KIỂM TRA GIỮA HỌC KÌ II – MÔN TOÁN 11 – KNTT – NĂM HỌC 2023 – 2024
ĐỀ SỐ 02 – THỜI GIAN LÀM BÀI 90 PHÚT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

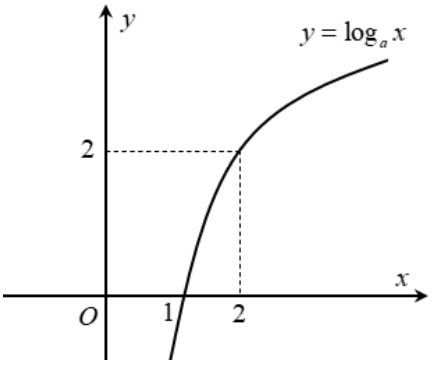
Câu 1. Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng:
A. 6. **B.** 81. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 2. Hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là
A. $[1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 3. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là
A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\frac{\pi}{3}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi B^2h$.

Câu 4. Cho $a>0$ thỏa mãn $\log a=7$. Giá trị của $\log(100a)$ bằng
A. 9. **B.** 700. **C.** 14. **D.** 7.

Câu 5. Tìm a để đồ thị hàm số $y=\log_a x(0<a\neq 1)$ có đồ thị là hình bên.



A. $a=\sqrt{2}$. **B.** $a=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $a=\frac{1}{2}$. **D.** $a=2$

Câu 6. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x-5}=27$ là
A. 0. **B.** –8. **C.** –2. **D.** 2.

Câu 7. Cho khối hộp chữ nhật có kích thước $2;4;6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng
A. 16. **B.** 12. **C.** 48. **D.** 8.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2(2-x)\le 1$.
A. $[0;+\infty)$. **B.** $[0;2]$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $[0;2)$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng
A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a,b và mặt phẳng (P), trong đó $a\perp(P)$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?
A. Nếu $b//a$ thì $b\perp(P)$. **B.** Nếu $b\subset(P)$ thì $b\perp a$.
C. Nếu $b//(P)$ thì $b\perp a$. **D.** Nếu $b//a$ thì $b//(P)$.

Câu 11. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $\tan\varphi=\sqrt{7}$. **B.** $\varphi=60^0$. **C.** $\varphi=45^0$. **D.** $\cos\varphi=\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho phương trình: $\log_2^2(x+1)-6\log_2\sqrt{x+1}+2=0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x>-1$.

b) Nếu đặt $t=\log_2(x+1)$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2-6t+2=0$.

c) Phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên dương.

d) Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng 6.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $SA\perp(ABC)$, $AB=BC=a$, $SA=a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)?

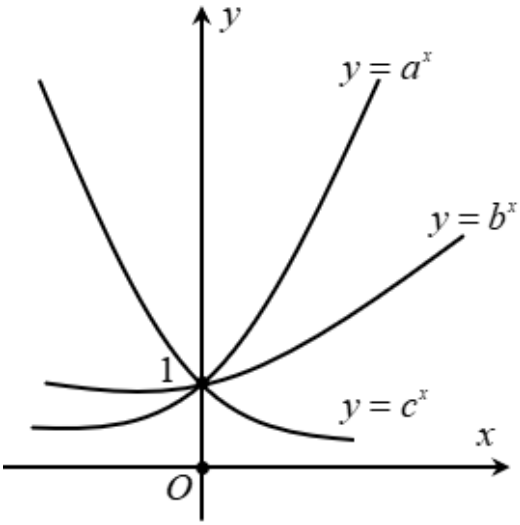
a) Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng SB.

b) Góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

c) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45^0.

Câu 15. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của các hàm số mũ $y=a^x$, $y=b^x$, $y=c^x$



a) Từ đồ thị, hàm số $y=a^x$ là hàm số nghịch biến.

b) Hàm số $y=c^x$ là hàm số nghịch biến nên $c<1$.

c) Hai hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a<b$.

d) Hai hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến và $y=c^x$ là hàm số nghịch biến nên ta suy ra được $a>b>1>c$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB=a\sqrt{3}$, góc giữa SC và (SAB) là $45°$ và $ASB=30°$.

a) Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng.

b) Tam giác SBC vuông cân tại C.

c) Hai đường thẳng AB và CB vuông góc với nhau.

d) Nếu gọi thể tích khối chóp $S.ABC$ là V thì tỷ số $\dfrac{a^3}{V}$ bằng $\dfrac{3}{8}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in (-2024;2024)$ để hàm số $y = \left(x^2 - 2x - m + 1\right)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

Câu 18. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(x-1) + \log_{2+\sqrt{3}}(11-2x) \geq 0$.

Câu 19. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t) = S(0).2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu (đơn vị: phút) kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC = a\sqrt{2}$ các cạnh còn lại đều bằng a. Tính góc giữa hai đường thẳng SB và AC (đơn vị: độ)

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD'

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 3 và đường chéo $AC = 3$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa (SCD) và đáy bằng $45°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ (đơn vị thể tích).

----------HẾT----------

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Giá trị của $27^{\frac{1}{3}}$ bằng

A. 6. **B.** 81. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$.

Câu 2. Hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Vì $\frac{1}{3}$ là số không nguyên nên hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi và chỉ khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Vậy hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{3}}$ có tập xác định là $(1;+\infty)$.

Câu 3. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng B và chiều cao bằng h là

A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \frac{\pi}{3}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi B^2 h$.

Lời giải

Chọn B

Ta có công thức $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 4. Cho $a>0$ thỏa mãn $\log a = 7$. Giá trị của $\log(100a)$ bằng

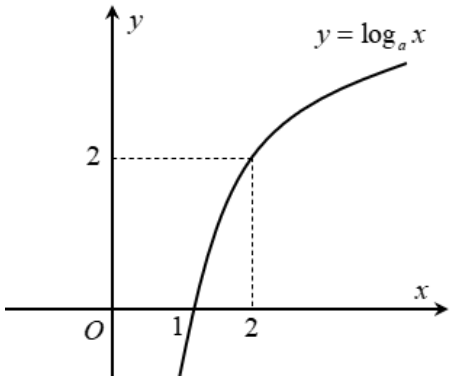
A. 9. **B.** 700. **C.** 14. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\log(100a) = \log 100 + \log a = 2 + \log a = 2 + 7 = 9$.

Câu 5. Tìm a để đồ thị hàm số $y = \log_a x (0 < a \neq 1)$ có đồ thị là hình bên.



A. $a = \sqrt{2}$. **B.** $a = \frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $a = \frac{1}{2}$. **D.** $a = 2$

Lời giải

Chọn A

Do đồ thị hàm số đi qua điểm $(2;2)$ nên $2 = \log_a 2 \Leftrightarrow a = \sqrt{2}$.

Câu 6. Tổng các nghiệm của phương trình $3^{x^2-2x-5} = 27$ là

A. 0. **B.** -8. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x^2-2x-5}=27\Leftrightarrow 3^{x^2-2x-5}=3^3\Leftrightarrow x^2-2x-8=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\x=4\end{array}\right.$.

Vậy $4+(-2)=2$.

Câu 7. Cho khối hộp chữ nhật có kích thước $2;4;6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 16. **B.** 12. **C.** 48. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối hộp là $V=2.4.6=48$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2(2-x)\le 1$.

A. $[0;+\infty)$. **B.** $[0;2]$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $[0;2)$.

Lời giải

Chọn B

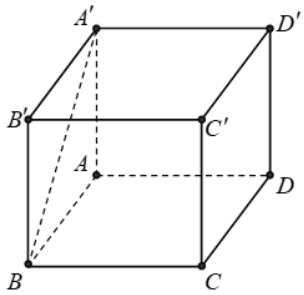
Tập xác định $D=(-\infty;2)$. Ta có: $\log_2(2-x)\le 1\Leftrightarrow 2-x\le 2\Leftrightarrow x\ge 0$. Vậy $S=[0;2)$.

Câu 9. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Chọn A



Vì $CD//AB$ nên $(BA',CD)=(BA',BA)=ABA'=45°$ (do $ABB'A'$ là hình vuông).

Câu 10. Cho hai đường thẳng phân biệt a,b và mặt phẳng (P), trong đó $a\perp(P)$. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu $b//a$ thì $b\perp(P)$. **B.** Nếu $b\subset(P)$ thì $b\perp a$.

C. Nếu $b//(P)$ thì $b\perp a$. **D.** Nếu $b//a$ thì $b//(P)$.

Lời giải

Chọn D

A. Đúng vì $\begin{cases}a\perp(P)\\a//b\end{cases}\Rightarrow b\perp(P)$ nên đáp án **D** sai.

B. Đúng vì $\begin{cases}a\perp(P)\\b\subset(P)\end{cases}\Rightarrow a\perp b$.

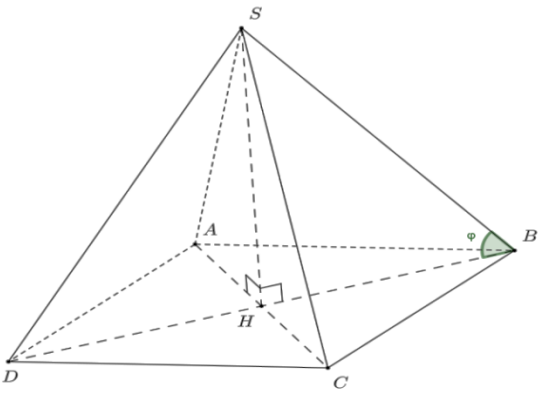
C. Đúng vì $\begin{cases}a\perp(P)\\b//(P)\end{cases}\Rightarrow b\perp a$.

Câu 11. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\tan\varphi=\sqrt{7}$. **B.** $\varphi=60^0$. **C.** $\varphi=45^0$. **D.** $\cos\varphi=\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $H = AB \cap CD \Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow \varphi = (SB, (ABCD)) = SAH$.

Xét tam giác SBH vuông tại H, có $BH = \dfrac{BD}{2} = \dfrac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$.

$\Rightarrow \cos\varphi = \dfrac{BH}{SB} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 12. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn B

Diện tích đáy $S_{ABCD} = a^2$.

Thể tích của khối chóp đã cho là $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}a\sqrt{2}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13. Cho phương trình: $\log_2^2(x+1) - 6\log_2\sqrt{x+1} + 2 = 0$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điều kiện xác định của phương trình là $x > -1$.

b) Nếu đặt $t = \log_2(x+1)$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 - 6t + 2 = 0$.

c) Phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên dương.

d) Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng 6.

Lời giải

Điều kiện: $x > -1$.

Ta có: $\log_2^2(x+1) - 6\log_2\sqrt{x+1} + 2 = 0 \Leftrightarrow \log_2^2(x+1) - 3\log_2(x+1) + 2 = 0$

Đặt $t = \log_2(x+1)$ thì phương trình trở thành $t^2 - 3t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

So với điều kiện thấy thỏa mãn. Vậy tổng các nghiệm là: $1 + 3 = 4$.

a) Đúng: Điều kiện xác định của phương trình là $x > -1$.

b) Sai: Nếu đặt $t = \log_2(x+1)$ thì phương trình đã cho trở thành $t^2 - 3t + 2 = 0$.

c) Đúng: Phương trình đã cho có hai nghiệm nguyên dương là $x = 1$ hoặc $x = 3$

d) Sai: Tổng các nghiệm của phương trình đã cho bằng 4.

Câu 14. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $SA \perp (ABC)$, $AB = BC = a$, $SA = a\sqrt{3}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)?

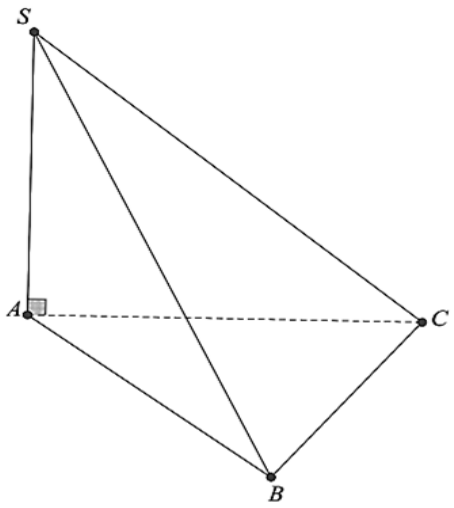
a) Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng SB.

b) Góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC).

c) Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45^0.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases} SA \perp BC \quad (do\ SA \perp (ABC)) \\ AB \perp BC \quad (gt) \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$

Xét 2 mặt phẳng (SBC) và (ABC) ta có: $\begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SB \perp BC, SB \subset (SBC) \\ AB \perp BC, AB \subset (ABC) \\ SB \cap AB = \{B\} \end{cases}$.

$\Rightarrow \left((SBA);(ABC) \right) = (SB, AB) = SBA$

Xét SAB tam giác vuông tại A, có $\tan SBA = \dfrac{SA}{AB} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60^0$.

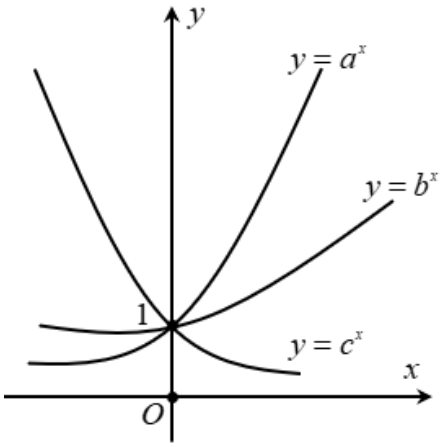
a) Đúng: Đường thẳng BC vuông góc với đường thẳng SB.

b) Đúng: Góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC)

c) Sai: Cosin góc tạo bởi hai đường thẳng SB và AB bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

d) Sai: Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) bằng 45^0.

Câu 15. Hình vẽ dưới đây là đồ thị của các hàm số mũ $y = a^x$, $y = b^x$, $y = c^x$



a) Từ đồ thị, hàm số $y=a^x$ là hàm số nghịch biến.

b) Hàm số $y=c^x$ là hàm số nghịch biến nên $c<1$.

c) Hai hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a<b$.

d) Hai hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến và $y=c^x$ là hàm số nghịch biến nên ta suy ra được $a>b>1>c$.

Lời giải

Từ đồ thị ta suy ra: Hai hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến và $y=c^x$ là hàm số nghịch biến.

Hai hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a,b>1$

Do $y=c^x$ là hàm số nghịch biến nên $c<1$.

Nếu lấy $x=m$ khi đó tồn tại $y_1,y_2>0$ để $\begin{cases}a^m=y_1\\b^m=y_2\end{cases}$. Dễ thấy $y_1>y_2$ nên $a>b$.

Vậy $a>b>1>c$

a) Sai: Từ đồ thị, hàm số $y=a^x$ là hàm số đồng biến.

b) Đúng: Hàm số $y=c^x$ là hàm số nghịch biến nên $c<1$.

c) Sai: Hai hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến nên $a>b$.

d) Đúng: Hai hàm số $y=a^x$ và $y=b^x$ là hai hàm số đồng biến và $y=c^x$ là hàm số nghịch biến nên ta suy ra được $a>b>1>c$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB=a\sqrt{3}$, góc giữa SC và (SAB) là $45°$ và $ASB=30°$.

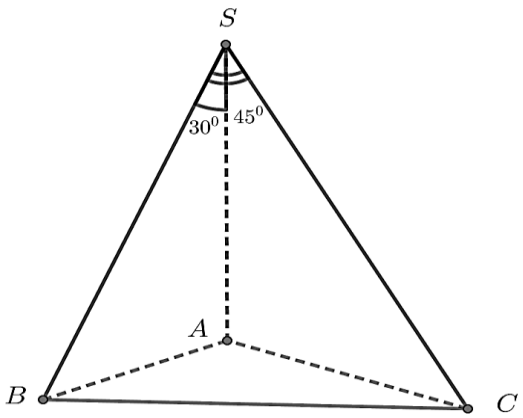
a) Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng.

b) Tam giác SBC vuông cân tại C.

c) Hai đường thẳng AB và CB vuông góc với nhau.

d) Nếu gọi thể tích khối chóp $S.ABC$ là V thì tỷ số $\dfrac{a^3}{V}$ bằng $\dfrac{3}{8}$.

Lời giải



Theo giả thiết, ΔSAB vuông tại A có $SB=a\sqrt{3}$, $ASB=30°$. Khi đó, $SA=SB.\cos 30°=\dfrac{3a}{2}$

và $AB=SB.\sin 30°=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Do $SA\perp(ABC)$ nên $(SAB)\perp(ABC)$. Vậy hai mặt phẳng (SBC) và (ABC) cùng vuông góc với (SAB) nên suy ra $BC\perp(SAB)\Rightarrow(SC,(SAB))=(SC,SB)=CSB=45°$.

Suy ra ΔSBC vuông cân tại $B\Rightarrow BC=SB=a\sqrt{3}$.

Mặt khác, $BC\perp(SAB)\Rightarrow CB\perp AB\Rightarrow\Delta ABC$ vuông tại B.

Khi đó, $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AB.BC=\frac{3a^2}{4}$ và $V=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}=\frac{3a^3}{8}$.

Vậy tỉ số $\frac{a^3}{V}=\frac{8}{3}$.

a) Đúng: Mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (ABC).

b) Sai: Tam giác SBC vuông cân tại B.

c) Đúng: Hai đường thẳng AB và CB vuông góc với nhau.

d) Sai: Nếu gọi thể tích khối chóp $S.ABC$ là V thì tỷ số $\frac{a^3}{V}$ bằng $\frac{8}{3}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 17. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in(-2024;2024)$ để hàm số $y=\left(x^2-2x-m+1\right)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}$?

Lời giải

Hàm số $y=\left(x^2-2x-m+1\right)^{\sqrt{7}}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\Leftrightarrow x^2-2x-m+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow m<(x+1)^2,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m<\min\limits_{x\in\mathbb{R}}(x+1)^2\Leftrightarrow m<0$

Mà $\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in(-2024;2024)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}m\in\mathbb{Z}\\ m\in(-2024;0)\end{cases}$ nên có **2023** giá trị m thỏa mãn yêu cầu.

Câu 18. Tìm số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{2-\sqrt{3}}(x-1)+\log_{2+\sqrt{3}}(11-2x)\ge 0$.

Lời giải

Điều kiện $1<x<\frac{11}{2}$.

Ta có $\log_{2-\sqrt{3}}(x-1)+\log_{2+\sqrt{3}}(11-2x)\ge 0$

$\Leftrightarrow\log_{2-\sqrt{3}}(x-1)+\log_{2-\sqrt{3}}\frac{1}{11-2x}\ge 0\Leftrightarrow\log_{2-\sqrt{3}}\left(\frac{x-1}{11-2x}\right)\ge 0\Leftrightarrow\frac{x-1}{11-2x}\le 1$

$\Leftrightarrow\frac{3x-12}{11-2x}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\le 4\\ x>\frac{11}{2}\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện suy ra $1<x\le 4$

Vậy bất phương trình có **3** nghiệm nguyên.

Câu 19. Số lượng của loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $S(t)=S(0).2^t$, trong đó $S(0)$ là số lượng vi khuẩn A ban đầu, $S(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu (đơn vị: phút) kể từ lúc ban đầu, số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con?

Lời giải

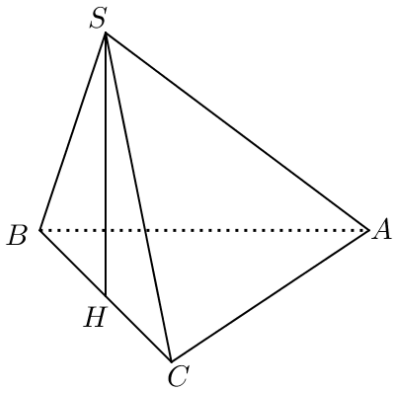
Vì sau 3 phút thì số lượng vi khuẩn A là 625 nghìn con

Khi đó ta có: $625000=S(0).2^3\Leftrightarrow S(0)=78125$ con.

Thời gian để số lượng vi khuẩn A là 10 triệu con là: $10000000=78125.2^t\Leftrightarrow t=7$ phút.

Câu 20. Cho hình chóp $S.ABC$ có $BC=a\sqrt{2}$ các cạnh còn lại đều bằng a. Tính góc giữa hai đường thẳng SB và AC (đơn vị: độ)

Lời giải



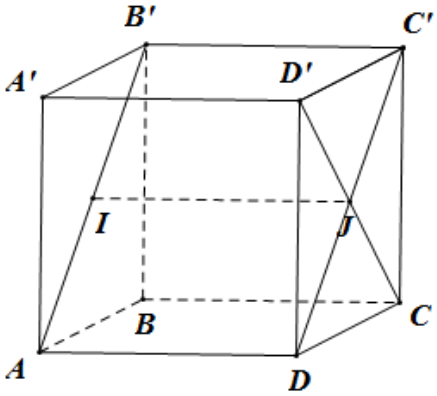
Gọi $\alpha = (SB, AC)$. Do $AB^2 + AC^2 = BC^2$ nên tam giác ABC vuông tại A.

Ta có $\cos\alpha = \dfrac{|\overrightarrow{SB}.\overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{SB}|.|\overrightarrow{AC}|} = \dfrac{|(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AS}).\overrightarrow{AC}|}{a^2} = \dfrac{|\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AC}|}{a^2} = \dfrac{|\overrightarrow{AS}.\overrightarrow{AC}|}{a^2}$

$= \dfrac{|SA.AC.\cos 60^0|}{a^2} = \cos 60^0$. Khi đó $\alpha = (SB, AC) = 60^0$

Câu 21. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 4. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD'

Lời giải



Gọi $I; J$ lần lượt là trung điểm của AB' và CD'

Suy ra J lần lượt là trung điểm của DC'. Do đó $IJ \parallel AD$; $IJ = AD = 2a$ (1)

Mặt khác $\left.\begin{matrix} AD \perp DD' \\ AD \perp DC \end{matrix}\right\} \Rightarrow AD \perp (DD'C'C) \Rightarrow AD \perp CD'$ (2)

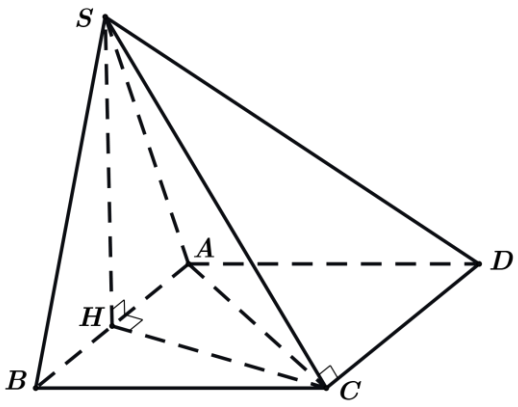
Tương tự $AD \perp AB'$ (3)

Từ (1), (2) và (3) ta có: IJ là đoạn vuông góc chung của 2 đường thẳng AB' và CD'

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AB' và CD' bằng 4.

Câu 22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh 3 và đường chéo $AC = 3$. Tam giác SAB cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa (SCD) và đáy bằng $45°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$ (đơn vị thể tích).

Lời giải



Ta có diện tích đáy $S_{ABCD}=2S_{\Delta ACD}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$.

Gọi H là trung điểm $AB\Rightarrow SH\perp AB$, vì $\begin{cases}(SAB)\perp(ABCD)\\(SAB)\cap(ABCD)=AB\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

Ta có $\begin{cases}AB\perp SH\\AB\perp CH\ (do\ AB=BC=CA)\end{cases}\Rightarrow AB\perp(SHC)$, vì $CD//AB\Rightarrow CD\perp(SHC)$.

Lại có $\begin{cases}(SCD)\cap(ABCD)=CD\\SC\perp CD, SC\subset(SCD)\\HC\perp CD, HC\subset(ABCD)\end{cases}$ suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là góc SCH.

Suy ra ΔSHC vuông cân tại $H\Rightarrow SH=CH=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SH=\dfrac{1}{3}.\dfrac{9\sqrt{3}}{2}.\dfrac{3\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^3}{4}=\dfrac{27}{4}=6,75$ (đơn vị thể tích).

----------HẾT----------