**Chương VII. BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN**

**Bài 1. DẤU CỦA TAM THỨC BẬC HAI  
A. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

**1. Tam thức bậc hai**

Đa thức bậc hai  với  là các hệ số,  và  là biến số được gọi là ***tam thức bậc hai.***

Khi đó ta gọi:

* Nghiệm của phương trình bậc hai  là ***nghiệm*** của .
* Biểu thức  và  là ***biệt thức*** và ***biệt thức thu gọn*** của .

Khi thay  bằng giá trị  vào , ta được , gọi là ***giá trị của tam thức bậc hai*** tại .

* Nếu  thì ta nói  dương tại ;
* Nếu  thi ta nói  âm tai ;
* Nếu  dương (âm) tại mọi điểm  thuộc một khoảng hoặc một đoạn thì ta nói  dương (âm) trên khoảng hoặc đoạn đó.

**2. Dấu của tam thức bậc hai**

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  | |  | |  | |
|  |  | |  | |  | |
|  |  |  | |  | |
|  |  |  | |  | |

+  với mọi  khi và chỉ khi  và .

+  với mọi  khi và chỉ khi  và .

+  với mọi  khi và chỉ khi  và .

+  với mọi  khi và chỉ khi  và .

+  không đỗi dấu trên  khi và chỉ khi .

**B. BÀI TẬP MẪU**

**Bài 1.** Cho tam thức bậc hai .  
a) Tính biệt thức và nghiệm (nếu có) của .  
b) Xác định dấu của  tại  và .

***Giải***

a) Biệt thức của  là .

Xét phương trình  hay , ta có  hoặc .

Vậy nghiệm của  là  hoặc .

b) , nên  âm tại .

, nên  dương tại .

**Bài 2.** Tìm các giá trị của tham số  để biểu thức  là một tam thức bậc hai có  là một nghiệm.

***Giải***

Ta có  là tam thức bậc hai khi và chỉ khi và .

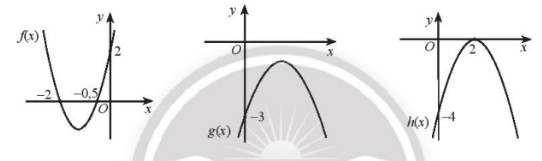
Mặt khác , là một nghiệm của  khi và chỉ khi 

Hay tức là .

Do đó  (loại) hoặc  (nhận). Vậy .

**Bài 3**. Dựa vào đồ thị các hàm số bậc hai được cho trong hình dưới đây , xét dấu của tam thức bậc hai tương ứng:

a) ; b) ; c) 



**Giải**

a)  trên khoảng  và .

trên khoảng .

b) với mọi .

c) với mọi .

**Bài 4.** Xét dấu các tam thức bậc hai sau.

a)  ;

b) ;

c) ;

**Giải**

a) có  và . Do đó dương với mọi .

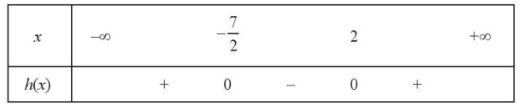
b)  có , nghiệm kép là và .

Vậy với mọi 

c) có , hai nghiệm phân biệt 

Và 

Ta có bảng xét dấu  như sau



Vậy dương trong hai khoảng và ; âm trong khoảng .

**Bài 5**. Cho biểu thức , trong đó  là tham số. Tìm các giá trị của  để

a)  là một tam thức bậc hai dương với mọi .

b)  là một tam thức bậc hai không đổi dấu với mọi .

**Giải**

a)  là một tam thức bậc hai dương với mọi  khi và chỉ khi  và .

 khi và chỉ khi 

 khi và chỉ khi .

Vậy không có giá trị nào của  thỏa mãn bài toán.

b)  là một tam thức bậc hai không đổi dấu với mọi  khi và chỉ khi  và . Vậy .

**C. BÀI TẬP**

**1.** Tính biệt thức và nghiệm (nếu có) của các tam thức bậc hai sau. Xác định dấu của chúng tại 

a) ;

b) ;

c) 

**2.** Tìm các giá trị của tham số  để:

a)  là một tam thức bậc hai;

b)  là một tam thức bậc hai có  là một nghiệm;

c)  dương tại .

**3.** Tìm các giá trị của tham số để

a)  là một tam thức bậc hai có một nghiệm duy nhất;

b) là một tam thức bậc hai có hai nghiệm phân biệt;

c)  là một tam thức bậc hai vô nghiệm.

**4.** Dựa vào đồ thị của các hàm số bậc hai được cho trong hình dưới đây, xét dấu của tam thức bậc hai tương ứng:

Diagram

Description automatically generated

**5.** Xét dấu các tam thức bậc hai sau:

a)  b) 

c)  d) 

e)  g) .

**6.** Tìm các giá trị của tham số  để

a)  là tam thức bậc hai không đổi dấu trên ;

b)  là tam thức bậc hai âm với mọi ;

c)  là tam thức bậc hai dương với mọi ;

d)  là tam thức bậc hai âm với mọi .

**7.** Chứng minh rằng:

a)  với mọi  ;

b)  với mọi  ;

c)  với mọi .

**8.** Xác định giá trị của các hệ số  và xét dấu của tam thức bậc hai  trong mỗi trường hợp sau:

a) Đồ thị của hàm số  đi qua ba điểm có tọa độ là ,  và ;

b) Đồ thị của hàm số  đi qua ba điểm có tọa độ là ,  và ;

c) ,  và .