

Bài 1.

1) Giải phương trình:

$$(5x-6)^2 - \frac{1}{\sqrt{5x-7}} = x^2 - \frac{1}{\sqrt{x-1}}$$

2) Tìm các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình sau có nghiệm:

$$x^3 + 3x^2 - 1 \leq m \left(\sqrt{x} - \sqrt{x-1} \right)^3$$

Bài 2.

Giả sử M là một điểm nằm trong $\triangle ABC$ thỏa mãn: $\widehat{MAB} = \widehat{MBC} = \widehat{MCA} = \alpha$.

Chứng minh rằng: $\cot \alpha = \cot A + \cot B + \cot C$.

Bài 3.

Cho điểm O cố định và số thực a không đổi. Một hình chóp $S.ABC$ thay đổi thỏa mãn:

$OA = OB = OC = a$; $SA \perp OA$, $SB \perp OB$, $SC \perp OC$, $\widehat{ASB} = 90^\circ$, $\widehat{BSC} = 60^\circ$, $\widehat{CSA} = 120^\circ$.

Chứng minh rằng:

1) $\triangle ABC$ là tam giác vuông.

2) Khoảng cách SO không thay đổi.

Bài 4.

Ký hiệu C_n^k là số các tổ hợp chập k của n phần tử ($0 \leq k \leq n$), tính tổng sau:

$$S = C_{2010}^0 + 2C_{2010}^1 + 3C_{2010}^2 + \cdots + 2011C_{2010}^{2010}.$$

Bài 5.

Các số thực dương x, y thỏa mãn điều kiện $x + y + 1 = 3xy$. Tìm giá trị lớn nhất của:

$$M = \frac{3x}{y(x+1)} + \frac{3y}{x(y+1)} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}$$

———— Hết ————