# PHẦN A. LÝ THUYẾT

## **1. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

***Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn*** *là một hệ gồm hai hay nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.*

*Cặp số  là nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn khi  đồng thời là nghiệm của tất cả các bất phương trình trong hệ đó.*

**Ví dụ 1.** Cho hệ bất phương trình 

a) Hệ trên có phải là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn không?

b) Kiểm tra xem cặp số  có phải là một nghiệm của hệ bất phương trình trên không.

**Lời giải**

a) Hệ bất phương trình đã cho là một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn  và .

b) Cặp số  thoả mãn cả ba bất phương trình của hệ nên nó là một nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn đã cho.

## **2. BIỂU DIỄN MIỀN NGHIỆM CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN TRÊN MẶT PHẲNG TỌA ĐỘ**

*Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm có tọa độ là nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là miền nghiệm của hệ bất phương trình đó.*

*Miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.*

**Ví dụ 2.** Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng toạ độ:



**Lời giải**

**Bước 1.** Xác định miền nghiệm  của bất phương trình  và gạch bỏ miền còn lại.

- Vẽ đường thẳng .

- Vì  nên toạ độ điểm  thoả mãn bất phương trình



Do đó, miền nghiệm  của bất phương trình  là nửa mặt phẳng bờ  chứa gốc toạ độ .

**Bước 2.** Tương tự, miền nghiệm  của bất phương trình  là nửa mặt phẳng bờ  chứa gốc toạ độ 0 .

**Bước 3.** Tương tự, miền nghiệm  của bất phương trình  là nửa mặt phẳng bờ  chứa điểm .

Khi đó, miền không bị gạch chính là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ. Vậy miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch trong hình.



Cách xác định miền nghiệm của một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

-Trên cùng một mặt phẳng tọa độ, xác định miền nghiệm của mỗi bất phương trình bậc nhất hai ẩn trong hệ và gạch bỏ miền còn lại.

- Miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

## **3. ỨNG DỤNG CỦA HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN**

***Phương pháp tìm cực trị của biểu thức*** ** ***trên một miền đa giác***

***Bài toán****. Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức  ( là hai số đã cho không đồng thời bằng 0) với  thỏa mã hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn ( có miền nghiệm là miền đa giác).*

***Phương pháp***

***Bước 1.*** *Tìm miền đa giác  là miền nghiệm của hệ bất phương trình.*

***Bước 2.*** *Tìm tọa độ các đỉnh .*

***Bước 3.*** *Tính  trong đó với *

***Bước 4.*** *Kết luận*

 *Giá trị lớn nhất .*

 *Giá trị lớn nhất .*

**Ví dụ 3.** Trong năm nay, một cửa hàng điện lạnh dự định kinh doanh hai loại máy điều hoà: điều hoà hai chiều và điều hoà một chiều với số vốn ban đầu không vượt quá 1,2 tỉ đồng.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|   |  Điều hoà hai chiều  |  Điều hoà một chiều  |
|  Giá mua vào  |  20 triệu đồng/1 máy  |  10 triệu đồng/1 máy  |
|  Lợi nhuận dự kiến  |  3,5 triệu đồng/1 máy  |  2 triệu đồng/1 máy  |

Cửa hàng ước tính rằng tổng nhu cầu của thị trường sẽ̉ không vượt quá 100 máy cả hai loại. Nếu là chủ cửa hàng thì em cần đầu tư kinh doanh mỗi loại bao nhiêu máy để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

**Lời giải**

Giả sử cửa hàng cần nhập số máy điều hoà hai chiều là  và số máy điều hoà một chiều là . Khi đó ta có .

Vì nhu cầu của thị trường không quá 100 máy nên .

Số tiền để nhập hai loại máy điều hoà với số lượng như trên là:  (triệu đồng).

Số tiền tối đa đề đầu tư cho hai loại máy là 1,2 tỉ đồng, nên ta có  hay .

Tự đó ta thu được hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn sau: 



Lợi nhuận thu được khi bán  máy điều hòa hai chiều và  máy điều hoà một chiều là .

Ta cần tìm giá trị lớn nhất của  khi  thoả măn hệ bất phương trinh trên.

**Bưóc 1.** Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình trên. Miền nghiệm là miền tứ giác  với tọa độ các đỉnh  và .

**Bưóc 2.** Tính giá trị của biểu thức  tại các đỉnh của tứ giác này: 

**Bước 3.** So sánh các giá trị thu được của  ở Bước 2 , ta được giá trị lớn nhất cần tìm là .

Vậy cửa hàng cần đầu tư kinh doanh 20 máy điều hoà hai chiều và 80 máy điều hoà một chiều để lợi nhuận thu được là Iớn nhất.

# PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN

## **Dạng 1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn**

1. Xác định miền nghiệm của các hệ bất phương trình sau

a)  b) 

1. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình  .
2. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình .
3. Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình .
4. Cho cặp  là nghiệm của hệ  (\*). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức .
5. Trong mặt phẳng , cho tứ giác  có ; ;  và  (tham khảo hình vẽ). Tìm tất cả các giá trị của  sao cho điểm  nằm trên hình tứ giác  tính cả bốn cạnh .



## **Dạng 2. Bài toán thức tế - tìm GTLN-GTNN**

1. Một hộ nông dân dự định trồng đậu và cà trên diện tích 8 ha. Nếu trồng đậu thì cần 20 công và thu 3 triệu đồng trên diện tích mỗi ha, nếu trồng cà thì cần 30 công và thu 4 triệu đồng trên diện tích mỗi ha. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên với diện tích là bao nhiêu để thu về được nhiều tiền nhất, biết rằng tổng số công không quá 180.
2. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kg thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kg thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng mỗi ngày gia đình này chỉ mua tối đa 1.5kg thịt bò và 1kg thịt lợn, giá tiền 1kg thịt bò là 200 nghìn đồng, 1kg thịt lợn là 100 nghìn đồng. Hỏi gia đình đó phải mua bao nhiêu kg thịt mỗi loại để số tiền bỏ ra là ít nhất.
3. Người ta định dùng hai loại nguyên liệu để chiết xuất ít nhất 120 kg hóa chất A và 9 kg hóa chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại I giá 4 triệu đồng có thể chiết xuất được 20 kg chất A và 0,6 kg chất B. Từ mỗi tấn nguyên liệu loại II giá 3 triệu đồng có thể chiết xuất được 10 kg chất A và 1,5 kg chất B. Hỏi phải dùng bao nhiêu tấn nguyên liệu mỗi loại để chi phí mua nguyên liệu là ít nhất. Biết rằng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ có thể cung cấp không quá 10 tấn nguyên liệu loại I và không quá 9 tấn nguyên liệu loại II.
4. Có ba nhóm máy A, B,C dùng để sản xuất ra hai loại sản phẩm I và II. Để sản xuất một đơn vị sản phẩm mỗi loại phải lần lượt dùng các máy thuộc các nhóm khác nhau. Số máy trong một nhóm và số máy của từng nhóm cần thiết để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm thuộc mỗi loại được cho trong bảng sau:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Nhóm** | **Số máy trong mỗi nhóm** | **Số máy trong từng nhóm để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm** |
| **Loại I** | **Loại II** |
| A | 10 | 2 | 2 |
| B | 4 | 0 | 2 |
| C | 12 | 2 | 4 |

Một đơn vị sản phẩm I lãi ba nghìn đồng, một đơn vị sản phẩm loại II lãi năm nghìn đồng. Hãy lập phương án để việc sản xuất hai loại sản phẩm trên có lãi cao nhất.

# PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

## **Dạng 1. Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn**

1. Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình  là

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  là phần mặt phẳng chứa điểm

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình ?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  là phần mặt phẳng chứa điểm

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  là phần mặt phẳng chứa điểm

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Cho hệ bất phương trình  có tập nghiệm là . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  là phần mặt phẳng chứa điểm:

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Miền tam giác  kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Cho hệ bất phương trình  có tập nghiệm là . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Cho hệ bất phương trình  có tập nghiệm là . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Cho hệ bất phương trình có tập nghiệm . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Cho hệ bất phương trình có tập nghiệm . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

**A.** ****.

**B.** ****.

**C.** Biểu diễn hình học của  là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ , với  là là đường thẳng .

**D.** Biểu diễn hình học của  là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ , với  là là đường thẳng **.**

1. Cho hệ . Gọi  là tập nghiệm của bất phương trình (1),  là tập nghiệm của bất phương trình (2) và  là tập nghiệm của hệ thì

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  chứa điểm nào sau đây?

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  chứa điểm nào sau đây?

**A.**  **B.** . **C.** . **D.** 

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  chứa điểm nào sau đây?

**A.** Không có. **B.**  **C.**  **D.** .

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  chứa điểm nào sau đây?

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** 

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  không chứa điểm nào sau đây?

**A.** **** **B.** **** **C.** ****. **D.** ****

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  không chứa điểm nào sau đây?



**A.** . **B.**  **C.**  **D.** 

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  không chứa điểm nào sau đây?

**A.**  **B.**  **C.**  **D.** 

1. Miền nghiệm của hệ bất phương trình  không chứa điểm nào sau đây?



**A.** ** B.** ** C.**  **D.** 

## **Dạng 2. Bài toán thức tế - tìm GTLN-GTNN**

1. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức  trên miền xác định bởi hệ  là

**A.**  khi , . **B.**  khi , .

**C.**  khi , . **D.**  khi , .

1. Giá trị nhỏ nhất của biết thức  trên miền xác định bởi hệ  là

**A.** **** khi . **B.** **** khi.

**C.** **** khi . **D.** **** khi .

1. Cho hệ bất phương trình . Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

**A.** Trên mặt phẳng tọa độ , biểu diễn miền nghiệm của hệbất phương trình đã cho là miền tứ giác  kể cả các cạnh với , ,  và .

**B.** Đường thẳng  có giao điểm với tứ giác  kể cả khi .

**C.** Giá trị lớn nhất của biểu thức , với  và  thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là .

**D.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức , với  và  thõa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

1. Giá trị lớn nhất của biết thức  với điều kiện  là

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Giá trị nhỏ nhất của biết thức  với điều kiện  là

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Biểu thức  đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện tại điểm  có toạ độ là

**A.** ****. **B.** ****. **C.** ****. **D.** ****.

1. Biểu thức , với  và  thõa mãn hệ bất phương trình , đạt giá trị lớn nhất là  và đạt giá trị nhỏ nhất là . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

**A.** ****và . **B.** ****và . **C.** ****và . **D.** **** và .

1. Trong một cuộc thi pha chế, hai đội A, B được sử dụng tối đa  hương liệu,  lít nước và g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế  lít nước cam cần g đường,  lít nước và g hương liệu; pha chế  lít nước táo cần g đường,  lít nước và g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được  điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được  điểm thưởng. Đội A pha chế được  lít nước cam và  lít nước táo và dành được điểm thưởng cao nhất. Hiệu số  là

**A.** . **B.** . **C.** . **D.** .

1. Một hộ nông dân định trồng đậu và cà trên diện tích . Nếu trồng đậu trên diện tích  thì cần công làm và thu được  đồng. Nếu trồng cà thì trên diện tích  cần  công làm và thu được  đồng. Hỏi cần trồng mỗi loại cây trên diện tích là bao nhiêu để thu được nhiều tiền nhất khi tổng số công làm không quá  công. Hãy chọn phương án đúng nhất trong các phương án sau:

**A.** Trồng  đậu; cà. **B.** Trồng  đậu; cà.

**C.** Trồng  đậu; cà. **D.** Trồng  đậu; cà.

1. Một công ty TNHH trong một đợt quảng cáo và bán khuyến mãi hàng hóa ( sản phẩm mới của công ty) cần thuê xe để chở trên  người và trên  tấn hàng. Nơi thuê chỉ có hai loại xe  và . Trong đó xe loại  có  chiếc, xe loại  có  chiếc. Một chiếc xe loại  cho thuê với giá  triệu, loại  giá  triệu. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí vận chuyển là thấp nhất. Biết rằng xe  chỉ chở tối đa  người và  tấn hàng. Xe  chở tối đa  người và  tấn hàng.

**A.**  xe  và  xe . **B.**  xe  và  xe ****.

**C.**  xe  và  xe **.** **D.**  xe  và  xe .

1. Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipit. Mỗi kilogam thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, 1 kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi  lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn. Tính 

**A.** .

**B.** .

**C.** .

**D.** .

1. Có hai cái giỏ đựng trứng gồm giỏ A và giỏ B, các quả trứng trong mỗi đều có hai loại là trứng lành và trứng hỏng. Tổng số trứng trong hai giỏ là 20 quả và số trứng trong giỏ A nhiều hơn số trứng trong giỏ B. Lấy ngẫu nhiên mỗi giỏ 1 quả trứng, biết xác suất để lấy được hai quả trứng lành là . Tìm số trứng lành trong giỏ A.

**A.** 6. **B.** 14. **C.** 11. **D.** 10.

1. Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm  và . Mỗi sản phẩm  bán lãi  nghìn đồng, mỗi sản phẩm  bán lãi  nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm  thì Chiến phải làm việc trong  giờ, Bình phải làm việc trong  giờ. Để sản xuất được một sản phẩm  thì Chiến phải làm việc trong  giờ, Bình phải làm việc trong  giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá  giờ và Bình không thể làm việc quá  giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

**A.**  triệu đồng. **B.**  triệu đồng. **C.**  triệu đồng. **D.**  triệu đồng.

1. Một gia đình cần ít nhất  đơn vị protein và  đơn vị lipit trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa  đơn vị protein và đơn vị lipit. Mỗi kilogam thịt lợn chứa đơn vị protein và  đơn vị lipit. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất  kg thịt bò và  kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là  nghìn đồng, một kg thịt lợn là  nghìn đồng. Gọi , lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm , để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipit trong thức ăn?

**A.**  và . **B.**  và . **C.**  và . **D.**  và .