

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{1}{2}x + 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $x^2 - x - 12 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$.

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (0,75 điểm). Mỗi quan hệ giữa lợi nhuận và số sản phẩm bán được trong một tháng tại một cửa hàng tính theo công thức $T = 20n - 500$. Trong đó T là số tiền lợi nhuận tính theo ngàn đồng, n là số sản phẩm bán được trong tháng.

- Nếu trong tháng 9 cửa hàng bán được 5000 sản phẩm thì lợi nhuận thu về là bao nhiêu?
- Mối quan hệ giữa số tiền lợi nhuận và số nhân viên làm việc là $T = 9000.k$ với k là số nhân viên ($k \in \mathbb{N}^*$), T là lợi nhuận tính theo đơn vị ngàn đồng. Vậy nếu cửa hàng có 8 nhân viên thì một tháng bán được bao nhiêu sản phẩm?

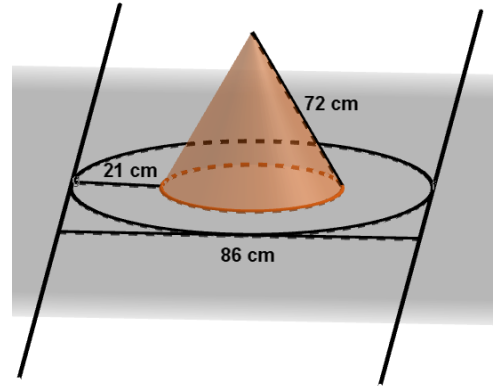
Câu 4. (1 điểm). Nhằm động viên, khen thưởng các em đạt danh hiệu “học sinh giỏi cấp thành phố” năm học 2021–2022, trường THCS A tổ chức chuyến tham quan ngoại khóa tại một điểm du lịch với mức giá ban đầu là 375 000 đồng/người. Biết công ty du lịch giảm 10% chi phí cho mỗi giáo viên và giảm 30% chi phí cho mỗi học sinh. Số học sinh tham gia gấp 4 lần số giáo viên và tổng chi phí tham quan (sau khi giảm giá) là 12 487 500 đồng. Tính số giáo viên và số học sinh đã tham gia chuyến đi?

Câu 5. (1 điểm). Bà Năm nuôi tất cả 10 con heo, mỗi con 70 kg. Đến ngày xuất chuồng bà bán được 4 con với giá lúc ổn định là 58 000 đồng/kg heo hơi (cân heo hơi là heo vẫn còn sống, cân tại chuồng). Tháng sau, gặp trận dịch bệnh bà Năm phải bán với giá giảm 40% so với giá khi ổn định. Biết giá vốn bà đầu tư lúc ban đầu nuôi heo là 32 000 đồng/ 1kg heo hơi.

- Sau khi bán hết 10 con heo thì sẽ bà Năm lời bao nhiêu tiền?
- Một người buôn bán heo ở chợ đã mua 2 con heo của bà Năm với giá lúc ổn định. Người đó muốn lời 60% so tổng số tiền vốn bỏ ra gồm số tiền mua heo và chi phí vận chuyển heo là 2 triệu đồng, thì người đó cần bán lẻ mỗi kg heo bao nhiêu tiền? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng nghìn)

Câu 6. (1 điểm). Cái mũ có vành của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ

- a) Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ của chú hề (không kể riềm, mép, phần thừa).
- b) Chú hề dự định mua bột đổ đầy nón để làm ảo thuật. Chú hề cần mua khối lượng bột là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)? (biết rằng khối lượng riêng của loại bột đó là $1\text{gam}/\text{cm}^3$ nghĩa là 1cm^3 tương ứng với 1gam).



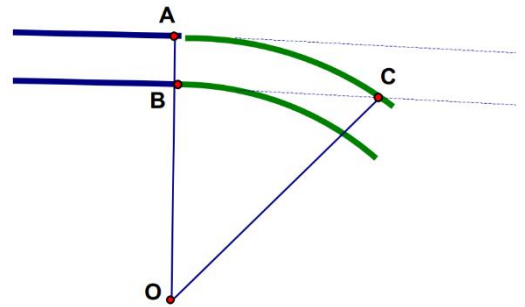
Cho công thức tính thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3}\pi R^2.h$

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón là $S = \pi.R.l$

Trong đó h là chiều cao hình nón, R là bán kính đáy, l là đường sinh.

Lấy $\pi \approx 3,14$

- Câu 7. (0,75 điểm).** Để giúp xe lửa chuyển từ một đường ray từ hướng này sang một đường ray theo hướng khác, người ta làm xen giữa một đoạn đường ray hình vòng cung (hình vẽ minh họa bên). Biết chiều rộng của đường ray là $AB \approx 1,1\text{m}$, đoạn $BC \approx 28,4\text{m}$, BC vuông góc với AO . Hãy cho biết số đo cung AC (làm tròn kết quả đến độ).



- Câu 8. (3 điểm)** Cho đường tròn (O, R) . Qua điểm A ở ngoài đường tròn, ta vẽ các tiếp tuyến AB và AC tới đường tròn (B và C là các tiếp điểm), AO cắt BC tại H . Vẽ cát tuyến AEF (E, B cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ OA). Gọi D là trung điểm của EF .
- a) Chứng minh: tứ giác $ODBC$ nội tiếp.
- b) Vẽ đường kính BK của (O) . Gọi M là hình chiếu của C trên BK , AK cắt CM tại I . Chứng minh I là trung điểm của CM .
- c) Tia CM cắt (O) tại điểm thứ hai N , AN cắt (O) tại điểm thứ hai J , CJ cắt AB tại Z . Chứng minh ZH vuông góc với OC .

----HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = \frac{1}{4}x^2$ và đường thẳng $(d): y = \frac{1}{2}x + 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính..

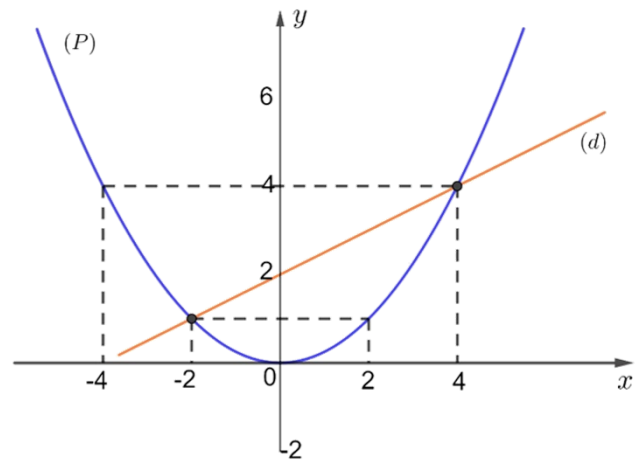
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

BGT:

x	-4	-2	0	2	4
$y = \frac{1}{4}x^2$	4	1	0	1	4

x	0	2
$y = \frac{1}{2}x + 2$	2	3



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$\frac{1}{4}x^2 = \frac{1}{2}x + 2$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}x - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = -2 \end{cases}$$

Thay $x = 4$ vào $y = \frac{1}{2}x + 2$, ta được: $y = \frac{1}{2}.4 + 2 = 4$.

Thay $x = -2$ vào $y = \frac{1}{2}x + 2$, ta được: $y = \frac{1}{2}.(-2) + 2 = 1$.

Vậy $(4;4)$, $(-2;1)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $x^2 - x - 12 = 0$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 .

Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$

Lời giải

$$\text{Vì } \Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4.1.(-12) = 49 > 0$$

Nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

$$\text{Theo định lí Vi-et, ta có: } \begin{cases} S = x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} = 1 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = -12 \end{cases}$$

Ta có:

$$A = \frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$$

$$A = \frac{(x_1 + 1) \cdot x_1 + (x_2 + 1) \cdot x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_1 + x_2^2 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{x_1^2 + x_2^2 + x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$$

$$A = \frac{S^2 - 2P + S}{P}$$

$$A = \frac{1^2 - 2 \cdot (-12) + 1}{-12} = -\frac{13}{6}$$

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (0,75 điểm) Mỗi quan hệ giữa lợi nhuận và số sản phẩm bán được trong một tháng tại một cửa hàng tính theo công thức $T = 20n - 500$. Trong đó T là số tiền lợi nhuận tính theo ngàn đồng, n là số sản phẩm bán được trong tháng.

- Nếu trong tháng 9 cửa hàng bán được 5000 sản phẩm thì lợi nhuận thu về là bao nhiêu?
- Mỗi quan hệ giữa số tiền lợi nhuận và số nhân viên làm việc là $T = 9000.k$ với k là số nhân viên ($k \in \mathbb{N}^*$), T là lợi nhuận tính theo đơn vị ngàn đồng. Vậy nếu cửa hàng có 8 nhân viên thì một tháng bán được bao nhiêu sản phẩm?

Lời giải

- a) Ta có $n = 5000$

$$\Rightarrow T = 20.5000 - 500 = 99\,500 \text{ (ngàn đồng)}$$

Vậy trong tháng 9, lợi nhuận của cửa hàng là 99 500 (ngàn đồng).

b) Ta có $k = 8$

$$\Rightarrow T = 9000.8 = 72\,000$$

$$\text{Mà } T = 20n - 500$$

$$\Rightarrow 72\,000 = 20n - 500 \Leftrightarrow n = 3625$$

Vậy nếu cửa hàng có 8 nhân viên, mỗi tháng sẽ bán được 3625 sản phẩm.

Câu 4. (1 điểm). Nhằm động viên, khen thưởng các em đạt danh hiệu “học sinh giỏi cấp thành phố” năm học 2021–2022, trường THCS A tổ chức chuyến tham quan ngoại khóa tại một điểm du lịch với mức giá ban đầu là 375 000 đồng/người. Biết công ty du lịch giảm 10% chi phí cho mỗi giáo viên và giảm 30% chi phí cho mỗi học sinh. Số học sinh tham gia gấp 4 lần số giáo viên và tổng chi phí tham quan (sau khi giảm giá) là 12 487 500 đồng. Tính số giáo viên và số học sinh đã tham gia chuyến đi?

Lời giải

Gọi $x; y$ (người) lần lượt là số học sinh và số giáo viên tham gia chuyến đi ($x; y \in \mathbb{N}^*$)

$$\text{Theo đề, ta có: } \begin{cases} x = 4y \\ (1 - 30\%).375\,000.x + (1 - 10\%).375\,000.y = 12\,487\,500 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 36 \\ y = 9 \end{cases} \text{ (nhận)}$$

Vậy: Số học sinh tham gia chuyến đi là 36 (học sinh)

Số giáo viên tham gia chuyến đi là 9 (giáo viên).

Câu 5. (1 điểm) Bà Năm nuôi tất cả 10 con heo, mỗi con 70kg. Đến ngày xuất chuồng bà bán được 4 con với giá lúc ổn định là 58 000 đồng/1kg heo hơi (cân heo hơi là heo vẫn còn sống, cân tại chuồng). Tháng sau, gặp trận dịch bệnh bà Năm phải bán với giá giảm 40% so với giá khi ổn định. Biết giá vốn bà đầu tư lúc ban đầu nuôi heo là 32 000 đồng/1kg heo hơi.

a) Sau khi bán hết 10 con heo thì sẽ bà Năm lời bao nhiêu tiền?

b) Một người buôn bán heo ở chợ đã mua 2 con heo của bà Năm với giá lúc ổn định.

Người đó muốn lời 60% so tổng số tiền vốn bỏ ra gồm số tiền mua heo và chi phí vận chuyển heo là 2 triệu đồng, thì người đó cần bán lẻ mỗi kg heo bao nhiêu tiền? (Làm tròn kết quả đến chữ số hàng nghìn)

Lời giải

- a) Số tiền bà Năm thu được sau khi bán 10 con heo là:

$$4.70.58000 + 6.70.(1 - 40\%).58000 = 30856000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền đầu tư lúc đầu là:

$$10.70.32000 = 22400000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền lời là:

$$30856000 - 22400000 = 8456000 \text{ (đồng)}$$

- b) Số tiền mua hai con heo và chi phí vận chuyển là:

$$2.70.58000 + 2000000 = 10120000 \text{ (đồng)}$$

Số tiền bán mỗi kg heo là:

$$10120000.(1 + 60\%):(2.70) \approx 116000 \text{ (đồng)}$$

Câu 6. (1 điểm) Cái mũ có vành của chú hề với các kích thước cho theo hình vẽ

- a) Hãy tính tổng diện tích vải cần có để làm nên cái mũ của chú hề (không kể rìa, mép, phần thừa).
- b) Chú hề dự định mua bột đổ đầy nón để làm ảo thuật. Chú hề cần mua khối lượng bột là bao nhiêu (làm tròn đến hàng đơn vị)? (biết rằng khối lượng riêng của loại bột đó là $1 \text{ gam} / \text{cm}^3$ nghĩa là 1 cm^3 tương ứng với 1 gam).

Cho công thức tính thể tích hình nón: $V = \frac{1}{3} \pi R^2 . h$

Công thức tính diện tích xung quanh hình nón là $S = \pi . R . l$

Trong đó h là chiều cao hình nón, R là bán kính đáy, l là đường sinh.

Lấy $\pi \approx 3,14$

Lời giải

- a) Bán kính hình nón: $r = \frac{86 - 21.2}{2} = 22 \text{ (cm)}$

Diện tích xung quanh: $S_{xq} = \pi r l = 3,14.22.72 = 4973,76 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích vành nón: $S_{vn} = \pi . \left(\frac{86}{2} \right)^2 - \pi . 22^2 = 4286,1 \text{ (cm}^2\text{)}$

Diện tích cần tìm: $S = S_{xq} + S_{vn} = 4973,76 + 4286,1 = 9259,86 \text{ (cm}^2\text{)}$

- b) Chiều cao hình nón: $h = \sqrt{72^2 - 22^2} = 10\sqrt{47} \text{ (cm)}$

$$\text{Thể tích hình nón: } V = \frac{1}{3} \cdot \pi R^2 h = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 22^2 \cdot 10 \sqrt{47} \approx 34729,8 (\text{cm}^3)$$

Vậy số bột cần để đổ đầy nón là: $34730 (g)$

Câu 7. (0,75 điểm) Để giúp xe lửa chuyển từ một đường ray từ hướng này sang một đường ray theo hướng khác, người ta làm xen giữa một đoạn đường ray hình vòng cung (hình vẽ minh họa bên). Biết chiều rộng của đường ray là $AB \approx 1,1m$, đoạn $BC \approx 28,4m$, BC vuông góc với AO . Hãy cho biết số đo cung AC (làm tròn kết quả đến độ).

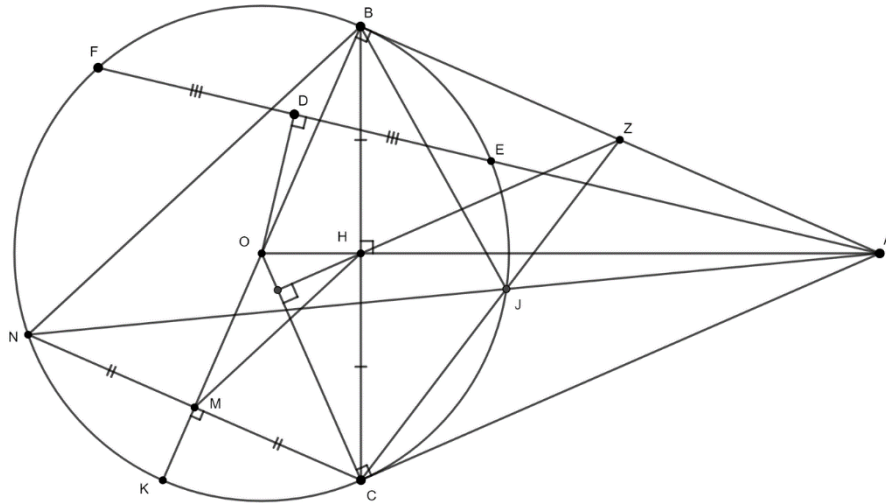
Lời giải

- Thanh ray trùng với BC tiếp xúc với đường tròn (O, OB) tại B nên là tiếp tuyến của đường tròn $(O, OB) \Rightarrow BC \perp OB$
- OA cắt đường tròn (O, OA) tại điểm $D (D \neq A) \Rightarrow AD = 2R$
- Tam giác ACD nội tiếp đường tròn (O, OA) có đường kính AD nên là tam giác vuông tại C .
- Xét tam giác ACD vuông tại C , đường cao BC , ta có:
 $CB^2 = AB \cdot BD$ (hệ thức lượng trong tam giác vuông)
 $\Leftrightarrow CB^2 = AB \cdot (AD - AB)$
 $\Leftrightarrow CB^2 = AB \cdot (2R - AB)$
- Thay số, ta có: $(28,4)^2 \approx 1,1 \cdot (2R - 1,1) \Leftrightarrow 2R \approx 807,77 \Leftrightarrow R \approx 367,2 (m)$

Câu 8. (3 điểm) Cho đường tròn (O, R) . Qua điểm A ở ngoài đường tròn, ta vẽ các tiếp tuyến AB và AC tới đường tròn (B và C là các tiếp điểm), AO cắt BC tại H . Vẽ cát tuyến AEF (E, B cùng thuộc một nửa mặt phẳng bờ OA). Gọi D là trung điểm của EF .

- a) Chứng minh: tứ giác $ODBC$ nội tiếp.
- b) Vẽ đường kính BK của (O) . Gọi M là hình chiếu của C trên BK , AK cắt CM tại I .
 Chứng minh I là trung điểm của CM .
- c) Tia CM cắt (O) tại điểm thứ hai N , AN cắt (O) tại điểm thứ hai J , CJ cắt AB tại Z .
 Chứng minh ZH vuông góc với OC .

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $ODBC$ nội tiếp

Xét (O) có:

FE là dây cung

D là trung điểm của FE

$\Rightarrow OD \perp FE$

Xét tứ giác $ODBC$ có:

$$\angle ODA = \angle OBA = 90^\circ$$

Mà hai góc cùng nhìn cạnh OA

$\Rightarrow$ Tứ giác $ODBC$ nội tiếp (Hai đỉnh liên tiếp cùng nhìn một cạnh dưới hai góc bằng nhau)

b) Chứng minh: I là trung điểm MC

$$\text{Ta có: } \begin{cases} OB = OC = R \\ AB = AC \end{cases}$$

$\Rightarrow O, A$ cách đều B, C

$\Rightarrow OA$ là đường trung trực của BC

$\Rightarrow OA \perp BC$ tại H

Do M là hình chiếu của C trên BK

$\Rightarrow CM \perp BK$ tại M

Xét tứ giác $MOHC$ có:

$$\begin{cases} \angle OMC = 90^\circ (CM \perp BK) \\ \angle OHC = 90^\circ (OA \perp BC = \{H\}) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \angle OMC + \angle OHC = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$\Rightarrow$ Tứ giác $MOHC$ nội tiếp (Tổng hai góc đối bằng 180°)

$\Rightarrow OMH = OCH$ (chắn OH)

Mà $OCH = OBH$ ($\triangle OCB$ cân tại O , $OB = OC = R$)

$\Rightarrow OMH = OBH$

$\Rightarrow \triangle BHM$ cân tại H

$\Rightarrow BH = HM$

Mà $BH = HC$ (OA là đường trung trực BC)

$\Rightarrow HM = HC$

$\Rightarrow \triangle MHC$ cân tại H

$\Rightarrow HMC = HCM$

Xét $\triangle HIM$ và $\triangle HIC$ có:

HI là cạnh chung

$HM = HC$ (cmt)

$HMC = HCM$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle HIM = \triangle HIC$ (c - g - c)

$\Rightarrow IM = IC$

$\Rightarrow I$ là trung điểm MC .

c) Chứng minh: ZH vuông góc với OC

Ta có: $AB \perp BK$ (AB là tiếp tuyến của (O))

$CN \perp BK$ tại M (cmt)

$\Rightarrow AB \parallel CN$

$\Rightarrow CNA = NAB$ (so le trong)

Mà $CNA = ZCA$ (chắn JC)

$\Rightarrow NAB = ZCA$

Xét $\triangle ZJA$ và $\triangle ZAC$ có:

CZA chung

$NAB = ZCA$ (cmt)

$\Rightarrow \triangle ZJA \cong \triangle ZAC$ (g - g)

$$\Rightarrow \frac{ZJ}{ZA} = \frac{ZA}{ZC} \Leftrightarrow ZA^2 = ZJ \cdot ZC \quad (1)$$

Xét ΔZBJ và ΔZJC có

BZJ chung

$$\widehat{JBZ} = \widehat{BCZ} \text{ (chắn } BJ \text{)}$$

$$\Rightarrow \Delta ZBJ \sim \Delta ZCB \quad (g - g)$$

$$\Rightarrow \frac{ZB}{ZC} = \frac{ZJ}{ZB} \Leftrightarrow ZB^2 = ZJ \cdot ZC \quad (2)$$

Từ (1) và (2)

$$\Rightarrow ZA^2 = ZB^2 \quad (ZJ \cdot ZC)$$

$$\Rightarrow ZA = ZB$$

$\Rightarrow Z$ là trung điểm AB

Xét ΔABC có:

Z là trung điểm AB (cmt)

H là trung điểm BC (cmt)

$\Rightarrow ZH$ là đường trung bình

$$\Rightarrow ZH \parallel AC$$

Mà $AC \perp OC$ (AC là tiếp tuyến của (O))

$$\Rightarrow ZH \perp OC.$$

----HẾT----