|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO**  **THÀNH PHỐ THANH HÓA**  *Đề gồm 5 câu* | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP THÀNH PHỐ**  **Năm học: 2022 – 2023**  **Môn thi: Toán**  *Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)*  *Ngày thi: 10/02/2023* |

**Câu 1:** *(4.0 điểm) Cho biểu thức* 

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm giá trị nguyên của *x* để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

**Câu 2:** *(4.0 điểm)*

1. Giải phương trình sau: 
2. Cho  và . Chứng minh: 

**Câu 3**: *(4.0 điểm)*

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 
2. Cho số tự nhiên  và số nguyên tố *p* thỏa mãn *p – 1* chia hết cho *n* đồng thời  chia hết cho *p*. Chứng minh rằng n + p là một số chính phương.

**Câu 4**: *(6.0 điểm)* Cho hình vuông *ABCD* cạnh *a*. Trên cạnh *BC* lấy điểm *M* (khác B,C), qua điểm *A* kẻ tia *Ax* vuông góc với *AM* cắt tia *CD* tại điểm *F.*

1. Chứng minh rằng *AM = AF*
2. Trên cạnh *CD* lấy điểm *M* sao cho , gọi giao điểm của *AM,AN* với *BD* lần lượt tại *Q* và *P* ; gọi *I* là giao điểm của *MP và NQ*. Chứng minh  tại *H*.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác *AMN* khi *M,N*  thay đổi.

**Câu 5**: *(2.0 điểm)* Cho *a, b, c*  là ba cạnh của tam giác.

Chứng minh: 

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
|  | 1) **(2 điểm)**  Ta có:  ĐKXĐ: | **0,25đ** |
|  | Khi đó: | **0,5đ**  **0,5đ** |
|  | KL:Vậy  với | **0,5**  **0,25** |
|  | **2) (2 điểm)**  với  Ta có: | **0,5** |
|  | Để A có giá trị nguyên thì  nguyên, suy ra  Vì  nên | **0,5** |
|  | +)  (loại)  +)  Vậy | **0,5**  **0,5** |
|  | **1) (2 điểm) Giải phương trình sau:** |  |
|  | ĐKXĐ: | **0,25** |
|  | không phải là nghiệm của phương trình nên phương trình tương đương với: | **0,5** |
|  | Đặt , phương trình trở thành: | **0,5** |
|  | Với (thỏa mãn đk) | **0,5** |
|  | Vậy tập nghiệm của phương trình là: | **0,25** |
|  | **2) (2 điểm) Cho  và . Chứng minh**: |  |
|  | Với  và ta có: | **0,5** |
|  | (Vì  và ) | **0,5** |
|  | (Vì  và ) | **0,5** |
|  | (Vì **)** | **0,5** |
|  | Vậy  với  và |  |
|  | **1) (2 điểm)** Tìm nghiệm nguyên của phương trình: |  |
|  |  | **0,5** |
|  | +) Xét y = 2: PT vô nghiệm | **0,25** |
|  | +) Xét  Ta có: | **0,25** |
|  | Vì  nên  Do là số chính phương nên  +) Với y = 3 thì  (vô lí)  +) Với y = 1 thì | **0,25**  **0,25**  **0,25**  **0,25** |
|  | Vậy |  |
|  | **2) (2 điểm) Cho số tự nhiên  và số nguyên tố *p* thỏa mãn *p – 1* chia hết cho *n* đồng thời  chia hết cho *p*. Chứng minh rằng n + p là một số chính phương.** |  |
|  | Ta có:  Vì | **0,25** |
|  | Do đó:  Từ | **0,5** |
|  | Suy ra: | **0,25** |
|  |  | **0,5** |
|  | Vì .  Nên suy ra | **0,25** |
|  | Từ (1) và (2) suy ra: *k = n + 1*. Khi đó  (đpcm). | **0,25** |
|  |  |  |
|  | **1) Chứng minh rằng:** *AM = AF* |  |
|  | Xét  và  vuông tại B; D có:  AB = AD (cạnh hình vuông)  (cùng phụ )  Suy ra:  = (cgv-gn)  (đpcm) | **2,0** |
|  | **2) Chứng minh:**  **tại *H*.** |  |
|  | Ta có: kết hợp (đối đỉnh)  Suy ra:  và  kết hợp  Suy ra: | **0,75** |
|  | Từ (1) và (2) suy ra:  (vì tam giác AND vuông tại D)  Suy ra: tại Q.  Cmtt: tại P. | **0,75** |
|  | Khi đó  có hai đường cao NQ và MP cắt nhau tại II là trực tâm.  Suy ra AI là đường cao thứ ba của tam giác  tại H. (đpcm) | **0,5** |
|  | **3) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMN khi M, N thay đổi.**  Gọi BM = x; DN = y (*0 < x; y < a*).  Khi đó:      Lại có: | **0,75** |
|  | Suy ra: . Đặt MN = t  Mà .  Khi đó: , thay    Vì | **0,75** |
|  | Suy ra:  Dấu “=” xảy ra  Vậy | **0,5** |
| **5**  **2đ** | **Cho *a, b, c*  là ba cạnh của tam giác.**  **Chứng minh:** |  |
| Vì *a,b,c*  là 3 cạnh của tam giác nên:    Đặt:  Ta có: | **0,5** |
|  | **1** |
| Mà  Suy ra: | **0,5** |