|  |  |
| --- | --- |
| **SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **TỈNH NGHỆ AN**  **ĐỀ THI CHÍNH THỨC** | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI TỈNH**  **LỚP 9 THCS NĂM HỌC 2018-2019**  **Môn thi: TOÁN – BẢNG A**  Thời gian: 150 phút |

**Câu 1. (3,0 điểm)**

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 
2. Chứng minh rằng: chia hết cho 3 với mọi số nguyên dương n

**Câu 2. (6,5 điểm)**

1. Giải phương trình: 
2. Giải hệ phương trình: 

**Câu 3. (2,5 điểm)** Cho là các số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:



**Câu 4. (6,0 điểm)**

1. Cho tam giác nhọn nội tiếp đường tròn Gọi lần lượt là chân các đường cao kẻ từ 3 đỉnh của tam giác. Đường thẳng cắt đường tròn (O) tại điểm thứ nhất (M khác phía với O so với đường thẳng AB), đường thẳng cắt đường thẳng tại N. Chứng minh rằng:
2. 
3. 
4. Cho tam giác nhọn là điểm trong tam giác đó sao cho và Chứng minh 

**Câu 5. (2,0 điểm)** Trong hình vuông cạnh bằng 1 có 2019 điểm phân biệt. Chứng minh rằng tồn tại một hình tròn bán kính bằng nằm trong hình vuông đó mà không chứa điểm nào trong điểm đã cho.

**ĐÁP ÁN**

**Câu 1.**

1. Ta có: 

( không thỏa mãn phương trình )

Vì là các số nguyên nên là ước của 5.



Vậy phương trình có các nghiệm nguyên là 

1. Ta có: 

Đặt 

Do đó với mọi nguyên dương, ta có: 



**Câu 2.**

1. Điều kiện : 



Đặt , ta có:



Suy ra 

Vậy 

1. Hệ phương trình đã cho tương đương với:



Đặt Ta được hệ phương trình:



Đặt điều kiện Hệ trên trở thành:





Vậy hệ đã cho có hai nghiệm là 

**Câu 3.**

Ta có: 

Đặt 



Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có:



Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có:



Tương tự: 

Từ 2 bất đẳng thức trên ta có: 

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

Tương tự: 



Ta có: 

Vậy 

**Câu 4.**



****

1. Qua điểm A vẽ tiếp tuyến với đường tròn (O) suy ra 

Xét tứ giác có do đó tứ giác là tứ giác nội tiếp suy ra 

Mặt khác (góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung)

(góc nội tiếp ) do đó 

Từ (1) và (2) suy ra ở vị trí so le trong nên hay 

1. Đường thẳng cắt (O) tại điểm thứ 2 là cắt DF tại Q

là các đường cao của tam giác nên nội tiếp, do đó 

Mặt khác: 

Do đó: suy ra là tia phân giác của và 

Tứ giác nội tiếp suy ra tứ giác nội tiếp nên 

Do đó suy ra là tia phân giác của 



Do đó nên 

Từ (1) và (2) suy ra 



Dựng tam giác vuông cân tại D sao cho E thuộc nửa mặt phẳng có bờ không chứa C

Ta có: và 

Từ giả thiết: 



Mặt khác, Do đó 

(ĐPCM)

**Câu 5.**

Chia hình vuông đã cho thành 2025 hình vuông nhỏ có cạnh bằng nhau và bằng 

Gọi là các hình tròn nội tiếp các hình vuông nhỏ ở trên, chúng có bán kính bằng nhau và bằng 

Gọi lần lượt là các hình tròn đồng tâm với các hình tròn ở trên có bán kính là Khi đó, các hình tròn này nằm trong hình vuông và đôi một không có điểm chung (rời nhau)

Trong hình vuông đã cho có các hình tròn rời nhau và có 2019 điểm nên tồn tại một hình tròn trong các hình tròn này không chứa điểm nào trong 2019 điểm đã cho.