|  |  |
| --- | --- |
| **PHÒNG GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO****THÀNH PHỐ THANH HÓA***Đề gồm 5 câu* | **KỲ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI THCS CẤP THÀNH PHỐ****Năm học: 2022 – 2023****Môn thi: Toán***Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian giao đề)**Ngày thi: 10/02/2023* |

**Câu 1:** *(4.0 điểm) Cho biểu thức* 

1. Rút gọn biểu thức A.
2. Tìm giá trị nguyên của *x* để biểu thức A nhận giá trị nguyên.

**Câu 2:** *(4.0 điểm)*

1. Giải phương trình sau: 
2. Cho  và . Chứng minh: 

**Câu 3**: *(4.0 điểm)*

1. Tìm nghiệm nguyên của phương trình: 
2. Cho số tự nhiên  và số nguyên tố *p* thỏa mãn *p – 1* chia hết cho *n* đồng thời  chia hết cho *p*. Chứng minh rằng n + p là một số chính phương.

**Câu 4**: *(6.0 điểm)* Cho hình vuông *ABCD* cạnh *a*. Trên cạnh *BC* lấy điểm *M* (khác B,C), qua điểm *A* kẻ tia *Ax* vuông góc với *AM* cắt tia *CD* tại điểm *F.*

1. Chứng minh rằng *AM = AF*
2. Trên cạnh *CD* lấy điểm *M* sao cho , gọi giao điểm của *AM,AN* với *BD* lần lượt tại *Q* và *P* ; gọi *I* là giao điểm của *MP và NQ*. Chứng minh  tại *H*.
3. Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác *AMN* khi *M,N*  thay đổi.

**Câu 5**: *(2.0 điểm)* Cho *a, b, c*  là ba cạnh của tam giác.

 Chứng minh: 

**ĐÁP ÁN**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Câu** | **Nội dung** | **Điểm** |
|  | 1) **(2 điểm)**Ta có: ĐKXĐ:  | **0,25đ** |
|  | Khi đó:  | **0,5đ****0,5đ** |
|  | KL:Vậy  với  | **0,5****0,25** |
|  | **2) (2 điểm)** với Ta có:  | **0,5** |
|  | Để A có giá trị nguyên thì  nguyên, suy ra Vì  nên  | **0,5** |
|  | +)  (loại)+)Vậy  | **0,5****0,5** |
|  | **1) (2 điểm) Giải phương trình sau:**  |  |
|  | ĐKXĐ:  | **0,25** |
|  |  không phải là nghiệm của phương trình nên phương trình tương đương với: | **0,5** |
|  | Đặt , phương trình trở thành: | **0,5** |
|  | Với (thỏa mãn đk) | **0,5** |
|  | Vậy tập nghiệm của phương trình là:  | **0,25** |
|  | **2) (2 điểm) Cho  và . Chứng minh**:  |  |
|  | Với  và ta có: | **0,5** |
|  |  (Vì  và ) | **0,5** |
|  |  (Vì  và ) | **0,5** |
|  |  (Vì **)** | **0,5** |
|  | Vậy  với  và  |  |
|  | **1) (2 điểm)** Tìm nghiệm nguyên của phương trình:  |  |
|  |  | **0,5** |
|  | +) Xét y = 2: PT vô nghiệm | **0,25** |
|  | +) Xét  Ta có:  | **0,25** |
|  | Vì  nên Do là số chính phương nên +) Với y = 3 thì  (vô lí)+) Với y = 1 thì  | **0,25****0,25****0,25****0,25** |
|  | Vậy  |  |
|  | **2) (2 điểm) Cho số tự nhiên  và số nguyên tố *p* thỏa mãn *p – 1* chia hết cho *n* đồng thời  chia hết cho *p*. Chứng minh rằng n + p là một số chính phương.** |  |
|  | Ta có: Vì  | **0,25** |
|  | Do đó: Từ  | **0,5** |
|  | Suy ra:  | **0,25** |
|  |  | **0,5** |
|  | Vì .Nên suy ra  | **0,25** |
|  | Từ (1) và (2) suy ra: *k = n + 1*. Khi đó  (đpcm). | **0,25** |
|  |  |  |
|  | **1) Chứng minh rằng:** *AM = AF* |  |
|  | Xét  và  vuông tại B; D có:AB = AD (cạnh hình vuông)(cùng phụ )Suy ra:  = (cgv-gn)(đpcm) | **2,0** |
|  | **2) Chứng minh:**  **tại *H*.** |  |
|  | Ta có: kết hợp (đối đỉnh)Suy ra:  và  kết hợp Suy ra:  | **0,75** |
|  | Từ (1) và (2) suy ra:  (vì tam giác AND vuông tại D)Suy ra: tại Q.Cmtt: tại P. | **0,75** |
|  | Khi đó  có hai đường cao NQ và MP cắt nhau tại II là trực tâm.Suy ra AI là đường cao thứ ba của tam giác  tại H. (đpcm) | **0,5** |
|  | **3) Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích tam giác AMN khi M, N thay đổi.**Gọi BM = x; DN = y (*0 < x; y < a*).Khi đó:Lại có: | **0,75** |
|  | Suy ra: . Đặt MN = tMà .Khi đó: , thay  Vì  | **0,75** |
|  | Suy ra: Dấu “=” xảy ra Vậy  | **0,5** |
| **5****2đ** | **Cho *a, b, c*  là ba cạnh của tam giác.** **Chứng minh:**  |  |
| Vì *a,b,c*  là 3 cạnh của tam giác nên:Đặt: Ta có:   | **0,5** |
|  | **1** |
| Mà Suy ra:  | **0,5** |