**CHƯƠNG**

 **I**

**VECTƠ**

**BÀI 3: TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ**

**LÝ THUYẾT.**

**I ===I**

**1. ĐỊNH NGHĨA:**

Cho số và một vectơ . Tích của vectơ với số là một vectơ, kí hiệu , cùng hướng với nếu , ngược hướng với nếu và có độ dài bằng .

Quy ước: .

**2. TÍNH CHẤT:**

Với hai vectơ , bất kỳ, với mọi số thực và , ta có:

;;

; ,.

**3. TRUNG ĐIỂM CỦA ĐOẠN THẲNG VÀ TRỌNG TÂM CỦA TAM GIÁC:**

a) Nếu là trung điểm của đoạn thẳng thì với mọi điểm ta có .

b) Nếu là trọng tâm của tam giác thì với mọi điểm ta có .

**4. ĐIỀU KIỆN ĐỂ HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG:**

Điều kiện cần và đủ để hai vectơ và () cùng phương là có một số thực để .

Nhận xét: Ba điểm phân biệt , , thẳng hàng khi và chỉ khi có số khác để .

**5. PHÂN TÍCH MỘT VECTƠ THEO HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG:**

****

Cho hai vectơ và không cùng phương. Khi đó mọi vectơ đều phân tích được một cách duy nhất theo hai vectơ và , nghĩa là có duy nhất cặp số sao cho .

**VÍ DỤ MINH HỌA.**

**II ===I**

***Ví dụ 1.*** Cho đoạn thẳng  và  là một điểm nằm trên đoạn  sao cho. Tìm  trong các đẳng thức sau:

 a)  b)  c) 

***Ví dụ 2.*** Cho  và điểm . Xác định hai điểm  và  sao cho: ;.

***Ví dụ 3.*** Cho  có trọng tâm . Cho các điểm , ,  lần lượt là trung điểm của các cạnh , ,  và  là giao điểm của  và . Đặt ,. Hãy phân tích các vectơ , , ,  theo hai vectơ , .

***Ví dụ 4.*** Cho tam giác. Điểm  nằm trên cạnh  sao cho . Hãy phân tích vectơ  theo hai vectơ , .

***Ví dụ 5.*** Cho tam giác  có trung tuyến . Gọi  là trung điểm  và  là điểm thuộc  sao cho . Chứng minh ba điểm , ,  thẳng hàng.

***Ví dụ 5.*** Cho tam giác . Hai điểm ,  được xác định bởi hệ thức:  và . Chứng minh .

***Ví dụ 6.*** Cho tam giác . Gọi , ,  lần lượt là trung điểm của , , . Chứng minh rằng .

***Ví dụ 7.*** Cho tứ giác ,  là giao điểm của hai đường chéo  và . Gọi ,  theo thứ tự là trọng tâm của tam giác  và . Chứng minh rằng .

***Ví dụ 8.*** Cho tam giác  với , ,  lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp và trọng tâm của tam giác. Chứng minh .

**HỆ THỐNG BÀI TẬP.**

**III ===I**

**DẠNG 1: XAC DỊNH VECTƠ**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

 **1 ===I**

**Câu** **1.** Cho và điểm . Xác định hai điểm và sao cho:

**Câu** **2.** Cho đoạn thẳng và là một điểm nằm trên đoạn sao cho . Tìm trong các đẳng thức sau:

a) b) c)

**Câu** **3.** Cho hai điểm phân biệt . Xác định điểm biết

**Câu** **4.** Cho tam giác .

a) Tìm điểm sao cho b) Tìm điểm sao cho

**Câu** **5.** Cho tam giác đều cạnh . Tính: a) b)

**Câu** **6.** Cho vuông tại có , . Gọi là trung điểm của . Hãy tính:

a) b)

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

 **2 ===I**

**Câu 1. [0H1-3.1-1]** Khẳng định nào **sai**?

**A.**

**B.**  và cùng hướng khi

**C.**  và cùng hướng khi

**D.** Hai vectơ và cùng phương khi có một số để

**Câu 2. [0H1-3.3-2]** Trên đường thẳng lấy điểm sao cho . Điểm được xác định đúng trong hình vẽ nào sau đây:



**A.** Hình 3 **B.** Hình 4 **C.** Hình 1 **D.** Hình 2

**Câu 3. [0H1-3.1-1]** Cho ba điểm phân biệt . Nếu thì đẳng thức nào dưới đây **đúng**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 4. [0H1-3.1-1]** Cho tam giác . Gọi là trung điểm của .Khẳng định nào sau đây đúng

**A. B. C. D.**

**Câu 5. [0H1-3.1-2]** Cho tam giác . Gọi và lần lượt là trung điểm của và . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 6. [0H1-3.1-1]** Cho và điểm . Gọi lần lượt là hai điểm thỏa mãn và . Khi đó:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 7. [0H1-3.1-1]** Tìm giá trị của sao cho , biết rằng ngược hướng và

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 8. [0H1-3.1-2]** Cho tam giác đều có cạnh bằng . Độ dài của bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 9. [0H1-3.3-2]** Cho tam giác . Gọi là trung điểm của . Tìm điểm thỏa mãn hệ thức .

**A.**  là trung điểm của **B.** là trung điểm của

**C.**  là trung điểm của **D.**  là điểm trên cạnh sao cho

**Câu 10. [0H1-3.3-2]** Cho hình bình hành , điểm thõa mãn . Khi đó điểm là:

**A.** Trung điểm của **B.** Điểm

**C.** Trung điểm của **D.** Trung điểm của

**Câu 11. [0H1-3.1-2]** Cho hình thoi tâm , cạnh . Góc . Tính độ dài vectơ .

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 12. [0H1-3.1-3]** Cho tam giác có điểm thỏa mãn: . Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

**A.** Tam giác đều **B.** Tam giác cân tại

**C.** Tam giác vuông tại **D.** Tam giác cân tại

**Câu 13. [0H1-3.1-3]** Cho tam giác vuông cân tạ với . Độ dài của véc tơ là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 14. [0H1-3.1-3]** Cho ngũ giác . Gọi lần lượt là trung điểm các cạnh . Gọi và lần lượt là trung điểm các đoạn và . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 15. [0H1-3.1-2]** Cho đoạn thẳng . Gọi là một điểm trên sao cho . Khẳng định nào sau đây **sai**?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 16. [0H1-3.1-2]** Cho đoạn thẳng và là một điểm trên đoạn sao cho . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai** ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 17. [0H1-3.1-3]** Cho tam giác . Gọi là trung điểm của và là trung điểm . Đường thẳng cắt tại . Khi đó thì giá trị của là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**DẠNG 2: HAI VECTƠ CÙNG PHƯƠNG, BA ĐIỂM THẲNG HÀNG**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

 **1 ===I**

**Câu** **1.** Cho tam giác có trung tuyến . Gọi là trung điểm và là trung điểm sao .Chứng minh ba điểm thẳng hàng.

**Câu** **2.** Cho tam giác .Hai điểm được xác định bởi hệ thức:

, . Chứng minh .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

 **2 ===I**

**Câu 1. [0H1-3.5-1]** Cho ba điểm phân biệt. Điều kiện cần và đủ để ba điểm thẳng hàng là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**  điểm

**Câu 2. [0H1-3.5-2]** Cho . Đặt . Các cặp vectơ nào sau đây cùng phương?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 3. [0H1-3.1-1]** Cho hai vectơ và không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây cùng phương?

**A.**  và **B.**  và

**C.**  và **D.**  và

**Câu 4. [0H1-3.1-1]** Cho hai vectơ và không cùng phương. Hai vectơ nào sau đây là cùng phương?

**A.**  và **B.**  và

**C.**  và **D.**  và

**Câu 5. [0H1-3.1-2]** Biết rằng hai vec tơ và không cùng phương nhưng hai vec tơ và cùng phương. Khi đó giá trị của là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 6. [0H1-3.1-2]** Biết rằng hai vec tơ và không cùng phương nhưng hai vec tơ và cùng phương. Khi đó giá trị của là:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 7. [0H1-3.5-3]** Cho tam giác . Hai điểm được xác định bởi các hệ thức , . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

**A.**  **B.**

**C.**  nằm trên đường thẳng **D.** Hai đường thẳng và trùng nhau

**DẠNG 3: BIỂU THỊ MỘT VECTƠ THEO HAI VECTƠ KHÔNG CÙNG PHƯƠNG**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

 **1 ===I**

**Câu** **1.** Cho tam giác . Gọi là một điểm trên cạnh sao cho . Chứng minh rằng: .

 **Câu** **2.** Cho có trọng tâm . Cho các điểm lần lượt là trung điểm của các cạnh và là giao điểm của và . Đặt . Hãy phân tích các vectơ , , , theo hai vectơ và .

**Câu** **3.** Cho và là hai trung tuyến của tam giác , trọng tâm . Hãy phân tích các vectơ , , theo hai vectơ ,

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

 **2 ===I**

**Câu 1. [0H1-3.4-2]** Trên đường thẳng chứa cạnh của tam giác lấy một điểm sao cho . Khi đó đẳng thức nào sau đây **đúng**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 2. [0H1-3.4-3]** Cho tam giác biết . Gọi là trung điểm và là điểm trên đoạn sao cho . Hệ thức nào sau đây **đúng**?

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 3. [0H1-3.4-3]** Cho tam giác . Gọi là trọng tâm và là điểm đối xứng với qua . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 4. [0H1-3.4-2]** Cho tam giác có trọng tâm . Gọi các điểm lần lượt là trung điểm của các cạnh và . Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 5. [0H1-3.4-2]** Cho tam giác . Gọi là điểm sao cho và là trung điểm của cạnh , là điểm thỏa mãn Vectơ được phân tích theo hai vectơ và . Hãy chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 6. [0H1-3.4-2]** Cho tam giác . Gọi là trung điểm của , là điểm thuộc sao cho . là trung điểm của . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.**  **B.**

**C. D.**

**Câu 7. [0H1-3.4-3]** Cho tứ giác , là giao điểm của hai đường chéo và . Gọi theo thứ tự là trọng tâm của tam giác và . Khi đó bằng:

**A. . B. . C. . D. .**

**Câu 8. [0H1-3.4-2]** Cho tam giác với phân giác trong . Biết , , . Khi đó bằng:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

**Câu 9. [0H1-3.4-2]** Cho tam giác . Gọi là trung điểm của và là một điểm trên cạnh sao cho.Gọi là trung điểm của . Khi đó:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 10. [0H1-3.4-2]** Cho tam giác , là điểm xác định bởi , là trọng tâm tam giác **.** Hệ thức tính là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 11. [0H1-3.4-3]** Cho và là hai phân giác trong của tam giác . Biết , và . Khi đó bằng:

**A. . B. . C. . D. .**

**DẠNG 4: ĐẲNG THỨC VECTƠ CHỨA TÍCH CỦA VECTƠ VỚI MỘT SỐ**

**BÀI TẬP TỰ LUẬN.**

 **1 ===I**

**Câu** **1.** Cho tứ giác . Gọi lần lượt là trung điểm của và . Chứng minh rằng: .

**Câu** **2.** Cho tứ giác . Gọi lần lượt là trung điểm của và .

a) Chứng minh rằng:

b) Gọi là trung điểm của . Chứng minh rằng

**Câu** **3.** Cho hình bình hành . Chứng minh rằng:

**Câu** **4.** Chứng minh rằng nếu và lần lượt là trọng tâm tam giác và thì .

**BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM.**

 **2 ===I**

**Câu 1. [0H1-3.2-2]** Cho tam giác và một điểm tùy ý. Hãy chọn hệ thức đúng:

**A. B.**

**C. D.**

**Câu 2. [0H1-3.2-3]** Cho tam giác với lần lượt là trực tâm, tâm đường tròn ngoại tiếp, trọng tâm của tam giác. Hệ thức đúng là:

**A.**  **B. C.**  **D.**

**Câu 3. [0H1-3.2-2]** Ba trung tuyến của tam giác đồng quy tại . Hỏi vectơ bằng vectơ nào?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 4. [0H1-3.2-2]** Cho hình chữ nhật , và lần lượt là trung điểm của .Hệ thức nào sau đây đúng?

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 5. [0H1-3.2-3]** Cho tam giác đều tâm . Điểm là điểm bất kỳ trong tam giác. Hình chiếu của xuống ba cạnh của tam giác lần lượt là . Hệ thức giữa các vectơ là:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 6. [0H1-3.2-2]** Cho tứ giác . Gọi là trung điểm và .Lấy các điểm lần lượt thuộc các đường thẳng và sao cho , . Khẳng định nào sau đây đúng?

**A.** . **B.** .

**C.** . **D.** .

**Câu 7. [0H1-3.2-1]** Cho là trung điểm của đoạn thẳng . Với điểm bất kỳ, ta luôn có:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 8. [0H1-3.2-1]** Cho là trọng tâm của tam giác . Với mọi điểm , ta luôn có:

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 9. [0H1-3.2-2]** Cho có là trọng tâm, là trung điểm . Đẳng thức nào **đúng**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 10. [0H1-3.2-2]** Cho hình bình hành . Đẳng thức nào **đúng**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 11. [0H1-3.2-2]** Cho là trọng tâm của tam giác . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **đúng**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 12. [0H1-3.2-2]** Cho hình vuông có tâm là . Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề **sai**?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 13. [0H1-3.2-2]** Cho tứ giác . Gọi lần lượt là trung điểm của và . Khi đó bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 14. [0H1-3.2-2]** Cho hình bình hành tâm và điểm bất kì. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

**A.**  **B.**

**C.**  **D.**

**Câu 15. [0H1-3.2-3]** Cho tam giác nội tiếp trong đường tròn tâm . Gọi là trực tâm của tam giác. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 16. [0H1-3.2-3]** Cho tứ giác . Gọi là trọng tâm của tam giác , là điểm trên sao cho . Với mọi điểm ta luôn có bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 17. [0H1-3.2-4]** Cho tam giác đều có tâm . Gọi là một điểm tùy ý bên trong tam giác . Hạ tương ứng vuông góc với . Giả sử (với là phân số tối giản). Khi đó bằng:

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 18. [0H1-3.6-3]** Cho tam giác , có bao nhiêu điểm thoả mãn:

**A.** 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** vô số

**Câu 19. [0H1-3.3-3]** Cho tam giác và một điểm tùy ý. Chứng minh rằng vectơ . Hãy xác định vị trí của điểm sao cho .

**A.**  là điểm thứ tư của hình bình hành **B.**  là điểm thứ tư của hình bình hành

**C.**  là trọng tâm của tam giác **D.**  là trực tâm của tam giác

**Câu 20. [0H1-3.7-4]** Cho tam giác và đường thẳng . Gọi là điểm thỏa mãn hệ thức . Tìm điểm trên đường thẳng sao cho vectơ có độ dài nhỏ nhất.

**A.** Điểm là hình chiếu vuông góc của trên

**B.** Điểm là hình chiếu vuông góc của trên

**C.** Điểm là hình chiếu vuông góc của trên

**D.** Điểm là giao điểm của và

**Câu 21. [0H1-3.3-3]** Cho tam giác . Gọi là trung điểm của và thuộc cạnh sao cho . Hãy xác định điểm thỏa mãn: và điểm thỏa mãn: .

**A.**  là trung điểm của và là trung điểm của

**B.**  là trung điểm của và là trung điểm của

**C.**  là trung điểm của và là trung điểm của

**D.**  là trung điểm của và là trung điểm của

**Câu 22. [0H1-3.3-2]** Cho hình bình hành ABCD, điểm M thỏa . Khi đó điểm M là:

**A.** trung điểm AC **B.** điểm C **C.** trung điểm AB **D.** trung điểm AD

**Câu 23. [0H1-3.6-2]** Cho hình chữ nhật . Tập hợp các điểm thỏa mãn là:

**A.** Đường tròn đường kính . **B.** Đường tròn đường kính .

**C.** Đường trung trực của cạnh . **D.** Đường trung trực của cạnh .

**Câu 24. [0H1-3.6-2]** Cho hình bình hành . Tập hợp các điểm thỏa mãn là:

**A.** Một đường thẳng. **B.** Một đường tròn.

**C.** Toàn bộ mặt phẳng . **D.** Tập rỗng.

**Câu 25. [0H1-3.6-2]** Cho tam giác ABC và điểm M thỏa . Tập hợp M là:

**A.** Một đường tròn **B.** Một đường thẳng

**C.** Một đoạn thẳng **D.** Nửa đường thẳng

**Câu 26. [0H1-3.6-2]** Cho tam giác AB**C.** Có bao nhiêu điểm M thỏa

**A.** 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** Vô số

**Câu 27. [0H1-3.6-3]** Cho tam giác ABC và điểm M thỏa . Tập hợp M là:

**A.** Một đoạn thẳng **B.** Một đường tròn **C.** Nửa đường tròn **D.** Một đường thẳng

**Câu 28. [0H1-3.2-2]** Cho năm điểm . Khẳng định nào đúng?

**A. B.**

**C. D.**

**Câu 29. [0H1-3.7-4]** Cho tam giác có là trọng tâm. Gọi là chân đường cao hạ từ sao cho . Điểm di động nằm trên sao cho . Tìm sao cho độ dài của vectơ đạt giá trị nhỏ nhất.

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

**Câu 30. [0H1-3.7-3]** Cho đoạn thẳng có độ dài bằng Một điểm di động sao cho . Gọi là hình chiếu của lên . Tính độ dài lớn nhất của ?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.**

