

BÀI 19. LOGARIT

CHƯƠNG 6. LOGARIT

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. KHÁI NIỆM LÔGARIT

Cho a là một số thực dương khác 1 và M là một số thực dương. Số thực α để $a^\alpha = M$ được gọi là lôgarit cơ số a của M và kí hiệu là $\log_a M$.

$$\alpha = \log_a M \Leftrightarrow a^\alpha = M.$$

Chú ý. Không có lôgarit của số âm và số 0. Cơ số của lôgarit phải dương và khác 1.

Từ định nghĩa lôgarit, ta có các tính chất sau:

Với $0 < a \neq 1, M > 0$ và α là số thực tùy ý, ta có:

$$\log_a 1 = 0; \log_a a = 1;$$

$$a^{\log_a M} = M; \log_a a^\alpha = \alpha.$$

Ví dụ 1. Tính: a) $\log_2 \frac{1}{8}$; b) $\log_{\sqrt{3}} 9$.

Giải

$$\text{a) } \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3$$

$$\text{b) } \log_{\sqrt{3}} 9 = \log_{\sqrt{3}} (\sqrt{3})^4 = 4$$

2. TÍNH CHẤT CỦA LÔGARIT

a) Quy tắc tính lôgarit

Giả sử a là số thực dương khác 1, M và N là các số thực dương, α là số thực tùy ý. Khi đó:

$$\log_a (MN) = \log_a M + \log_a N$$

$$\log_a \left(\frac{M}{N} \right) = \log_a M - \log_a N$$

$$\log_a M^\alpha = \alpha \log_a M$$

Ví dụ 2. Tính giá trị của các biểu thức sau:

$$\text{a) } \log_4 2 + \log_4 32$$

$$\text{b) } \log_2 80 - \log_2 5$$

Giải

$$\text{a) } \log_4 2 + \log_4 32 = \log_4 (2 \cdot 32) = \log_4 64 = \log_4 4^3 = 3 \log_4 4 = 3$$

$$\text{b) } \log_2 80 - \log_2 5 = \log_2 \frac{80}{5} = \log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \log_2 2 = 4$$

b) Đổi cơ số của lôgarit

Với các cơ số lôgarit a và b bất kì ($0 < a \neq 1, 0 < b \neq 1$) và M là số thực dương tùy ý, ta luôn có:

$$\log_a M = \frac{\log_b M}{\log_b a}$$

Ví dụ 3. Không dùng máy tính cầm tay, hãy tính $\log_4 8$.

Giải

$$\log_4 8 = \frac{\log_2 8}{\log_2 4} = \frac{\log_2 2^3}{\log_2 2^2} = \frac{3}{2}.$$

Ta có:

Ví dụ 4. Chứng minh rằng:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a};$$

a) Nếu a và b là hai số dương khác 1 thì

$$\log_{a^\alpha} M = \frac{1}{\alpha} \log_a M.$$

b) Nếu a là số dương khác 1, M là số dương và $\alpha \neq 0$, thì

Giải

$$\log_a b = \frac{\log_b b}{\log_b a} = \frac{1}{\log_b a}.$$

a) Theo công thức đổi cơ số, ta có:

$$\log_{a^\alpha} M = \frac{\log_a M}{\log_a a^\alpha} = \frac{1}{\alpha} \log_a M.$$

b) Theo công thức đổi cơ số, ta có:

3. LÔGARIT THẬP PHÂN VÀ LÔGARIT TỰ NHIÊN

a) Lôgarit thập phân

Trong thực hành, ta hay dùng hệ đếm thập phân (hệ đếm cơ số 10); lôgarit cơ số 10 đóng vai trò quan trọng trong tính toán.

Lôgarit cơ số 10 của một số dương M gọi là lôgarit thập phân của M , kí hiệu là $\log M$ hoặc $\lg M$ (đọc là lôc của M).

Ví dụ 5. Độ pH của một dung dịch hoá học được tính theo công thức: $pH = -\log[H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ (tính theo mol/lít) của các ion hydrogen. Giá trị pH nằm trong khoảng từ 0 đến 14. Nếu $pH < 7$ thì dung dịch có tính acid, nếu $pH > 7$ thì dung dịch có tính base, còn nếu $pH = 7$ thì dung dịch là trung tính.

a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng $0,01 \text{ mol/l}$ ít.

b) Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH bằng 7,4.

Giải

a) Khi $[H^+] = 0,01$, ta có: $pH = -\log 0,01 = -\log 10^{-2} = 2$.

b) Nồng độ ion hydrogen trong dung dịch đó là $[H^+] = 10^{-7,4}$.

b) Số e và lôgarit tự nhiên

Bài toán lãi kép liên tục và số e

Ta đã biết: Nếu đem gửi ngân hàng một số vốn ban đầu là P theo thể thức lãi kép với lãi suất hằng năm không đổi là r và chia mỗi năm thành m kì tính lãi thì sau t năm (tức là sau tm kì) số tiền thu

$$\text{được (cả vốn lẫn lãi) là } A_m = P \left(1 + \frac{r}{m} \right)^{tm}.$$

Nếu kì tính lãi được chia càng ngày càng nhỏ, tức là tính lãi hằng ngày, hằng giờ, hằng phút, hằng giây,... thì dẫn đến việc tính giới hạn của dãy số A_m khi $m \rightarrow +\infty$. Ta có:

$$A_m = P \left(1 + \frac{r}{m} \right)^{tm} = P \left[\left(1 + \frac{1}{\frac{m}{r}} \right)^{\frac{m}{r}} \right]^{tr}.$$

$$\lim_{m \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{\frac{m}{r}} \right)^{\frac{m}{r}}$$

Để tính giới hạn $\lim_{m \rightarrow +\infty} A_m$, ta cần xét giới hạn

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x$$

Một cách tổng quát, ta xét giới hạn

Người ta chứng minh được giới hạn trên tồn tại, nó là một số vô tỉ có giá trị bằng 2,718281828... và

$$e = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x \approx 2,7183$$

kí hiệu là e . Vậy

Từ các kết quả trên suy ra $\lim_{m \rightarrow +\infty} A_m = Pe^{rt}$.

Thế thức tính lãi khi $m \rightarrow +\infty$ theo cách trên gọi là thế thức lãi kép liên tục.

Như vậy, với số vốn ban đầu là P , theo thế thức lãi kép liên tục, lãi suất hằng năm không đổi là r thì sau t năm, số tiền thu được cả vốn lẫn lãi sẽ là $A = Pe^{rt}$. Công thức trên gọi là công thức lãi kép liên tục.

Lôgarit tự nhiên

Ta có định nghĩa sau:

Lôgarit cơ số e của một số dương M gọi là lôgarit tự nhiên của M , kí hiệu là $\ln M$ (đọc là lôgarit Nêpe của M).

Ví dụ 6. Biết thời gian cần thiết (tính theo năm) để tăng gấp đôi số tiền đầu tư theo thế thức lãi kép

$$t = \frac{\ln 2}{r}$$

liên tục với lãi suất không đổi r mỗi năm được cho bởi công thức sau: Tính thời gian cần thiết để tăng gấp đôi một khoản đầu tư khi lãi suất là 6% mỗi năm (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Giải

Ta có: $r = 6\% = 0,06$. Do đó thời gian cần thiết để tăng gấp đôi khoản đầu tư là

$$t = \frac{\ln 2}{r} = \frac{\ln 2}{0,06} \approx 11,6 \text{ (năm)}.$$

c) Tính lôgarit bằng máy tính cầm tay

Có thể dùng máy tính cầm tay để tính lôgarit của một số dương.

Tính (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ tư)	Bấm phím	Màn hình hiện	Kết quả
$\log 6,52$		0.8142475957	$\log 6,52 \approx 0,8142$
$\ln 6,52$		1.874874376	$\ln 6,52 \approx 1,8749$
$\log_{14} 17$		1.073570215	$\log_{14} 17 \approx 1,0736$

Ví dụ 7. Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

Giải

Ta có: $A = 100 \cdot (1 + 0,06)^n = 100 \cdot 1,06^n$.

Với $A = 150$, ta có: $100 \cdot 1,06^n = 150$ hay $1,06^n = 1,5$, tức là $n = \log_{1,06} 1,5 \approx 6,96$.

Vì gửi tiết kiệm kì hạn 12 tháng (tức là 1 năm) nên n phải là số nguyên. Do đó ta chọn $n = 7$.

Vậy sau ít nhất 7 năm thì bác An nhận được số tiền ít nhất là 150 triệu đồng.

- Công thức lãi kép tính số tiền thu được sau N kì gửi là $A = 100 \cdot \left(1 + \frac{0,06}{n} \right)^N$, trong đó n là số kì tính lãi trong 1 năm.

- Công thức lãi kép liên tục tính số tiền thu được sau t năm gửi là $A = 100 \cdot e^{0,06t}$.

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Thực hiện các phép tính lôgarit

Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Tính: a) $\log_3 3\sqrt{3}$; b) $\log_{\frac{1}{2}} 32$.

Câu 2. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Rút gọn biểu thức:

$$A = \log_2 (x^3 - x) - \log_2 (x+1) - \log_2 (x-1) (x > 1)$$

Câu 3. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Không dùng máy tính cầm tay, hãy tính $\log_9 \frac{1}{27}$.

Câu 4. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Tính:

a) $\log_2 2^{-13}$;

b) $\ln e^{\sqrt{2}}$;

c) $\log_8 16 - \log_8 2$;

d) $\log_2 6 \cdot \log_6 8$.

Câu 5. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Viết mỗi biểu thức sau thành lôgarit của một biểu thức (giả thiết các biểu thức đều có nghĩa):

a) $A = \ln \left(\frac{x}{x-1} \right) + \ln \left(\frac{x+1}{x} \right) - \ln (x^2 - 1)$;

b) $B = 21 \log_3 \sqrt[3]{x} + \log_3 (9x^2) - \log_3 9$.

Câu 6. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Rút gọn các biểu thức sau:

a) $A = \log_{\frac{1}{3}} 5 + 2 \log_9 25 - \log_{\sqrt{5}} \frac{1}{5}$;

b) $B = \log_a M^2 + \log_{a^2} M^4$.

Câu 7. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \log_6 7 \cdot \log_7 8$;

b) $B = \log_2 2 \cdot \log_2 4 \cdots \log_2 2^n$.

Câu 8. Cho a là một số thực dương. Rút gọn biểu thức sau:

$$A = \log_{\frac{1}{3}} a - \log_{\sqrt{3}} a^2 + \log_9 \frac{1}{a}.$$

Câu 9. Tính $\log_{25} 32$ theo $a = \log_2 5$.

Câu 10. Tính:

a) $\log_2 \frac{1}{64}$;

b) $\log 1000$;

c) $\log_5 1250 - \log_5 10$;

d) $4^{\log_2 3}$.

Câu 11. Chứng minh rằng:

a) $\log_a (x + \sqrt{x^2 - 1}) + \log_a (x - \sqrt{x^2 - 1}) = 0$;

b) $\ln (1 + e^{2x}) = 2x + \ln (1 + e^{-2x})$.

Câu 12. Biết $\log_2 3 \approx 1,585$. Hãy tính:

a) $\log_2 48$;

b) $\log_4 27$.

Câu 13. Đặt $a = \log_3 5, b = \log_4 5$. Hãy biểu diễn $\log_{15} 10$ theo a và b .

Câu 14. Tìm $\log_{49} 32$, biết $\log_2 14 = a$.

Câu 15. So sánh các số sau:

a) $\log_3 4$ và $\log_4 \frac{1}{3}$;

b) $2^{\log_6 3}$ và $3^{\log_6 \frac{1}{2}}$.

Câu 16. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\log_3 9^{\frac{1}{5}}$;

b) $\log \frac{1}{\sqrt[3]{10}}$

c) $\left(\frac{1}{25}\right)^{\log_5 \frac{1}{3}}$.

Câu 17. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\log_3 45 + \log_3 \frac{1}{5}$;

b) $\log_4 48 - \log_4 3$;

c) $\log_2 \frac{16}{3} + 2\log_2 \sqrt{6}$

d) $\frac{1}{3} \log_3 \frac{9}{7} + \log_3 \sqrt[3]{7}$

Câu 18. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\log_9 \frac{1}{27}$;

b) $\log_8 9 \cdot \log_{27} \frac{1}{16}$;

c) $\log_4 27 \cdot \log_3 5 \cdot \log_{25} 8$

Câu 19. Biết rằng $2^{\log 2} = a, \log 3 = b$. Biểu thị các biểu thức sau theo a và b .

a) $\log 18$;

b) $\log_2 12$;

c) $\log 75$.

Câu 20. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\log_9 \frac{1}{81}$;

b) $\log 10000$;

c) $\log 0,001$;

d) $\log_{0,7} 1$;

e) $\log_5 \sqrt[4]{5}$;

g) $\log_{0,5} 0,125$.

Câu 21. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $3^{\log_3 5}$;

b) $e^{\ln 3}$;

c) $7^{2\log_7 8}$;

d) $2^{\log_2 3 + \log_2 5}$;

e) $4^{\log_2 \frac{1}{5}}$

g) $0,001^{\log 2}$.

Câu 22. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\log_3 \frac{9}{10} + \log_3 30$;

b) $\log_5 75 - \log_5 3$;

c) $\log_3 \frac{5}{9} - 2\log_3 \sqrt{5}$;

d) $4\log_{12} 2 + 2\log_{12} 3$;

e) $2\log_5 2 - \log_5 4\sqrt{10} + \log_5 \sqrt{2}$;

g) $\log_3 \sqrt{3} - \log_3 \sqrt[3]{9} + 2\log_3 \sqrt[4]{27}$

Câu 23. Tính giá trị của các biểu thức sau:

a) $\log_8 \frac{1}{32}$;

b) $\log_5 3 \cdot \log_3 5$;

c) $2^{\frac{1}{\log_5 2}}$;

d) $\log_{27} 25 \cdot \log_5 81$.

Câu 24. Tính:

a) $\log_3 5 \cdot \log_5 7 \cdot \log_7 9$;

b) $\log_2 \frac{1}{25} \cdot \log_3 \frac{1}{32} \cdot \log_5 \frac{1}{27}$.

Câu 25. Sử dụng máy tính cầm tay, tính (làm tròn đến chữ số thập phân thứ tư):

a) $\log_7 21$;

b) $\log 2,25$;

c) $\ln \sqrt{14}$

d) $\log_{0,5} 3 + \log_5 0,3$.

Câu 26. Đặt $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$. Hãy biểu thị các biểu thức sau theo a và b .

a) $\log_2 45$;

b) $\log_2 \frac{\sqrt{15}}{6}$

c) $\log_3 20$.

Câu 27. Đặt $\log x = a, \log y = b, \log z = c (x, y, z > 0)$. Biểu thị các biểu thức sau theo a, b, c .

- a) $\log(xyz)$;
 b) $\log \frac{x^3 \sqrt[3]{y}}{100\sqrt{z}}$;
 c) $\log_z(xy^2) (z \neq 1)$.

Câu 28. Đặt $\log_2 3 = a, \log_3 15 = b$. Biểu thị $\log_{30} 18$ theo a và b .

Câu 29. Tính:

- a) $\log_{0,5} 0,25$;
 b) $8^{\log_2 5}$;
 c) $\left(\frac{1}{10}\right)^{\log 81}$;
 d) $5^{\log_{25} 16}$.

Câu 30. Cho $\log_a b = 2$. Tính:

- a) $\log_a (a^2 b^3)$;
 b) $\log_a \frac{a\sqrt{a}}{b^3 \sqrt[3]{b}}$;
 c) $\log_a (2b) + \log_a \left(\frac{b^2}{2}\right)$

Câu 31. Không sử dụng máy tính cầm tay, hãy tính:

- a) $\log_{\sqrt{2}} 8$;
 b) $\log_3 \sqrt[3]{9}$;
 c) $9^{\log_3 12}$;
 d) $2^{\log_4 9}$.

Câu 32. Tính:

- a) $A = \frac{25^{\log_5 6} + 49^{\log_7 8} - 3}{3^{1+\log_9 4} + 4^{2-\log_2 3} + 5^{\log_{125} 27}}$
 $B = \frac{36^{\log_6 5} + 10^{1-\log 2} - 3^{\log_9 36}}{\log_2 (\log_2 \sqrt[4]{2})}$
 b) $C = \log_1 (\log_3 4 \cdot \log_2 3)$
 c) $\frac{4}{4}$;
 d) $D = \log_4 2 \cdot \log_6 4 \cdot \log_8 6$.

Câu 33. Cho $\log_a b = 4$. Tính:

- a) $\log_a \left(a^{\frac{1}{2}} b^5\right)$;
 b) $\log_a \left(\frac{a\sqrt{b}}{b^3 \sqrt[3]{a}}\right)$;
 c) $\log_{a^3 b^2} (a^2 b^3)$.

d) $\log_{a\sqrt{b}}(\sqrt[4]{a}\sqrt{b})$.

Câu 34. a) Cho $\log_2 3 = a$. Tính $\log_{18} 72$ theo a .

b*) Cho $\log 2 = a$. Tính $\log_{20} 50$ theo a .

Câu 35. Cho $x > 0, y > 0$ thỏa mãn: $x^2 + 4y^2 = 6xy$. Chứng minh rằng:
 $2 \log(x + 2y) = 1 + \log x + \log y$.

Dạng 2. Ứng dụng

Câu 36. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cô Hương gửi tiết kiệm 100 triệu đồng với lãi suất 6% một năm.

a) Tính số tiền cô Hương thu được (cả vốn lẫn lãi) sau 1 năm, nếu lãi suất được tính theo một trong các thể thức sau:

- Lãi kép kì hạn 12 tháng;
- Lãi kép kì hạn 1 tháng;
- Lãi kép liên tục.

b) Tính thời gian cần thiết để cô Hương thu được số tiền (cả vốn lẫn lãi) là 150 triệu đồng nếu gửi theo thể thức lãi kép liên tục (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 37. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Biết rằng khi độ cao tăng lên, áp suất không khí sẽ giảm và công thức tính áp suất dựa trên độ cao là $a = 15500(5 - \log p)$ trong đó a là độ cao so với mực nước biển (tính bằng mét) và p là áp suất không khí (tính bằng pascal).

Tính áp suất không khí ở đỉnh Everest có độ cao khoảng 8850 m so với mực nước biển.

Câu 38. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Mức cường độ âm L đo bằng deciben (dB) của âm thanh có cường độ I (đo bằng oát trên mét vuông, kí hiệu là W/m^2) được định nghĩa như sau:

$$L(I) = 10 \log \frac{I}{I_0}$$
 trong đó $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ là cường độ âm thanh nhỏ nhất mà tai người có thể phát hiện được (gọi là ngưỡng nghe).

Xác định mức cường độ âm của mỗi âm sau:

- a) Cuộc trò chuyện bình thường có cường độ $I = 10^{-7} W/m^2$.
- b) Giao thông thành phố đông đúc có cường độ $I = 10^{-3} W/m^2$.

Câu 39. Trong Hoá học, độ pH của một dung dịch được tính theo công thức $pH = -\log [H^+]$, trong đó $[H^+]$ là nồng độ ion hydrogen tính bằng mol/lít. Nếu $pH < 7$ thì dung dịch có tính acid, nếu $pH > 7$ thì dung dịch có tính base và nếu $pH = 7$ thì dung dịch là trung tính.

- a) Tính độ pH của dung dịch có nồng độ ion hydrogen bằng $0,001 mol/l$.
- b) Xác định nồng độ ion hydrogen của một dung dịch có độ pH bằng 8.
- c) Khi pH tăng 1 đơn vị thì nồng độ ion hydrogen của dung dịch thay đổi thế nào?

Câu 40. Biết rằng số chữ số của một số nguyên dương N viết trong hệ thập phân được cho bởi công thức $[\log N] + 1$, ở đó $[\log N]$ là phần nguyên của số thực dương $\log N$. Tìm số các chữ số của 2^{2023} khi viết trong hệ thập phân.

Câu 41. Khi gửi tiết kiệm P (đồng) theo thể thức trả lãi kép định kì với lãi suất mỗi kì là r (r cho dưới dạng số thập phân) thì số tiền A (cả vốn lẫn lãi) nhận được sau t kì gửi là $A = P(1 + r)^t$ (đồng). Tính thời gian gửi tiết kiệm cần thiết để số tiền ban đầu tăng gấp đôi.

Câu 42. Một người gửi tiết kiệm 100 triệu đồng vào ngân hàng theo thể thức lãi kép kì hạn 6 tháng với lãi suất 8% một năm. Giả sử lãi suất không thay đổi. Hỏi sau bao lâu người đó nhận được ít nhất 120 triệu đồng?

Câu 43. Nồng độ cồn trong máu (BAC) là chỉ số dùng để đo lượng cồn trong máu của một người. Chẳng hạn, BAC 0,02% hay $0,2\text{mg/ml}$, nghĩa là có 0,02g cồn trong 100ml máu. Nếu một người với BAC bằng 0,02% có nguy cơ bị tai nạn ô tô cao gấp 1,4 lần so với một người không uống rượu, thì nguy cơ tương đối của tai nạn với BAC 0,02% là 1,4. Nghiên cứu y tế gần đây cho thấy rằng nguy cơ tương đối của việc gặp tai nạn khi đang lái ô tô có thể được mô hình hoá bằng một phương trình có dạng

$$R = e^{kx},$$

trong đó $x(\%)$ là nồng độ cồn trong máu và k là một hằng số.

- Nghiên cứu chỉ ra rằng nguy cơ tương đối của một người bị tai nạn với BAC bằng 0,02% là 1,4. Tìm hằng số k trong phương trình.
- Nguy cơ tương đối là bao nhiêu nếu nồng độ cồn trong máu là 0,17% ?
- Tìm BAC tương ứng với nguy cơ tương đối là 100.
- Giả sử nếu một người có nguy cơ tương đối từ 5 trở lên sẽ không được phép lái xe, thì một người có nồng độ cồn trong máu từ bao nhiêu trở lên sẽ không được phép lái xe?

Câu 44. Trong nuôi trồng thủy sản, độ pH của môi trường nước sẽ ảnh hưởng đến sức khỏe và sự phát triển của thủy sản. Độ pH thích hợp cho nước trong đầm nuôi tôm sú là từ 7,2 đến 8,8 và tốt nhất là trong khoảng từ 7,8 đến 8,5. Phân tích nồng độ $[H^+]$ (mol/L) trong một đầm nuôi tôm sú, ta thu được $[H^+] = 8 \cdot 10^{-8}$ (Nguồn: <https://nongnghiep.farmvina.com>). Hỏi độ pH của đầm đó có thích hợp cho tôm sú phát triển không? Biết $pH = -\log[H^+]$.

Câu 45. Để tính độ tuổi của mẫu vật bằng gỗ, người ta đo độ phóng xạ của ^{14}C có trong mẫu vật tại thời điểm t (năm) (so với thời điểm ban đầu $t=0$), sau đó sử dụng công thức tính độ phóng xạ $H = H_0 e^{-\lambda t}$ (đơn vị là Becquerel, kí hiệu Bq) với H_0 là độ phóng xạ ban đầu (tại thời điểm $t=0$); $\lambda = \frac{\ln 2}{T}$ là hằng số phóng xạ, $T=5730$ (năm) (Nguồn: Vật lí 12 Nâng cao, NXBGD Việt Nam, 2014). Khảo sát một mẫu gỗ cổ, các nhà khoa học đo được độ phóng xạ là 0,215 Bq. Biết độ phóng xạ của mẫu gỗ tươi cùng loại là 0,250 Bq. Xác định độ tuổi của mẫu gỗ cổ đó (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng với mọi số dương x, y ?

- | | |
|---|---|
| A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$ | B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$ |
| C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$ | D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$ |

Câu 2. Với mọi số thực dương a, b, x, y và $a, b \neq 1$, mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\log_a \frac{1}{x} = \frac{1}{\log_a x}$ B. $\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$
- C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$ D. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

Câu 3. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
- B. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
- C. $\log_a b + \log_a c = \log_a bc$ với mọi số a, b dương và $a \neq 1$.
- D. $\log_a b = \frac{\log_c a}{\log_c b}$ với mọi số a, b, c dương và $a \neq 1$.

Câu 4. Cho a, b là hai số thực dương tùy ý và $b \neq 1$. Tìm kết luận đúng.

- A. $\ln a + \ln b = \ln(a + b)$ B. $\ln(a + b) = \ln a \cdot \ln b$
- C. $\ln a - \ln b = \ln(a - b)$ D. $\log_b a = \frac{\ln a}{\ln b}$

Câu 5. Cho hai số dương a, b ($a \neq 1$). Mệnh đề nào dưới đây **SAI**?

- A. $\log_a a = 2a$ B. $\log_a a^\alpha = \alpha$ C. $\log_a 1 = 0$ D. $a^{\log_a b} = b$

Câu 6. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ B. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$
- C. $\log(ab) = \log a + \log b$ D. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$

Câu 7. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$ B. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{\ln a}{\ln b}$ C. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$ D. $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln b - \ln a$

Câu 8. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log(ab) = \log a \cdot \log b$ B. $\log \frac{a}{b} = \log b - \log a$
- C. $\log \frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$ D. $\log(ab) = \log a + \log b$

Câu 9. Cho $a, b, c > 0$, $a \neq 1$ và số $\alpha \in \mathbb{R}$, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. $\log_a a^c = c$ B. $\log_a a = 1$
- C. $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b$ D. $\log_a |b - c| = \log_a b - \log_a c$

Câu 10. Cho a, b, c là các số dương ($a, b \neq 1$). Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào là mệnh đề đúng?

- A. $\log_a \left(\frac{b}{a^3}\right) = \frac{1}{3} \log_a b$ B. $a^{\log_b a} = b$
- C. $\log_{a^\alpha} b = \alpha \log_a b$ ($\alpha \neq 0$). D. $\log_a c = \log_b c \cdot \log_a b$

Câu 11. Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $a \neq 1$ và $\log_a b = 2$, giá trị của $\log_{a^2}(ab^2)$ bằng

- A. 2 . B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 12. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_7(7a)$ bằng

- A. $1 - \log_7 a$. B. $1 + \log_7 a$. C. $1 + a$. D. a .

Câu 13. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(3a) - \ln(2a)$ bằng:

- A. $\ln a$. B. $\ln \frac{2}{3}$. C. $\ln(6a^2)$. D. $\ln \frac{3}{2}$.

Câu 14. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \frac{a}{2}$ bằng

- A. $\frac{1}{2} \log_2 a$. B. $\log_2 a + 1$. C. $\log_2 a - 1$. D. $\log_2 a - 2$.

Câu 15. Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a - 3 \log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a = 4b^3$. B. $a = 3b + 4$. C. $a = 3b + 2$. D. $a = \frac{4}{b^3}$.

Câu 16. Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-2 \log a$. B. $2 \log a$. C. $-4 \log a$. D. $8 \log a$.

Câu 17. Với a là số thực dương tùy ý, $4 \log \sqrt{a}$ bằng

- A. $-4 \log a$. B. $8 \log a$. C. $2 \log a$. D. $-2 \log a$.

Câu 18. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $1 - \log a$. B. $2 + \log a$. C. $2 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Câu 19. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $3 \log_a b$. B. $\log_a b$. C. $-3 \log_a b$. D. $\frac{1}{3} \log_a b$.

Câu 20. Với a là số thực dương tùy ý, $\log(100a)$ bằng

- A. $2 - \log a$. B. $2 + \log a$. C. $1 - \log a$. D. $1 + \log a$.

Câu 21. Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{\frac{1}{a}} \frac{1}{b^3}$ bằng

- A. $\log_a b$. B. $-3 \log_a b$. C. $\frac{1}{3} \log_a b$. D. $3 \log_a b$.

Câu 22. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[4]{a}$ bằng

- A. 4 . B. $\frac{1}{4}$. C. $-\frac{1}{4}$. D. -4 .

Câu 23. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$ khi đó $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

- A. -3 . B. $\frac{1}{3}$. C. $-\frac{1}{3}$. D. 3 .

Câu 24. Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt[5]{a}$ bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $-\frac{1}{5}$. C. 5 . D. -5 .

- Câu 25.** Cho $a > 0$ và $a \neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a}$ bằng
- A. 2. B. -2. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.
- Câu 26.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(9a)$ bằng
- A. $\frac{1}{2} + \log_3 a$. B. $2\log_3 a$. C. $(\log_3 a)^2$. D. $2 + \log_3 a$.
- Câu 27.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^5} b$ bằng:
- A. $5\log_a b$. B. $\frac{1}{5} + \log_a b$. C. $5 + \log_a b$. D. $\frac{1}{5}\log_a b$.
- Câu 28.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^2} b$ bằng
- A. $\frac{1}{2} + \log_a b$. B. $\frac{1}{2}\log_a b$. C. $2 + \log_a b$. D. $2\log_a b$.
- Câu 29.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và $a \neq 1$, $\log_{a^3} b$ bằng
- A. $3 + \log_a b$. B. $3\log_a b$. C. $\frac{1}{3} + \log_a b$. D. $\frac{1}{3}\log_a b$.
- Câu 30.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5(5a)$ bằng
- A. $5 + \log_5 a$. B. $5 - \log_5 a$. C. $1 + \log_5 a$. D. $1 - \log_5 a$.
- Câu 31.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 2a$ bằng
- A. $1 + \log_2 a$. B. $1 - \log_2 a$. C. $2 - \log_2 a$. D. $2 + \log_2 a$.
- Câu 32.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:
- A. $2 + \log_2 a$. B. $\frac{1}{2} + \log_2 a$. C. $2\log_2 a$. D. $\frac{1}{2}\log_2 a$.
- Câu 33.** Với a là hai số thực dương tùy ý, $\log_2(a^3)$ bằng
- A. $\frac{3}{2}\log_2 a$. B. $\frac{1}{3}\log_2 a$. C. $3 + \log_2 a$. D. $3\log_2 a$.
- Câu 34.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng
- A. $3 + \log_2 a$. B. $3\log_2 a$. C. $\frac{1}{3}\log_2 a$. D. $\frac{1}{3} + \log_2 a$.
- Câu 35.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_5 a^3$ bằng
- A. $\frac{1}{3}\log_5 a$. B. $\frac{1}{3} + \log_5 a$. C. $3 + \log_5 a$. D. $3\log_5 a$.
- Câu 36.** Cho a là số thực dương tùy ý khác 1. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log_2 a = \log_a 2$ B. $\log_2 a = \frac{1}{\log_2 a}$ C. $\log_2 a = \frac{1}{\log_a 2}$ D. $\log_2 a = -\log_a 2$
- Câu 37.** Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^2$ bằng:
- A. $\frac{1}{2}\log_2 a$. B. $2 + \log_2 a$. C. $2\log_2 a$. D. $\frac{1}{2} + \log_2 a$.
- Câu 38.** Với a, b là hai số dương tùy ý, $\log(ab^2)$ bằng

- A. $2(\log a + \log b)$ B. $\log a + \frac{1}{2} \log b$ C. $2 \log a + \log b$ D. $\log a + 2 \log b$

Câu 39. Cho a là số thực dương $a \neq 1$ và $\log_{\sqrt[3]{a}} a^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $P = \frac{1}{3}$ B. $P = 3$ C. $P = 1$ D. $P = 9$

Câu 40. Với a là số thực dương tùy ý, bằng $\log_5 a^2$

- A. $\frac{1}{2} \log_5 a$. B. $2 + \log_5 a$. C. $\frac{1}{2} + \log_5 a$. D. $2 \log_5 a$.

Câu 41. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(7a) - \ln(3a)$ bằng

- A. $\frac{\ln 7}{\ln 3}$ B. $\ln \frac{7}{3}$ C. $\ln(4a)$ D. $\frac{\ln(7a)}{\ln(3a)}$

Câu 42. Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a) - \ln(3a)$ bằng:

- A. $\ln \frac{5}{3}$ B. $\frac{\ln 5}{\ln 3}$ C. $\frac{\ln(5a)}{\ln(3a)}$ D. $\ln(2a)$

Câu 43. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a)$ bằng:

- A. $1 - \log_3 a$ B. $3 \log_3 a$ C. $3 + \log_3 a$ D. $1 + \log_3 a$

Câu 44. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

- A. $\ln(ab) = \ln a + \ln b$. B. $\ln(ab) = \ln a \cdot \ln b$.
C. $\ln \frac{a}{b} = \frac{\ln a}{\ln b}$. D. $\ln \frac{a}{b} = \ln b - \ln a$.

Câu 45. Cho a là số thực dương khác 1. Tính $I = \log_{\sqrt{a}} a$

- A. $I = -2$. B. $I = 2$ C. $I = \frac{1}{2}$ D. $I = 0$

Câu 46. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \left(\frac{3}{a} \right)$ bằng:

- A. $1 - \log_3 a$ B. $3 - \log_3 a$ C. $\frac{1}{\log_3 a}$ D. $1 + \log_3 a$

Câu 47. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$

- A. $P = 13$ B. $P = 31$ C. $P = 30$ D. $P = 108$

Câu 48. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^3 b^2 = 32$. Giá trị của $3 \log_2 a + 2 \log_2 b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 2. D. 32.

Câu 49. Cho a, b là các số thực dương thỏa mãn $a \neq 1$, $a \neq \sqrt{b}$ và $\log_a b = \sqrt{3}$. Tính $P = \log_{\frac{\sqrt{b}}{a}} \sqrt{\frac{b}{a}}$.

- A. $P = -5 + 3\sqrt{3}$ B. $P = -1 + \sqrt{3}$ C. $P = -1 - \sqrt{3}$ D. $P = -5 - 3\sqrt{3}$

Câu 50. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 b^3 = 16$. Giá trị của $2 \log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng

- A. 2. B. 8. C. 16. D. 4.

Câu 51. Với các số thực dương x, y tùy ý, đặt $\log_3 x = \alpha$, $\log_3 y = \beta$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\begin{array}{ll} \text{A. } \log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} + \beta & \text{B. } \log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} + \beta \right) \\ \text{C. } \log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = \frac{\alpha}{2} - \beta & \text{D. } \log_{27} \left(\frac{\sqrt{x}}{y} \right)^3 = 9 \left(\frac{\alpha}{2} - \beta \right) \end{array}$$

Câu 52. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $a^4 b = 16$. Giá trị của $4 \log_2 a + \log_2 b$ bằng

A. 4. B. 2. C. 16. D. 8.

Câu 53. Cho các số thực dương a, b với $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{4} \log_a b$ B. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \log_a b$
C. $\log_{a^2} (ab) = \frac{1}{2} \log_a b$ D. $\log_{a^2} (ab) = 2 + 2 \log_a b$

Câu 54. Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $P = 6 \log_a b$ B. $P = 27 \log_a b$ C. $P = 15 \log_a b$ D. $P = 9 \log_a b$

Câu 55. Với a là số thực dương bất kì, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(3a) = \frac{1}{3} \log a$ B. $\log(3a) = 3 \log a$ C. $\log a^3 = \frac{1}{3} \log a$ D. $\log a^3 = 3 \log a$

Câu 56. Cho a là số thực dương khác 2. Tính $I = \log_{\frac{a}{2}} \left(\frac{a^2}{4} \right)$.

A. $I = 2$ B. $I = -\frac{1}{2}$ C. $I = -2$ D. $I = \frac{1}{2}$

Câu 57. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \log_2 a + 3 \log_2 b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x = 5a + 3b$ B. $x = a^5 + b^3$ C. $x = a^5 b^3$ D. $x = 3a + 5b$

Câu 58. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^3 = 8$. Giá trị của $\log_2 a + 3 \log_2 b$ bằng

A. 6. B. 2. C. 3. D. 8.

Câu 59. Cho $P = \sqrt[20]{3^7 \sqrt[4]{27^4 \sqrt[3]{243}}}$. Tính $\log_3 P$?

A. $\frac{45}{28}$. B. $\frac{9}{112}$. C. $\frac{45}{56}$. D. Đáp án khác.

Câu 60. Đặt $\log_3 2 = a$ khi đó $\log_{16} 27$ bằng

A. $\frac{3a}{4}$ B. $\frac{3}{4a}$ C. $\frac{4}{3a}$ D. $\frac{4a}{3}$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 61. Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a + \log_2 b$ B. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a + \log_2 b$
C. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + 3 \log_2 a - \log_2 b$ D. $\log_2 \left(\frac{2a^3}{b} \right) = 1 + \frac{1}{3} \log_2 a - \log_2 b$

- Câu 62.** Cho $\log_3 a = 2$ và $\log_2 b = \frac{1}{2}$. Tính $I = 2\log_3 [\log_3 (3a)] + \log_{\frac{1}{4}} b^2$.
- A. $I = \frac{5}{4}$ B. $I = 0$ C. $I = 4$ D. $I = \frac{3}{2}$
- Câu 63.** Với mọi số thực dương a và b thỏa mãn $a^2 + b^2 = 8ab$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ B. $\log(a+b) = \frac{1}{2} + \log a + \log b$
- C. $\log(a+b) = \frac{1}{2}(1 + \log a + \log b)$ D. $\log(a+b) = 1 + \log a + \log b$
- Câu 64.** Cho $\log_a x = 3, \log_b x = 4$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{ab} x$.
- A. $P = 12$ B. $P = \frac{12}{7}$ C. $P = \frac{7}{12}$ D. $P = \frac{1}{12}$
- Câu 65.** Cho x, y là các số thực lớn hơn 1 thỏa mãn $x^2 + 9y^2 = 6xy$. Tính $M = \frac{1 + \log_{12} x + \log_{12} y}{2\log_{12} (x+3y)}$.
- A. $M = \frac{1}{2}$ B. $M = \frac{1}{3}$ C. $M = \frac{1}{4}$ D. $M = 1$
- Câu 66.** Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_2 a = \log_8 (ab)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a = b^2$ B. $a^3 = b$ C. $a = b$ D. $a^2 = b$
- Câu 67.** Xét số thực a và b thỏa mãn $\log_3 (3^a \cdot 9^b) = \log_9 3$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a + 2b = 2$ B. $4a + 2b = 1$ C. $4ab = 1$ D. $2a + 4b = 1$
- Câu 68.** Cho a và b là các số thực dương thỏa mãn $4^{\log_2(ab)} = 3a$. Giá trị của ab^2 bằng
- A. 3 B. 6 C. 2 D. 12
- Câu 69.** Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $9^{\log_3(ab)} = 4a$. Giá trị của ab^2 bằng
- A. 3 B. 6 C. 2 D. 4
- Câu 70.** Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 2$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a = 9b^2$ B. $a = 9b$ C. $a = 6b$ D. $a = 9b^2$
- Câu 71.** Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_3 a - 2\log_9 b = 3$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a = 27b$ B. $a = 9b$ C. $a = 27b^4$ D. $a = 27b^2$
- Câu 72.** Với a, b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a - 2\log_4 b = 4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?
- A. $a = 16b^2$ B. $a = 8b$ C. $a = 16b$ D. $a = 16b^4$
- Câu 73.** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 6$, khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^3 b = 64$ B. $a^3 b = 36$ C. $a^3 + b = 64$ D. $a^3 + b = 36$
- Câu 74.** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 8$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^3 + b = 64$ B. $a^3 b = 256$ C. $a^3 b = 64$ D. $a^3 + b = 256$
- Câu 75.** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^3 + \log_2 b = 5$, khẳng định nào dưới đây là đúng?
- A. $a^3 b = 32$ B. $a^3 b = 25$ C. $a^3 + b = 25$ D. $a^3 + b = 32$
- Câu 76.** Với mọi a, b thỏa mãn $\log_2 a^2 + \log_2 b = 7$, khẳng định nào dưới đây đúng?
- A. $a^2 + b = 49$ B. $a^2 b = 128$ C. $a^2 + b = 128$ D. $a^2 b = 49$

- Câu 77.** Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\ln a = x; \ln b = y$. Tính $\ln(a^3 b^2)$
A. $P = x^2 y^3$ B. $P = 6xy$ C. $P = 3x + 2y$ D. $P = x^2 + y^2$
- Câu 78.** Giá trị của biểu thức $M = \log_2 2 + \log_2 4 + \log_2 8 + \dots + \log_2 256$ bằng
A. 48 B. 56 C. 36 D. $8 \log_2 256$
- Câu 79.** Cho $\log_8 c = m$ và $\log_{c^3} 2 = n$. Khẳng định **đúng** là
A. $mn = \frac{1}{9} \log_2 c$ B. $mn = 9$ C. $mn = 9 \log_2 c$ D. $mn = \frac{1}{9}$
- Câu 80.** Cho $a > 0, a \neq 1$ và $\log_a x = -1, \log_a y = 4$. Tính $P = \log_a (x^2 y^3)$
A. $P = 18$ B. $P = 6$ C. $P = 14$ D. $P = 10$
- Câu 81.** Với a và b là hai số thực dương tùy ý; $\log_2 (a^3 b^4)$ bằng
A. $\frac{1}{3} \log_2 a + \frac{1}{4} \log_2 b$ B. $3 \log_2 a + 4 \log_2 b$ C. $2(\log_2 a + \log_2 b)$ D. $4 \log_2 a + 3 \log_2 b$
- Câu 82.** Cho các số dương a, b, c, d . Biểu thức $S = \ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{c} + \ln \frac{c}{d} + \ln \frac{d}{a}$ bằng
A. 1. B. 0. C. $\ln \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \right)$ D. $\ln(abcd)$
- Câu 83.** Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a, \log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.
A. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3} a - b$ B. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = \frac{1}{3} a + b$
C. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} a - b$ D. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3} \right) = -\frac{1}{3} a + b$
- Câu 84.** Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $P = 27 \log_a b$ B. $P = 15 \log_a b$ C. $P = 9 \log_a b$ D. $P = 6 \log_a b$
- Câu 85.** Với các số thực dương a, b bất kỳ $a \neq 1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - 2 \log_a b$ B. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - \frac{1}{2} \log_a b$
C. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \log_a b$ D. $\log_a \frac{\sqrt[3]{a}}{b^2} = 3 - 2 \log_a b$
- Câu 86.** Cho các số thực dương a, b, c với a và b khác 1. Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \log_a c$ B. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = \frac{1}{4} \log_a c$
C. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 4 \log_a c$ D. $\log_a b^2 \cdot \log_{\sqrt{b}} c = 2 \log_a c$
- Câu 87.** Giả sử a, b là các số thực dương bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $\log(10ab)^2 = 2 + \log(ab)^2$ B. $\log(10ab)^2 = (1 + \log a + \log b)^2$
C. $\log(10ab)^2 = 2 + 2 \log(ab)$ D. $\log(10ab)^2 = 2(1 + \log a + \log b)$
- Câu 88.** Cho $\log_a b = 3, \log_a c = -2$. Khi đó $\log_a (a^3 b^2 \sqrt{c})$ bằng bao nhiêu?

A. 13

B. 5

C. 8

D. 10

$$M = 3\log_{\sqrt{3}} \sqrt{x} - 6\log_9 (3x) + \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9}.$$

Câu 89. Rút gọn biểu thức

A. $M = -\log_3 (3x)$ B. $M = 2 + \log_3 \left(\frac{x}{3}\right)$ C. $M = -\log_3 \left(\frac{x}{3}\right)$ D. $M = 1 + \log_3 x$

Câu 90. Cho $\log_8 |x| + \log_4 y^2 = 5$ và $\log_8 |y| + \log_4 x^2 = 7$. Tìm giá trị của biểu thức $P = |x| - |y|$.

A. $P = 56$ B. $P = 16$ C. $P = 8$ D. $P = 64$

Câu 91. Cho hai số thực dương a, b . Nếu viết $\log_2 \frac{\sqrt[6]{64a^3b^2}}{ab} = 1 + x\log_2 a + y\log_4 b$ ($x, y \in \mathbb{Q}$) thì biểu thức $P = xy$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. $P = \frac{1}{3}$ B. $P = \frac{2}{3}$ C. $P = -\frac{1}{12}$ D. $P = \frac{1}{12}$

Câu 92. Cho $\log_{700} 490 = a + \frac{b}{c + \log 7}$ với a, b, c là các số nguyên. Tính tổng $T = a + b + c$.

A. $T = 7$ B. $T = 3$ C. $T = 2$ D. $T = 1$

Câu 93. Cho a, b là hai số thực dương thỏa mãn $a^2 + b^2 = 14ab$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $2\log_2 (a+b) = 4 + \log_2 a + \log_2 b$ B. $\ln \frac{a+b}{4} = \frac{\ln a + \ln b}{2}$
 C. $2\log \frac{a+b}{4} = \log a + \log b$ D. $2\log_4 (a+b) = 4 + \log_4 a + \log_4 b$

Câu 94. Cho x, y là các số thực dương tùy ý, đặt $\log_3 x = a$, $\log_3 y = b$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3}\right) = \frac{1}{3}a - b$ B. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3}\right) = \frac{1}{3}a + b$
 C. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3}\right) = -\frac{1}{3}a - b$ D. $\log_{\frac{1}{27}} \left(\frac{x}{y^3}\right) = -\frac{1}{3}a + b$

Câu 95. Cho $\alpha = \log_a x$, $\beta = \log_b x$. Khi đó $\log_{ab^2} x^2$ bằng.

A. $\frac{\alpha\beta}{\alpha+\beta}$ B. $\frac{2\alpha\beta}{2\alpha+\beta}$ C. $\frac{2}{2\alpha+\beta}$ D. $\frac{2(\alpha+\beta)}{\alpha+2\beta}$

Câu 96. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{a^2} (a^{10}b^2) + \log_{\sqrt{a}} \left(\frac{a}{\sqrt{b}}\right) + \log_{\sqrt{b}} (b^{-2})$ (với $0 < a \neq 1; 0 < b \neq 1$).

A. $\sqrt{3}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. 2

Câu 97. Đặt $M = \log_6 56, N = a + \frac{\log_3 7 - b}{\log_3 2 + c}$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Bộ số a, b, c nào dưới đây để có $M = N$?

A. $a = 3, b = 3, c = 1$ B. $a = 3, b = \sqrt{2}, c = 1$
 C. $a = 1, b = 2, c = 3$ D. $a = 1, b = -3, c = 2$

Câu 98. Tính $T = \log \frac{1}{2} + \log \frac{2}{3} + \log \frac{3}{4} + \dots + \log \frac{98}{99} + \log \frac{99}{100}$.

A. $\frac{1}{10}$.

B. -2.

C. $\frac{1}{100}$.

D. 2.

Câu 99. Cho $a, b, x > 0$; $a > b$ và $b, x \neq 1$ thỏa mãn $\log_x \frac{a+2b}{3} = \log_x \sqrt{a} + \frac{1}{\log_b x^2}$.

Khi đó biểu thức $P = \frac{2a^2 + 3ab + b^2}{(a+2b)^2}$ có giá trị bằng:

A. $P = \frac{5}{4}$.

B. $P = \frac{2}{3}$.

C. $P = \frac{16}{15}$.

D. $P = \frac{4}{5}$.

Câu 100. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$

B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$

C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$

D. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

Câu 101. Đặt $a = \log_3 2$, khi đó $\log_6 48$ bằng

A. $\frac{3a-1}{a-1}$

B. $\frac{3a+1}{a+1}$

C. $\frac{4a-1}{a-1}$

D. $\frac{4a+1}{a+1}$

Câu 102. Cho $\log_3 5 = a, \log_3 6 = b, \log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c ?

A. $P = 2a - b + c$.

B. $P = 2a + b + c$.

C. $P = 2a + b - c$.

D. $P = a + 2b - c$.

Câu 103. Với $\log_{27} 5 = a, \log_3 7 = b$ và $\log_2 3 = c$, giá trị của $\log_6 35$ bằng

A. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$

B. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$

C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$

D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$

Câu 104. Đặt $a = \log_2 3, b = \log_5 3$. Nếu biểu diễn $\log_6 45 = \frac{a(m+nb)}{b(a+p)}$ thì $m+n+p$ bằng

A. 3

B. 4

C. 6

D. -3

Câu 105. Cho các số thực dương a, b thỏa mãn $\log_3 a = x, \log_3 b = y$. Tính $P = \log_3 (3a^4 b^5)$.

A. $P = 3x^4 y^5$

B. $P = 3 + x^4 + y^5$

C. $P = 60xy$

D. $P = 1 + 4x + 5y$

Câu 106. Biết $\log_6 3 = a, \log_6 5 = b$. Tính $\log_3 5$ theo a, b

A. $\frac{b}{a}$

B. $\frac{b}{1+a}$

C. $\frac{b}{1-a}$

D. $\frac{b}{a-1}$

Câu 107. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

A. $\frac{3a-1}{3-a}$

B. $\frac{3a+1}{3-a}$

C. $\frac{3a+1}{3+a}$

D. $\frac{3a-1}{3+a}$

Câu 108. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b .

A. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$

B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$

- Câu 109.** Đặt $a = \ln 2, b = \ln 5$, hãy biểu diễn $I = \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} + \ln \frac{3}{4} + \dots + \ln \frac{98}{99} + \ln \frac{99}{100}$ theo a và b .
- A. $-2(a+b)$ B. $-2(a-b)$ C. $2(a+b)$ D. $2(a-b)$
- Câu 110.** Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$. Biểu diễn đúng của $\log_{20} 12$ theo a, b là
- A. $\frac{ab+1}{b-2}$ B. $\frac{a+b}{b+2}$ C. $\frac{a+1}{b-2}$ D. $\frac{a+2}{ab+2}$
- Câu 111.** Cho $\log_2 3 = a, \log_2 5 = b$, khi đó $\log_{15} 8$ bằng
- A. $\frac{a+b}{3}$ B. $\frac{1}{3(a+b)}$ C. $3(a+b)$ D. $\frac{3}{a+b}$
- Câu 112.** Giả sử $\log_{27} 5 = a; \log_8 7 = b; \log_2 3 = c$. Hãy biểu diễn $\log_{12} 35$ theo a, b, c ?
- A. $\frac{3b+3ac}{c+2}$ B. $\frac{3b+3ac}{c+1}$ C. $\frac{3b+2ac}{c+3}$ D. $\frac{3b+2ac}{c+2}$
- Câu 113.** Cho $\log_3 5 = a, \log_3 6 = b, \log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c .
- A. $P = 2a + b - c$ B. $P = a + 2b - c$ C. $P = 2a + b + c$ D. $P = 2a - b + c$
- Câu 114.** Đặt $a = \log_2 3; b = \log_3 5$. Biểu diễn $\log_{20} 12$ theo a, b .
- A. $\log_{20} 12 = \frac{a+b}{b+2}$ B. $\log_{20} 12 = \frac{ab+1}{b-2}$ C. $\log_{20} 12 = \frac{a+1}{b-2}$ D. $\log_{20} 12 = \frac{a+2}{ab+2}$
- Câu 115.** Nếu $\log_2 3 = a$ thì $\log_{72} 108$ bằng
- A. $\frac{2+a}{3+a}$ B. $\frac{2+3a}{3+2a}$ C. $\frac{3+2a}{2+3a}$ D. $\frac{2+3a}{2+2a}$
- Câu 116.** Cho $\log_{30} 3 = a; \log_{30} 5 = b$. Tính $\log_{30} 1350$ theo a, b ; $\log_{30} 1350$ bằng
- A. $2a+b$ B. $2a+b+1$ C. $2a+b-1$ D. $2a+b-2$
- Câu 117.** Đặt $m = \log 2$ và $n = \log 7$. Hãy biểu diễn $\log 6125\sqrt{7}$ theo m và n .
- A. $\frac{6+6m+5n}{2}$ B. $\frac{1}{2}(6-6n+5m)$ C. $5m+6n-6$ D. $\frac{6+5n-6m}{2}$
- Câu 118.** Cho $\log_{27} 5 = a, \log_3 7 = b, \log_2 3 = c$. Tính $\log_6 35$ theo a, b và c .
- A. $\frac{(3a+b)c}{1+c}$ B. $\frac{(3a+b)c}{1+b}$ C. $\frac{(3a+b)c}{1+a}$ D. $\frac{(3b+a)c}{1+c}$
- Câu 119.** Cho $a = \log_2 m$ và $A = \log_m 16m$, với $0 < m \neq 1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?
- A. $A = \frac{4-a}{a}$ B. $A = \frac{4+a}{a}$ C. $A = (4+a)a$ D. $A = (4-a)a$
- Câu 120.** Biết $\log_3 15 = a$, tính $P = \log_{25} 81$ theo a ta được
- A. $P = 2(a+1)$ B. $P = 2(a-1)$ C. $P = \frac{2}{a+1}$ D. $\frac{2}{a-1}$
- Câu 121.** Cho $\log_3 5 = a, \log_3 6 = b, \log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \frac{90}{11}$ theo a, b, c .
- A. $P = 2a + b - c$ B. $P = a + 2b - c$ C. $P = 2a + b + c$ D. $P = 2a - b + c$
- Câu 122.** Nếu $\log_3 5 = a$ thì $\log_{45} 75$ bằng

A. $\frac{2+a}{1+2a}$.

B. $\frac{1+a}{2+a}$.

C. $\frac{1+2a}{2+a}$.

D. $\frac{1+2a}{1+a}$.

Câu 123. Cho $\log_3 5 = a, \log_3 6 = b, \log_3 22 = c$. Tính $P = \log_3 \left(\frac{90}{11} \right)$ theo a, b, c .

A. $P = 2a + b - c$.

B. $P = a + 2b - c$.

C. $P = 2a + b + c$.

D. $P = 2a - b + c$.

Câu 124. Cho $\log_{12} 3 = a$. Tính $\log_{24} 18$ theo a .

A. $\frac{3a+1}{3-a}$.

B. $\frac{3a+1}{3+a}$.

C. $\frac{3a-1}{3+a}$.

D. $\frac{3a-1}{3-a}$.

Câu 125. Đặt $\log_a b = m, \log_b c = n$. Khi đó $\log_a (ab^2c^3)$ bằng

A. $1 + 6mn$.

B. $1 + 2m + 3n$.

C. $6mn$.

D. $1 + 2m + 3mn$.

Câu 126. Đặt $a = \log_2 3$ và $b = \log_5 3$. Hãy biểu diễn $\log_6 45$ theo a và b

A. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab+b}$

B. $\log_6 45 = \frac{a+2ab}{ab}$

C. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab}$

D. $\log_6 45 = \frac{2a^2 - 2ab}{ab+b}$

Câu 127. Cho $\log_9 5 = a; \log_4 7 = b; \log_2 3 = c$. Biết $\log_{24} 175 = \frac{mb+na}{pc+q}$. Tính $A = m + 2n + 3p + 4q$.

A. 27

B. 25

C. 23

D. 29

Câu 128. Với các số $a, b > 0$ thỏa mãn $a^2 + b^2 = 6ab$, biểu thức $\log_2 (a+b)$ bằng

A. $\frac{1}{2}(3 + \log_2 a + \log_2 b)$

B. $\frac{1}{2}(1 + \log_2 a + \log_2 b)$

C. $1 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$

D. $2 + \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2 b)$

Câu 129. Biết $\log_7 12 = a; \log_{12} 24 = b$. Giá trị của $\log_{54} 168$ được tính theo a và b là

A. $\frac{ab+1}{a(8-5b)}$

B. $\frac{ab-1}{a(8+5b)}$

C. $\frac{2ab+1}{8a-5b}$

D. $\frac{2ab+1}{8a+5b}$

Câu 130. Cho các số thực a, b thỏa mãn $a > b > 1$ và $\frac{1}{\log_b a} + \frac{1}{\log_a b} = \sqrt{2020}$. Giá trị của biểu thức

$P = \frac{1}{\log_{ab} b} - \frac{1}{\log_{ab} a}$ bằng

A. $\sqrt{2014}$.

B. $\sqrt{2016}$.

C. $\sqrt{2018}$.

D. $\sqrt{2020}$.

Câu 131. Tìm số nguyên dương n sao cho

$$\log_{2018} 2019 + 2^2 \log_{\sqrt{2018}} 2019 + 3^2 \log_{\sqrt[3]{2018}} 2019 + \dots + n^2 \log_{\sqrt[n]{2018}} 2019 = 1010^2 \cdot 2021^2 \log_{2018} 2019$$

A. $n = 2021$.

B. $n = 2019$.

C. $n = 2020$.

D. $n = 2018$.

Câu 132. Cho hàm số $f(x) = \log_2 \left(x - \frac{1}{2} + \sqrt{x^2 - x + \frac{17}{4}} \right)$. Tính

$$T = f\left(\frac{1}{2019}\right) + f\left(\frac{2}{2019}\right) + \dots + f\left(\frac{2018}{2019}\right)$$

A. $T = \frac{2019}{2}$.

B. $T = 2019$.

C. $T = 2018$.

D. $T = 1009$.

Câu 133. Gọi a là giá trị nhỏ nhất của $f(n) = \frac{\log_3 2 \cdot \log_3 3 \cdot \log_3 4 \dots \log_3 n}{9^n}$ với $n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$. Hỏi có bao

hiệu giá trị của n để $f(n) = a$.

A. 2

B. 4

C. 1

D. vô số

Câu 134. Cho x, y và z là các số thực lớn hơn 1 và gọi w là số thực dương sao cho $\log_x w = 24$, $\log_y w = 40$ và $\log_{xyz} w = 12$. Tính $\log_z w$.

- A. 52. B. - 60. C. 60. D. - 52.

Câu 135. Cho $f(1) = 1$, $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_e \frac{f(96) - f(69) - 241}{2}$.

- A. $T = 9$. B. $T = 3$. C. $T = 10$. D. $T = 4$.

Câu 136. Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn đồng thời $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_2 y} + \frac{1}{\log_2 z} = \frac{1}{2020}$ và $\log_2(xyz) = 2020$. Tính $\log_2(xyz(x+y+z) - xy - yz - zx + 1)$.

- A. 4040. B. 1010. C. 2020. D. 2020^2 .

Câu 137. Cho ba số thực dương x, y, z theo thứ tự lập thành một cấp số nhân, đồng thời với mỗi số thực dương $a (a \neq 1)$ thì $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ theo thứ tự lập thành một cấp số cộng. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{1959x}{y} + \frac{2019y}{z} + \frac{60z}{x}$.

- A. 60. B. 2019. C. 4038. D. $\frac{2019}{2}$.

Câu 138. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2x}{1-x} \right)$ và hai số thực m, n thuộc khoảng $(0; 1)$ sao cho $m+n=1$. Tính $f(m) + f(n)$.

- A. 2. B. 0. C. 1. D. $\frac{1}{2}$.

Câu 139. Gọi n là số nguyên dương sao cho $\frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_{3^2} x} + \frac{1}{\log_{3^3} x} + \dots + \frac{1}{\log_{3^n} x} = \frac{190}{\log_3 x}$ đúng với mọi x dương, $x \neq 1$. Tìm giá trị của biểu thức $P = 2n + 3$.

- A. $P = 32$. B. $P = 23$. C. $P = 43$. D. $P = 41$.

Câu 140. Cho x, y, z là ba số thực dương lập thành cấp số nhân; $\log_a x, \log_{\sqrt{a}} y, \log_{\sqrt[3]{a}} z$ lập thành cấp số cộng, với a là số thực dương khác 1. Giá trị của $P = \frac{9x}{y} + \frac{y}{z} + \frac{3z}{x}$ là

- A. 13. B. 3. C. 12. D. 10.

Câu 141. Cho $f(1) = 1$; $f(m+n) = f(m) + f(n) + mn$ với mọi $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log \left[\frac{f(2019) - f(2009) - 145}{2} \right]$.

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 10.

Câu 142. Có bao nhiêu số nguyên dương n để $\log_n 256$ là một số nguyên dương?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

Câu 143. Cho tam giác ABC có $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$. Nếu a, b, c theo thứ tự lập thành một cấp số nhân thì

- A. $\ln \sin A \cdot \ln \sin C = (\ln \sin B)^2$. B. $\ln \sin A \cdot \ln \sin C = 2 \ln \sin B$.
C. $\ln \sin A + \ln \sin C = 2 \ln \sin B$. D. $\ln \sin A + \ln \sin C = \ln(2 \sin B)$.

Câu 144. Cho $x = 2018!$. Tính $A = \frac{1}{\log_{2^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{3^{2018}} x} + \dots + \frac{1}{\log_{2017^{2018}} x} + \frac{1}{\log_{2018^{2018}} x}$.

- A. $A = \frac{1}{2017}$. B. $A = 2018$. C. $A = \frac{1}{2018}$. D. $A = 2017$.

Câu 145. Tìm bộ ba số nguyên dương $(a; b; c)$ thỏa mãn $\log 1 + \log(1+3) + \log(1+3+5) + \dots + \log(1+3+5+\dots+19) - 2\log 5040 = a + b\log 2 + c\log 3$

- A. $(2; 6; 4)$. B. $(1; 3; 2)$. C. $(2; 4; 4)$. D. $(2; 4; 3)$.

Câu 146. Tổng $S = 1 + 2^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + 3^2 \log_{\sqrt{2}} 2 + \dots + 2018^2 \log_{\sqrt{2}} 2$ dưới đây.

- A. $1008^2 \cdot 2018^2$. B. $1009^2 \cdot 2019^2$. C. $1009^2 \cdot 2018^2$. D. 2019^2 .

Câu 147. Số $20172018^{20162017}$ có bao nhiêu chữ số?

- A. 147278481. B. 147278480. C. 147347190. D. 147347191.

Câu 148. Cho các số thực a, b, c thuộc khoảng $(1; +\infty)$ và $\log_{\sqrt{a}}^2 b + \log_b c \cdot \log_b \left(\frac{c^2}{b} \right) + 9\log_a c = 4\log_a b$.
Giá trị của biểu thức $\log_a b + \log_b c^2$ bằng

- A. 1. B. $\frac{1}{2}$. C. 2. D. 3.