

Câu 1. (1,5 điểm). Cho $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - 2$.

- a) Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
b) Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình $x(3x - 4) = 2x^2 + 1$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2$.

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (1 điểm). Nước biển là dung dịch có nồng độ muối là 3,5% (giả sử không có tạp chất). Có 10kg nước biển. Hỏi phải thêm bao nhiêu kg nước (nguyên chất) để được dung dịch có nồng độ 2%.

Câu 4. (0,75 điểm). Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nhưng trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 20% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?

Câu 5. (1 điểm). Người ta nuôi cá trong một bể xây, mặt bể là hình chữ nhật chiều dài 60m, chiều rộng 40m. Trên mỗi đơn vị diện tích mặt bể người ta thả 12 con cá giống, đến mỗi kỳ thu hoạch, trung bình mỗi con cá cân nặng 240g. Khi bán khoảng 30000 đồng/kg và thấy lãi qua kỳ thu hoạch này là 100 triệu. Hỏi vốn mua cá giống và các chi phí trong đợt này chiếm bao nhiêu phần trăm so với giá bán (làm tròn 1 chữ số thập phân).

Câu 6. (1 điểm). Để tính toán thời gian một chu kỳ đong đưa (một chu kỳ đong đưa dây đu được tính từ lúc dây đu bắt đầu được đưa lên cao đến khi dừng hẳn) của một dây đu, người ta sử dụng công thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Trong đó, T là thời gian một chu kỳ đong đưa s, L là chiều dài của dây đu m, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

- a) Một sợi dây đu có chiều dài $2 + \sqrt{3} \text{ m}$, hỏi chu kỳ đong đưa dài bao nhiêu giây?
- b) Một người muốn thiết kế một dây đu sao cho một chu kỳ đong đưa kéo dài 4 giây. Hỏi người đó phải làm một sợi dây đu dài bao nhiêu?

Câu 7. (1 điểm). Máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính là $1,672\text{m}$ và bánh xe trước có đường kính là 88cm . Hỏi khi bơm căng, bánh xe sau lăn được 10 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Tia EF cắt tia CB tại K .

- a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $KF \cdot KE = KB \cdot KC$.
- b) Đường thẳng KA cắt O tại M . Chứng minh tứ giác $AEFM$ nội tiếp.
- c) Gọi N là trung điểm của BC . Chứng minh M, H, N thẳng hàng.

----HẾT---

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm) Cho $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 3x - 2$.

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

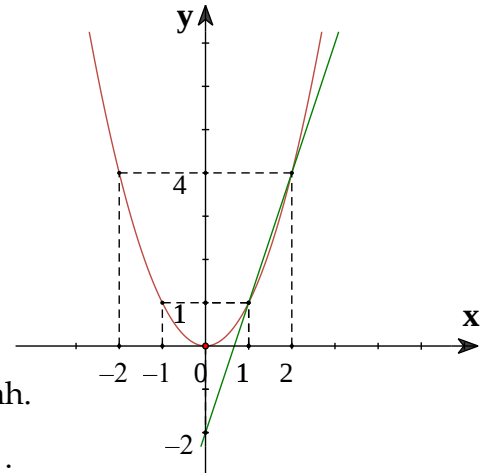
Lời giải

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.

a) BGT:

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	1
$y = 3x - 2$	-2	1



- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép tính.

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) :

$$x^2 = 3x - 2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Thay $x = 1$ vào $y = x^2$, ta được: $y = 1^2 = 1$.

Thay $x = 2$ vào $y = x^2$, ta được: $y = 2^2 = 4$.

Vậy $(1; 1)$, $(2; 4)$ là hai giao điểm cần tìm.

Câu 2. (1 điểm) Cho phương trình $x(3x - 4) = 2x^2 + 1$ có 2 nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức $A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2$.

Lời giải

$$\text{Ta có: } x(3x - 4) = 2x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x = 2x^2 + 1$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x - 2x^2 - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 1 = 0 \quad (a = 1, b = -4, c = -1)$$

Vì $a.c < 0$ nên phương trình có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 .

Theo định lí Vi-et, ta có:
$$\begin{cases} S = x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{-4}{2} = 4 \\ P = x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{1} = -1 \end{cases}$$

Ta có: $A = x_1^2 + x_2^2 + 3x_1x_2$

$$A = S^2 - 2P + 3P$$

$$A = S^2 + P$$

$$A = 4^2 + (-1)$$

$$A = 15$$

Lưu ý: Từ bài này, các số liệu tính toán về độ dài khi làm tròn (nếu có) lấy đến một chữ số thập phân, số đo góc làm tròn đến phút.

Câu 3. (0,75 điểm). Nước biển là dung dịch có nồng độ muối là 3,5% (giả sử không có tạp chất). Có 10kg nước biển. Hỏi phải thêm bao nhiêu kg nước (nguyên chất) để được dung dịch có nồng độ 2%?

Lời giải

Khối lượng muối trong dung dịch nước biển 10 kg là: $3,5\% \cdot 10 = 0,35 \text{ kg}$.

Khối lượng nước biển có nồng độ 2% là: $0,35 : 2\% = 17,5 \text{ kg}$.

Khối lượng nước được thêm vào để được dung dịch có nồng độ 2% là:
 $17,5 - 10 = 7,5 \text{ kg}$.

Câu 4. (0,75 điểm) Nhân dịp Lễ giỗ tổ Hùng Vương, một siêu thị điện máy đã giảm giá nhiều mặt hàng để kích cầu mua sắm. Giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nhưng trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 20% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng. Hỏi giá mỗi món đồ trên khi chưa giảm giá là bao nhiêu tiền?

Lời giải

Gọi x, y (đồng) lần lượt là số tiền của một tủ lạnh, một máy giặt khi chưa giảm giá

$$x, y > 0$$

Vì giá niêm yết một tủ lạnh và một máy giặt có tổng số tiền là 25,4 triệu đồng nên có phương trình $x + y = 25,4$ (1)

Vì trong dịp này giá một tủ lạnh giảm 40% giá bán và giá một máy giặt giảm 20% giá bán nên cô Liên đã mua hai món đồ trên với tổng số tiền là 16,77 triệu đồng nên có phương trình $1 - 40\% x + 1 - 20\% y = 16,77 \Leftrightarrow 0,6x + 0,8y = 16,77$ 2

Từ 1 và 2 ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} x + y = 25,4 \\ 0,6x + 0,8y = 16,77 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 17,75 (n) \\ y = 7,65 (n) \end{cases}.$$

Vậy số tiền của một tủ lạnh khi chưa giảm giá là 17,75 triệu đồng, số tiền của một tủ lạnh chưa giảm giá là 7,65 triệu đồng.

Câu 5. (1 điểm) Người ta nuôi cá trong một bể xây, mặt bể là hình chữ nhật chiều dài 60m, chiều rộng 40m. Trên mỗi đơn vị diện tích mặt bể người ta thả 12 con cá giống, đến mỗi kỳ thu hoạch, trung bình mỗi con cá cân nặng 240g. Khi bán khoảng 30000 đồng/kg và thấy lãi qua kỳ thu hoạch này là 100 triệu. Hỏi vốn mua cá giống và các chi phí trong đợt này chiếm bao nhiêu phần trăm so với giá bán (làm tròn 1 chữ số thập phân).

Lời giải

Diện tích của bể nuôi cá là: $60.40 = 2400 \text{ m}^2$.

Số con cá giống được thả vào bể là: $2400.12 = 28800 \text{ con}$.

Số kg cá được bán là: $240.28800 = 6912000 \text{ g} = 6912 \text{ kg}$.

Số tiền bán cá là: $6912.30000 = 207360000 \text{ (đồng)} = 207,36 \text{ (triệu đồng)}$.

Số tiền vốn và các chi phí là: $207,36 - 100 = 107,36 \text{ (triệu đồng)}$.

Phần trăm vốn mua cá giống và các chi phí so với giá bán chiếm:

$$107,36 : 207,36 \approx 0,518 = 51,8\%.$$

Câu 6. (1 điểm) Để tính toán thời gian một chu kỳ đồng đưa (một chu kỳ đồng đưa dây đu được tính từ lúc dây đu bắt đầu được đưa lên cao đến khi dừng hẳn) của một dây đu, người ta sử dụng

công thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$. Trong đó, T là thời gian một chu kỳ đồng đưa s, L là chiều dài của dây đu m, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.

a) Một sợi dây đu có chiều dài $2 + \sqrt{3} \text{ m}$, hỏi chu kỳ đồng đưa dài bao nhiêu giây?

b) Một người muốn thiết kế một dây đu sao cho một chu kỳ đồng đưa kéo dài 4 giây. Hỏi người đó phải làm một sợi dây đu dài bao nhiêu?

Lời giải

a) Thay $L = 2 + \sqrt{3}$, $g = 9,81$ vào công thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, ta được $T = 2\pi\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{9,81}} \approx 3,9$

Vậy một sợi dây đu có chiều dài $2 + \sqrt{3} \text{ m}$ có chu kỳ đong đưa dài khoảng 3,9 giây.

b) Thay $T = 4$, $g = 9,81$ vào công thức $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$, ta được $4 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{9,81}}$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{2\pi} = \sqrt{\frac{L}{9,81}} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 = \frac{L}{9,81} \Leftrightarrow L = \left(\frac{2}{\pi}\right)^2 \cdot 9,81 \approx 4 \text{ m}$$

Vậy một người muốn thiết kế một dây đu sao cho một chu kỳ đong đưa kéo dài 4 giây, người đó phải làm một sợi dây đu dài khoảng 4m.

Câu 7. (1 điểm) Máy kéo nông nghiệp có hai bánh sau to hơn hai bánh trước. Khi bơm căng, bánh xe sau có đường kính là $1,672\text{m}$ và bánh xe trước có đường kính là 88cm . Hỏi khi bơm căng, bánh xe sau lăn được 10 vòng thì bánh xe trước lăn được mấy vòng?

Lời giải

Đổi đơn vị: $1,672\text{m} = 167,2\text{cm}$.

Chu vi của bánh xe sau là: $C = \pi d = \pi \cdot 167,2 = 167,2\pi \text{ cm}$.

Chu vi của bánh xe trước là: $C = \pi d = \pi \cdot 88 = 88\pi \text{ cm}$.

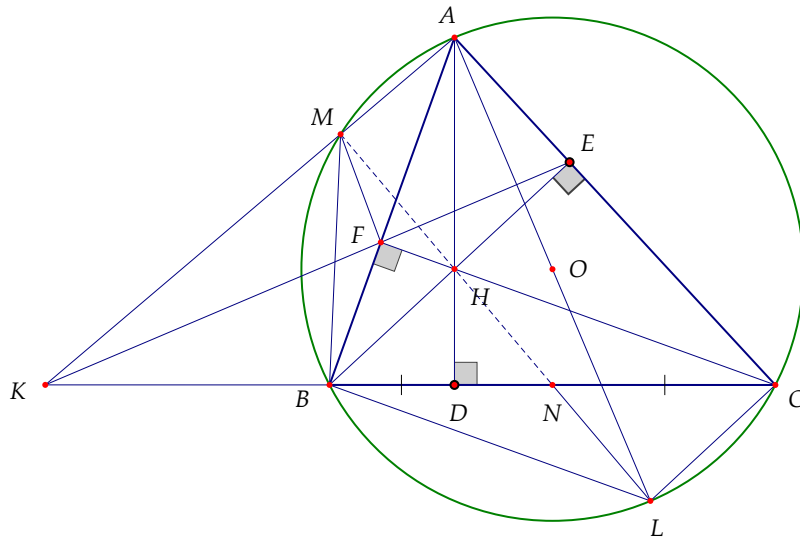
Quãng đường xe di chuyển được là: $10 \cdot 167,2\pi = 1672\pi \text{ cm}$.

Số vòng mà bánh xe trước lăn được là: $1672\pi : 88\pi = 19$ (vòng).

Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC ($AB < AC$) có ba góc nhọn nội tiếp đường tròn (O) . Các đường cao AD, BE, CF cắt nhau tại H . Tia EF cắt tia CB tại K .

- Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $KF \cdot KE = KB \cdot KC$.
- Đường thẳng KA cắt O tại M . Chứng minh tứ giác $AEFM$ nội tiếp.
- Gọi N là trung điểm của BC . Chứng minh M, H, N thẳng hàng.

Lời giải



a) Chứng minh tứ giác $BFEC$ nội tiếp và $KF \cdot KE = KB \cdot KC$.

Xét tứ giác $BFEC$ có $BEC = BFC = 90^\circ$ (BE, CF là đường cao)

Suy ra tứ giác $BFEC$ nội tiếp (2 đỉnh liên kề cùng nhìn cạnh BC).

Xét $\triangle KEB$ và $\triangle KCF$ có:

K là góc chung

$$\angle KEB = \angle KCF = \frac{1}{2} \text{Sđ } BF \text{ (tứ giác } BFEC \text{ nội tiếp)}$$

Vậy $\triangle KEB \sim \triangle KCF$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{KE}{KC} = \frac{KB}{KF} \Leftrightarrow KE \cdot KF = KB \cdot KC.$$

b) Đường thẳng KA cắt O tại M . Chứng minh tứ giác $AEFM$ nội tiếp.

Xét $\triangle KMB$ và $\triangle KCA$ có:

K là góc chung

$$\angle KMB = \angle KCA \text{ (góc ngoài bằng góc đối trong của tứ giác } AMBC \text{ nội tiếp)}$$

Vậy $\triangle KMB \sim \triangle KCA$ (g.g).

$$\Rightarrow \frac{KM}{KC} = \frac{KB}{KA} \Leftrightarrow KM \cdot KA = KB \cdot KC.$$

$$\text{Mà } KE \cdot KF = KB \cdot KC \text{ (cmt)}$$

$$\text{Suy ra } KM \cdot KA = KE \cdot KF.$$

Xét $\triangle KMF$ và $\triangle KEA$ có:

K là góc chung

$$\frac{KM}{KE} = \frac{KF}{KA} \quad KM.KA = KE.KF$$

Vậy $\triangle KMF \sim \triangle KEA$ (g.g)

$$\Rightarrow \angle KMF = \angle KEA \text{ (2 góc tương ứng)}$$

Vậy tứ giác $AEFM$ nội tiếp (góc ngoài bằng góc đối trong).

c) Gọi N là trung điểm của BC . Chứng minh M, H, N thẳng hàng.

Kẻ đường kính AL của đường tròn O

$$\Rightarrow \angle ABL = 90^\circ; \angle ACL = 90^\circ \text{ (góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)}$$

$$\Rightarrow AB \perp BL, AC \perp CL$$

$$\text{Ta có: } AB \perp BL, CF \perp AB \Rightarrow BL \parallel CF$$

$$AC \perp CL, BE \perp AC \Rightarrow CL \parallel BE$$

$$\Rightarrow \text{Tứ giác } BHCL \text{ là hình bình hành}$$

Mà N là trung điểm của BC

$$\Rightarrow N \text{ là trung điểm của } HL$$

$$\Rightarrow H, N, L \text{ thẳng hàng} \quad (1)$$

Xét tứ giác $AFHE$ có

$$\angle AFH = \angle AEH = 90^\circ \text{ (CF, BE là đường cao)}$$

$$\Rightarrow \angle AFH + \angle AEH = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

Vậy tứ giác $AFHE$ nội tiếp

Mà tứ giác $AEFM$ nội tiếp (cmt)

$$\Rightarrow 5 \text{ điểm } A, M, F, H, E \text{ cùng thuộc 1 đường tròn.}$$

$$\Rightarrow \text{Tứ giác } AMHE \text{ nội tiếp}$$

$$\Rightarrow \angle AMH = \angle AEH = 90^\circ$$

$$\Rightarrow HM \perp AM$$

Mà $AM \perp ML$ (vì $\angle LMA = 90^\circ$ là góc nội tiếp chắn nửa đường tròn)

$$\Rightarrow M, H, L \text{ thẳng hàng} \quad 2 \quad \text{Từ 1, 2 suy ra } H, M, N \text{ thẳng hàng.}$$