**CHƯƠNG**

**VI**

**THỐNG KÊ VÀ XÁC SUẤT**

BÀI 4: XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ TRONG MỘT SỐ TRÒ CHƠI ĐƠN GIẢN

BÀI 5: XÁC SUẤT CỦA BIẾN CỐ

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

**I. MỘT SỐ KHÁI NIỆM VỀ XÁC SUẤT**

**1. Phép thử ngẫu nhiên và không gian mẫu**

**Phép thử ngẫu nhiên**

**Phép thử ngẫu nhiên** (gọi tắt là phép thử) là một phép thử mà ta không đoán trước được kết quả của nó, mặc dù đã biết tập hợp tất cả các kết quả có thể có của phép thử đó.

**Không gian mẫu**

Tập hợp các kết quả có thể xẩy ra của một phép thử được gọi là không gian mẫu của phép thử đó và ký hiệu là .

**Ví dụ:** Khi ta tung một đồng xu có 2 mặt, ta hoàn toàn không biết trước được kết quả của nó, tuy nhiên ta lại biết chắc chắn rằng đồng xu rơi xuống sẽ ở một trong 2 trạng thái: sấp (S) hoặc ngửa (N).

Không gian mẫu của phép thử là 

**2. Biến cố**

**a) Định nghĩa:** Một biến cố  (còn gọi là sự kiện ) liên quan tới phép thử  là biến cố mà việc xẩy ra hay không xẩy ra của nó còn tùy thuộc vào kết quả của .

Mỗi kết quả của phép thử làm cho biến cố  xảy ra được gọi là một kết quả thuận lợi cho .

Tập hợp các kết quả thuận lợi cho  được kí hiệu bởi  hoặc . Để đơn giản, ta có thể dùng chính chữ  để kí hiệu tập hợp các kết quả thuận lợi cho .

Khi đó ta cũng nói biến cố  được mô tả bởi tập .

**b)** Biến cố chắc chắn là biến cố luôn xẩy ra khi thực hiện hiện phép thử . Biến cố chắc chắn được mô tả bởi tập  và được ký hiệu là .

**c)** Biến cố không thể là biến cố không bao giờ xẩy ra khi thực hiện phép thử . Biến cố không thể được mô tả bởi tập .

**d) Biến cố đối:** Tập  được gọi là biến cố đối của biến cố , kí hiệu là . Giả sử  và  là hai biến cố liên quan đến một phép thử. Ta có:

**\*** Tập  được gọi là hợp của các biến cố  và .

\* Tập  được gọi là giao của các biến cố  và .

**\*** Nếu  thì ta nói  và  xung khắc.



**f. Bảng đọc ngôn ngữ biến cố.**

|  |  |
| --- | --- |
| **Kí hiệu** | **Ngôn ngữ biến cố** |
|   |  là biến cố |
|   |  là biến cố không |
|   |  là biến cố chắc chắn |
|   |  là biến cố “ hoặc ” |
|   |  là biến cố “ và ” |
|   |  và  xung khắc |
|   |  và  đối nhau |

**3. Xác suất của biến cố**

Giả sử một phép thử có không gian mẫu  gồm hữu hạn các kết quả có cùng khả năng xảy ra và  là một biến cố.

***Xác suất của biến cố***  là một số, kí hiệu là , được xác định bởi công thức:

.

trong đó: $n(A)$ và $n(Ω)$ lần lượt kí hiệu số phần tử của tập $A$ và $Ω$.

**II. TÍNH CHÁT CỦA XÁC SUẤT**

 .

 .

 

***Ví dụ***

Gieo đồng thời ba con xúc xắc cân đối và đồng chất. Gọi A là biến cố “Tích số chấm ở mặt xuất hiện trên ba con xúc xắc đó là số chẵn”.

a) Hãy tìm biến cố đối của biến cố $A$.

b) Hãy tính xác suất của biến cố $A$.

***Giải***

a) Biến cố đối của biến cố $A $là biến cố “Tích các số chấm ở mặt xuất hiện trên ba con xúc xắc đó là số lẻ”.

b) Tổng số kết quả có thể xảy ra của phép thử là $n\left(Ω\right)=6^{3}$.

$\overbar{A}$ xảy ra khi mặt xuất hiện trên cả ba con xúc xắc đều có số chấm là số lẻ. Số kết quả thuận lợi cho $\overbar{A}$ là $n(\overbar{A})=3^{3}$.

Xác suất của biến cố $\overbar{A}$ là $P\left(\overbar{A}\right)=\frac{3^{3}}{6^{3}}=\frac{1}{8}$.

Xác suất của biến cố $A$ là $P(A)=1-P\left(\overbar{A}\right)=\frac{7}{8}$.

***III. NGUYÊN LÝ XÁC SUẤT BÉ***

Trong thực tế, các biến cố có xác suất xảy ra gần bằng 1 thì gần như là luôn xảy ra trong một phép thử. Ngược lại, các biến cố mà xác suất xảy ra gần bằng 0 thì gần như không xảy ra trong một phép thử.

Trong Lí thuyết Xác suất, Nguyên lí xác suất bé được phát biểu như sau:

*Nếu một biến cố có xác suất rất bé thì trong một phép thử, biến cố đó sẽ không xảy ra.*

Ví dụ như khi một con tàu lưu thông trên biển, xác suất nó bị đắm là số dương. Tuy nhiên, nếu tuân thủ các quy tắc an toàn thì xác suất xảy ra biến cố này là rất nhỏ, con tàu có thể yên tâm hoạt động.

Nếu một nhà sản xuất tuyên bố tỉ lệ gây sốc phản vệ nặng khi tiêm một loại vắc xin là rất nhỏ, chỉ khoảng 0,001, thì có thể tiêm vắc xin đó cho mọi người được không? Câu trả lời là không, vì sức khoẻ và tính mạng con người là vô giá, nếu tiêm loại vắc xin đó cho hàng tỉ người thì khả năng có nhiều người bị sốc phản vệ nặng là rất cao.

**HỆ THỐNG BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

**II ===I**

**DẠNG 1 : MÔ TẢ BIẾN CỐ, KHÔNG GIAN MẪU**

**BÀI TẬP.**

**Câu 1** : Hãy mô tả không gian mẫu  của phép thử :  « Gieo một con súc sắc » . Hãy mô tả biến cố A :  « Số chấm trên mặt xuất hiện là số lẻ »

**Câu 2** : Hãy mô tả không gian mẫu  khi tung ba đồng xu

**Câu 3** : Hãy mô tả không gian mẫu khi thực hiện phép thử : Lấy ngẫu nhiên từng quả cầu đánh số 1 ;2 ;3 ra và xếp thành một hàng ngang để được một số có ba chữu số.

**Câu 4 :** Một hộp đựng  thẻ, đánh số từ  đến . Chọn ngẫu nhiên  thẻ. Gọi  là biến cố để tổng số của  thẻ được chọn không vượt quá . Tính số phần tử của biến cố 

**Câu 5** : Gieo con súc sắc hai lần. Biến cố  là biến cố để sau hai lần gieo có ít nhất một mặt 6 chấm . Mô tả biến cố 

****.

1. Gieo 2 con súc sắc và gọi kết quả xảy ra là tích số hai nút ở mặt trên. Số phần tử của không gian mẫu là:
2. Một hộp đựng  thẻ, đánh số từ  đến . Chọn ngẫu nhiên  thẻ. Gọi  là biến cố để tổng số của  thẻ được chọn không vượt quá . Số phần tử của biến cố  là:
3. Gieo một đồng tiền và một con súc sắc. Số phần tử của không gian mẫu là
4. Gieo ngẫu nhiên  đồng tiền thì không gian mẫu của phép thử có bao nhiêu phần tử?
5. Gieo một đồng tiền liên tiếp  lần. Số phần tử của không gian mẫu là?
6. Gieo một con súc sắc  lần. Số phần tử của không gian mẫu là?
7. Gieo một đồng tiền liên tiếp  lần thì  là bao nhiêu?

**DẠNG 2: MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÁC BIẾN CỐ**

**BÀI TẬP.**

**Câu 1**: Một lớp có 15 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Gọi A là biến cố : “lập một đội văn nghệ của lớp gồm 7 học sinh trong đó nhất thiết phải có học sinh nữ”. Hãy mô tả biến cố đối của biến cố A (Giả thiết rằng học sinh nào cũng có khả năng văn nghệ)

**Câu 2**: Một xạ thủ bắn hai phát độc lập với nhau. Gọi  lần lượt là biến cố lần thứ nhất và lần thứ 2 bắn trúng hồng tâm. Hãy biểu diễn các biến cố sau thông qua các biến cố 

1. Cả hai lần đều bắn trúng hồng tâm
2. Cả hai lần không bắn trúng hồng tâm
3. Ít nhất một lần bắn trúng hồng tâm

###

### **DẠNG 3: XÁC ĐỊNH KHÔNG GIAN MẪU VÀ BIẾN CỐ**

**PHƯƠNG PHÁP.**

**1 ===I**

**Phương pháp 1:** Liệt kê các phần tử của không gian mẫu và biến cố rồi đếm.

**Phương pháp 2:** Sử dụng các quy tắc đếm, các kiến thức về hoán vị, chỉnh hợp, tổ hợp để xác định số phần tử của không gian mẫu và biến cố.

**BÀI TẬP.**

**2 ===I**

**Câu 1.** Gieo một đồng xu cân đối và đồng chất liên tiếp cho đến khi lần đầu tiên xuất hiện mặt sấp hoặc cả năm lần ngửa thì dừng lại.

**1.** Mô tả không gian mẫu.

**2.** Xác định các biến cố:

: “Số lần gieo không vượt quá ba”

: “Có ít nhất 2 lần gieo xuất hiện mặt ngửa”

**Câu 2.** Trong một chiếc hộp đựng 6 viên bi đỏ, 8 viên bi xanh, 10 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên 4 viên bi. Tính số phần tử của

**1.** Không gian mẫu

**2.** Các biến cố:

a) : “ 4 viên bi lấy ra có đúng hai viên bi màu trắng”.

b) : “ 4 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi màu đỏ”.

c) : “ 4 viên bi lấy ra có đủ 3 màu”.

**Câu 3.** Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau. Tính số phần tử của

**1.** Không gian mẫu.

**2.** Các biến cố

a) : “Số được chọn chia hết cho 5”

b) : “Số được chọn có đúng 2 chữ số lẻ và và hai chữ số lẻ không đứng kề nhau”

**Câu 4.** Một xạ thủ bắn liên tục 4 phát đạn vào bia. Gọi  là các biến cố “ xạ thủ bắn trúng lần thứ ” với . Hãy biểu diễn các biến cố sau qua các biến cố .

: "Lần thứ tư mới bắn trúng bia".

: "Bắn trúng bia ít nhất một lần".

: "Bắn trúng bia đúng ba lần".

**Câu 5.** Có 100 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 100. Lấy ngẫu nhiên 5 thẻ. Tính số phần tử của

**1.** Không gian mẫu

**2.** Các biến cố:

 a) *A*: “Số ghi trên các tấm thẻ được chọn đều là số chẵn”.

 b) *B*: “Có ít nhất một số ghi trên thẻ được chọn chia hết cho 3”.

### **DẠNG 4: TÍNH XÁC SUẤT THEO ĐỊNH NGHĨA CỔ ĐIỂN**

**PHƯƠNG PHÁP.**

**1 ===I**

 Tính xác suất theo thống kê ta sử dụng công thức:

.

 Tính xác suất của biến cố theo định nghĩa cổ điển ta sử dụng công thức:

.

**BÀI TẬP.**

**2 ===I**

**Câu 1.** Bộ bài tú - lơ khơ có 52 quân bài. Rút ngẫu nhiên ra 4 quân bài. Tính xác suất của các biến cố

a) *A*: “Rút ra được tứ quý K ‘’

b) *B*: “4 quân bài rút ra có ít nhất một con Át”

c) *C*: “4 quân bài lấy ra có ít nhất hai quân bích’’

**Câu 2.** Trong một chiếc hộp có 20 viên bi, trong đó có 8 viên bi màu đỏ, 7 viên bi màu xanh và 5 viên bi màu vàng. Lấy ngẫu nhiên ra 3 viên bi. Tìm xác suất để:

a) 3 viên bi lấy ra đều màu đỏ. b) 3 viên bi lấy ra có không quá hai màu.

**Câu 3.** Chọn ngẫu nhiên 3 số trong 80 số tự nhiên 1,2,3, . . . ,80. Tính xác suất của các biến cố:

**1.** *A*: “Trong 3 số đó có đúng 2 số là bội số của 5”.

**2.** *B*: “Trong 3 số đó có ít nhất một số chính phương”.

**Câu 4.** Xếp 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ vào một bàn dài có 8 ghế. Tính xác suất sao cho:

a) Các học sinh nam luôn ngồi cạnh nhau.

b) Không có hai học sinh nữ nào ngồi cạnh nhau.

**Câu 5.** Xếp ngẫu nhiên 8 chữ cái trong cụm từ “THANH HOA” thành một hàng ngang. Tính xác suất để có ít nhất hai chữ cái H đứng cạnh nhau.

1. Một tổ học sinh có  nam và  nữ. Chọn ngẫu nhiên  người. Tính xác suất sao cho  người được chọn đều là nữ.
2. Trong trò chơi “Chiếc nón kì diệu” chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.
3. Một túi đựng  bi xanh và  bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên  bi. Xác suất để cả hai bi đều đỏ là.
4. Có  tấm bìa ghi  chữ “HỌC”, “TẬP”, “VÌ”, “NGÀY”, “MAI”, “LẬP”, “NGHIỆP”. Một người xếp ngẫu nhiên  tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HỌC TẬP VÌ NGÀY MAI LẬP NGHIỆP”.
5. Một tổ học sinh có  nam và  nữ. Chọn ngẫu nhiên  người. Tính xác suất sao cho hai người được chọn đều là nữ.
6. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để xuất hiện mặt có số chấm chia hết cho .
7. Một lô hàng có  sản phẩm, trong đó  phế phẩm. Lấy tùy ý  sản phẩm từ lô hàng đó. Hãy tính xác suất để trong  sản phẩm lấy ra có không quá  phế phẩm.
8. Có 7 tấm bìa ghi 7 chữ “HIỀN”, “TÀI”, “LÀ”, “NGUYÊN”, “KHÍ”, “QUỐC”, “GIA”. Một người xếp ngẫu nhiên 7 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để khi xếp các tấm bìa được dòng chữ “HIỀN TÀI LÀ NGUYÊN KHÍ QUỐC GIA”.
9. Trên giá sách có  quyển sách toán, 3 quyển sách lý,  quyển sách hóa. Lấy ngẫu nhiên  quyển sách. Tính xác suất để trong ba quyển sách lấy ra có ít nhất một quyển là toán.
10. Gieo ngẫu nhiên  con xúc sắc cân đối đồng chất. Tìm xác suất của biến cố: “ Hiệu số chấm xuất hiện trên  con xúc sắc bằng ”.
11. Có 10 tấm bìa ghi 10 chữ “NƠI”, “NÀO”, “CÓ”, “Ý”, “CHÍ”, “NƠI”, “ĐÓ”, “CÓ”, “CON”, “ĐƯỜNG”. Một người xếp ngẫu nhiên 10 tấm bìa cạnh nhau. Tính xác suất để xếp các tấm bìa được dòng chữ “ NƠI NÀO CÓ Ý CHÍ NƠI ĐÓ CÓ CON ĐƯỜNG”.
12. Một lô hàng gồm  sản phẩm tốt và  sản phẩm xấu. Lấy ngẫu nhiên  sản phẩm. Tính xác suất để  sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm tốt.
13. Trong trò chơi “Chiếc nón kỳ diệu” chiếc kim của bánh xe có thể dừng lại ở một trong  vị trí với khả năng như nhau. Tính xác suất để trong ba lần quay, chiếc kim của bánh xe đó lần lượt dừng lại ở ba vị trí khác nhau.
14. Lấy ngẫu nhiên hai viên bi từ một thùng gồm  bi xanh,  bi đỏ và  bi vàng. Tính xác suất để lấy được hai viên bi khác màu?
15. Thầy giáo có 10 câu hỏi trắc nghiệm, trong đó có câu đại số và  câu hình học. Thầy gọi bạn Nam lên trả bài bằng cách chọn lấy ngẫu nhiên  câu hỏi trong  câu hỏi trên để trả lời. Hỏi xác suất bạn Nam chọn ít nhất có một câu hình học là bằng bao nhiêu?
16. Để chào mừng ngày nhà giáo Việt Nam  Đoàn trường THPT Hai Bà Trưng đã phân công ba khối: khối , khối  và khối  mỗi khối chuẩn bị ba tiết mục gồm: một tiết mục múa, một tiết mục kịch và một tiết mục hát tốp ca. Đến ngày tổ chức ban tổ chức chọn ngẫu nhiên ba tiết mục. Tính xác suất để ba tiết mục được chọn có đủ ba khối và có đủ ba nội dung?
17. Thầy X có  cuốn sách gồm  cuốn sách toán,  cuốn sách lí và  cuốn sách hóa. Các cuốn sách đôi một khác nhau. Thầy X chọn ngẫu nhiên  cuốn sách để làm phần thưởng cho một học sinh. Tính xác suất để số cuốn sách còn lại của thầy X có đủ  môn.
18. Một tổ có  học sinh nam và học sinh nữ. Chia tổ thành  nhóm, mỗi nhóm  người để làm nhiệm vụ khác nhau. Tính xác suất khi chia ngẫu nhiên nhóm nào cũng có nữ.
19. Một nhóm  học sinh gồm  nam trong đó có Quang, và  nữ trong đó có Huyền được xếp ngẫu nhiên vào  ghế trên một hàng ngang để dự lễ sơ kết năm học. Xác suất để xếp được giữa  bạn nữ gần nhau có đúng  bạn nam, đồng thời Quang không ngồi cạnh Huyền là

###

### **DẠNG 5: QUY TẮC TÍNH XÁC SUẤT**

**BÀI TẬP.**

**2 ===I**

**Câu 1.** Cho hai biến cố A và B với  và Hỏi hai biến cố A và B có:

a) Xung khắc không? b) Độc lập với nhau không?

**Câu 2.** Một hộp đựng 15 viên bi, trong đó có 7 viên bi xanh và 8 viên bi đỏ. Lấy ngẫu nhiên 3 viên bi (không kể thứ tự ra khỏi hộp). Tính xác suất để trong 3 viên bi lấy ra có ít nhất một viên bi đỏ.

**Câu 3.** Gieo hai đồng xu A và B một cách độc lập. Đồng xu A chế tạo cân đối. Đồng xu B chế tạo không cân đối nên xác suất xuất hiện mặt sấp gấp 3 lần xác suất xuất hiện mặt ngửa. Tính xác suất để :

a). Khi gieo 2 đồng xu một lần thì cả hai đều ngửa.

b). Khi gieo 2 lần thì 2 lần cả hai đồng xu đều lật ngửa.

**Câu 4.** Gieo đồng thời 2 con súc sắc cân đối đồng chất, một con màu đỏ và một con màu xanh. Tính xác suất của các biến cố sau:

a). Biến cố A "Con đỏ xuất hiện mặt 6 chấm".

b). Biến cố B "Con xanh xuất hiện mặt 6 chấm".

c). Biến cố C "Ít nhất một con suất hiện mặt 6 chấm".

d). Biến cố D "Không có con nào xuất hiện mặt 6 chấm".

e). Biến cố E "Tổng số chấm xuất hiện trên hai con bằng 8".

f). Biến cố F " Số chấm suất hiện trên hai con súc sắc hơn kém nhau 2".

**Câu 5.**  An và Bình học ở hai nơi khác nhau. Xác suất để An và Bình đạt điểm giỏi về môn toán trong kỳ thi cuối năm tương ứng là 0,92 và 0,88.

1. Tính xác suất để cả An và Bình đều đạt điểm giỏi.
2. Tính xác suất để cả An và Bình đều không đạt điểm giỏi.
3. Tính xác suất để có ít nhất một trong hai bạn An và Bình đạt điểm giỏi.

# Cho  và  là hai biến cố độc lập với nhau. , . Khi đó  bằng

1. Một lớp có 20 nam sinh và 15 nữ sinh. Giáo viên chọn ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Tính xác suất để 4 học sinh được chọn có cả nam và nữ.
2. Một cái hộp chứa  viên bi đỏ và  viên bi xanh. Lấy lần lượt  viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để viên bi được lấy lần thứ  là bi xanh.
3. Có  chiếc thẻ được đánh số từ  đến , người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng
4. Có  chiếc thẻ được đánh số từ  đến , người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng
5. Một lớp có  đoàn viên trong đó có nam và  nữ. Chọn ngẫu nhiên  đoàn viên trong lớp để tham dự hội trại  tháng . Tính xác suất để trong  đoàn viên được chọn có cả nam và nữ.
6. Trong tủ đồ chơi của bạn An có  con thú bông gồm: vịt, chó, mèo, gấu, voi. Bạn An muốn lấy ra một số thú bông. Xác suất để trong những con thú bông An lấy ra không có con vịt.
7. Việt và Nam chơi cờ. Trong một ván cờ, xác suất Việt thắng Nam là  và Nam thắng Việt là . Hai bạn dừng chơi khi có người thắng, người thua. Tính xác suất để hai bạn dừng chơi sau hai ván cờ.
8. Gọi  là tập hợp các số tự nhiên có  chữ số. Chọn ngẫu nhiên một số từ , tính xác suất để các chữ số của số đó đôi một khác nhau và phải có mặt chữ số  và .
9. Kết quả  của việc gieo một con súc sắc cân đối hai lần liên tiếp, trong đó  là số chấm xuất hiện lần gieo thứ nhất,  là số chấm xuất hiện lần gieo thứ hai được thay vào phương trình bậc hai . Tính xác suất để phương trình bậc hai đó vô nghiệm:
10. Thầy Bình đặt lên bàn  tấm thẻ đánh số từ  đến . Bạn An chọn ngẫu nhiên  tấm thẻ. Tính xác suất để trong  tấm thẻ lấy ra có  tấm thẻ mang số lẻ,  tấm mang số chẵn trong đó chỉ có một tấm thẻ mang số chia hết cho .
11. Một đề thi trắc nghiệm gồm  câu, mỗi câu có  phương án trả lời trong đó chỉ có  phương án đúng, mỗi câu trả lời đúng được  điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên  trong  phương án ở mỗi câu. Tính xác suất để thí sinh đó được  điểm.
12. An và Bình cùng tham gia kì thi THPTQG năm , ngoài thi ba môn Toán, Văn, Tiếng Anh bắt buộc thì An và Bình đều đăng kí thi them đúng hai môn tự chọn khác trong ba môn Vật lí, Hóa học và Sinh học dưới hình thức thi trắc nghiệm để xét tuyển Đại học. Mỗi môn tự chọn trắc nghiệm có  mã đề thi khác nhau, mã đề thi của các môn khác nhau là khác nhau. Tính xác suất để An và Bình có chung đúng một môn thi tự chọn và chung một mã đề.
13. Hai xạ thủ cùng bắn, mỗi người một viên đạn vào bia một cách độc lập với nhau. Xác suất bắn trúng bia của hai xạ thủ lần lượt là  và . Tính xác suất của biến cố có ít nhất một xạ thủ không bắn trúng bia.