

ĐỀ THI MÔN TOÁN LỚP 8

Bài 1. (4 điểm)

- a) Chứng minh rằng tổng lập phương của ba số nguyên liên tiếp chia hết cho 9
- b) Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên n thì : $A = 5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1} : 59$

Bài 2. (4 điểm)

Phân tích các đa thức thành nhân tử:

- a) $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$
- b) $x^4 + 2011x^2 + 2010x + 2011$

Bài 3. (4 điểm)

- a) Cho $a + b = 2$ và $a^2 + b^2 = 20$. Tính giá trị của biểu thức $M = a^3 + b^3$
- b) Cho $a + b + c = 0$ và $a^2 + b^2 + c^2 = 14$. Tính giá trị của biểu thức $N = a^4 + b^4 + c^4$

Bài 4. (4 điểm)

Cho hình thang cân $ABCD$ có $\angle ACD = 60^\circ$, O là giao điểm của hai đường chéo.
Gọi E, F, G theo thứ tự là trung điểm của OA, OD, BC . Tam giác EFG là tam giác gì ?
Vì sao?

Bài 5. (4 điểm)

Cho hình bình hành $ABCD$ có E, F thứ tự là trung điểm của AB, CD .

- a) Chứng minh rằng các đường thẳng AC, BD, EF đồng quy
- b) Gọi giao điểm của AC với DE và BF theo thứ tự là M và N . Chứng minh rằng $EMFN$ là hình bình hành

ĐÁP ÁN

Bài 1.

a) Ta phải chứng minh : $A = n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3 \vdots 9$ với $n \in \mathbb{Z}$

$$\begin{aligned}A &= n^3 + n^3 + 3n^2 + 3n + 1 + n^3 + 6n^2 + 12n + 8 \\&= 3n^3 + 9n^2 + 15n + 9 \\&= 3n^3 - 3n + 9n^2 + 18n + 9 \\&= 3n(n-1)(n+1) + 9(n^2 + 2n + 1)\end{aligned}$$

Nhận thấy $n(n-1)(n+1) \vdots 3 \Rightarrow 3n(n-1)(n+1) \vdots 9$ và $9(n^2 + 2n + 1) \vdots 9$
Vậy $A \vdots 9$

b) $5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1} = 25.5^n + 26.5^n + 8.8^{2n}$

$$\begin{aligned}&= 5^n(59 - 8) + 8.64^n = 59.5^n + 8(64^n - 5^n) \\&59.5^n \vdots 59 \text{ và } 8.(64^n - 5^n) \vdots (64 - 5) = 59 \\&\text{Vậy } 5^{n+2} + 26.5^n + 8^{2n+1} \vdots 59\end{aligned}$$

Bài 2.

$$\begin{aligned}a / x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) + z^3 - 3xyz \\&= (x+y+z)^3 - 3z(x+y)(x+y+z) - 3xy(x+y+z) \\&= (x+y+z) \left[(x+y+z)^2 - 3z(x+y) - 3xy \right] \\&= (x+y+z) \left[x^2 + y^2 + z^2 + 2xy + 2yz + 2xz - 3zx - 3zy - 3xy \right] \\&= (x+y+z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}b / x^4 + 2011x^2 + 2010x + 2011 \\&= x^4 + x^3 + x^2 + 2010x^2 + 2010x + 2010 - x^3 + 1 \\&= x^2(x^2 + x + 1) + 2010(x^2 + x + 1) - (x-1)(x^2 + x + 1) \\&= (x^2 + x + 1)(x^2 + 2010 - x + 1) \\&= (x^2 + x + 1)(x^2 - x + 2011)\end{aligned}$$

Bài 3.

a) Từ $a^2 + b^2 = 20 \Rightarrow (a + b)^2 - 2ab = 20 \Rightarrow ab = -8$
 $M = a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 2^3 - 3(-8).2 = 56$

b) Từ $a^2 + b^2 + c^2 = 14 \Rightarrow (a^2 + b^2 + c^2)^2 = 196$
 $\Rightarrow a^4 + b^4 + c^4 = 196 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2)$

Ta lại có: $a + b + c = 0 \Rightarrow (a + b + c)^2 = 0$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) = 0$$

$$\Rightarrow ab + bc + ca = -7$$

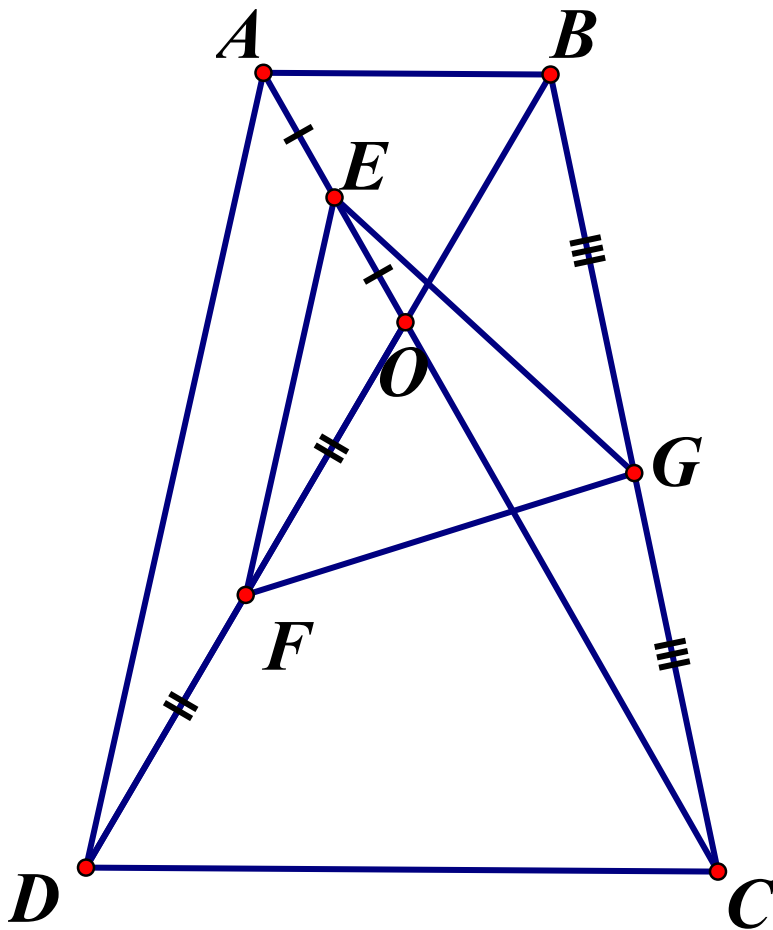
$$\Rightarrow (ab + bc + ca)^2 = 49$$

$$\Rightarrow a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 + 2abc(a + b + c) = 49$$

$$\Rightarrow a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = 49$$

Do đó: $N = a^4 + b^4 + c^4 = 196 - 2(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) = 196 - 2.49 = 98$

Bài 4.



Do $ABCD$ là hình thang cân và $\angle ACD = 60^\circ$ suy ra $\triangle OAB$ và $\triangle OCD$ là các tam giác đều
 Chứng minh $\triangle BFC$ vuông tại F

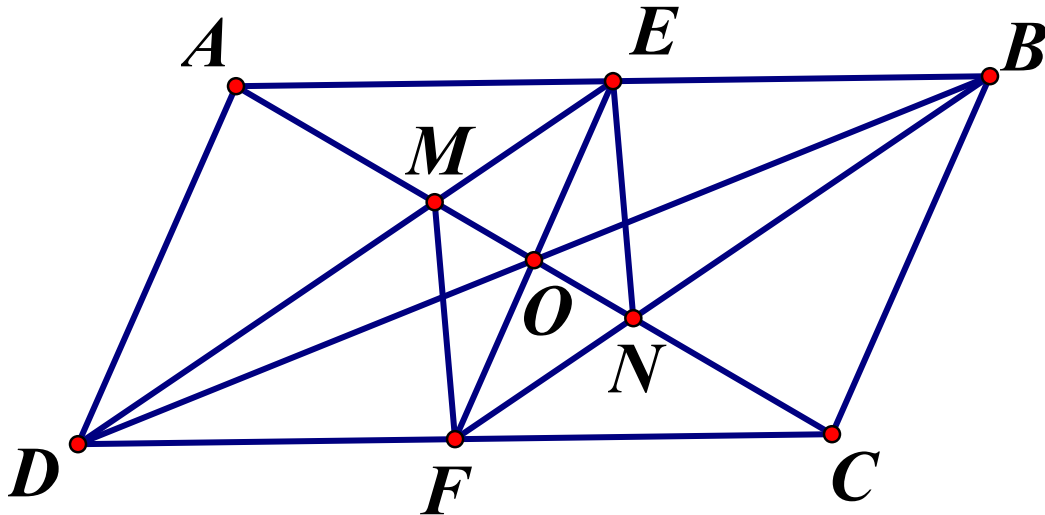
Xét $\triangle BFC$ vuông tại F có: $FG = \frac{1}{2}BC$

Chứng minh $\triangle BEC$ vuông tại E có $EG = \frac{1}{2}BC$

Xét EF là đường trung bình $\triangle AOD \Rightarrow EF = \frac{1}{2}AD \Rightarrow EF = \frac{1}{2}BC$ (ABCD hthang cân)

Suy ra $EF = EG = FG \Rightarrow \triangle EFG$ đều

Bài 5.



a)

Gọi O là giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $ABCD$, ta có O là trung điểm của BD .

Chứng minh $BEDF$ là hình bình hành

Có O là trung điểm của BD nên O cũng là trung điểm của EF

Vậy EF, BD, AC đồng quy tại O

b) Xét $\triangle ABD$ có M là trọng tâm, nên $OM = \frac{1}{3}OA$

Xét $\triangle BCD$ có N là trọng tâm, nên $ON = \frac{1}{3}OC$

Mà $OA = OC$ nên $OM = ON$

Tứ giác $EMFN$ có $OM = ON, OE = OF$ nên là hình bình hành