2m^2 + 4 = 0$  (1).

$$\Leftrightarrow (x-1)(x^2 - 2mx + 2m^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ f(x) = x^2 - 2mx + 2m^2 - 4 = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Đồ thị hàm số  $y = x^3 - (2m+1)x^2 + (2m^2 + 2m - 4)x - 2m^2 + 4$  có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành khi và chỉ khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow (2) \text{ có 2 nghiệm phân biệt khác } 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = m^2 - (2m^2 - 4) > 0 \\ f(1) = 2m^2 - 2m - 3 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \neq \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \end{cases}$$

Vì  $m \in \mathbb{Z}$  nên  $m \in \{-1; 0; 1\}$ .

Vậy có 3 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn bài toán.

- Câu 10:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m-2)x^2 - 9x + 1$ , với  $m$  là tham số. Gọi  $x_1, x_2$  là các điểm cực trị của hàm số đã cho thì giá trị nhỏ nhất của biểu thức  $|9x_1 - 25x_2|$  bằng
- A. 15.                                      B. 90.                                      C. 450.                                      D. 45.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$+ y' = x^2 - 2(m-2)x - 9; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m-2)x - 9 = 0.$$

+ Có  $\Delta' = (m-2)^2 + 9 > 0, \forall m$  nên hàm số có hai cực trị.

$$\text{Theo định lý Vi-et: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-2) \\ x_1 \cdot x_2 = -9 \end{cases}.$$

Khi đó  $x_1, x_2$  trái dấu.

$$+ \text{ Nếu } x_1 > 0 \text{ thì } |9x_1 - 25x_2| = \left| 9x_1 - 25 \cdot \left( -\frac{9}{x_1} \right) \right| = \left| 9x_1 + \frac{225}{x_1} \right| \geq \left| 2 \cdot \sqrt{9x_1 \cdot \frac{225}{x_1}} \right| = 90$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } 9x_1 = \frac{225}{x_1} \Leftrightarrow x_1^2 = 25 \Leftrightarrow x_1 = 5.$$

+ Nếu  $x_1 < 0$  thì  $-x_1 > 0$ , khi đó

$$|9x_1 - 25x_2| = \left| 9x_1 - 25 \cdot \left( -\frac{9}{x_1} \right) \right| = \left| 9(-x_1) + \frac{225}{-x_1} \right| \geq \left| 2 \cdot \sqrt{9(-x_1) \cdot \frac{225}{(-x_1)}} \right| = 90$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi } 9x_1 = \frac{225}{x_1} \Leftrightarrow x_1^2 = 25 \Leftrightarrow x_1 = -5.$$

Vậy GTNN  $|9x_1 - 25x_2|$  là 90. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi  $x_1 = \pm 5$ .

**Câu 11:** Cho hàm số  $y = x^3 - mx^2 - m^2x + 8$ . Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

**Lời giải**

**Chọn C**

$$\text{Ta có: } y' = 3x^2 - 2mx - m^2, y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = -\frac{m}{3} \end{cases}.$$

Để hàm số có hai điểm cực trị thì  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $\Leftrightarrow m \neq 0$ .

Trường hợp 1:  $m > 0 \Rightarrow y_{ct} = y(m) = -m^3 + 8 > 0 \Leftrightarrow m < 2$ . Vậy  $0 < m < 2 \Rightarrow$  có 1 giá trị nguyên  $m = 1$ .

Trường hợp 2:  $m < 0 \Rightarrow y_{ct} = y\left(-\frac{m}{3}\right) = \frac{5}{27}m^3 + 8 > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{6}{\sqrt[3]{5}}$ . Vậy  $-\frac{6}{\sqrt[3]{5}} < m < 0 \Rightarrow$  có 3 giá trị nguyên của  $m$  là  $\{-3; -2; -1\}$ .

Vậy tổng số có 4 giá trị nguyên của  $m$ .

**Câu 12:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 2$  có điểm cực đại  $x_{CD}$  và điểm cực tiểu  $x_{CT}$  thỏa mãn  $3x_{CD}^2 = 4x_{CT}$ ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 2 \Rightarrow y' = x^2 - (3m+2)x + (2m^2+3m+1)$  có

$$\Delta = m^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \text{ nên } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m+1 \\ x = m+1 \end{cases}.$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi  $m \neq 0$ .

**Trường hợp 1:**  $x_{CD} = 2m+1; x_{CT} = m+1$ .

Do  $a = \frac{1}{3} > 0$  nên suy ra  $x_{CD} < x_{CT} \Leftrightarrow 2m+1 < m+1 \Leftrightarrow m < 0$ .

$$\text{Lại có } 3x_{CD}^2 = 4x_{CT} \Leftrightarrow 3(2m+1)^2 = 4(m+1) \Leftrightarrow 12m^2 + 8m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{6}.$$

Với điều kiện  $m < 0 \Rightarrow m = \frac{-2 - \sqrt{7}}{6}$  thỏa mãn.

**Trường hợp 2:**  $x_{CD} = m+1; x_{CT} = 2m+1$

Do  $a = \frac{1}{3} > 0$  nên suy ra  $x_{CD} < x_{CT} \Leftrightarrow m+1 < 2m+1 \Leftrightarrow m > 0$ .

$$\text{Lại có } 3x_{CD}^2 = 4x_{CT} \Leftrightarrow 3(m+1)^2 = 4(2m+1) \Leftrightarrow 3m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Với điều kiện  $m > 0 \Rightarrow m = 1$  thỏa mãn.

Kết luận: vậy có 2 giá trị thực của tham số  $m$  thỏa mãn.

**Câu 13:** Gọi  $m_1, m_2$  là các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$  có hai điểm cực trị là  $B, C$  sao cho tam giác  $OBC$  có diện tích bằng 2, với  $O$  là gốc tọa độ. Tính  $m_1.m_2$ .

A. 6.

B. -15.

C. 12.

D. -20.

**Lời giải**

**Chọn B**

Hàm số xác định với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

$$y' = 6x^2 - 6x.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0; y = m-1 \\ x = 1; y = m-2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

|      |           |   |   |           |
|------|-----------|---|---|-----------|
| $x$  | $-\infty$ | 0 | 1 | $+\infty$ |
| $y'$ |           | + | 0 | - 0 +     |
| $y$  |           |   |   | $+\infty$ |

$m-1$        $m-2$   
 $-\infty$

Vậy  $B(0; m-1), C(1; m-2)$ .

$$\overrightarrow{BC} = (1; -1) \Rightarrow BC = \sqrt{2}.$$

$(BC)$  đi qua  $B(0; m-1)$  và nhận  $\vec{n} = (1; 1)$  làm một vectơ pháp tuyến nên có phương trình

$$1(x-0)+1(y-m+1)=0 \Leftrightarrow x+y-m+1=0.$$

$$d(O; BC) = \frac{|1-m|}{\sqrt{2}}.$$

$$S_{OBC} = \frac{1}{2} d(O; BC) \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot \frac{|1-m|}{\sqrt{2}} \cdot \sqrt{2} = 2 \Leftrightarrow |1-m| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-m=4 \\ 1-m=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-3 \\ m=5 \end{cases}.$$

Vậy  $m_1, m_2 = -15$ .

**Câu 14:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+2)x^2 + (m^2 + 4m + 3)x + 6m + 9$ . Tìm giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số (C) có cực đại tại  $x_1$ , đạt cực tiểu tại  $x_2$  sao cho  $x_1^2 = 2x_2$ .

- A.  $m = 4$ .                      B.  $m = -2$ .                      C.  $\begin{cases} m = 4 \\ m = -2 \end{cases}$ .                      D.  $m = \pm\sqrt{5}$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = x^2 - 2(m+2)x + m^2 + 4m + 3.$$

Hàm số đạt cực đại tại  $x_1$ , đạt cực tiểu tại  $x_2$  khi và chỉ khi

$$\Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+2)^2 - (m^2 + 4m + 3) > 0 \Leftrightarrow 1 > 0, \forall m \in \mathbb{R}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m+3 \\ x = m+1 \end{cases}.$$

$$\text{Theo đề bài ta có: } x_1^2 = 2x_2 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 2(m+3) \Leftrightarrow m^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\sqrt{5} \\ m = \sqrt{5} \end{cases}.$$

**Câu 15:** Hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa  $x_1^2 + x_2^2 = 3$  khi

- A.  $m = \frac{1}{2}$ .                      B.  $m = \frac{3}{2}$ .                      C.  $m = -2$ .                      D.  $m = 1$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

$$\text{Hàm số } y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$$

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ .

$$y' = 3x^2 - 6x + m, (a = 3, b = -6, c = m, \Delta = 36 - 12m).$$

Để hàm số có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thì  $\Delta > 0 \Leftrightarrow m < 3$ .

$$\text{Theo đề bài } x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 4 - \frac{2}{3}m = 3 \Leftrightarrow m = \frac{3}{2}. \text{ (nhận)}$$

**Người làm: Hoàng Tuấn Anh**

**Email:** hoangtuananhgvtoan@gmail.com

**Câu 16:** Cho  $A = \{n \in \mathbb{Z} | 0 \leq n \leq 20\}$  và  $F$  là tập hợp các hàm số  $f(x) = x^3 + (2m^2 - 5)x^2 + 6x - 8m^2$  có  $m \in A$ . Chọn ngẫu nhiên một hàm số  $f(x)$  thuộc  $F$ . Tính xác suất để đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục  $Ox$ .

A.  $\frac{18}{21}$ .

B.  $\frac{19}{20}$ .

C.  $\frac{9}{10}$ .

D.  $\frac{19}{21}$ .

**Lời giải****Chọn D**+ Không gian mẫu  $|\Omega| = 21$ 

+ Ta có:  $f(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x^2 + (2m^2 - 3)x + 4m^2 = 0(*) \end{cases}$

+ Đồ thị hàm số  $y = f(x)$  có hai điểm cực trị nằm khác phía đối với trục  $Ox$  $\Leftrightarrow (*)$  có hai nghiệm phân biệt khác 2

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \in A \\ (2m^2 - 3)^2 - 16m^2 > 0 \\ 2^2 + (2m^2 - 3) \cdot 2 + 4m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in A \\ m > \sqrt{\frac{7 + 2\sqrt{10}}{2}} \approx 2,58 \\ 0 \leq m < \sqrt{\frac{7 - 2\sqrt{10}}{2}} \approx 0,58 \\ \forall m \end{cases} \Rightarrow m \in \{0; 3; 4; \dots; 20\}$$

Vậy xác suất là:  $P = \frac{19}{21}$ .

**Câu 17:** Biết  $\frac{a}{b}$  là giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2020$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$ . Tính  $P = a + 2b$ .

A. 6.

B. 5.

C. 8.

D. 7.

**Lời giải**Xét hàm số  $y = 2x^3 - 3mx^2 - 6(3m^2 - 1)x + 2020$ , ta có  $y' = 6x^2 - 6mx - 6(3m^2 - 1)$ 

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx - 3m^2 + 1 = 0 \quad (1)$$

Hàm số có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  khi và chỉ khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta = (-m)^2 - 4(-3m^2 + 1) > 0 \Leftrightarrow 13m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{2}{\sqrt{13}} \text{ hoặc } m > \frac{2}{\sqrt{13}}.$$

$$\text{Khi đó, theo định lý Viet, ta có } \begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}.$$

Theo giả thiết,  $x_1x_2 + 2(x_1 + x_2) = 1$  nên  $-3m^2 + 1 + 2m = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0$ 

$$\Leftrightarrow m = 0 \text{ hoặc } m = \frac{2}{3}.$$

Suy ra  $a = 2, b = 3$ . Vậy  $P = a + 2b = 8$ .

**Câu 18:** Cho hàm số  $y = x^3 - mx^2 - m^2x + 8$ . Có bao nhiêu giá trị  $m$  nguyên để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành?

A. 3.

B. 5.

C. 4.

D. 6.

**Lời giải****Chọn C**

$$y' = 3x^2 - 2mx - m^2$$

$$\Delta' = m^2 + 3m^2 = 4m^2.$$

Do đó phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm là  $x_1 = \frac{m+2m}{3} = m$ ,  $x_2 = \frac{m-2m}{3} = -\frac{m}{3}$ .

Để hàm số có cực trị thì  $m \neq 0$

Trường hợp 1:  $m > 0$ , khi đó  $x_1 > x_2$ , hàm số đạt cực tiểu tại  $x_1 = m$ .

Để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành  $f(x_1) > 0$ .

$$\text{Hay } m^3 - m^3 - m^3 + 8 > 0 \Leftrightarrow 8 - m^3 > 0 \Leftrightarrow m < 2.$$

Kết hợp điều kiện ta được  $0 < m < 2$ . Do  $m$  nguyên nên  $m = 1$ .

Trường hợp 2:  $m < 0$ , khi đó  $x_1 < x_2$ , hàm số đạt cực tiểu tại  $x_2 = -\frac{m}{3}$ .

Để hàm số có điểm cực tiểu nằm hoàn toàn phía trên trục hoành  $f(x_2) > 0$ .

$$\text{Hay } -\frac{m^3}{27} - \frac{m^3}{9} + \frac{m^3}{3} + 8 > 0 \Leftrightarrow \frac{5}{27}m^3 + 8 > 0 \Leftrightarrow m > -\sqrt[3]{\frac{216}{5}}.$$

Kết hợp điều kiện ta được  $-\sqrt[3]{\frac{216}{5}} < m < 0$ . Do  $m$  nguyên nên  $m \in \{-3; -2; -1\}$ .

Vậy có 4 giá trị nguyên của  $m$  thỏa mãn đề bài.

**Câu 19:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 2$  có điểm cực đại  $x_{CD}$  và điểm cực tiểu  $x_{CT}$  thỏa mãn  $3x_{CD}^2 = 4x_{CT}$ ?

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(3m+2)x^2 + (2m^2+3m+1)x - 2 \Rightarrow y' = x^2 - (3m+2)x + (2m^2+3m+1)$  có

$$\Delta = m^2 \geq 0, \forall m \in \mathbb{R} \text{ nên } y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2m+1 \\ x = m+1 \end{cases}.$$

Hàm số có cực đại và cực tiểu khi và chỉ khi  $m \neq 0$ .

**Trường hợp 1:**  $x_{CD} = 2m+1; x_{CT} = m+1$ .

Do  $a = \frac{1}{3} > 0$  nên suy ra  $x_{CD} < x_{CT} \Leftrightarrow 2m+1 < m+1 \Leftrightarrow m < 0$ .

$$\text{Lại có } 3x_{CD}^2 = 4x_{CT} \Leftrightarrow 3(2m+1)^2 = 4(m+1) \Leftrightarrow 12m^2 + 8m - 1 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-2 \pm \sqrt{7}}{6}.$$

Với điều kiện  $m < 0 \Rightarrow m = \frac{-2 - \sqrt{7}}{6}$  thỏa mãn.

**Trường hợp 2:**  $x_{CD} = m+1; x_{CT} = 2m+1$

Do  $a = \frac{1}{3} > 0$  nên suy ra  $x_{CD} < x_{CT} \Leftrightarrow m+1 < 2m+1 \Leftrightarrow m > 0$ .

$$\text{Lại có } 3x_{CD}^2 = 4x_{CT} \Leftrightarrow 3(m+1)^2 = 4(2m+1) \Leftrightarrow 3m^2 - 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{1}{3} \end{cases}.$$

Với điều kiện  $m > 0 \Rightarrow m = 1$  thỏa mãn.

Kết luận: vậy có 2 giá trị thực của tham số  $m$  thỏa mãn.

**Câu 20:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 9x - 2m^2 + 1$ . Hãy tìm tất cả các giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số đã cho có các điểm cực trị là  $x_1; x_2$  sao cho  $|x_1 - x_2| = 2$ ?

A.  $m = 1$ .

B.  $m = -3$ .

C.  $\begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}$ .

D.  $m \in \emptyset$ .

**Lời giải**

**Chọn C**

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Ta có:  $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 9$ .

Khi đó:  $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6(m+1)x + 9 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + 3 = 0$  (\*)

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt  $x_1; x_2$

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow (m+1)^2 - 3 > 0 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 + \sqrt{3} \\ m < -1 - \sqrt{3} \end{cases}$$

Theo định lý vi-et ta có:  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m+1) \\ x_1 x_2 = 3 \end{cases}$ .

Theo bài ra:  $|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^2 = 4$

$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 4 \Leftrightarrow 4(m+1)^2 - 4 \cdot 3 = 4 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = 1 \\ m = -3 \end{cases}.$$

**Câu 21:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx + 1$  (1) và điểm  $A(2;3)$ . Biết  $m$  là một giá trị để đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị  $B$  và  $C$  sao cho tam giác  $ABC$  cân tại  $A$ . Diện tích tam giác  $ABC$  bằng

A. 6.

B.  $2\sqrt{2}$ .

C. 3.

D.  $\sqrt{2}$ .

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có  $y' = 3x^2 - 3m$ .

Đồ thị hàm số (1) có hai điểm cực trị  $B$  và  $C$  khi và chỉ khi phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt, suy ra  $m > 0$ .

Khi đó, không giảm tổng quát suy ra  $B(\sqrt{m}; 1 - 2m\sqrt{m}); C(-\sqrt{m}; 2m\sqrt{m} + 1); A(2;3)$ .

Tam giác  $ABC$  cân tại  $A$  suy ra  $AB = AC$ .

$$\begin{aligned} AB^2 = AC^2 &\Leftrightarrow (\sqrt{m} - 2)^2 + (2 + 2m\sqrt{m})^2 = (\sqrt{m} + 2)^2 + (2 - 2m\sqrt{m})^2 \\ &\Leftrightarrow 8\sqrt{m} - 16m\sqrt{m} = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 & (\text{loại vì } m > 0) \\ m = \frac{1}{2} & (\text{thỏa mãn}) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Với } m = \frac{1}{2} \text{ thì } BC = \sqrt{(2\sqrt{m})^2 + (4m\sqrt{m})^2} = \sqrt{4m + 16m^3} = \sqrt{4 \cdot \frac{1}{2} + 16 \cdot \frac{1}{8}} = 2.$$

Thử lại thấy ba điểm  $A, B, C$  không thẳng hàng.

Gọi  $I$  là trung điểm của  $BC$ , suy ra  $I(0;1)$  và  $IA = \sqrt{2^2 + (3-1)^2} = 2\sqrt{2}$ .

Vậy diện tích tam giác  $ABC$  bằng  $\frac{1}{2}.IA.BC = \frac{1}{2}.2\sqrt{2}.2 = 2\sqrt{2}$ .

**Câu 22:** Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3 + m$  có hai điểm cực trị  $A, B$  và  $OA + OB$  đạt giá trị nhỏ nhất?

A. Vô số.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có  $y = (x - m)^3 - 3x + m \Rightarrow y' = 3(x - m)^2 - 3$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow (x - m)^2 = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m + 1 \\ x = m - 1 \end{cases}$$

Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị  $\Leftrightarrow y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow m + 1 \neq m - 1 \Leftrightarrow m \in \mathbb{R}.$$

$$\text{Với } x = m + 1 \Rightarrow y = 1 - 3(m + 1) + m = -2m - 2 \Rightarrow A(m + 1; -2m - 2).$$

$$\text{Với } x = m - 1 \Rightarrow y = -1 - 3(m - 1) + m = -2m + 2 \Rightarrow B(m - 1; -2m + 2).$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } OA + OB &= \sqrt{(m + 1)^2 + (-2m - 2)^2} + \sqrt{(m - 1)^2 + (-2m + 2)^2} \\ &= \sqrt{5m^2 + 10m + 5} + \sqrt{5m^2 - 10m + 5} \\ &= \sqrt{5}|m + 1| + \sqrt{5}|-m + 1| \geq \sqrt{5}.|(m + 1) + (-m + 1)| = 2\sqrt{5} \Rightarrow (OA + OB)_{\min} = 2\sqrt{5}. \end{aligned}$$

$$\text{Dấu "=" xảy ra } \Leftrightarrow (m + 1)(-m + 1) \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq m \leq 1 \Rightarrow m \in \{0; \pm 1\}.$$

**Câu 23:** Cho hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x + 1$ . Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số thực  $m$

để hàm số đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1^2 + 2mx_2 - 3m^2 + m - 5 \leq 0$ ?

A. 9.

B. 3.

C. 7.

D. 4.

**Lời giải**

**Chọn B**

Ta có:  $y' = x^2 - 2mx + m^2 - m - 1$ .

Hàm số đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  khi và chỉ khi phương trình  $y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' = m + 1 > 0 \Leftrightarrow m > -1. (*)$$

$$\text{Khi đó } \begin{cases} x_1 + x_2 = 2m \\ x_1.x_2 = m^2 - m - 1 \end{cases}$$

$$\text{Theo đề bài: } x_1^2 + 2mx_2 - 3m^2 + m - 5 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 - 3m^2 + m - 5 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2 - 3m^2 + m - 5 \leq 0$$



$$\Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 - 3m^2 + m - 5 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - m^2 + m + 1 - 3m^2 + m - 5 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 2m - 4 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq 2.$$

Kết hợp với (\*) ta được  $-1 < m \leq 2$ .

Do  $m$  nguyên nên  $m \in \{0, 1, 2\}$ .

Vậy có 3 giá trị  $m$  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**Câu 24:** Gọi  $S$  là tập hợp các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = -x^3 + 3x^2 + 3(m^2 - 1)x - 3m^2 - 1$  có điểm cực đại và cực tiểu cùng với gốc tọa độ tạo thành tam giác vuông tại  $O$ . Tích tất cả các giá trị của tập  $S$  bằng

- A. -1.                      B.  $-\frac{3}{2}$ .                      C.  $\frac{3}{2}$ .                      D. 1.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = -3x^2 + 6x + 3m^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + m^2 - 1 = 0$  (1)

Để hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt, nên  $\Delta' = m^2 > 0$  suy ra  $m \neq 0$ .

Dễ thấy (1) có hai nghiệm  $x_1 = 1 - m$  và  $x_2 = 1 + m$  nên  $A(1 - m; -2 - 2m^3)$  và  $B(1 + m; -2 + 2m^3)$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số

Tam giác  $OAB$  vuông ở  $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow (1 - m)(1 + m) + (-2 - 2m^3)(-2 + 2m^3) = 0$   
 $\Leftrightarrow 1 - m^2 + 4(1 - m^6) = 0 \Leftrightarrow (1 - m^2)(4m^4 + 4m + 5) = 0 \Leftrightarrow m^2 = 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$ .

Do đó tích các giá trị thỏa mãn của  $m$  bằng -1.

**Câu 25:** Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa

mãn  $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 3$

- A.  $m = -4$ .                      B.  $m = 2$ .  
 C.  $m = 3$ .                      D. Không có giá trị  $m$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Ta có:  $y' = x^2 - mx + 1$

Để hàm số đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thì phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty) \quad (1)$$

Khi đó, phương trình (1) có hai nghiệm  $x_1, x_2$ .

theo hệ thức viét  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 \cdot x_2 = 1 \end{cases}$ .

Theo bài ra ta có:  $x_1 + x_2 + x_1 x_2 = 3 \Leftrightarrow m + 1 = 3 \Leftrightarrow m = 2 \quad (2)$ .

Từ (1) và (2) suy ra không có giá trị  $m$  nào thỏa mãn yêu cầu bài toán

**Câu 26:** Biết  $m_0$  là giá trị tham số

$m$  để hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$  có hai điểm cực trị  $x_1, x_2$  sao cho  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$ .

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A.  $m_0 \in (-7; -1)$ .      B.  $m_0 \in (7; 10)$ .      C.  $m_0 \in (-1; 7)$ .      D.  $m_0 \in (-15; -7)$ .

**Lời giải**

**Chọn D**

Để hàm số có 2 điểm cực trị thì  $y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0 \text{ có 2 nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow \Delta = 36 - 12m > 0 \Leftrightarrow m < 3$$

Theo bài ra:  $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1x_2 = 13 \quad [*]$ .

Mà theo định lý Viét ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{m}{3} \end{cases}$  thay vào  $[*]$  ta được:

$$4 - 3 \cdot \frac{m}{3} = 13 \Leftrightarrow m = -9 \quad (t/m).$$

**Câu 27:** Cho hàm số  $y = (m-3)x^3 + 2(m^2 - m - 1)x^2 + (m+4)x - 1$ . Gọi  $S$  là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của  $m$  để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục  $Oy$ . Tổng các phần tử của  $S$  là

- A. -3.      B. -4.      C. 0.      D. -2.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = 3(m-3)x^2 + 4(m^2 - m - 1)x + m + 4 = 0$ .

Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục  $Oy \Leftrightarrow$  Phương trình  $y' = 0$  có hai nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 < 0 < x_2 \Leftrightarrow 3(m-3)(m+4) < 0 \Leftrightarrow -4 < m < 3$ .

Kết hợp điều kiện  $m \in \mathbb{Z}$  ta được  $m \in \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\} \Rightarrow S = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$ .

Vậy tổng các phần tử của  $S$  là -3.

**Câu 28:** Biết rằng  $m_0 = \frac{a}{b}, a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$ ,  $\frac{a}{b}$  tối giản là giá trị của tham số  $m$  để hàm số

$$y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}(m-1)x^2 + (3m-2)x + 1 \text{ có 2 điểm cực trị trái dấu } x_1, x_2 \text{ thỏa mãn } \frac{1}{x_1} - 2 = \left| \frac{1}{x_2} \right|.$$

Tính tổng  $S = a + 2b$ ?

- A. 13.      B. 8.      C. 11.      D. -11.

**Lời giải**

**Chọn A**

Ta có  $y' = x^2 - (m-1)x + 3m - 2$

Hàm số có 2 điểm cực trị trái dấu  $x_1, x_2 \Leftrightarrow PT: y' = 0$  có hai nghiệm trái dấu  $x_1, x_2$

$$\Leftrightarrow 3m - 2 < 0 \Leftrightarrow m < \frac{2}{3} \quad (*).$$

Theo định lí Viet, ta có  $\begin{cases} x_1 + x_2 = m - 1 \\ x_1 x_2 = 3m - 2 \end{cases}$

Từ  $\frac{1}{x_1} - 2 = \left| \frac{1}{x_2} \right|$  suy ra  $\frac{1}{x_1} - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} > 2 \Leftrightarrow 0 < x_1 < \frac{1}{2} \Rightarrow x_2 < 0$ .

Ta có  $\frac{1}{x_1} - 2 = \left| \frac{1}{x_2} \right| \Leftrightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 2 \Leftrightarrow x_1 + x_2 = 2x_1 x_2 \Leftrightarrow m - 1 = 6m - 4 \Leftrightarrow m = \frac{3}{5}$

Suy ra  $a = 3, b = 5 \Rightarrow S = a + 2b = 13$ .

**Câu 29:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3x^2 + m$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị  $A, B$  sao cho tam giác  $AOB$  là tam giác cân tại  $O$ .

**Lời giải**

Ta có  $y' = 3x^2 - 6x$ .

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

Suy ra đồ thị hàm số đã cho luôn có hai điểm cực trị.

Gọi  $A(0; m)$ ;  $B(2; m - 4)$  là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Tam giác  $AOB$  cân tại  $O$  khi và chỉ khi  $OA = OB$  hay  $OA^2 = OB^2$ .

Mà  $\overrightarrow{OA}(0; m)$ ;  $\overrightarrow{OB}(2; m - 4)$ . Từ đó suy ra  $m^2 = 2^2 + (m - 4)^2 \Leftrightarrow 20 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{5}{2}$ .

Vậy  $m = \frac{5}{2}$  là giá trị cần tìm.

**Câu 30:** Tìm các giá trị của tham số  $m$  để hàm số  $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m - 1)x^2 + 3(m - 2)x + \frac{1}{6}$  đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + 2x_2 = 1$ .

$$\text{A. } \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases} \quad \text{B. } 1 - \frac{\sqrt{6}}{2} < m < 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

$$\text{C. } m \in \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}. \quad \text{D. } m = 2.$$

**Lời giải**

**Chọn A**

Xét hàm số  $y = \frac{1}{3}mx^3 - (m - 1)x^2 + 3(m - 2)x + \frac{1}{6}$

Tập xác định  $D = \mathbb{R}$ ;  $y' = mx^2 - 2(m - 1)x + 3(m - 2)$

Hàm số đạt cực trị tại  $x_1, x_2 \Leftrightarrow y' = 0$  có 2 nghiệm phân biệt  $x_1, x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = (m - 1)^2 - m \cdot 3(m - 2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(1 - \frac{\sqrt{6}}{2}; 1 + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) \setminus \{0\}$$

Khi đó theo định lý Viet ta có 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \cdot \text{Mà } x_1 + 2x_2 = 1$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 1 - 2x_2 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m} \\ (1 - 2x_2) \cdot x_2 = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_2 = \frac{2-m}{m} \\ \left(1 - 2 \cdot \frac{2-m}{m}\right) \cdot \frac{2-m}{m} = \frac{3(m-2)}{m} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn)}$$

Vậy với  $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ m = 2 \end{cases}$  thì hàm số đã cho đạt cực trị tại  $x_1, x_2$  thỏa mãn  $x_1 + 2x_2 = 1$ .

- Câu 31:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - (5m^2 - 3m - 1)x^2 + (2m + 1)x + 1$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho  $A, B$  cách đều đường thẳng  $x - 1 = 0$ ?
- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$y' = x^2 - 2(5m^2 - 3m - 1)x + 2m + 1$$

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - (5m^2 - 3m - 1)x^2 + (2m + 1)x + 1$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$

$$\Leftrightarrow y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt } \Leftrightarrow (5m^2 - 3m - 1)^2 - (2m + 1) > 0 \quad (1)$$

Giả sử  $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$  với  $x_1; x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình  $y' = 0$

$$A, B \text{ cách đều đường thẳng } x - 1 = 0 \Rightarrow |x_1 - 1| = |x_2 - 1| \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \quad (l) \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(5m^2 - 3m - 1) = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Thay vào (1) ta thấy  $m = -\frac{2}{5}$  thỏa yêu cầu

- Câu 32:** Có bao nhiêu giá trị thực của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - (5m^2 - 3m - 1)x^2 + (2m + 1)x + 1$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$  sao cho  $A, B$  cách đều đường thẳng  $x - 1 = 0$ ?
- A. 2.                                      B. 1.                                      C. 3.                                      D. 0.

**Lời giải**

**Chọn B**

$$y' = x^2 - 2(5m^2 - 3m - 1)x + 2m + 1$$

Đồ thị hàm số  $y = \frac{x^3}{3} - (5m^2 - 3m - 1)x^2 + (2m + 1)x + 1$  có hai điểm cực trị  $A$  và  $B$

$$\Leftrightarrow y' = 0 \text{ có hai nghiệm phân biệt} \Leftrightarrow (5m^2 - 3m - 1)^2 - (2m + 1) > 0 \quad (1)$$

Giả sử  $A(x_1; y_1)$ ,  $B(x_2; y_2)$  với  $x_1; x_2$  là hai nghiệm phân biệt của phương trình  $y' = 0$

$$A, B \text{ cách đều đường thẳng } x - 1 = 0 \Rightarrow |x_1 - 1| = |x_2 - 1| \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \quad (l) \\ x_1 + x_2 = 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(5m^2 - 3m - 1) = 2 \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ m = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Thay vào (1) ta thấy  $m = -\frac{2}{5}$  thỏa yêu cầu

**Câu 33:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đối xứng nhau qua đường phân giác  $(d)$  của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

A. 1

B. 4

C. 2.

D. 3

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 6mx$ . Hàm số có 2 cực trị khi  $m \neq 0$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4m^3 \\ x = 2m \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị là  $A(0; 4m^3)$ ,  $B(2m; 0)$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$

Các điểm cực trị này đối xứng nhau qua đường thẳng  $(d): y = x$  khi

$$\begin{cases} AB \perp (d) \\ I \in (d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{AB} \perp \overline{a_d} \\ I(m; 2m^3) \in (d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4m^3 = 0 \\ m - 2m^3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ m = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ thỏa mãn điều kiện}$$

Vậy có 2 giá trị của  $m$

**Câu 34:** Cho hàm số  $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ . Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số  $m$  để các điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số đối xứng nhau qua đường phân giác  $(d)$  của góc phần tư thứ nhất và thứ ba.

A. 1

B. 4

C. 2.

D. 3

**Lời giải**

**Chọn C**

Ta có: TXĐ:  $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 6mx$ . Hàm số có 2 cực trị khi  $m \neq 0$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 4m^3 \\ x = 2m \Rightarrow y = 0 \end{cases}$$

Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị là  $A(0; 4m^3)$ ,  $B(2m; 0)$ . Gọi  $I$  là trung điểm  $AB$

Các điểm cực trị này đối xứng nhau qua đường thẳng  $(d): y = x$  khi

$$\begin{cases} AB \perp (d) \\ I \in (d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{a_d} \\ I(m; 2m^3) \in (d) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2m - 4m^3 = 0 \\ m - 2m^3 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ m = -\frac{\sqrt{2}}{2} \end{cases} \text{ thỏa mãn điều kiện}$$

Vậy có 2 giá trị của  $m$