**ĐS9-CHUYÊN ĐỀ 1. BIẾN ĐỔI ĐẠI SỐ**

**A.LÝ THUYẾT CẦN NHỚ**

**1. Căn thức bậc hai**

-Căn bậc hai của số thực là số thực sao cho .

-Cho số thực  không âm. Căn bậc hai số học của  kí hiệu là là một số thực không âm  mà bình phương của nó bằng 



-Với hai số thực không âm ta có: 

-Khi biến đổi các biểu thức liên quan đến căn thức bậc 2 ta cần lưu ý:

+  nếu 

+  với với 

+  với 

+  với (Đây gọi là phép khử căn thức ở mẫu)

+  với (Đây gọi là phép trục căn thức ở mẫu)

**2. Căn thức bậc ba, bậc n**

**a. Căn thức bậc 3**

Căn bậc 3 của một số kí hiệu là là số  sao cho 

-Cho 

-Mỗi số thực  đều có duy nhất một căn bậc 3.

-Nếu  thì 

-Nếu  thì 

-Nếu  thì 

- với mọi 

-với mọi 

-

-

- với 

-

- với 

**b. Căn thức bậc n**

Cho số Căn bậc  của một số  là một số mà lũy thừa bậc  của nó bằng 

-Trường hợp  là số lẻ: 

Mọi số thực  đều có một căn bậc lẻ duy nhất:

 nếu thì  nếu  thì  nếu  thì 

-Trường hợp  là số chẵn: 

Mọi số thực đều có hai căn bậc chẵn đối nhau. Căn bậc chẵn dương kí hiệu là  (gọi là căn bậc  số học của  Căn bậc chẵn âm kí hiệu là  và 

 và 

**II. MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP TIÊU BIỂU**

**Dạng 1: Thu gọn các biểu thức đại số và tính giá trị các biểu thức.**

**Phương pháp:**

Biến đổi các biểu thức trong dấu về dạng  sau đó dựa vào dấu của A để mở dấu giá trị tuyệt đối nếu có.

Ngoài ra cần nắm được các đẳng thức cơ bản quen thuộc:

* 
* 
* Với  thì 
* Nếu thì  với 

**Ví dụ 1.**

Rút gọn các biểu thức:

a.  khi 

b. khi 

c. 

**Lời giải:**

a. 

+ Nếu  thì 

+ Nếu  thì 

b. 

Hay 

+ Nếu  thì  suy ra 

+ Nếu  thì  suy ra 

c. Để ý rằng: 

Suy ra 

 Hay 

**Ví dụ 2.**

Chứng minh:

a. Tính 

b.  là một số nguyên

*(Trích đề Tuyển sinh vào lớp 10 chuyên Trường THPT chuyên ĐHQG Hà Nội 2006).*

c. Chứng minh rằng:  với  là số tự nhiên.

d. Tính  biết 

e. Cho các số thực  thỏa mãn:  Tính giá trị của 

**Lời giải:**

a. Dễ thấy 

**Cách 1:** Ta có 

Suy ra 

**Cách 2:** Ta viết lại



b. Áp dụng hằng đẳng thức:  Ta có:





Hay 

 mà  suy ra  Vậy  là số nguyên.

c. Áp dụng hằng đẳng thức: 

Ta có  (1)

Xét đa thức bậc hai  với 

+ Khi  ta có 

+ Khi  ta có  âm nên đa thức (1) có nghiệm duy nhất  Vậy với mọi 

Ta có:  là số tự nhiên.

d. Nhận xét: 

Kết hợp với giả thiết ta suy ra 



Tổng quát ta có:  thì 

e. Nhân 2 vế đẳng thức với:  ta có:



Hay 

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  hay 

**Ví dụ 3.**

a. Cho  Tính giá trị biểu thức:



b. Cho  Tính giá trị của biểu thức 

*(Trích đề thi vào lớp 10 Trường PTC Ngoại ngữ - ĐHQG Hà Nội năm 2015 – 2016).*

c. Cho  Tính giá trị biểu thức: 

**Lời giải:**

a. Ta có: 



 Từ đó suy ra 

Ta biến đổi: 

b. Ta có  Ta biến đổi biểu thức P thành:



c. Để ý rằng:  ta nhân thêm 2 vế với để tận dụng hằng đẳng thức:

 Khi đó ta có: 



Ta biến đổi: 

**Ví dụ 4.**

a. Cho ba số thực dương thỏa mãn  Chứng minh rằng: 

b. Tìm các số thực  thỏa mãn điều kiện: 

c. Tìm các số thực  thỏa mãn điều kiện: 

d. Giả sử  là các số thực thỏa mãn  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức 

e. Tìm GTLN, GTNN của biểu thức: 

**Lời giải:**

a. Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số không âm ta có



Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi (đpcm).

b. Ta viết lại giải thiết thành: 

Áp dụng bất đẳng thức: ta có:

 Suy ra 

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi:



c.  với thì phương trình đã cho trở thành:

 Chi 2 vế cho thì phương trình trở thành  Để ý rằng hoặc không thỏa mãn phương trình.

Xét Theo bất đẳng thức ta có:  Suy ra

dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  Vậy  là nghiệm của phương trình.

d. Đặt 

Tương tự đặt  Khi đó 

Theo giả thiết ta có:  Lại có

 Dấu đẳng thức xảy ra

 Vậy 

e. Đặt  Ta có:

 Áp dụng bất đẳng thức ở (\*\*) ta có



Suy ra  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

Ta cũng có:  mà

 với mọi  Suy ra  Vậy

dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi hoặc tức là  hoặc .

**Ví dụ 5.**

Cho  và 

a. Tính giá trị biểu thức: 

b. Chứng minh rằng: 

**Lời giải:**

a. Để ý rằng: 

Tương tụ đối với ta có



Suy ra 

b. Tương tự như câu a)

Ta có: 



**Ví dụ 6.**

a. Tìm  thỏa mãn: 

b. Cho với  nguyên dương. Tính 

**Lời giải:**

a. Đẳng thức tương đương với: 

Hay 

b. Đặt 

Suy ra  Áp dụng vào bài toán ta có: 



**Ví dụ 7.**

a. Cho số nguyên dương  Tính giá trị biểu thức sau theo 



b. Cho các số thực dương  thỏa mãn:  Chứng minh:



**Lời giải:**

a. Với mọi số thực  khác 0 sao cho:  thì



Áp dụng vào bài toán ta có:



Áp dụng lần lượt với các số hạng còn lại ta được:



b. Đặt



Suy ra  dẫn đến  tương tự

 suy ra



đpcm.

**Dạng 2: Các câu hỏi liên quan giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một biểu thức đại số.**

**Phương pháp:** Để giải quyết các bài tập dạng này ta cần chú ý các tính chất cơ bản:

Với số thực  thì.

+ 

+ (Bất đẳng thức Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

+  với các số thực 

+  với 

**Ví dụ 1.**

a. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

b. Tìm giá trị nhỏ nhất của 

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của  với các số thực  thỏa mãn



d. Cho  Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

e. Cho số thực  thỏa mãn:  Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của:



f. Tìm giá trị nhỏ nhất của  với 

g. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: 

**Lời giải:**

a. Điều kiện  ta viết lại , vì 

 dẫn đến  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  khi đó giá trị nhỏ nhất của  là 1.

b. Điều kiện  Ta viết lại  vì  nên  áp dụng bất đẳng thức  dạng  với các số thực không âm  ta có:

 dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi



Vậy giá rị nhỏ nhất của  bằng 1 tại 

c. Ta có  do  nên  áp dụng bất đẳng thức cho 2 số thực dương ta có:  suy ra  dấu bất đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

Tương tụ ta có: dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

 dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

Từ đó suy ra  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

Hay GTNN của là 24 tại 

d. Điều kiện  Ta viết lại  do  suy ra  ta có  suy ra  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

e. Đặt  do  suy ra 

Biểu thức  có dạng 

Đặt  từ giả thiết ta có: 

Mặt khác ta cũng có:



Hay  Vậy 

Ta có:  Từ đó ta có:

 dấu đằng thức xảy ra khi và chỉ khi  hoặc  hoặc 

Ta có:  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

**Cách khác:**

Ta có:  thì  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  hoặc 

Ta cũng có:



Hay  Theo bất đẳng thức  ta có

 nên:

 dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  và  hay  Vậy GTNN của  là  GTLN của  là 

f. Điều kiện để biểu thức  xác định là 





+ Nếu  thì  nên 

Do  nên 

+ Nếu  thì  nên

 (Theo bất đẳng thức  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

Vậy GTNN của  bằng 8 khi 

g. Điều kiện: 

Ta viết lại  do  với mọi  thỏa mãn  nên ta có  dấu đẳng thức xảy ra tại  Vậy GTNN của  bằng  tại 

**Ví dụ 2.**

a. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: 

b. Tìm gái trị lớn nhất của 

c. Tìm giá trị lớn nhất của 

d. Tìm giá trị lớn nhất của 

e. Tìm giá trị lớn nhất của 

f. Tìm giá trị lớn nhất của 

**Lời giải:**

a. Điều kiện:  ta viết lại  thành:  Vì  nên

 suy ra  dẫn đến  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  Vậy GTNN của  bằng 1 tại 

b. Điều kiện:  ta có  suy ra 

+ Khi  thì (1)

+ Khi  thì  ta có  áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho các số thực dương ta có:  suy ra  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  (2)

Kết hợp (1),(2) ta suy ra GTLN của  bằng  tại 

**Chú ý:** Học sinh hay mắc sai lầm khi đưa về  mà không xét  (Biểu thức  chỉ xác định khi 

c. Điều kiện  chú ý: 

nếu  thì  (3)

Xét  khi đó  ta có: 

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM cho 2 số thực dương ta có:  suy ra  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi (4).

Kết hợp (3),(4) ta suy ra GTLN của  bằng tại 

d. Điều kiện Ta có  theo bất đẳng thức AM-GM ta có:

 nên  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi

 Vậy GTLN của D bằng  tại 

e. Điều kiện  do  nên suy ra E xác định khi và chỉ khi 

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:  suy ra

 dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  Vậy GTLN của E bằng 24 khi 

f. Điều kiện: 

Ta viết lại  áp dụng bất đẳng thức Cauchy-Schwarz dạng

 ta có  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

**Dạng 3: Tìm điều kiện để biểu thức nhận giá trị nguyên.**

**Phương pháp:**

+ Đối với các biểu thức  với  là số nguyên, C nhận giá trị nguyên hoặc vô tỷ thì P nhận giá trị nguyên khi và chỉ khi C là số nguyên và C là ước số của B.

+ Đối với các biểu thức  với  là số hữu tỷ, C nhận giá trị thực. Ta thường tìm cách đánh giá P, tức là chặn P theo kiểu  từ đó suy ra các giá trị có thể của P. Hoặc ta tìm điều kiện của P để tồn tại biến thỏa mãn yêu cầu bài toán từ đó suy ra các giá trị nguyên có thể của P.

+ Đối với các bài toán tổng hợp học sinh cần chú ý điều kiện ban đầu để loại các giá trị không thỏa mãn.

**Ví dụ 1.**

a. Tìm các giá trị nguyên của  để  là số nguyên.

b. Tìm tất cả các số thực  để  là số nguyên.

c. Chứng minh: Không tồn tại giá trị thực của  để  là số nguyên

**Lời giải:**

a. Điều kiện  Ta viết lại  Do  là số nguyên nên  nhận giá trị nguyên hoặc vô tỷ. Suy ra  là số nguyên khi và chỉ khi  là số nguyên và  là ước của 3. Chú ý 

Vậy  thì  nhận giá trị nguyên.

b. Điều kiện 

Do  nên  suy ra  ta có

 như vậy  Vì  là số nguyên nên  có thể nhận các giá trị 

TH1:  do



TH2:  hoặc 

Vậy  thì  nhận giá trị nguyên.

c. Điều kiện  dễ thấy  là số dương. Để ý rằng:  suy ra  vì  là số nguyên nên  có thể nhận các giá trị là 1 hoặc 2.

TH1:  vô lý.

TH2:  vô lý.

Vậy không tồn tại  để  là số nguyên.

Cách khác: Giả sử tồn tại giá trị  để  là số nguyên. Khi đó ta có:

 (\*)

Nếu  thì (\*) thì có dạng  vô lý, vậy  Từ (\*) ta cũng suy ra  do  ta suy ra  phải thỏa mãn  để ý rằng  nên điều kiện  (\*\*), do  là số nguyên nên (\*\*) không thể xảy ra. Tóm lại  không thể nhận giá trị nguyên.

**Dạng 4:Bài toán tổng hợp**

**Bài 1.** Cho  với 

a. Chứng minh khi  thì 

b. Rút gọn  và tìm  để 

**Lời giải:**

a. Ta có  thay vào  ta có:



b. Ta có:





Suy ra  yêu cầu bài toán tương đương với

 hay  hoặc

 Ta có 



Đối chiếu với điều kiện bài toán ta thấy  thỏa mãn.

**Bài 2.** Cho biểu thức:  với 

a. Rút gọn biểu thức 

b. Đặt  Tính giá trị của  khi 

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**Lời giải:**

a. 



b. Khi  ta có 

c.  Theo bất đẳng thức AM-GM ta có:  Suy ra 

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  Vật GTNN của  là 1 tại 

**Bài 3.** Cho  với 

a. Rút gọn 

b. Tính giá trị của  khi 

c. Đặt  tìm  để 

**Lời giải:**

a. Điều kiện xác định: 

Ta có: 



b. Khi  thì 

c. Ta có 

Hay  (\*).

TH 1:  đối chiếu với điều kiện suy ra 

TH 2:  đối chiếu với điều kiện suy ra 

Vậy  khi và chỉ khi  hoặc 

**Bài 4.** Cho biểu thức 

a. Rút gọn 

b. Tìm  sao cho  nhận giá trị là một số nguyên.

**Lời giải:**

a. Với  ta có:



b. Ta có:  nên 

Vì  nên  ta có: 

 kết hợp với điều kiện là một số nguyên suy ra 

+ Nếu  thỏa mãn điều kiện.

+ Nếu  không thỏa mãn điều kiệ.

Vậy  thì  nhận giá trị là nguyên.

**Bài 5.** Cho biểu thức  với 

a. Tìm  để 

b. Chứng tỏ  không phụ thuộc vào .

c. Tìm  để 

**Lời giải:**

a. Ta có 

b. Ta có: 

 suy ra 

c. Ta có



Vì  nên  suy ra điều kiện là 

Vậy để  thì điều kiện là: 

**Bài 6.** Cho biểu thức  với 

a. Rút gọn biểu thức 

b. Tính giá trị của  biết 

c. Tìm giá trị nhỏ nhất của 

**Lời giải:**

a. Ta có: 



b. Với  thày vào  ta có: 

c. Ta có:  Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có:

 Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi

 Vậy GTNN của  bằng 4 khi 

**Bài 7.** Cho biểu thức  với 

a. Tính giá trị của  khi 

b. Rút gọn 

c. Tìm  để 

**Lời giải:**

a. Khi  thì  suy ra 

b. Ta có:



Hay 

c. 

 do  thỏa mãn hay 

**Bài 8.** Cho  với 

a. Rút gọn 

b. Tính giá trị của  khi 

c. Tìm các giá trị của  để  là số tự nhiên.

**Lời giải:**

a. Ta có



Hay 

b. Với  thì  suy ra 

c. Ta có 

Do  nên  suy ra  Vì  là số nguyên nên





Đối chiếu điều kiện ta thấy  là các giá trị cần tìm.

Cách khác: Để  là số nguyên thì điều kiện cần và đủ là:  (với  là số nguyên dương và 

Ta có:  do  điều kiện  do

 hay  suy ra 



**Bài 9.** Cho biểu thức  với 

a. Chứng minh rằng 

b. Tính giá trị biểu thức  khi  và 

c. Tìm giá trị lớn nhất của  nếu 

**Lời giải:**

a. Ta có:



Hay 

b. Khi 

c. Theo bất đẳng thức  ta có:  Vậy  dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi 

Vậy GTLN của  là 

**Bài 10.** Cho 2 biểu thức  với 

a. Rút gọn , tìm  để 

b. Tìm tất cả các giá trị của  để  nhận giá trị nguyên dương.

**Lời giải:**

a. Ta có:





 (TMĐK).

b. Ta có:  Vì  là số nguyên dương nên ta có:



TH1:  thỏa mãn điều kiện.

TH2:  thỏa mãn điều kiện.

TH3:  thỏa mãn điều kiện.

**Bài 11.** Cho biểu thức 

a. Tìm điều kiện của  để biểu thức  có nghĩa và rút gọn 

b. Tìm giá trị của  để 

c. Khi  hãy tìm GTNN của 

**Lời giải:**

Điều kiện:  (\*).

a. Ta có:





b.  thỏa mãn (\*)

c. Khi  thì  Ta có:  Áp dụng bất đẳng thức Cô si dạng  ta có:  Suy ra  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  thỏa mãn (\*). Vậy GTNN của  là 20 khi 

**Bài 12.** Cho biểu thức  với 

a. Rút gọn 

b. Tìm các giá trị  để tồn tại  sao cho 

**Lời giải:**

a. Ta có 



b. Theo giả thiết ta có:  Đặt  điều kiện  Phương trình trở thành:  Để phương trình có nghiệm điều kiện là  Khi đó theo hệ thức Vi-et ta có:  suy ra trong hai nghiệm tồn tại ít nhất 1 nghiệm dương. Như vậy ta chỉ cần tìm điều kiện để  không phải là nghiệm. Tức là:  Vậy điều kiện cần tìm là: 

**Bài 13.** Cho biểu thức  với 

a. Rút gọn 

b. Tính  khi 

c. Với giá trị nào của  thì 

**Lời giải:**

a. Ta có:





b. Ta có:  nên 

c. 

Vì  nên  suy ra 

Kết hợp với điều kiện đề bài ta suy ra 

**Bài 14.** Cho biểu thức:  với 

a. Rút gọn 

b. Tìm các giá trị của  để 

c. Chứng minh: 

**Lời giải:**

a. Ta có 

 với 

b. 



c. Ta có:  Theo bất đẳng thức Cô si dạng  ta có:

 suy ra  Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  không thỏa mãn điều kiện  Vậy  với mọi 

**Bài 15.** Cho 

a. Rút gọn 

b. So sánh  với 4.

c. Tìm  thỏa mãn điều kiện: 

**Lời giải:**

Điều kiện xác định: 

a. Ta có: 



b. Ta có:  Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi 

c. Tìm  thỏa mãn điều kiện: 

Ta có:  Chia hai vế cho  ta thu được:  Đặt  với  ta có:



Nếu  vô nghiệm. Do 

Nếu  thỏa mãn điều kiện.

Kết luận: 

**Bài 16.** Cho  và .

1. Tính giá trị biểu thức: 
2. Chứng minh rằng: 

**Lời giải:**

1. Để ý rằng: 

Tương tự đối với  ta có: 

Suy ra .

1. Tương tự như câu a)

Ta có:  

**Bài 17.**

a) Tìm  thỏa mãn: 

b) Cho  với  nguyên dương. Tính .

**Lời giải:**

a) Đẳng thức tương đương với: 

Hay 

b) Đặt .

Suy ra . Áp dụng vào bài toán ta có: 

**Bài 18.**

a) Chứng minh rằng: .

b) Chứng minh rằng: .

c) Chứng minh:  với mọi số nguyên dương .

**Lời giải:**

a) Xét , 

Dễ thấy .

Ta có 

Mặt khác ta có: 

Suy ra . Do  suy ra .

b) Để ý rằng:  với mọi  nguyên dương.

Suy ra .

c) Đặt 

Ta có:  với mọi số tự nhiên .

Từ đó suy ra  hay 

Do đó:  và .

Hay .

**Bài 19.**

a) Cho ba số thực dương  thỏa mãn .Chứng minh rằng: .

b) Tìm các số thực  thỏa mãn điều kiện: .

**Lời giải:**

a) Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số không âm ta có

.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi  **** (đpcm).

b) Ta viết lại giả thiết thành: .

Áp dụng bất đẳng thức :  ta có: . Suy ra . Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi:

**Bài 20.** Cho  với 

a) Rút gọn .Tìm  để  đạt giá trị nhỏ nhất.

b) Tìm các giá trị nguyên của  để  có giá trị nguyên.

**Lời giải:**

a) Điều kiện để biểu thức  xác định là .



+ Nếu  thì  nên 

Do  nên .

+ Nếu  thì  nên  (Theo bất đẳng thức Cô si). Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi .

Vậy GTNN của  bằng  khi .

b) Xét  thì  , ta thấy  khi và chỉ khi  là ước số nguyên dương của . Hay  đối chiếu điều kiện suy ra  hoặc 

+ Xét  ta có: , đặt  khi đó ta có:  suy ra .

Tóm lại để  nhận giá trị nguyên thì .

**Bài 21.** Hãy chứng tỏ rằng số  là một nghiệm của phương trình .

**Lời giải:**

Áp dụng hằng đẳng thức , ta được



.

Suy ra: .

Vậy  là một nghiệm của phương trình .

**Bài 22.** Cho .

1. Tìm các số nguyên  để  là số nguyên.
2. Chứng minh rằng với  thì  là số nguyên.
3. Tìm các số hữu tỉ  để  *là* số nguyên.

**Lời giải:**

1. Ta có . Để  là số nguyên thì  phải là số nguyên.

Ta biết rằng khi  là số nguyên thì  hoặc là số nguyên (nếu  là số chính phương) hoặc là số vô tỉ ( nếu  không là số chính phương). Để  là số nguyên thì  không thể là số vô tỉ, do đó  là số nguyên, suy ra  là ước tự nhiên của .

Ta có

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

1. Với  thì .
2. Ta có . Để  là số nguyên thì  phải là số nguyên.

Đặt , ta có:

 do đó  (do ).

Giải điều kiện , ta được .

Do  nên . Ta có

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |

**III.BÀI TOÁN THƯỜNG GẶP TRONG CÁC ĐỀ THI VÀO CHUYÊN**

**Bài 1.** Cho biểu thức .

Tính giá trị biểu thức của *P* với  và .

*(Thi học sinh giỏi lớp 9, TP. Hà Nội, năm học 2012 – 2013)*

**Hướng dẫn**

Xét  bình phương hai vế ta được:



Xét  bình phương hai vế ta được:

.



.

**Bài 2.** Cho  và .

Tính giá trị của biểu thức  theo *a*.

*(Thi học sinh giỏi Toán lớp 9, tỉnh Quảng Ngãi, năm học 2013 – 2014)*

**Hướng dẫn**

Ta có: 



.

**Bài 3.** Tính giá trị của biểu thức: ****

Với .

*(Thi học sinh giỏi Toán lớp 9, tỉnh Hải Dương, năm học 2014 – 2015)*

**Hướng dẫn**

Đặt .

Xét 







.

Ta có: 

.

**Bài 4.**Cho biểu thức: 

a) Rút gọn biểu thức *A*.

b) Tìm *x* để .

*(Thi học sinh giỏi Toán lớp 9, tỉnh Vĩnh Phúc, năm học 2014 – 2015)*

**Hướng dẫn**

a) TXĐ: .







.

b) 

 (thỏa mãn điều kiện). Vậy để  thì .

**Bài 5.**Rút gọn biểu thức:

.

**Hướng dẫn**

Đặt  , biểu thức có dạng:











. Vậy .

**Bài 6.** Cho các số dương  thỏa mãn điều kiện .

Tính giá trị của biểu thức:



**Hướng dẫn**

Thay  vào biểu thức *A*, ta có:







.

**Bài 7.** Tính giá trị biểu thức:  biết:



*(Thi học sinh giỏi Toán lớp 9, tỉnh Phú Thọ, năm học 2013-2014)*

**Hướng dẫn**

Xét 





Nhận xét:  nên 

Từ đó suy ra 



.

**Bài 8.** Thực hiện phép tính:

a) ; b) .

**Hướng dẫn**

a) .



b) 





.

**Bài 9.** Rút gọn biểu thức: .

**Hướng dẫn**

Ta có:











.

**Bài 10.** Rút gọn biểu thức:

a)  b) .

**Hướng dẫn**

a) Ta có: 





.

b) Ta có: 



.

**Bài 11.** Cho  và . Tính .

*(Thi học sinh giỏi Toán lớp 9, tỉnh Gia Lai, năm học 2007 – 2008)*

**Hướng dẫn**

Ta có: 



Ta có: 

.

Suy ra: .

Ta có: .

**Bài 12.** Xác định  biết: .

**Hướng dẫn**

Xét vế trái: 



.

Đồng nhất hai vế ta được: .

**Bài 13.** Cho . Với .Chứng minh rằng .

**Hướng dẫn**

Ta có: 

ĐKXĐ: 



.

Bình phương hai vế, ta được: .

Vì  nên .

Xét .

Điều phải chứng minh.

**Bài 14.** Tính giá trị biểu thức  tại .

**Hướng dẫn**

Ta có: 



Ta có: 



Thay vào biểu thức *M* ta có:

.

**Bài 15.** Cho biểu thức: 

a) Rút gọn *M*;

b) Tìm giá trị lớn nhất của *M*.

**Hướng dẫn**

a) Ta có: 











. TXĐ: .

b) Ta có: . Vì 

nên .

Vậy giá trị lớn nhất của *M* là 2020 khi .

**Bài 16.** Cho biểu thức 

a) Rút gọn *A*.

b) Tìm *x* để .

*(Tuyển sinh lớp 10 chuyên, ĐHSP, TP. Hồ Chí Minh, năm học 2015 – 2016)*

**Hướng dẫn**

a) Ta có: 





b) 



, thuộc tập xác định.

Vậy với  thì .

**Bài 17.** Cho các số dương  thỏa mãn điều kiện .

Đặt: . Tính .

**Hướng dẫn**

Thay  vào biểu thức *P*, ta có:







.

**Bài 18.** Cho biểu thức  với .

a) Rút gọn biểu thức:  với .

b) Tìm tất cả các giá trị  sao cho *P* là số nguyên tố.

*(Thi học sinh giỏi lớp 9, TP. Đà Nẵng, năm học 2012 – 2013)*

**Hướng dẫn**

Đặt  khi đó biểu thức *P* có dạng:







.

a) Do đó 

Suy ra .

Theo câu a, ta có  nên 

, *P* là số nguyên tố nên *P* phải là số nguyên dương.

Ư(3)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 3 |
|  | 4 | 6 |
|  | 15 | 35 |

Thử lại, với  thì  là hợp số (loại);

với  thì  là số nguyên tố (thỏa mãn)

Vậy với  thì  là số nguyên tố.

**Bài 19.** Cho  và khác nhau đôi một. Chứng minh rằng giá trị của biểu thức *P* không phụ thuộc vào vị trí của các biến.

.

**Hướng dẫn**

Ta có: 







. Vậy biểu thức *P* không phụ thuộc vào vị trí của các biến.

**Bài 20.** Cho biểu thức: 

Chứng minh rằng *P* luôn nhận giá trị nguyên với mọi  thỏa mãn điều kiện:  và .

**Hướng dẫn**

Ta có: 







. Điều phải chứng minh.

**Bài 21.** Cho biểu thức: 

a) Rút gọn biểu thức *P*.

b) Tính giá trị của *P* khi .

c) Tìm *x* để *P* có giá trị là số tự nhiên.

d) Tìm *x* để .

**Hướng dẫn**

a) Ta có: 





. ĐKXĐ:  và .

b)  thuộc TXĐ.

Thay vào biểu thức *P*, ta có:

.

c) Ta có: . Để *P* có giá trị là số tự nhiên thì  và ,

Từ đó ta có bảng giá trị sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 | 3 |
|  | 3 | 5 |
|  | 9 | 25 |

Kết hợp với tập xác định, với  thì *P* nhận giá trị là số tự nhiên.

d) 

 và  khác dấu.

Mặt khác, ta có 

Do đó: 

Kết hợp với tập xác định, ta có:  thì .

**Bài 22.** Rút gọn biểu thức: .

Với .

**Hướng dẫn**

Ta có:







.

**Bài 23.** Chứng minh rằng nếu  là các số dương thỏa mãn  thì ta luôn có:



**Hướng dẫn**

Từ giả thiết, suy ra 

Xét vế trái: 

.

Vế trái = Vế phải. Điều phải chứng minh.

**Bài 24.** Chứng minh rằng: 

*(Tuyển sinh lớp 10, THPT chuyên ĐHSP Hà Nội, năm học 2011 – 2012)*

**Hướng dẫn**

***Cách 1.*** Đặt 

Đặt 

* Ta có: 
* Xét 





Mà . Điều phải chứng minh.

***Cách 2.*** Ta có: 



. Điều phải chứng minh.

**Bài 25.** Cho dãy số  thỏa mãn  và  với . Tính .

**Hướng dẫn**

Ta có: 

.

Ta có: 

.

Từ đó suy ra . Vậy .

**Bài 26.** Cho số thực  thỏa mãn .Chứng minh rằng: 

**Hướng dẫn**

Từ giả thiết 





*Nhận xét*: Vì  nên  loại, suy ra .

Xét 

Từ đó ta có: . Điều phải chứng minh.

**Bài 27.**

a) Cho  thỏa mãn: . Tính

.

b) Tìm nghiệm nguyên không âm của phương trình:

 ( dấu căn, ) .

**Hướng dẫn**

a) Ta có: ⇔

Mặt khác:



⇒.

Chứng minh tương tự

.

.

⇒.

⇒.

b) Nhận xét:  là số chính phương vì

 (n dấu căn) .

⇒ ( dấu căn) .

⇒ ( dấu căn) .

⇒ là số chính phương .

⇒là số chính phương ⇒⇒.

**Bài 28.** *(Trường chuyên tỉnh Bình Thuận năm 2019-2020)*

Cho biểu thức:  với .

a) Rút gọn biểu thức *P*.

b) Tìm tất cả các giá trị của  để *P* < 1.

**Hướng dẫn**

a)

b)



Vậy 

**Bài 29.** *(Trường chuyên tỉnh Bình Định vòng 2 năm 2019-2020)*

Rút gọn biểu thức: 

**Hướng dẫn**













Do đó: 

Vậy 

**Cách khác:**

Ta có: 



Do đó: 

Vậy 

**Bài 30.** *(Trường chuyên tỉnh Bạc Liêu năm 2019-2020)*

Rút gọn biểu thức:  .

**Hướng dẫn**



= 

= 

= 

= 

= 35

**Bài 31.** *(Trường chuyên tỉnh Bắc Giang chuyên toán năm 2019-2020)*

Cho  là các số thực dương và

Chứng minh rằng 

**Hướng dẫn**

Đặt , ta có

.

.

**Bài 32.** *(Trường chuyên tỉnh Bắc Ninh vòng 2 năm 2019-2020)*

Tính giá trị của biểu thức:  khi .

**Hướng dẫn**

Ta có .

..



..

**Bài 33.** *(Trường chuyên tỉnh Cao Bằng vòng 2 năm 2019-2020)*

Cho biểu thức  với .

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tìm tất các giá trị của  để .

**Hướng dẫn**

**a)** Biến đổi được



Biến đổi được







**b)** 

TH1: 

TH2:  (không xảy ra).

Vậy các giá trị  cần tìm là .

**Bài 34.** *(Trường chuyên tỉnh Cần thơ chuyên toán năm 2019-2020)*

Cho biểu thức  trong đó  .

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm các giá trị nguyên của  để giá trị biểu thức  là số nguyên.

**Hướng dẫn**

a)







Nếu  thì 

Nếu  thì 

**b) -** Nếu thì không có giá trị nguyên.

**-** Nếu thì 

**+** 

**+**

**Bài 35.** *(Trường chuyên tỉnh Gia lai chuyên tin năm 2019-2020)*

Rút gọn biểu thức:  ().

**Hướng dẫn**







**Bài 36.***(Trường chuyên tỉnh Chuyên ĐHSP vòng 1 năm 2019-2020)*

Cho các số thực  thoản mãn .Chứng minh rằng .

**Hướng dẫn**

Đặt  và  thì đẳng thức đề bài có thể viết lại thành .

Do  nên .

Từ đó ta có  hay .

Suy ra . Đây là kết quả cần chứng minh.

**(Đề thi HSG 9 huyện Triệu Phong 2019-2020)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn B.

b) So sánh  và .

**Lời giải**

a) .

Ta có : 









b) Vì  và 

Nên  với mọi  thỏa mãn điều kiện đã cho

Lại có: 





Dấu “ = “ không xảy ra vì 

Vậy  , nên 

**(Đề thi HSG 9 huyện Triệu Phong 2019-2020)**

Cho biểu thức 

Chứng minh  là nghiệm của phương trình 

**Lời giải**

Ta có:







 , với 









Ta có: 





Vậy bài toán được chứng minh

**(Đề thi HSG 9 huyện Nông Cống 2019-2020)**

Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức
2. Tìm x để 

**Lời giải**

1. 

Với biểu thức có nghĩa. Ta có:



1. Ta có : 



TH1:

TH2: 

Vậy 0 hoặc

**(Đề thi HSG 9 huyện Yên Định 2012-2013)**

Cho 

a) Rút gọn .

b) Tìm x để 

c) Tìm giá trị lớn nhất của .

**Lời giải**

**a)** ĐKXĐ: 



b)

(vì )

c)



Vậy GTLN của A =

**(Đề thi HSG 9 huyện Chư Sê 2019-2020)**

Rút gọn biểu thức: .

**Lời giải**





.

**(Đề thi HSG 9 huyện Tam Dương 2019-2020)**

Tính giá trị của biểu thức sau: 

**Lời giải**





****

****

****

****

**** (Do ).

**(Đề thi HSG 9 huyện Thường Tín 2019-2020)**

Cho biểu thức: 

a) Rút gọn .

b) Chứng minh: .

**Lời giải**

a) Điều kiện:  có nghĩa: 







.

b)  (BĐT Cauchy)

Vì đẳng thức xảy ra không thỏa mãn điều kiện xác định nên .

**(Đề thi HSG 9 huyện Đức Cơ 2019)**

1. Rút gọn biểu thức:  với 

2. Cho . Tìm  sao cho .

**Lời giải**

1. 







Vậy 

2. + Ta có:  xác định khi 



+ Ta có:  xác định khi 



Ta có  nên  



Kết hợp với điều kiện suy ra 

Vậy  khi .

**(Đề thi HSG 9 huyện Bình Giang 2019)**

Cho biểu thức 

1) Tìm  để .

2) Biết , hãy tính giá trị của .

3) Tìm giá trị của  nguyên để biểu thức  nhận giá trị nguyên?

4) Tìm  để 

**Lời giải**

Rút gọn:  điều kiện: 







Do 









Kết hợp điều kiện  ta có: 

Ta có: 





Thay vào biểu thức  ta được 

Ta có: 

Để  nguyên thì 

Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  | 6 | 4 | 2 | 0 |
|  | 36 | 16 | 4 | 0 |

Do  nên 

Thay  vào biểu thức  ta được:









Với , ta có:

, dấu “=” xảy ra 

, dấu “=” xảy ra 

Do 

**(Đề thi HSG 9 huyện Chương Mỹ Vòng 2 năm 2020)**

Cho  .

Tìm  nguyên để .

**Lời giải**

ĐKXĐ: .

Ta có: 





Khi đó 

















Ta có 



TH1: 

TH2: 

TH3: loại

TH4: loại

Vậy với  hoặc  thì .

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2012-2013)**

Cho biểu thức :

1/ Rút gọn biểu thức A.

2/ Tìm các giá trị của x để 

Lời giải

1/ Rút gọn biểu thức A.

 (ĐK: x )



2/ Tìm các giá trị của x để 







Kết hợp với ĐK ⇒ 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh huyện Cẩm Thủy 2011-2012)**

Cho biểu thức: 

1. Rút gọn .
2. Tính P khi .
3. Tìm giá trị nguyên của  để  nhận giá trị nguyên.

Lời giải

a)







b) 



c) ĐK: :



Học sinh lập luận để tìm ra hoặc 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2011-2012)**

Cho biểu thức 

1. Rút gọn 
2. Tính giá trị của  khi 

Lời giải

1) (ĐK: )

Đặt  (  )





2)







**(Đề thi HSG 9 huyện Vĩnh Bảo 2013-2014)**

Cho biểu thức: .

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tính giá trị của P với .

**Lời giải**

a) ĐKXĐ: .

Mẫu thức chung là 1 – xy







b) Ta có: 





**(Đề thi HSG 9 tỉnh Hải Dương - 2013-2014)**

Rút gọn biểu thức 

với **.**

**Lời giải**







= 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2013-2014)**

Cho biểu thức .

a) . Rút gọn biểu thức A.

b) Cho . Tìm giá trị lớn nhất của A.

**Lời giải**

a) Điều kiện: .







Vậy 

b) Theo Côsi, ta có: .

Dấu bằng xảy ra ⇔  ⇔ x = y =  .

Vậy maxA = 9, đạt được khi : x = y = .

**(Đề thi HSG 9 huyện … 2013-2014)**

Cho biểu thức: .

a) Rút gọn *P*.

b) Tính giá trị của *P* tại .

**Lời giải**

a) Điều kiện 



Vậy 

b) Ta có: 





Vậy  do đó 

*:* **(Đề thi HSG 9 tỉnh Thái Bình 2011 - 2012)**

Cho biểu thức:

với 

Tính giá trị của biểu thức P với 

**Lời giải**









Vậy 

**(Đề thi vào 10 chuyên TPHCM 2010 - 2011)**

Thu gọn biểu thức: A=

**Lời giải**

Xét M =

Ta có M > 0 và  , suy ra M =

A=-(-1)=1

**(Đề HSG 9 huyện Xuyên Mộc 2016 - 2017)**

Rút gọn biểu thức:  với .

**Lời giải**

Ta có 



**(Đề thi HSG 9 Tỉnh Kiên Giang 2012-2013)**

Rút gọn : 

**Lời giải**

ĐK: 



**(Đề thi HSG 9 Tỉnh Kiên Giang 2011-2012)**

Thực hiện phép tính : 

**Lời giải**

Nhân số bị chia và số chia với  ta được:



**(Đề thi HSG 9 TP Đà Nẵng 2015-2016)**

Cho biểu thức  với 

1. Rút gọn biểu thức M
2. Tìm tất cả các giá tị nguyên của a để biểu thức M nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

: 

M nguyên  nguyên  là ước của 2



**(Đề thi HSG 9 Tỉnh An Giang 2013-2014)**



**Lời giải**

Ta có :



**(Đề thi HSG 9 Tỉnh Quảng Nam 2017-2018)**

Cho biểu thức 

Rút gọn biểu thức A. Tìm các số nguyên  để là số nguyên.

**Lời giải**



là ước của 3; chỉ có  có nghiệm  thỏa mãn ĐK.

**(Đề thi HSG 9 TP Vinh 2016-2017)**

Tính giá trị của biểu thức:  tại 

**Lời giải**

Ta có 

Suy ra  hay 

Do đó



(vì 

Vậy  tại 

**(Đề thi HSG 9 Tỉnh Quảng Ninh 2018-2019)**

Rút gọn biểu thức 

**Lời giải**

Ta có: 

**(Đề thi HSG 9 huyện Triệu Phong 2019-2020)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn B.

b) So sánh  và .

**Lời giải**

a) .

Ta có : 









b) Vì  và 

Nên  với mọi  thỏa mãn điều kiện đã cho

Lại có: 





Dấu “ = “ không xảy ra vì 

Vậy  , nên 

**(Đề thi HSG 9 huyện Triệu Phong 2019-2020)**

Cho biểu thức 

Chứng minh  là nghiệm của phương trình 

**Lời giải**

Ta có:







 , với 









Ta có: 





Vậy bài toán được chứng minh

**(Đề thi HSG 9 huyện Nông Cống 2019-2020)**

Cho biểu thức : 

1. Rút gọn biểu thức
2. Tìm x để 

**Lời giải**

1. 

Với biểu thức có nghĩa. Ta có:



1. Ta có : 



TH1:

TH2: 

Vậy 0 hoặc

**(Đề thi HSG 9 huyện Yên Định 2012-2013)**

Cho 

a) Rút gọn .

b) Tìm x để 

c) Tìm giá trị lớn nhất của .

**Lời giải**

**a)** ĐKXĐ: 



b)

(vì )

c)



Vậy GTLN của A =

**(Đề thi HSG 9 huyện Chư Sê 2019-2020)**

Rút gọn biểu thức: .

**Lời giải**





.

**(Đề thi HSG 9 huyện Tam Dương 2019-2020)**

Tính giá trị của biểu thức sau: 

**Lời giải**





****

****

****

****

**** (Do ).

**(Đề thi HSG 9 huyện Thường Tín 2019-2020)**

Cho biểu thức: 

a) Rút gọn .

b) Chứng minh: .

**Lời giải**

a) Điều kiện:  có nghĩa: 







.

b)  (BĐT Cauchy)

Vì đẳng thức xảy ra không thỏa mãn điều kiện xác định nên .

**(Đề thi HSG 9 huyện Đức Cơ 2019)**

1. Rút gọn biểu thức:  với 

2. Cho . Tìm  sao cho .

**Lời giải**

1. 







Vậy 

2. + Ta có:  xác định khi 



+ Ta có:  xác định khi 



Ta có  nên  



Kết hợp với điều kiện suy ra 

Vậy  khi .

**(Đề thi HSG 9 huyện Bình Giang 2019)**

Cho biểu thức  (căn lề -cỡ chữ 12)

1) Tìm  để .

2) Biết , hãy tính giá trị của .

3) Tìm giá trị của  nguyên để biểu thức  nhận giá trị nguyên?

4) Tìm  để 

**Lời giải**

Rút gọn:  điều kiện: 







Do 









Kết hợp điều kiện  ta có: 

Ta có: 





Thay vào biểu thức  ta được 

Ta có: 

Để  nguyên thì 

Ta có bảng sau:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |
|  | 6 | 4 | 2 | 0 |
|  | 36 | 16 | 4 | 0 |

Do  nên 

Thay  vào biểu thức  ta được:









Với , ta có:

, dấu “=” xảy ra 

, dấu “=” xảy ra 

Do 

**(Đề thi HSG 9 huyện Chương Mỹ Vòng 2 năm 2020)**

Cho  .

Tìm  nguyên để .

**Lời giải**

ĐKXĐ: .

Ta có: 





Khi đó 

















Ta có 



TH1: 

TH2: 

TH3: loại

TH4: loại

Vậy với  hoặc  thì .

**(Đề thi HSG 9 huyện BA VÌ 2019-2020)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn .

b) Tìm các giá trị của  để .

c) Tìm các giá trị của  để .

**Lời giải**

Cho biểu thức 

a)Sau khi biến đổi thu gọn ta được 

b)Với  với ( không thỏa mãn đkxđ)

c)  và .

**(Đề thi HSG 9 VINH 2019-2020)**

Cho biểu thức: .

a) Rút gọn 

b) Tính giá trị của  tại 

**Lời giải**

a) Điều kiện 





Vậy .

b) 



.

Vậy  do đó .

**(Đề thi HSG 9 huyện CẨM XUYÊN 2019-2020)**

Với giá trị nào của  thì  có nghĩa?

**Lời giải**

Để biểu thức  có nghĩa thì 

**(Đề thi HSG 9 huyện CẨM XUYÊN 2019-2020)**

Rút gọn biểu thức 

**Lời giải**

Ta có 





**(Đề thi HSG 9 huyện CẨM XUYÊN 2019-2020)**

Rút gọn biểu thức với



**Lời giải**



(Vì )



**(Đề thi HSG 9 tỉnh ĐÀ NẴNG 2010-2011)**

Cho biểu thức: với .



a) Chứng minh rằng



b) Với những giá trị nào của thì biểu thức nhận giá trị nguyên?



**Lời giải**

a) Do nên: và



⇒



Do nên:



⇒



b) Ta có do đó chỉ có thể nhận được một giá trị nguyên là 1



Mà N = 1 ⇔ ⇔ ⇔



⇔ (phù hợp)



Vậy nguyên ⇔



**(Đề thi HSG 9 huyện HOÀNG HÓA 2019)**

Cho biểu thức .



a) Tìm điều kiện xác định và rút gọn biểu thức .



b) Tính giá trị của biểu thức khi



**Lời giải**

a/ ĐKXĐ: ,



Ta có



b) Rút gọn khi .



Ta có



(vì )



Thay vào biểu thức thu gọn ta được



**(Đề thi HSG 9 huyện NAM ĐÀN 2019-2020)**

Tính giá trị của biểu thức:

a) .



b) (Điều kiện: ).



Lời giải

a)



.



b) Vì nên và . Khi đó:



.



**(Đề thi HSG 9 huyện CAM LỘ 2008-2009)**

Chứng minh rằng : là số nguyên.

**Lời giải**

= .

**(Đề thi HSG 9 huyện HƯƠNG KHÊ 2019)**

Tính giá trị biểu thức: 

**Lời giải**

 

 

Vậy 

**(Đề thi HSG 9 huyện HƯƠNG KHÊ 2019)**

Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**

Ta có: 





 

* + - 1. **(Đề thi HSG 9 huyện HƯƠNG SƠN 2019-2020)**

Tính giá trị của biểu thức **.**

**Lời giải**



  .

1. ***(Đề thi HSG 9 huyện*** ***Như Thanh 2019-2020)***

Cho biểu thức:



1. Tìm điều kiện của để có nghĩa và rút gọn biểu thức .



2. Tìm để biểu thức nhận giá trị bằng 2.



3. Tính giá trị của biểu thức tại .



**Lời giải**

1. ĐKXĐ: ; .



.



Vậy với ; .



2. Ta có



(vì với )



Vậy thì .



3. Ta có :



Thay thỏa mãn ĐKXĐ vào ta được .



Vậy với .



* + - 1. **(Đề thi HSG 9 huyện** **Kim Động 2019-2020)**

a) Rút gọn biểu thức: .



b) So sánh và .



**Lời giải**

a)



.



b) Ta có



Vậy ta có .



**(Đề thi HSG 9 huyện** **Thạch Hà 2019-2020)**

a) Tính giá trị biểu thức .



b) Chứng minh rằng: .



c) Tính giá trị biểu thức với .



d) Cho và . Tính .



**Lời giải**

a)



.



b) .



c)



Với , ta có: .



d) Ta có: và .



Vậy .



**(Đề thi HSG 9 Quảng Trị 2019-2020)**

1. Rút gọn biểu thức



2. Tính giá trị của biết



**Lời giải**

1.



2.



**(Đề thi HSG 9 Quận Cầu Giấy 2019-2020)**

Cho biểu thức ..



a) Tìm điều kiện của x để biểu thức có nghĩa và rút gọn .



b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .



**Lời giải:**

a) Để có nghĩa thì:



Vậy với thì có nghĩa.



Ta có: . với



.



Vậy với thì .



b) Ta có:



Để đạt giá trị nhỏ nhất thì đạt giá trị lớn nhất



phải đạt giá trị nhỏ nhất.



Lại có nên .



Giá trị nhỏ nhất của khi và chỉ khi



Giá trị nhỏ nhất của khi và chỉ khi



Vậy với thì có giá trị nhỏ nhất bằng 0.



**(Đề thi HSG 9 Huyện Quan Sơn 2019-2020)**

Cho



1. Rút gọn *P*. Với giá trị nào của *x* thì .



2. Tìm x nguyên biết đạt giá trị nguyên lớn nhất.



**Lời giải**

1.



a)



b) .



Với thì . Nên



Vậy



2. Ta có



có giá trị lớn nhất khi có giá trị lớn nhất là số nguyên dương nhỏ nhất



**(Đề thi HSG 9** **Đồng Xuân 2011 - 2012)**

a/ Phân tích đa thức sau thành nhân tử: .



b/ Cho



+ Tìm điều kiện của để xác định.



+ Rút gọn



**Lời giải**

a/



b/

+ xác định khi x 0 và x



+ Rút gọn =



= = = 2



**(Đề thi HSG 9 Đồng Xuân 2012 - 2013)**

a/ Phân tích đa thức sau thành nhân tử:



b/ Rút gọn



**Lời giải**

a/



b/ Với ĐK :ta có:



=



**(Đề thi HSG 9 Đồng Xuân 2013 - 2014)**

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:



2. Cho biểu thức



a) Tìm điều kiện để xác định. Rút gọn



b) Tính giá trị của khi x =



c) Tìm giá trị của để



**Lời giải**

1.



2. a)



Điều kiện để xác định:



=



b) Khi biểu thức có giá trị là:



c) Với ta có:



(thoả ĐK)



Vậy thì



**(Đề thi HSG 9 Đồng Xuân 2014 - 2015)**

1. Phân tích đa thức sau thành nhân tử:



2. Cho biểu thức



a/ Rút gọn biểu thức .



b/ Tìm để



c/ Tìm giá trị nguyên của để có giá trị nguyên



**Lời giải**

1.



2. a/ Với ĐK : ta có:



=



b/ Với ĐK : ta có



Vậy thì



c) Ta có =



Vậy nguyên khi suy ra



Do nên



**(Đề thi HSG 9 huyện Đồng Xuân 2015-2016)**

Cho biểu thức A =  với 

a/ Rút gọn biểu thức A.

b/ Tính A khi x = 

c/ Tìm x để A có giá trị là 

**Lời giải**

a/ Rút gọn biểu thức A.

Với  ta có 



b/ Khi x =  ta có A = 

Vậy khi x = thì A = 

c/ Với  ta có A =  





 x = 25 ( thỏa ĐK)

Vậy x = 25 thì A = 

**(Đề thi HSG 9 huyện Chương Mỹ 2019-2020)**

Cho biểu thức: 

1. Tìm x để A <1
2. Biết , hãy tính giá trị của
3. Tìm giá trị x nguyên để P nhận giá trị nguyên, khi 
4. Tìm x để 

**Lời giải**

a)Đk: 

Rút gọn 

Do A<1 nên suy ra: 

Kết hợp với điều kiện rồi kết luận: 

b)- Tính được A = 3

* Từ đó suy ra: , tìm được x = 9 (tmđk)
* Thay vào biểu thức 

c)- Tính được 

* Để P nguyên thì  từ đó lập luận tìn x là 0; 36; 16; 4
* So sánh điều kiện và kết luận x 

d)Thay A vào rồi biến đổi đưa về dạng 

* Đánh giá VT 5; VP 5 với mọi x thuộc ĐKXĐ
* Từ đó quy ra: dấu bằng xảy ra khi x = 9
* Kết luận

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2018-2019)**

**1.** Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của :

.

Điều kiện , ; ; .

**2.** Rút gọn biểu thức: .

**Lời giải**

**1.** Với điều kiện , ; ; 

Ta có 









.

Vậy  không phụ thuộc vào giá trị của .

**2. **







Vậy .

**(Đề thi HSG 9 huyện Kỳ Anh 2019-2020)**

a) Tính giá trị của biểu thức : 

b) Cho  Tính giá trị của : 

**Lời giải**

1. 



1. Từ giả thiết ( bình phương 2 vế)



Mặt khác : 

Vậy : 

**(Đề thi HSG 9 quận Thanh Xuân 2019-2020)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn 

b) Tìm giá trị của  khi 

**Lời giải**

a)



b)Ta có 

Vậy 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Phú Yên 2014-2015)**

a) Cho . Chứng minh rằng:

;.

b) Rút gọn biểu thức: .

**ĐÁP ÁN**

a) Cho . Chứng minh rằng:

 (1);

(2).

Đặt 

Bình phương 2 vế ta được: ****.

Từ đó ta có: (3).

Tương tự ta cũng có: (4).

Lấy (3) cộng (4) ta được: ; Lấy (3) trừ (4) ta được: .

b) Rút gọn biểu thức: .

Điều kiện . Áp dụng công thức (1) ta được:

.

Với  hoặc  ta đều có: .

Ta lại có:



.

Vậy .

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Phú Yên 2015-2016)**

Cho biểu thức:

.

a) Rút gọn biểu thức *P*.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của *a* (thỏa điều kiện thích hợp) ta đều có *P* > 6.

**ĐÁP ÁN**

*a) Rút gọn P*

Điều kiện: *a* > 0, *a* ≠ 1. Ta có:









 .

*b) Chứng minh P > 6*

Ta có 

 và .

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Phú Yên 2016-2017)**

Rút gọn và tính giá trị biểu thức:



với  và .

**ĐÁP ÁN**

Rút gọn biểu thức:



với  và .

Ta có: ;

 =



,

Suy ra: .

Vì 

Suy ra : .

**(ĐỀ TS VÀO 10 CHUYÊN TOÁN HÀ NAM 2013-2014)**

Cho biểu thức 

a) Tìm điều kiện của và  để  xác định và rút gọn .

b) Tính giá trị của  khi,

Lời giải:

a) 

ĐK xác định của : 



= 

b) Ta có  với ,



Vậy 

Từ đó 

**(ĐỀ THI CHỌN HSG TỈNH QUẢNG BÌNH 2012-2013)**

Cho biểu thức: .

a) Rút gọn .

b) Tìm ** để  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

a) ĐK: . Ta có:







.

b)

Vậy GTNN của , dấu  xảy ra khi .

**(Đề thi HSG 9 huyện CẨM THỦY (V2) 2011-2012)**

Cho biểu thức:



1. Rút gọn .



1. Tính P khi .



1. Tìm giá trị nguyên của để nhận giá trị nguyên.



**Lời giải**

a/



b/



c/ ĐK: .



Với , , ta có .



**(Đề thi HSG 9 tỉnh HẢI DƯƠNG 2012-2013)**

Cho , thỏa mãn .Tính giá trị của biểu thức



**Lời giải**

Ta có:



**(Đề thi HSG 9 huyện CẨM GIÀNG 2013-2014)**

a) Cho biểu thức: .



Tính giá trị của khi .



b) Cho . Chứng minh rằng .



**Lời giải**

a) Ta có



.



Thay vào biểu thức , ta có:



.



Vậy khi thì giá trị của biểu thức là 2014.



b)



.



Tương tự



Do đó (đpcm).



**(Đề thi HSG 9 huyện KIÊN GIANG 2012-2013)**

Rút gọn: .



**Lời giải**

Điều kiện:



.



**(Đề thi HSG 9 tỉnh THANH HÓA 2018-2019)**

Cho biểu thức :



1/ Rút gọn biểu thức .



2/ Tìm các giá trị của để .



**Lời giải**

1/ Rút gọn biểu thức .



(ĐK: )



A = =



2/ Tìm các giá trị của x để



Kết hợp với ĐK ⇒ .



**(Đề thi HSG 9 huyện KIM THÀNH 2012-2013)**

a/Rút gọn biểu thức



b/ Cho thoả mãn: . Hãy tính giá trị biểu thức



**Lời giải**

a/ Rút gọn biểu thức



ĐKXĐ:







= 

b/ Ta có:



Tương tự:



Thay các kết quả trên vào biểu thức để tính.



**(Đề thi HSG 9 tỉnh AN GIANG 2013-2014)**

Tính:



**Lời giải**



Ta có :



.



**(Đề thi HSG 9 tỉnh HẢI DƯƠNG 2013-2014)**

Rút gọn biểu thức với **.**



**Lời giải**



= .



**(Đề thi HSG 9 tỉnh HƯNG YÊN 2014-2015)**

Cho . Tính giá trị của biểu thức:



**Lời giải**

Ta có :



Thay vào ta có:



**(ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN VĨNH BẢO 2013-2014)**

Cho biểu thức: .



a) Rút gọn biểu thức .



b) Tính giá trị của với .



Lời giải:

a) ĐKXĐ: .



Mẫu thức chung là



b)



**(ĐỀ THI CHỌN HSG TỈNH NINH BÌNH NĂM HỌC 2014-2015)**

Cho biểu thức  (với , ).



a) Rút gọn .



b) Chứng minh rằng , với mọi , .



c) Tìm để là số nguyên.



**Lời giải**

a)



.



b) Xét hiệu



Với mọi , suy ra (đpcm).



c) Ta có , với mọi



suy ra .



**ĐỀ THI CHỌN HSG TỈNH THANH HÓA NĂM HỌC 2013 – 2014**

Cho biểu thức



1. Rút gọn biểu thức



2. Cho . Tìm giá trị lớn nhất của



**Lời giải**

1. Điều kiện: .



.



2. Theo Côsi, ta có: .



Dấu bằng xảy ra ⇔ ⇔



Vậy: đạt được khi:



**ĐỀ THI CHỌN HSG THANH OAI NĂM HỌC 2013-2014**

a) Cho



1. Rút gọn .



2. Tìm giá trị nguyên của để biểu thức nhận giá trị là số nguyên.



b) Tính giá trị của biểu thức .



với



**Lời giải**

ĐKXĐ: (\*)



1) Rút gọn M : Với



Vậy (với ) (\*)



2)



Biểu thức có giá trị nguyên khi và chỉ khi:



Ư(3) Vì



Nên Xảy ra các trường hợp sau:



(TMĐK (\*) )



(không TMĐK (\*) loại )



Vậy thì nhận giá trị nguyên.



b)



Có



Với .Ta có



Vậy với thì .



**ĐỀ THI CHỌN HSG TỈNH PHÚ YÊN NĂM HỌC 2015-2016**

Cho biểu thức



a) Rút gọn biểu thức .



b) Chứng minh rằng với mọi giá trị của (thỏa điều kiện thích hợp) ta đều có .



**Lời giải**

a) (đk: )



.



Vậy với  thì .

b) Ta có  vậy  hay  (đpcm).

**ĐỀ CHỌN HSG LỚP 9 BẮC GIANG NĂM 2016 - 2017**

a. Cho biểu thức  với  và 

Rút gọi và tính giá trị biểu thức biết 

b. Tìm các số nguyên thoả mãn 

c. Cho  thỏa mãn  ;  ; 

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

a) Rút gọn  với và 

Ta có.



+ Nếu 



+ nếu 



b)









Nếu 

Vì  nguyên nên Vô lý vì  là số vô tỉ.

Vây ta có 

Thay  vào Ta có



Ta có(loại) ;  (thoã mãn) , vậy. Kết luận

c)Ta có 

mà  ;  nên 

Ta có 

nên 

Tương tự 

Vậy 

=

=

=

**ĐỀ CHỌN HSG LỚP 9 VĨNH PHÚC NĂM 2014 - 2015**

Cho biểu thức: 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm  để 

**Lời giải**

a) xác định khi    ĐKXĐ:.

Ta có:   

 



  

Vậy với  thì .

b) Biến đổi:   

  (thỏa mãn điều kiện).

Vậy để  thì .

**ĐỀ CHỌN HSG BẮC GIANG LỚP 9 NĂM 2017 - 2018**

a/ Cho biểu thức 

Rút gọn M và tìm x để 

b/ Cho  thỏa mãn . Tính 

**Lời giải**

a/ Cho biểu thức 

Rút gọn M và tìm x để M>1

\*









Vậy M= với 

\*

Ta có . Vậy M>1 khi 1<x<4 và x

b/Cho thỏa mãn . Tính H=

 Vì  nên 

 Tương tự ta có 

 Vậy 





**Chọn hsg lớp 9 Đà Nẵng năm 2015 - 2016**

Cho biểu thức  với 

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tìm tất cả các giá tị nguyên của  để biểu thức  nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Ta có: 



 .

b)  nguyên  nguyên  là ước của .

.

**(Đề thi HSG 9 TP Đà Nẵng 2017-2018)**

Tính 

**Lời giải**

 =

**(Đề thi HSG 9 TP Đà Nẵng 2017-2018)**

Cho biểu thức  với ; .

Rút gọn A và chứng minh .

**Lời giải**

+ Rút gọn  với ; .



**** 

+ Chứng minh .

Xét hiệu  



**(Đề thi HSG 9 Tỉnh Hải Dương 2017-2018)**

Cho . Rút gọn  với 

**Lời giải**

Ta có

  



Rút gọn biểu thức: .

**Lời giải**

Tổng quát: 

.

Vậy 



.

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Điện Biên 2018-2019)**

1. Cho biểu thức: 

a) Rút gọn biểu thức *P*.

b) Tìm *x* để  nhận giá trị nguyên.

2. Cho Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải:**

1. ĐKXĐ: 

a) Ta có: 











b) Ta có: 

Để  thì 

Vậy 

2. Xét biểu thức: 

Dấu "=" xẩy ra khi và chỉ khi *x =* 0*.*

Với *x =* 0

Tương tự: 

Từ (1) và (2) 

Với 

Vậy 

**(Đề thi HSG 9 huyện Hoài Nhơn 2018-2019)**

a) Cho . Tính giá trị của biểu thức .

b) Cho  và  . Tính giá trị của biểu thức:

.

**Lời giải**

a) Ta có: . Thay  vào biểu thức, ta được:

.

b) Ta có :

.

.

Cộng vế theo vế ta được: .

Vậy  khi  và .

**(Đề thi HSG 9 huyện Thạch Hà 2018-2019)**

**1.** Tính giá trị biểu thức 

**2.** Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau:

 

**Lời giải**

1. Ta có





Điều kiện xác định của M là 

 hoặc 



2. Điều kiện xác định của N là  (\*)

 (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) ta được  là điều kiện xác định của M

**(Đề thi HSG 9 huyện Thạch Hà 2018-2019)**

Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**

Theo câu 1) Ta có  (\*)

Áp dụng (\*) ta có:

 (Vì )

Tượng tự ; ;….



Suy ra: 

**(Đề thi HSG 9 huyện Kim Thành)**

1. Cho biểu thức: .

a, Rút gọn biểu thức .

b, Chứng minh rằng: .

2. Cho biểu thức:  với  và .

Tính giá trị của biểu thức: .

**Lời giải**

1. a, Ta có: . Khi đó:



b, Vì  ta luôn có 

Lại có:  hay .

Vậy: .

2. Áp dụng tính chất: . Ta có:



Từ giả thiết  suy ra:



**(Đề thi chọn HSG 9 Bắc Từ Liêm 2018-2019)**

1. Cho biểu thức:



a) Rút gọn biểu thức .

b) Tính giá trị của biểu thức khi x = ; y = 

2. Cho 2 biểu thức:  với  thỏa mãn:  và . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

1. a) ĐKXĐ: 



b) Với ; ta có:  do đó:



Mà 

Vậy 

2. Ta có: 

 (1)

Mà  (Do )

Do đó: (1)  (2)

Mặt khác:



Hơn nữa:

Đặt Ta có:  (do (2) )

Vì thế:



 (Biến đổi tương tự rút gọn *P*)



 (4)

Từ (3), (4) ta có: 

Vậy 

**(Đề thi chọn HSG 2018-2019)**

Cho biểu thức: , với .

1. Rút gon biểu thức .

2. Thính giá trị của biểu thức  khi .

**Lời giải**

1. Điều kiện . Ta có:

A = 

=

=

= .

2. 

.

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Quảng Ngãi 2016 2017)**

Rút gọn biểu thức: A = 

**Lời giải**

Rút gọn biểu thức: A = 

A =  =

A = 

A = 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Quảng Ngãi 2016 2017)**

Cho 

a) Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A

b) Đặt B = A + x – 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B

**Lời giải**



a) ĐKXĐ: 





b) B = A + x – 1=

Dấu “=” xảy ra  ( TM ĐKXĐ)

Vậy GTNN của biểu thức B=-2 khi x=1

**(Đề thi HSG 9 quận Cầu Giấy 2017 2018)**

Cho hai biểu thức:  và  với 

a) Tính giá trị của A với 

b) Rút gọn B

c) Đặt P = B:A. Tìm các giá trị nguyên của  để P nhận giá trị nguyên

**Lời giải**

a) Tính giá trị của A với 



Thay vào 



Vậy  thì 

b)Rút gọn B



c) Đặt P = B:A. Tìm các giá trị nguyên của  để P nhận giá trị nguyên



P nguyên  nguyên  Ư(-6)

Mà Ư(-6)=

Mặt khác: 



Kết hợp ĐKXĐ: 

Kết luận: Vậy  thỏa mãn yêu cầu bài toán

**(Đề thi HSG 9 thành phố Bắc Giang 2016 2017)**

a) Cho biểu thức M= với a, b > 0 và ab. Rút gọi M và tính giá trị biểu thức M biết 

b) Tìm các số nguyên a, b thoả mãn 

c) Cho a, b, c thỏa mãn  ;  ; Tính giá trị biểu thức H=

**Lời giải**

-Rút gọn M= với a, b>0 và ab

-Ta có



+ Nếu a>b>0



+ nếu 0<a<b





-Nếu 

Vì a, b nguyên nên Vô lý vì  là số vô tỉ

-Vây ta có 

Thay a= vào  t

a có 

Ta có b=0 (loại) ; b=2 (thoã mãm) , vậy a=3. Kết luận

Ta có 

mà  ;  nên 

Ta có 

nên 

Tương tự 

Vậy H=

=

=

=

**(Đề thi HSG 9 thành phố Bắc Giang 2016 2017)**

Tính giá trị của biểu thức **N=**

**Lời giải**

**N=**

**=**

**(Đề thi HSG 9 thành phố Bắc Giang 2016 2017)**

Cho a, b là số hữu tỉ thỏa mãn +

Chứng minh  là số hữu tỉ

**Lời giải**



**(Đề thi HSG 9 thành phố Thanh Hóa 2016 2017)**

Cho biểu thức:  .

Với x  0, x  1.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để  .

c) So sánh: P2 và 2P.

**Lời giải**

Điều kiện: x  0, x  1.



Với x  0, x  1. Ta có:



Vì  nên (t/m)

Vậy P =  khi x = 4

Vì 



Dấu “=” xảy ra khi P = 2 x = 0

Vậy P2 2P

**(Đề thi HSG 9 thành phố Hải Phòng 2016 2017)**

Cho .Tính giá trị của .

b) Cho biểu thức  với a > 0, a ≠ 1. Với những giá trị nào của a thì biểu thức  nhận giá trị nguyên?

**Lời giải**

a) Ta có :







Thay giá trị của x vào P ta được:



b) Với điều kiện thì:





Khi đó

Ta thấy với 



Do 

Để N có giá trị nguyên thì N = 1.

⇔  ⇔ 

⇔ 

Vậy 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2010 2011)**

a) Cho ba số hữu tỉ a, b, c thoả mãn  Chứng minh rằng  là số hữu tỉ.

b) Cho ba số hữu tỉ  đôi một phân biệt. Chứng minh rằng:  là số hữu tỉ.

**Lời giải**

Từ giả thiết suy ra 

Suy ra  là số hữu tỉ

Đặt  suy ra 

Áp dụng câu 2a) suy ra  là số hữu tỉ.

**(Đề thi HSG 9 thành phố Bắc Giang 2017 2018)**

a) Cho biểu thức 

Rút gọn M và tìm x để M>1

b) Cho a, b, c >0 thỏa mãn . Tính H=

**Lời giải**

a) Cho biểu thức 

Rút gọn M và tìm x để M>1

\*









Vậy M= với 

\*M<1

Ta có . Vậy M>1 khi 1<x<4 và x

b/Cho a, b, c >0 thỏa mãn . Tính H=

* Vì  nên 1+c=
* Tương tự ta có 
* Vậy H=

=

=

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Hải Dương 2012 2013)**

Cho x, y thỏa mãn . Tính giá trị của biểu thức .

**Lời giải**

Có 









**(Đề thi HSG 9 Tỉnh DakLak 2017-2018)**

Rút gọn biểu thức . Tìm  sao cho .

**Lời giải**

Ta có:

****.

Mặt khác ****.

**(Đề thi HSG 9 TP Đà Nẵng 2017-2018)**

Tính 

**Lời giải**

 



**(Đề thi HSG 9 TP Đà Nẵng 2017-2018)**

Tính Cho biểu thức  với ; 

Rút gọn A và chứng minh .

**Lời giải**

+ Rút gọn A

 Với ; 







+ Chứng minh .

Xét hiệu 

  với ; 

 

**(Đề thi HSG 9 Tỉnh Bình Thuận 2017-2018)**

Cho biểu thức:  với x1 và x > 0

a) Rút gọn biểu thức Q

b) Tìm  để biểu thức Q nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a, Rút gọn. Với x1 và x > 0, ta có:



b, Tìm x để biểu thức Q nhận giá trị nguyên.

Dễ thấy Q>0.

Phương trình sau có nghiệm x > 0, x  1



 có nghiệm x > 0, x  1

 có nghiệm y > 0, y  1



Mà Q nguyên và Q > 0 nên Q = 1 hoặc Q = 2

Với Q = 1 Tìm được  ( Thỏa mãn)

Với Q = 2 phương trình vô nghiệm.

**(Đề thi HSG 9 huyện Xuyên Mộc (dự bị) 2016-2017)**

Rút gọn biểu thức: 

**Lời giải**

Ta có:





**(Đề thi HSG 9 tỉnh Bắc Ninh 2016-2017)**

Rút gọn biểu thức 

**Lời giải**

****



**(Đề thi HSG 9 huyện Trực Ninh 2016-2017)**

1) Rút gọn biểu thức: A = 

2) Cho 

a) Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức A

b) Đặt B = A + x – 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức B

**Lời giải**

1. Rút gọn biểu thức: A = 

A =  =

A = 

A = 

2. 

a) ĐKXĐ: 





b) B = A + x – 1=

Dấu “=” xảy ra  ( TM ĐKXĐ)

Vậy GTNN của biểu thức B=-2 khi x=1

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Quảng Nam 2016-2017)**

Cho biểu thức  với  và .

Rút gọn biểu thức *P* và tìm  để .

**Lời giải**

*Cho biểu thức*  *với*  *và* *. Rút gọn biểu thức P và tìm*  *để* *.*



(*mỗi ý trong khai triển được* ***0,25 điểm***)







+ Với , ta có: 

Suy ra  hay  ( dấu bằng xảy ra khi ).

Do đó, để  thì .

**Hoặc trình bày cách khác:**

+ Với , ta có:  (\*)

Đặt .

Khi đó (\*) trở thành: 



Vì  nên  hay .

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Quảng Nam 2013-2014)**

Rút gọn biểu thức  với x ≥ 4.

**Lời giải**

**a)** Với x ≥ 4, ta có :

A 

Xét các trường hợp :

\* Với x ≥ 8 ta có :

A 

\* Với 4 ≤ x < 8 ta có :

A 

**(Đề thi HSG 9 thành phố Thanh Hóa 2015 - 2016)**

Cho P =  + 

1. Rút gọn P. Với giá trị nào của x thì P > 1

2. Tìm x nguyên biết P đạt giá trị nguyên lớn nhất

**Lời giải**

1.Điều kiện x > 0; x1; 4

P =  + 

=  + 

= 

P > 1..> 1- 1 > 0 > 0

 > 0 Theo đ/k x > 0 x + 3 > 0

 x – 1 > 0  x > 1

Kết hợp điều kiện x > 0; x1; 4

Suy ra x > 1; x4 thì P > 1

2. P =  = 2 +  Với x > 0; x1; 4

P nguyên  x – 1 là ước của 4

P đạt giá trị nguyên lớn nhất  x – 1 = 1  x = 2

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 6 khi x = 2

**(Đề thi HSG 9 huyện Hạ Hòa 2015 - 2016)**

Cho .

Hãy tính giá trị của biểu thức

**Lời giải**

Cho . Hãy tính  biết: ?

Nhân cả 2 vế của đẳng thức đã cho với ta được:

 (1)

Nhân cả 2 vế của đẳng thức đã cho với ta được:

 (2)

Cộng (1) với (2) theo vế rồi rút gọn ta được: x + y = 0.

Vậy A = 2016.

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Ninh Bình 2014 - 2015)**

Cho biểu thức A = 

Với x không âm,khác 4.

a,Rút gọn A

b,Chứng minh rằng A < 1 với mọi x không âm,khác 4

c,Tìm x để A là số nguyên

**Lời giải**



**b) Ta giả sử:** 

**Suy ra** 

**Vì**  **luôn đúng, suy ra điều phải chứng minh**

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Quảng Bình 2012 - 2013)**

Cho biểu thức: 

1. Rút gọn *P*.

b) Tìm *x* để *P* đạt giá trị nhỏ nhất.

**Lời giải**

a) ĐK: .Ta có:



b)



Vậy GTNN của P = 4 khi 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Hưng Yên 2014 - 2015)**

Cho . Tính giá trị của biểu thức

.

**Lời giải**



Thay  vào A ta có



**Đề thi HSG tỉnh Phú Yên năm học 2017 – 2018)**

Tính giá trị của 

*Giải:*

****

a) Rút gọn được 

b) Chứng minh được 0 < A <1 nên A không nguyên

**(Đề thi HSG tỉnh Phú Yên năm học 2017 – 2018)**

Tính giá trị của 

*Giải:*

****

**(Đề thi HSG tỉnh Gia Lai năm học 2011 – 2012)**

Cho  . Tính giá trị của biểu thức 

**Giải:**

Rút gọn  . Thay  vào biểu thức A ta được A = 1

**(Đề thi HSG tỉnh Vĩnh Phúc năm học 2015 – 2016)**

Cho biểu thức 

Rút gọn biểu thức A

Tìm tất cả các số nguyên x để biểu thức A nhận giá trị nguyên

**Giải:**

Điều kiện 

Ta có: 

Để x, A thì  là ước của 2. Suy ra  nhận các giá trị 

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 1 | 2 | 2 |
| X | 1 | 9 | 0 | 16 |
| A | 2 | 2 | 1 | 1 |

**(Đề thi HSG tỉnh Cần Thơ năm học 2012 – 2013)**

**1. Cho biểu thức** 

**Rút gọn P**

**Tìm giá trị tự nhiên của m để P là số tự nhiên**

**2. Tính giá trị**  **với** 

**Giải:**

**a) Điều kiện :** 



**b)** 

**Để** 





**(Đề thi HSG tỉnh Đắc Lắc năm học 2016 – 2017)**

Cho số thực a mà a > 2. Rút gọn biểu thức 

**Giải**

****

**(Tuyển sinh vào 10 chuyên Bình Định năm học 2013 – 2014)**

Cho biểu thức:  ( Với x ≥ 0 ; x ≠ 1)

1. Rút gọn Q

2.Tìm các giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên

**Giải**

1. *Rút gọn Q*



*Tìm các giá trị nguyên của x để Q nhận giá trị nguyên:*

Q=

Kết hợp với điều kiện => 

Vậy với  thì Q nhận giá trị nguyên.

**(Tuyển sinh vào 10 chuyên Bình Định năm học 2013 – 2014)**

Không dùng máy tính, hãy rút gọn biểu thức: 

**Giải**

 .Ta có:



**(Tuyển sinh vao 10 chuyên Hải Phòng năm học 2012 – 2013)**

Cho . Rút gọn và tìm giá trị lớn nhất của A

**Giải**

1)



.

A lớn nhất  khi đó A lớn nhất bằng .

**(Đề thi HSG tỉnh Bến Tre năm học 2016 – 2017)**

Cho biểu thức  . Rút gọn biểu thức B và tìm các giá trị nguyên của x để B có giá trị nguyên

**Giải:**



+) Nếu x < 0: 

B có giá trị nguyên khi  và x < 0

+) Nếu 0 <x  : 

B có giá trị nguyên khi  Ư (3) và x>2

Vậy:



B có giá trị nguyên khi 

**(Tuyển sinh vào chuyên tỉnh Quảng Ninh năm học 2017 – 2018)**

Cho biểu thức:  (với ).

1. Rút gọn biểu thức *A*.

2. Tính giá trị của biểu thức *A* khi 

**Giải:**

1. Với điều kiện xác định là *x 0; x *

A = 

=

= 



2. Ta có :

**

**

**

**

** . Nên thay *x* = + 1 vào *A* ta có:

*A =* = 1

**(Đề thi HSG tỉnh Vĩnh Phúc 2014-2015)**

Cho biểu thức 

a) Rút gọn biểu thức 

b) Tìm  để 

**Lời giải**

a) Rút gọn biểu thức 

Điều kiện:  Từ đó: 

Biến đổi:





 

và 

Từ đó: 

b) Tìm  để 

Biến đổi: 

(thỏa mãn điều kiện).

Vậy để  thì 

**(Đề thi HSG tỉnh Bắc Giang 2017-2018)**

a) Cho biểu thức 

Rút gọn M và tìm x để M > 1

b) Cho a, b, c > 0 thỏa mãn .

Tính H= 

**Lời giải**

a/ Cho biểu thức 

Rút gọn M và tìm x để M>1

\*









Vậy M= với 

\*M<1

Ta có . Vậy M > 1 khi 1< x < 4 và x.

b/Cho a, b, c >0 thỏa mãn .

Tính H=

Vì  nên 1+c=

Tương tự ta có 

Vậy H=

=

=

**(Đề thi HSG tỉnh Lạng Sơn 2017-2018)**

Cho biểu thức  với .

a) Rút gọn biểu thức *A*.

b) Tính giá trị của biểu thức A khi .

**Lời giải**

a) Rút gọn biểu thức *A*.

Đặt ,  khi đó:









b) Tính giá trị của biểu thức A khi .



Do đó: 

**(Đề thi HSG tỉnh Phú Yên 2015-2016)**

Cho biểu thức: 

1. Rút gọn biểu thức P
2. Chứng minh rằng với mọi giái trị của a (thỏa điều kiện thích hợp) ta đều có P>6.

**Lời giải**

1. Rút gọn biểu thức P



1. Chứng minh rằng với mọi giái trị của a (thỏa điều kiện thích hợp) ta đều có P>6.

Ta có  vậy  hay (đpcm).

**(Đề thi HSG tỉnh Thanh Oai 2013-2014)**

Cho 

1. Rút gọn M

2. Tìm giá trị nguyên của x để biểu thức M nhận giá trị là số nguyên

**Lời giải**

ĐKXĐ:  (\*)

1)Rút gọn M : Với



Vậy  (với ) (\*)

2) 

Biểu thức M có giá trị nguyên khi và chỉ khi: 

Ư(3) Vì 

Nên  Xảy ra các trường hợp sau:

.  (TMĐK (\*) )

.  (không TMĐK (\*) loại )

Vậy x = 0 thì M nhận giá trị nguyên.

**(CHỌN HSG TỈNH AN GIANG NĂM HỌC 2017-2018)**

Cho biểu thức  với

Tính giá trị của  tại 

**Lời giải**

Ta có 



Lại có :



Vậy 

***(*ĐỀ THI CHỌN HSG BẮC GIANG NĂM HỌC 2017-2018*)***

Cho biểu thức .

Rút gọn  và tìm  để .

**Lời giải**

ĐKXĐ: **.**

\*

 

   

**\*    **.

Ta có:  nên khi   .

Kết hợp ĐKXĐ ta có và 

Vậy khi  và 

**(ĐỀ THI CHỌN HSG TỈNH BẮC NINH Năm học 2017 – 2018)**

Rút gọn biểu thức:  với .

**Lời giải**



.

**(CHỌN HSG TỈNH BẾN TRE NĂM HỌC 2017 – 2018)**

Rút gọn biểu thức: .

**Lời giải**

Ta có: 

****

.

**(ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI HUYỆN BA THƯỚC - NĂM 2019)**

Cho biểu thức: , với .

1. Rút gọn biểu thức .

b) Tìm các giá trị của  để 

**Lời giải**

a. ****

****

****

****

****

****

****

****

b)    

Vậy với  thì .

**(ĐỀ THI CHỌN HSG TỈNH BÌNH THUẬN \_ NĂM HỌC 2017-2018)**

Cho biểu thức:  với  và .

a) Rút gọn biểu thức .

b) Tìm  để biểu thức  nhận giá trị nguyên.

**Lời giải**

a) Với  và , ta có:





***b) Tìm  để biểu thức Q nhận giá trị nguyên.***

Dễ thấy .

Phương trình sau có nghiệm .

 có nghiệm .

 có nghiệm .

.

Mà  nên .

Với  tìm được  (Thỏa mãn).

Với  phương trình vô nghiệm.

**(ĐỀ THI CHỌN HSG DAKLAK - NĂM HỌC 2017-2018)**

Rút gọn biểu thức . Tìm  sao cho .

**Lời giải**

Ta có:

****

****.

Mặt khác ****.

**(ĐỀ SINH GIỎI Lớp 9 CẤP HUYỆN Năm học 2010 – 2011)**

Rút gọn các biểu thức sau:

a.  b. 

c.  d. 

**Lời giải**

a.



b. 

c. 

d. 

**(KÌ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI LỚP 9 CẤP HUYỆN Năm học 2010 – 2011)**

Cho biểu thức 

a. Rút gọn P.

b. Tính giá trị của biểu thức P khi  ; 

c. Chứng minh: 

**Lời giải**

a. (ĐKXĐ: )



b. Với  Thay vào biểu thức ta được:



c.

Với x > 0; y > 0 suy ra  và 



**(Đề thi HSG 9 tỉnh Điện Biên 2018-2019)**

1. Cho biểu thức: 

a) Rút gọn biểu thức *P*.

b) Tìm *x* để  nhận giá trị nguyên.

2. Cho Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải:**

1. ĐKXĐ: 

a) Ta có: 











b) Ta có: 

Để  thì 

Vậy 

2. Xét biểu thức: 

Dấu "=" xẩy ra khi và chỉ khi *x =* 0*.*

Với *x =* 0

Tương tự: 

Từ (1) và (2) 

Với 

Vậy 

**(Đề thi HSG 9 huyện Hoài Nhơn 2018-2019)**

a) Cho . Tính giá trị của biểu thức .

b) Cho  và  . Tính giá trị của biểu thức:

.

**Lời giải**

a) Ta có: . Thay  vào biểu thức, ta được:

.

b) Ta có :

.

.

Cộng vế theo vế ta được: .

Vậy  khi  và .

**(Đề thi HSG 9 huyện Thạch Hà 2018-2019)**

**1.** Tính giá trị biểu thức 

**2.** Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau:

 

**Lời giải**

1. Ta có





Điều kiện xác định của M là 

 hoặc 



2. Điều kiện xác định của N là  (\*)

 (\*\*)

Từ (\*) và (\*\*) ta được  là điều kiện xác định của M

**(Đề thi HSG 9 huyện Thạch Hà 2018-2019)**

Tính giá trị của biểu thức: 

**Lời giải**

Theo câu 1) Ta có  (\*)

Áp dụng (\*) ta có:

 (Vì )

Tượng tự ; ;….



Suy ra: 

**(Đề thi HSG 9 huyện Kim Thành)**

1. Cho biểu thức: .

a, Rút gọn biểu thức .

b, Chứng minh rằng: .

2. Cho biểu thức:  với  và .

Tính giá trị của biểu thức: .

**Lời giải**

1. a, Ta có: . Khi đó:



b, Vì  ta luôn có 

Lại có:  hay .

Vậy: .

2. Áp dụng tính chất: . Ta có:



Từ giả thiết  suy ra:



**(Đề thi chọn HSG 9 Bắc Từ Liêm 2018-2019)**

1. Cho biểu thức:



a) Rút gọn biểu thức .

b) Tính giá trị của biểu thức khi x = ; y = 

2. Cho 2 biểu thức:  với  thỏa mãn:  và . Chứng minh rằng: 

**Lời giải**

1. a) ĐKXĐ: 



b) Với ; ta có:  do đó:



Mà 

Vậy 

2. Ta có: 

 (1)

Mà  (Do )

Do đó: (1)  (2)

Mặt khác:



Hơn nữa:

Đặt Ta có:  (do (2) )

Vì thế:



 (Biến đổi tương tự rút gọn *P*)



 (4)

Từ (3), (4) ta có: 

Vậy 

**(Đề thi chọn HSG 2018-2019)**

Cho biểu thức: , với .

1. Rút gon biểu thức .

2. Thính giá trị của biểu thức  khi .

**Lời giải**

1. Điều kiện . Ta có:

A = 

=

=

= .

2. 

.

**(Đề thi HSG 9 huyện Ba Đình 2016-2017)**

Cho biểu thức 

1. Rút gọn A.
2. Tính giá trị biểu thức A khi 

**Lời giải**

1. Với  ta có:



1. 



Thay  vào A ta được 

**(Đề thi HSG 9 huyện Ba Đình 2017-2018)**

Rút gọn các biểu thức sau:



 (với  )

**Lời giải**





 (với  )



Vậy nếu  hoặc  nếu .

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2018-2019)**

Cho  . Không dùng máy tính, hãy chứng minh các biểu thức  và có giá trị đều là số chẵn.

**Lời giải**

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2014-2015)**

Chứng minh biểu thức sau không phụ thuộc vào giá trị của x:

A =  .

Điều kiện x , x  4; x  9 ; x  1

**Lời giải**



Do x 0; x 1; x 4; x 9

A = 

A = 

A = 

A = =  => ĐPCM

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2014-2015)**

Rút gọn biểu thức: B = 

**Lời giải**



**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2015-2016)**

Cho P =  + 

1. Rút gọn P. Với giá trị nào của x thì P > 1

2. Tìm x nguyên biết P đạt giá trị nguyên lớn nhất

**Lời giải**

Điều kiện x > 0; x1; 4

P =  + 

=  + 

= 

P > 1> 1- 1 > 0 > 0

 > 0 Theo đ/k x > 0 x + 3 > 0

 x – 1 > 0  x > 1

Kết hợp điều kiện x > 0; x1; 4

Suy ra x > 1; x4 thì P > 1

P =  = 2 +  Với x > 0; x1; 4

P nguyên  x – 1 là ước của 4

P đạt giá trị nguyên lớn nhất  x – 1 = 1  x = 2

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng 6 khi x = 2

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Thanh Hóa 2015-2016)**

Cho biểu thức:  . Với x  0, x  1.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để  .

c) So sánh: P2 và 2P.

**Lời giải**

1. Điều kiện: x  0, x  1.



1. Với x  0, x  1. Ta có:



Vì  nên (t/m)

Vậy P =  khi x = 4

1. Vì 



Dấu “=” xảy ra khi P = 2 x = 0

Vậy P2 2P

**(Đề thi HSG 9 quận Ba Đình 2016-2017)**

Tìm số thực x để biểu thức  là số nguyên.

**Lời giải**

Đặt  

Ta có  (Vì  



Đặt  

+) Với , ta có 

  hệ vô nghiệm

+) Với 





Nếu 

Nếu . Vì  nguyên nên 

*   hệ vô nghiệm
* 

 

Kết hợp điều kiện ta được  (TM )

* 

 (TM )

Vậy với  hoặc  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

**(Đề thi HSG 9 quận Ba Đình 2017-2018)**

Tìm tất cả các số nguyên x để  ; ; ; đều là số nguyên

**Lời giải**

Điều kiện:





Do 



Với x=81 ta có

=

= không thỏa mãn

=

=

Với x= - 3 ta có

=

=

=

=

Vậy x= - 3 thì  ; ; ; đều là số nguyên

**(Đề thi HSG NGHỆ AN 2019-2020)**

Cho hàm số 

Tính tại 

**Lời giải**

|  |
| --- |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |
|  |

**(Đề thi HSG 9 THẠCH HÀ 2018-2019)**

Tính giá trị biểu thức 

**Lời giải**

|  |
| --- |
| Ta có |
|  |
| = 5 - 3 = 2 |

**(Đề thi HSG 9 THẠCH HÀ 2018-2019)**

Tìm điều kiện xác định của các biểu thức sau:

 

**Lời giải**

|  |
| --- |
| Điều kiện xác định của M là |
|  |
| hoặc |
|  |
| Điều kiện xác định của N là  (\*) |
| (\*\*) |
| Từ (\*) và (\*\*) ta được  là điều kiện xác định của M |

**(Đề thi HSG 9 THẠCH HÀ 2018-2019)**

Tính giá trị của biểu thức: B =

**Lời giải**

|  |
| --- |
| Theo câu a) Ta có  (\*)  Áp dụng (\*) ta có:  (Vì ) |
| Tượng tự ; ;…. |
|  |
| Suy ra |

**(Đề thi HSG 9 BÌNH ĐỊNH 2016-2017)**

Cho biểu thức: P = 

a) Rút gọn P.

b) Tìm giá trị tự nhiên của m để P là số tự nhiên.

**Lời giải**

Rút gọn được P =  (với m  0, m  1)

P =  = 1 + 

Ta có: P  N là ước dương của 2  m  (TMĐK)

Vậy m = 4; m = 9 là giá trị cần tìm.

**(Đề thi HSG 9 THANH HÓA 2017 - 2018 )**

**1.** Cho biểu thức , với  Rút gọn  và tìm tất cả các giá trị của  sao cho giá trị của *P* là một số nguyên.

**2.** Tính giá trị của biểu thức  tại 

**Lời giải**

|  |
| --- |
| 1. Với điều kiện ,  ta có: |
|  |
|  |
|  |
| Ta có với điều kiện    Donguyên nên suy ra  (loại).  Vậy không có giá trị của  để  nhận giá trị nguyên. |
| **Chú ý 1:*Có thể làm theo cách sau***  , coi đây là phương trình bậc hai của .  Nếu  vô lí, suy ra  nên để tồn tại  thì phương trình trên có  Do *P* nguyên nên  bằng 0 hoặc 1  +) Nếu  không thỏa mãn.  +) Nếu  không thỏa mãn  Vậy không có giá trị nào của x thỏa mãn. |
| **2. Tính giá trị của biểu thức :**  **tại** |
| Vì |
| nên  là nghiệm của đa thức |
| Do đó |

**(Đề thi HSG 9 TỈNH AN GIANG 2017-2018 )**

Cho biểu thức với

Tính giá trị của  tại 

**Lời giải**

a) Ta có 



Lại có :



Vậy 

**(Đề thi HSG 9 TỈNH BẾN TRE - 2017-2018 )**

Rút gọn biểu thức: .

**Lời giải**

Ta có: 



.

**(Đề thi HSG 9 TỈNH BẮC NINH 2017-2018 )**

Rút gọn biểu thức: , với .

**Lời giải**



.

**(Đề thi HSG 9 HẠ HÒA 2015 -2016 )**

a) Cho .

Tính với .

**Lời giải**







 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Vĩnh Phúc 2017-2018)**

Rút gọn biểu thức 

**Lời giải**

Điều kiện: 

Khi đó: 





**(Đề thi HSG 9 tỉnh Vĩnh Phúc 2017-2018)**

Cho ba số thực dương  thỏa mãn 

và . Chứng minh đẳng thức 

**Lời giải**

Ta có: 





**(Đề thi HSG 9 tỉnh Bắc Ninh 2017-2018)**

Rút gọn biểu thức: , với .

**Lời giải**



.

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Bến Tre 2017-2018)**

Rút gọn biểu thức: .

**Lời Giải**

****

.

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Hải Dương 2017-2018)**

Rút gọn biểu thức với .

**Lời Giải**

Với và  , ta có :







Vậy với  và , ta có

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Hà Nam 2017 - 2018)**

Cho biểu thức M = 

a) Tìm điều kiện của *a* và *b* để M xác định và rút gọn M.

b) Tính giá trị của M khi *a* = , *b* = 

**Lời giải**

a) 

ĐK xác định của M: 





b) Ta có  với , 



Vậy 

Từ đó 

**(Đề thi HSG 9 tỉnh Hải Dương 2017 - 2018)**

Cho. Rút gọn  với 

**Lời giải**

Ta có





**(Thi THPT Chuyên- TP HCM năm học 2010- 2011 )**

Thu gọn biểu thức: A=

Giải:

Xét M =

Ta có M > 0 và  , suy ra M =

A= M- = -(-1)=1

**(Thi HSG cấp TP Thanh Hóa năm học 2016- 2017)**

Cho biểu thức:  . Với x  0, x  1.

a) Rút gọn biểu thức P.

b) Tìm x để  .

c) So sánh: P2 và 2P.

Giải:

a) Điều kiện: x  0, x  1.



b) Với x  0, x  1. Ta có:



Vì  nên (t/m)

Vậy P =  khi x = 4

c) Vì 



Dấu “=” xảy ra khi P = 2 x = 0

Vậy P2 2P

**(Thi chuyên tỉnh Hòa Bình năm học 2013- 2014)**

a/ Rút gọn biểu thức 

b/ Tìm giá trị  nguyên để biểu thức  nhận giá trị nguyên.

Giải:

a) ĐK: 





b) Ta có 

 nhận giá trị nguyên  là ước của 2

. KL…

**(Thi chuyên Toán tỉnh Hòa Bình năm học 2015- 2016)**

1. Tính giá trị của các biểu thức sau:



1. Rút gọn biểu thức:



Giải:

a) 

b) 

c) ĐK a0



**(Đề thi HSG 9 huyện Kim Thành 2019-2020)**

1) Rút gọn biểu thức: 

2) Cho  và  là hai số thỏa mãn: . Hãy tính giá trị của biểu thức 

**Lời giải**



2) Nhân 2 vế của  với  ta được:



Tương tự nhân 2 vế của (1) với  ta được: 

Cộng vế với vế của (2) và (3) ta được:



Vậy 

**(Đề thi HSG 9 trường THCS Lương Thế Vinh 2019-2020)**

Cho biểu thức với 

Tính giá trị biểu thức khi 

**Lời giải**

Ta có:



Có:



Thay ( tmđk) vào A, ta được: 

**(Đề thi HSG 9 Huyện Hà Trung 2008 - 2009)**

Rút gọn biểu thức sau

a. 

b. 

c. 1-

**Lời giải**

a. = 

= 

b. =

= =

==== 

=

c. 1-= 1-=1-

=1-

= 1- (1-sinx.cosx)= sinx.cosx

**(Đề thi HSG 9 Huyện Hà Trung 2008 - 2009)**

A=

1. Rút gọn biểu thức A
2. Tính giá trị biểu thức A khi x=33-8
3. Chứng minh A<

**Lời giải**

ĐKXĐ: 

A==

=

A khi x=33-8

Ta cã x=33-8= 

A=

1. Chứng minh A<

Xét A-==

Do 

 A-A<

**ĐỀ THI CHỌN HSG TỈNH ĐẮC LẮC NĂM HỌC 2016-2017**

*Câu 1:* Cho số thực *a* mà . Rút gọn biểu thức .

**Lời giải**







.

***(2,0 điểm*ĐỀ THI CHỌN HSG TỈNH HƯNG YÊN NĂM HỌC 2016-2017**

Cho . Tính .

**Lời giải**

Ta có : .

Lại có .



**ĐỀ THI CHỌN HSG PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO HUYỆN NAM TRỰC**

1. Rút gọn biểu thức: , với .

2. Cho , tính giá trị biểu thức .

**Lời giải**

1. Ta có 





.

2. Ta có: . Suy ra:



**ĐỀ THI HSG QUẢNG NGÃI NĂM HỌC 2018-2019**

1) Rút gọn biểu thức: .

2) Cho .

a) Nêu điều kiện xác định và rút gọn biểu thức .

b) Đặt . Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức .

**Lời giải**

1. Ta có .

A =  =

= 

= .

2. 

a) ĐKXĐ: 





.

1.  =.

Dấu “=” xảy ra  ( thỏa mãn ).

**ĐỀ THI HSG VINH NĂM HỌC 2016-2017**

Tính giá trị của biểu thức:  tại 

**Lời giải**

Ta có 

Suy ra  hay 

Do đó



(vì 

Vậy  tại 