

MỤC LỤC

◆CHƯƠNG 3. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CỦA MẪU SỐ LIỆU GHÉP NHÓM.....	2
▶ BÀI 1: KHOẢNG BIẾN THIÊN – KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ.....	2
.....(A). Tóm tắt kiến thức	2
.....(B). Phân dạng toán cơ bản	3
•Dạng ❶: Khoảng biến thiên.....	3
•Dạng ❷: Khoảng tứ phân vị.....	4
•Dạng ❸: Ứng dụng.....	7
.....(C). Dạng toán rèn luyện	9
•Dạng ❶: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.....	9
•Dạng ❷: Câu trắc nghiệm đúng, sai.....	16
•Dạng ❸: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.....	37

A. Tóm tắt kiến thức

1. KHOẢNG BIẾN THIÊN

✍ Khoảng biến thiên, kí hiệu R , của mẫu số liệu ghép nhóm là hiệu số giữa đầu mút phải của nhóm cuối cùng và đầu mút trái của nhóm đầu tiên có chứa dữ liệu của mẫu số liệu.

✍ **Chú ý:**

- ✓ Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Bảng 1

Nhóm	$[u_1; u_2)$	$[u_2; u_3)$	...	$[u_k; u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

- ✓ Nếu n_1 và n_{k+1} cùng khác 0 thì $R = u_{k+1} - u_1$.
- ✓ Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm luôn lớn hơn hoặc bằng khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc.
- ✓ Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu.
- ✓ Khoảng biến thiên $R = u_{k+1} - u_1$ chưa phản ánh được đầy đủ mức độ phân tán của phần lớn các số liệu. Hơn nữa, giá trị của R thường tăng vọt khi xuất hiện giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu. Do đó, để phản ánh mức độ phân tán của số liệu, người ta còn dùng các số đặc trưng khác.

2. KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ

- ✓ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho ở Bảng 1, kí hiệu Δ_Q , là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba Q_3 và tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm đó, tức là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.
- ✓ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là giá trị xấp xỉ cho khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và có thể dùng để đo mức độ phân tán của nửa giữa của mẫu số liệu (tập hợp gồm 50% số liệu nằm chính giữa mẫu số liệu).
- ✓ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm càng nhỏ thì dữ liệu càng tập trung xung quanh trung vị.
- ✓ Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu. Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5\Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5\Delta_Q$.
- ✓ Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm không bị ảnh hưởng nhiều bởi

ⓑ. Phân dạng toán cơ bản

•Dạng ①: Khoảng biến thiên

📖Các ví dụ minh họa

Câu 1: Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng ở một lâm trường ở bảng sau.

Đường kính (cm)	[40; 45)	[45; 50)	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)
Tần số	5	20	18	7	3

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

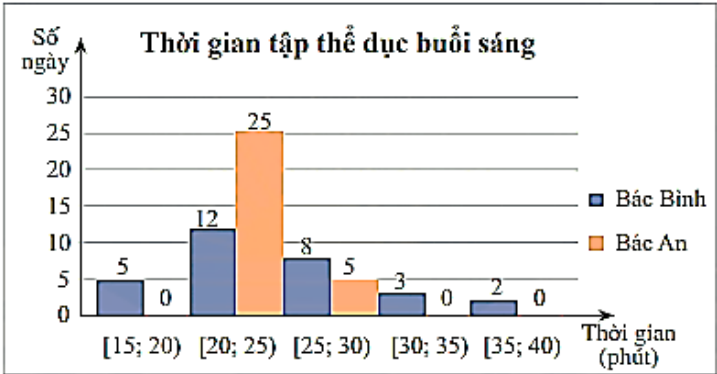
Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $65 - 40 = 25 (cm)$.

Câu 2: Sử dụng dữ liệu ở biểu đồ dưới đây. để chọn số thích hợp thay vào các vị trí được đánh dấu? ở bảng sau:

Biểu đồ dưới đây thống kê thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày trong tháng 9/2022 của bác Bình và bác An.

Ai là người có thời gian tập đều hơn?



Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Bác Bình	?	12	8	3	2
Bác An	?	?	?	?	?

Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình và bác An.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Thời gian (phút)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)
Bác Bình	5	12	8	3	2
Bác An	0	25	5	0	0

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác Bình là $40 - 15 = 25$ (phút).

Tuy nhiên, trong mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An, khoảng đầu tiên chứa dữ liệu là 1 và khoảng cuối cùng chứa dữ liệu là 4.

Do đó khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng của bác An là $30 - 20 = 10$ (phút).

Câu 3: Thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12A, được kết quả như bảng sau:

Thời gian sử dụng (phút)	[0; 10)	[10; 30)	[30; 60)	[60; 90)
Số học sinh Tổ 1	2	4	3	1
Số học sinh Tổ 2	5	1	3	0

Tìm khoảng biến thiên cho thời gian sử dụng mạng xã hội của học sinh mỗi tổ và giải thích ý nghĩa.

Lời giải

Gọi R_1, R_2 tương ứng là khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 và Tổ 2.

Ta có: $R_1 = 90 - 0 = 90$ và $R_2 = 60 - 0 = 60$.

Do $R_1 > R_2$ nên ta có thể kết luận rằng thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các bạn Tổ 1 phân tán hơn thời gian sử dụng mạng xã hội của các bạn Tổ 2.

•Dạng 2: Khoảng tứ phân vị

Các ví dụ minh họa

Câu 4: Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Lời giải

Cỡ mẫu $n=50$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in \text{đ}; x_{35}, \dots, x_{45} \in \text{đ}.$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in \text{đ}.$ Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in \text{đ}.$ Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 370 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18)}{11} \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143}$

Câu 5: Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15; 18)	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)	[30; 33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

a) Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Biết rằng trong 100 lần đi trên, chỉ có đúng một lần ông Thắng đi hết hơn 29 phút. Thời gian của lần đi đó có phải là giá trị ngoại lệ không?

Lời giải

a) Cỡ mẫu $n=100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng.

Ta có: $x_1, \dots, x_{22} \in \text{đ};$

$x_{96}, \dots, x_{99} \in \text{đ}.$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25}+x_{26}) \in \textcolor{red}{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 18 + \frac{\frac{100}{4} - 22}{38} \cdot (21 - 18) = \frac{693}{38}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75}+x_{76}) \in \textcolor{red}{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (22+38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{68}{3}$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = \frac{68}{3} - \frac{693}{38} = \frac{505}{114}$.

b) Trong lần duy nhất ông Thắng đi hết hơn 29 phút, thời gian đi của ông thuộc nhóm $[30; 33)$. Vì $Q_3 + 1,5 \Delta_Q = \frac{6683}{228} < 30$ nên thời gian của lần ông Thắng đi hết hơn 29 phút là giá trị ngoại lệ của mẫu số liệu ghép nhóm.

Câu 6: Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)
Số bệnh nhân	3	12	15	8

a) Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này.

b) Từ một mẫu số liệu về thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám Y người ta tính được khoảng tứ phân vị bằng 9,23 . Hỏi thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám nào phân tán hơn?

Lời giải

a) Cỡ mẫu là $n = 3 + 12 + 15 + 8 = 38$. Gọi $x_1, \dots, x_{38}$ là thời gian chờ khám bệnh của 38 bệnh nhân này và giả sử rằng dãy số liệu gốc này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là x_{10} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm $\textcolor{red}{I}$ và ta có:

$$Q_1 = 5 + \left[\frac{\frac{38}{4} - 3}{12} \right] \cdot 5 \approx 7,71$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là x_{29} nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm $\textcolor{red}{I}$ 15) và ta có:

$$Q_3 = 10 + \left[\frac{\frac{3 \cdot 38}{4} - 15}{15} \right] \cdot 5 = 14,5$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:
 $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 14,5 - 7,71 = 6,79$.

b) Do $\Delta_Q = 6,79 < 9,23$ nên thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám Y phân tán hơn thời gian chờ của bệnh nhân tại phòng khám X .

•Dạng ③: Ứng dụng

📖 Các ví dụ minh họa

Câu 7: Để chuẩn bị mở một trung tâm thể dục thể thao, anh Dũng đã tiến hành điều tra tuổi thọ của máy chạy bộ do hai hãng X, Y sản xuất. Bảng 3.5 biểu thị hai mẫu số liệu mà anh thu thập được qua Internet. Bảng 3.5. Tuổi thọ của máy chạy bộ (đơn vị: năm)

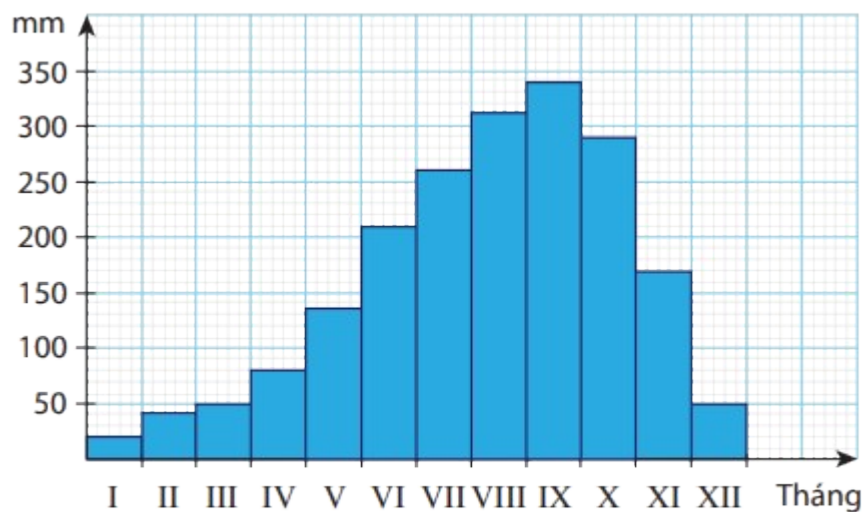
Tuổi thọ	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số máy của hãng X	7	20	36	20	17
Số máy của hãng Y	0	20	35	35	10

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu nào lớn hơn? Từ đó có thể nói là máy chạy bộ do hãng nào sản xuất có tuổi thọ phân tán hơn?

Lời giải

Khoảng biến thiên của tuổi thọ máy chạy bộ do hãng X và hãng Y sản xuất tương ứng là $R_X = 12 - 2 = 10$ và $R_Y = 12 - 4 = 8$. Vì $R_X > R_Y$ nên có thể nói là máy do hãng X sản xuất có tuổi thọ phân tán hơn so với máy của hãng Y .

Câu 8: Hình 3.2 là biểu đồ biểu diễn lượng mưa trung bình của các tháng trong năm ở thành phố A.



Hình 3.2. Biểu đồ lượng mưa ở thành phố A

- a) Lập bảng số liệu ghép nhóm về lượng mưa của thành phố A, với độ dài các nhóm là 50 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 350.
- b) Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị). Nêu ý nghĩa của kết quả tìm được.

Lời giải

a) Bảng số liệu về lượng mưa của thành phố A:

Lượng mưa (mm)	Tần số	Tần số tích lũy
[0; 50)	2	2
[50; 100)	3	5
[100; 150)	1	6
[150; 200)	1	7
[200; 250)	1	8
[250; 300)	2	10
[300; 350)	2	12

b) $N = 12$ nên $\frac{N}{4} = 3$; $\frac{3N}{4} = 9$.

Nhóm chứa Q_1 là $\bar{L}$.

$$Q_1 = 50 + \frac{3-2}{3} \cdot 50 \approx 67.$$

Nhóm chứa Q_3 là $\bar{L}$.

$$Q_3 = 250 + \frac{9-8}{2} \cdot 50 = 275.$$

$$\text{Vậy } \Delta_Q = 275 - 67 = 208.$$

Kết quả tìm được cho thấy: Hằng năm, ở thành phố A có 3 tháng có lượng mưa trung bình không vượt quá 67 mm và 3 tháng có lượng mưa trung bình ít nhất là 275 mm. Trong 6 tháng còn lại, lượng mưa trung bình đạt từ 67 mm đến 275 mm và như vậy là lượng mưa của 6 tháng này có thể chênh lệch nhau đến 208 mm.

©. Dạng toán rèn luyện

• Dạng ①: Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A.** Nếu các giá trị của mẫu càng tập trung quanh giá trị trung bình thì độ lệch chuẩn càng lớn.
- B.** Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.
- C.** Khoảng tứ phân vị có sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất.
- D.** Các số đo độ phân tán có thể nhỏ hơn 0.

Lời giải

Khẳng định đúng là: Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.

Chọn B

Câu 2: Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A.** Khoảng biến thiên đặc trưng cho độ phân tán của toàn bộ mẫu số liệu;
- B.** Khoảng tứ phân vị đặc trưng cho độ phân tán của một nửa các số liệu, có giá trị thuộc đoạn từ Q_1 đến Q_3 trong mẫu;
- C.** Khoảng tứ phân vị bị ảnh hưởng bởi các giá trị rất lớn hoặc rất bé trong mẫu;
- D.** Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định các giá trị ngoại lệ trong mẫu, đó là các giá trị quá nhỏ hay quá lớn so với đa số các giá trị trong mẫu.

Lời giải

Chọn C

Đáp án A, B, D đúng.

Đáp án C sai. Sửa lại: Khoảng tứ phân vị không bị ảnh hưởng bởi các giá trị rất lớn hoặc rất bé trong mẫu.

Câu 3: Cho một mẫu dữ liệu đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$. Khi đó khoảng biến thiên R của mẫu số liệu bằng:

- A.** $R = x_n - x_1$
- B.** $R = x_1 - x_n$
- C.** $R = \frac{x_n - x_1}{2}$
- D.** $R = \frac{x_1 - x_n}{2}$

Lời giải

Chọn A

Khoảng biến thiên của một mẫu số liệu, kí hiệu là R , là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đó, tức là:

$$R = x_n - x_1.$$

Câu 4: Một nhà nghiên cứu ghi lại tuổi của 30 bệnh nhân mắc bệnh đau mắt hột như sau:

21	17	22	18	20	17	15	13	15	20	15	12	18	17	25
17	21	15	12	18	16	23	14	18	19	13	16	19	18	17

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu trên là:

A. 11

B. 9

C. 13

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng số liệu, ta thấy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 25 và 12.

Do đó ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 25 - 12 = 13$.

Câu 5: Số học sinh giỏi của 30 lớp ở một trường Trung học phổ thông được ghi lại trong bảng sau:

0	2	1	0	0	3	0	0	1	1	0	1	6	6	0
1	5	2	4	5	1	0	1	2	4	0	3	3	1	0

Tìm khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu trên.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải

Chọn D

Vì cỡ mẫu $n = 30 = 2 \cdot 15$ là số chẵn.

Do đó giá trị tứ phân vị thứ hai bằng trung bình cộng của số liệu thứ 15 và số liệu thứ 16.

Ta có bảng tần số sau:

Số học sinh giỏi	0	1	2	3	4	5	6	
Tần số	10	8	3	3	2	2	2	$n = 30$

Theo bảng tần số trên thì số liệu thứ 15 và số liệu thứ 16 cùng bằng 1.

Do đó ta có $Q_2 = 1$.

Ta tìm tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa mẫu số liệu bên trái Q_2 .

Ta có cỡ mẫu lúc này $n = 15 = 2 \cdot 7 + 1$ là số lẻ.

Nên giá trị tứ phân vị thứ nhất là số liệu thứ 8.

Do đó $Q_1 = 0$.

Ta tìm tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa mẫu số liệu bên phải Q_2 .

Ta có cỡ mẫu lúc này $n = 15 = 2.7 + 1$.

Nên giá trị tứ phân vị thứ ba là số liệu thứ 8 tính từ số liệu thứ 16 trở đi. Tức là giá trị tứ phân vị thứ ba là số liệu thứ 23 của mẫu dữ liệu ban đầu.

Do đó $Q_3 = 3$.

Ta suy ra khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3 - 0 = 3$.

Câu 6: Số điện năng tiêu thụ của 10 hộ ở một khu dân cư trong một tháng như sau:

165	85	65	65	70	50	45	100	45	100
-----	----	----	----	----	----	----	-----	----	-----

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên bằng:

A. 48

B. 50

C. 52

D. 54.

Lời giải

Chọn B

Sắp xếp mẫu số liệu trên theo thứ tự không giảm, ta được:

45; 45; 50; 65; 65; 70; 85; 100; 100; 165

Vì cỡ mẫu $n = 10$ là số chẵn, nên giá trị tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu là trung bình cộng của số liệu thứ 5 và số liệu thứ 6.

Do đó $Q_2 = (65 + 70) : 2 = 67,5$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 45; 45; 50; 65; 65.

Do đó $Q_1 = 50$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 70; 85; 100; 100; 165.

Do đó $Q_3 = 100$.

Ta suy ra khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 100 - 50 = 50$.

Câu 7: Nhiệt độ của 24 tỉnh thành ở Việt Nam (đơn vị: °C) vào một ngày của tháng 7 được cho trong bảng sau đây:

36	30	31	32	31	40	37	29	41	37	35	34
34	35	32	33	35	33	33	31	34	34	32	35

Khoảng biến thiên R của bảng số liệu trên là:

A. R = 11

B. R = 12

C. R = 13

D. R = 14.

Lời giải

Chọn B

Quan sát bảng số liệu, ta thấy giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất lần lượt là 41 và 29.

Do đó ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 41 - 29 = 12$.

Câu 8: Xác định khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu sau: 50; 20; 10; 5; 3; 16; 8; 7; 20; 5; 10.

A. $R = 47, \Delta_Q = 15$ **B.** $R = 15, \Delta_Q = 47$;

C. $R = 45, \Delta_Q = 10$ **D.** $R = 47, \Delta_Q = 10$.

Lời giải

Chọn A

Sắp xếp mẫu số liệu đã cho theo thứ tự không giảm, ta được:

3; 5; 5; 7; 8; 10; 10; 16; 20; 20; 50

Khoảng biến thiên là: $R = 50 - 3 = 47$.

Vì cỡ mẫu $n = 11 = 2.5 + 1$ là số lẻ, nên giá trị tứ phân vị thứ hai là số liệu thứ 6.

Do đó $Q_2 = 10$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 3; 5; 5; 7; 8.

Do đó $Q_1 = 5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 10; 16; 20; 20; 50.

Do đó $Q_3 = 20$.

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 20 - 5 = 15$.

Câu 9: Số cuộn phim mà 20 nhà nhiếp ảnh nghiệp dư sử dụng trong một tháng được cho trong bảng sau:

0	5	7	6	2	5	9	7	6	9
20	6	10	7	5	8	9	7	8	5

Giá trị ngoại lệ trong mẫu số liệu trên là:

A. 0; 2 và 20 **B.** 0 và 20;

C. 20 **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng tần số sau:

Số cuộn phim	0	2	5	6	7	8	9	10	20	
Số nhiếp ảnh gia	1	1	4	3	4	2	3	1	1	$n = 20$

Vì cỡ mẫu $n = 20 = 2 \cdot 10$ là số chẵn. Nên giá trị tứ phân vị thứ hai bằng trung bình cộng của số liệu thứ 10 và số liệu thứ 11.

Khi sắp xếp mẫu số liệu đã cho theo thứ tự không giảm, ta được số liệu thứ 10 và số liệu thứ 11 cùng bằng 7.

Do đó $Q_2 = 7$.

Ta tìm tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nửa mẫu số liệu bên trái Q_2 .

Vì cỡ mẫu lúc này $n = 10 = 2 \cdot 5$ là số chẵn, nên giá trị tứ phân vị thứ nhất là trung bình cộng của số liệu thứ 5 và số liệu thứ 6.

Khi sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được số liệu thứ 5 và số liệu thứ 6 cùng bằng 5.

Do đó $Q_1 = 5$.

Ta tìm tứ phân vị thứ ba là trung vị của nửa mẫu số liệu bên phải Q_2 .

Vì cỡ mẫu lúc này $n = 10 = 2 \cdot 5$ là số chẵn, nên giá trị tứ phân vị thứ ba là trung bình cộng của số liệu thứ 5 và số liệu thứ 6 (tính từ số liệu thứ 11 trở đi). Tức là giá trị tứ phân vị thứ ba là trung bình cộng của số liệu thứ 15 và số liệu thứ 16.

Khi sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được số liệu thứ 15 và số liệu thứ 16 lần lượt là 8 và 9.

Do đó $Q_3 = (8 + 9) : 2 = 8,5$.

Ta suy ra khoảng tứ phân vị $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,5 - 5 = 3,5$.

Ta có $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q = 13,75$ và $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q = -0,25$.

Số liệu x trong mẫu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q$ (1) hoặc $x < Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q$ (2)

Quan sát bảng số liệu ta thấy có số liệu $x = 20$ thỏa mãn điều kiện (1): $20 > 13,75$.

Vậy mẫu số liệu có giá trị ngoại lệ là 20.

Câu 10: Điều tra về số học sinh của một trường THPT như sau:

Khối lớp	10	11	12
Số học sinh	1120	1075	900

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là.

A. 220

B. 45

C. 175

D. 3095.

Lời giải

Chọn A

Giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 1120 và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 900.

Vậy khoảng biến thiên: $R = 1120 - 900 = 220$.

Câu 11: Năng suất lúa hè thu (tạ/ha) năm 1998 của 31 tỉnh thành ở Việt Nam được thống kê trong bảng sau:

Năng suất lúa (tạ/ha)	25	30	35	40	45
Tần số	4	7	9	6	5

Hãy tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên.

A. 40

B. 20

C. 61

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Theo bảng số liệu trên ta có: Giá trị lớn nhất của số liệu là 45; giá trị nhỏ nhất của số liệu là 25.

Khoảng biến thiên: $R = 45 - 25 = 20$.

Câu 12: Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu sau: 200 240 220 210 225 235 225 270 250 280.

A. 80

B. 20

C. 30

D. 10.

Lời giải

Chọn C

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

200 210 220 225 225 235 240 250 270 280

Trung vị của mẫu số liệu trên là: $\frac{225+235}{2} = 230 \Rightarrow Q_2 = 230$

Nửa dãy phía dưới số 230 (nghĩa là những số nhỏ hơn 230) gồm: 200 210 220 225 225 có trung vị là 220 $\Rightarrow Q_1 = 220$

Nửa dãy phía trên số 230 (nghĩa là những số lớn hơn 230) gồm: 235 240 250 270 280 có trung vị là 250 $\Rightarrow Q_3 = 250$

Do đó, tứ phân vị của mẫu số liệu: $Q_1 = 220$; $Q_2 = 230$; $Q_3 = 250$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 250 - 220 = 30$.

Câu 13: Tiến hành đo huyết áp của 8 người ta thu được kết quả sau: 77 105 117 84 96 72 105 124

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

A. 10

B. 20

C. 10,5

D. 30,5.

Lời giải

Chọn D

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

72 77 84 96 105 105 117 124

Trung vị của mẫu số liệu trên là: $\frac{96+105}{2} = 100,5 \Rightarrow Q_2 = 100,5$

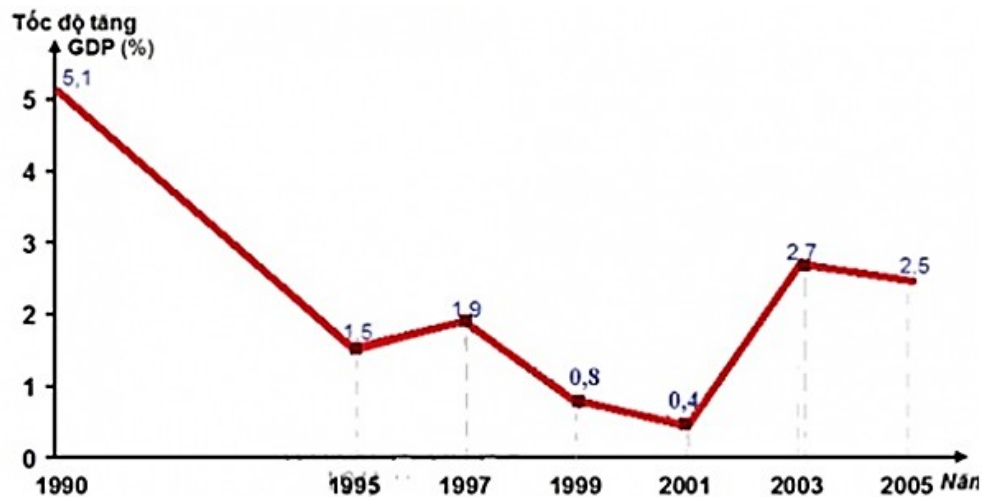
Nửa dãy phía dưới số 100,5 (nghĩa là những số nhỏ hơn 100,5) gồm: 72 77 84 96 có trung vị là $\frac{77+84}{2} = 80,5 \Rightarrow Q_1 = 80,5$

Nửa dãy phía trên số 100,5 (nghĩa là những số lớn hơn 100,5) gồm: 105 105 117 124 có trung vị là $\frac{105+117}{2} = 111 \Rightarrow Q_3 = 111$

Do đó, tứ phân vị của mẫu số liệu: $Q_1 = 80,5; Q_2 = 100,5; Q_3 = 111$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 111 - 80,5 = 30,5$

Câu 14: Biểu đồ sau biểu diễn tốc độ tăng trưởng GDP của Nhật Bản trong giai đoạn 1990 đến 2005. Hãy tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đó.



A. 5,1

B. 5,5

C. 0,4

D. 4,7.

Lời giải

Chọn D

Ta có giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 5,1 và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 0,4

$\Rightarrow R = 5,1 - 0,4 = 4,7$.

Câu 15: Nhiệt độ trung bình hàng tháng trong một năm được ghi lại trong bảng sau:

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Nhiệt độ	16	20	24	28	30	30	29	25	25	20	18	16

Tìm khoảng tứ phân vị của bảng số liệu trên.

A. 19,5

B. 28,5

C. 24,5

D. 19.

Lời giải

Chọn B

Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau:

161618202024252528293030

Trung vị của mẫu số liệu trên là: $\frac{24+25}{2}=24,5 \Rightarrow Q_2=24,5$

Nửa dãy phía dưới số 24,5 (nghĩa là những số nhỏ hơn 24,5) gồm: 161618202024 có trung vị là $\frac{18+20}{2}=19 \Rightarrow Q_1=19$.

Nửa dãy phía trên số 24,5 (nghĩa là những số lớn hơn 24,5) gồm: 252528293030 có trung vị là $\frac{28+29}{2}=28,5 \Rightarrow Q_3=28,5$.

Do đó, tứ phân vị của mẫu số liệu: $Q_1=19; Q_2=24,5; Q_3=28,5$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q=Q_3-Q_1=28,5-19=9,5$

•Dạng 2: Câu trắc nghiệm đúng, sai

Câu 1: Khoảng biến thiên tổng số giờ nắng trong năm của một tỉnh thành được thống kê từ năm 2011 đến 2024 được cho như sau:

1884	1600	1645	2049,9	1913,8	1664,1	1846,5
1964,8	1951	2023,6	1996,2	1699,1	1845	2190,4

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số giờ nắng trung bình trong năm là: 1826,67 giờ.

b) Số giờ nắng nhỏ nhất 1600 giờ

c) Số giờ nắng lớn nhất là 2190,4 giờ.

d) Vậy khoảng biến thiên là: 520,4.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

Số giờ nắng trung bình trong năm là: 1876,67 giờ.

Số giờ nắng nhỏ nhất và lớn nhất tương ứng là: 1600 giờ và 2190,4 giờ.

Vậy khoảng biến thiên là: 590,4.

Câu 2: Thống kê lượng mưa (mm) mỗi tháng trong năm giữa hai thành phố A và B ta được bảng số liệu sau:

Tháng, điểm	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
A	22	28	42	97	181	242	258	297	225	125	57	19
B	54	46	52	45	62	57	54	51	57	59	59	55

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giá trị nhỏ nhất Thành phố A là 19
- b) Giá trị lớn nhất Thành phố B là 62
- c) Khoảng biến thiên Thành phố B là 16
- d) Lượng mưa của thành phố A ổn định hơn của thành phố B

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

Khoảng biến thiên lượng mưa giữa hai thành phố:

	Thành phố A	Thành phố B
Giá trị nhỏ nhất	19	45
Giá trị lớn nhất	297	62
Khoảng biến thiên	278	17

Lượng mưa của thành phố B ổn định hơn của thành phố A.

Câu 3: Một cơ sở chăn nuôi gia cầm tiến hành nuôi thử nghiệm giống gà đẻ trứng mới. Khi gà đã cho trứng họ tiến hành khảo sát với 20 quả được cân nặng (gam) như sau:

40	42	36	38	40	42	29	48	43	43
41	41	39	44	45	41	40	39	42	41

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Giá trị nhỏ nhất của mẫu là 29
- b) Giá trị lớn nhất của mẫu là 48
- c) Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 2$.
- d) Các giá trị bất thường là 29 và 48.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
------	------	------	------

Sắp xếp mẫu theo thứ tự tăng dần, ta tìm được giá trị nhỏ nhất của mẫu là 29 ,

Giá trị lớn nhất của mẫu là $48, Q_1 = 39,5; Q_2 = 41$ và $Q_3 = 42,5$.

a) Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = 42,5 - 39,5 = 3$.

b) $Q_1 - 1,5 \cdot \Delta_Q = 35$ và $Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q = 47$.

Các giá trị bất thường là 29 và 48.

Câu 4: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Chiều cao của 5 học sinh lớp ^{10}C đo được là: 153 160 162 162 165 . Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 12$

b) Sải cánh của 90 con chim Sẻ được thống kê và ghi lại trong bảng dưới đây:

Sải cánh	18	19	20	21	22	23	24
Số lượng	6	11	19	20	15	12	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: 6

c) Số sản phẩm sản xuất mỗi ngày của một phân xưởng trong 7 ngày liên tiếp được ghi lại như sau:

22 21 24 28 27 32 21

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là: 11

d) Khoảng tứ phân vị Δ_Q là $Q_3 - Q_1$

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

a) Chiều cao thấp nhất, cao nhất tương ứng là $^{153;165}$. Do đó khoảng biến thiên là $R = 165 - 153 = 12$.

$$R = 24 - 18 = 6$$

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là .

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu này là: $R = 32 - 21 = 11$.

d) Khoảng tứ phân vị Δ_Q là hiệu số giữa tứ phân vị thứ ba và tứ phân vị thứ nhất, tức là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Câu 5: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Khoảng biến thiên là hiệu số giữa hai giá trị bất kỳ của mẫu số liệu.
- b) Khoảng biến thiên là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu.
- c) Khoảng biến thiên là giá trị trung bình của mẫu số liệu.
- d) Khoảng biến thiên là hiệu số giữa hai tứ phân vị của mẫu số liệu.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

Đáp án đúng: Khoảng biến thiên là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu.

Câu 6: Một mẫu số liệu không có giá trị nào bất thường, có tứ phân vị thứ ba là 64 và giá trị lớn nhất trong mẫu số liệu là 94 . Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) $Q_1 \leq 44$
- b) $Q_1 \geq 30$
- c) $Q_1 \leq 30$
- d) $Q_1 < 44$

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

$$\Rightarrow 94 \leq Q_3 + 1,5 \cdot \Delta_Q \Rightarrow \Delta_Q \geq \frac{94 - 64}{1,5} \Rightarrow \Delta_Q \geq 20$$

Mẫu số liệu không có giá trị nào bất thường

Mà $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \Rightarrow 64 - Q_1 \geq 20 \Rightarrow Q_1 \leq 44$

Câu 7: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mẫu số liệu dưới đây là kết quả thống kê size áo đồng phục của học sinh lớp 10A.

9, 7, 14, 12, 8, 10, 13

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 14$

b) Cho mẫu số liệu về điểm thi thử môn Toán của 11 học sinh lớp 10A như sau:

5 6 8 5 8 9 10 8 7 9 10

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 là: 8

d) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu 6; 7; 9; 5; 7; 5; 6; 6 là: 7

Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: $R = 14 - 7 = 7$.

b) Khoảng biến thiên bằng GTLN – GTNN $= 10 - 5 = 5$.

c) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu: $R = 8 - 1 = 7$.

d) Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là: 5; 5; 6; 6; 6; 7; 7; 9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 9 - 5 = 4$

Câu 8: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên đặc trưng cho độ phân tán của toàn bộ mẫu số liệu;

b) Khoảng tứ phân vị đặc trưng cho độ phân tán của một nửa các số liệu, có giá trị thuộc đoạn từ Q_1 đến Q_3 trong mẫu;

c) Khoảng tứ phân vị bị ảnh hưởng bởi các giá trị rất lớn hoặc rất bé trong mẫu;

d) Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định các giá trị ngoại lệ trong mẫu, đó là các giá trị quá nhỏ hay quá lớn so với đa số các giá trị trong mẫu.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) Đ
------	------	------	------

Đáp án A, B, D đúng.

Đáp án C sai. Sửa lại: Khoảng tứ phân vị không bị ảnh hưởng bởi các giá trị rất lớn hoặc rất bé trong mẫu.

Câu 9: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm thi HK2 của một học sinh lớp 12 như sau:

9	9	7	8	9	7	10	8	8
---	---	---	---	---	---	----	---	---

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là 0

b) Cho dãy số liệu thống kê: $2; 3; 4; 5; 6$. Khoảng biến thiên là 4

c) Khoảng tứ phân vị của dãy số $2; 3; 4; 5; 6$ là $\Delta_Q = 3$

d) Cho mẫu số liệu thống kê điểm kiểm tra môn Toán của 15 bạn lớp 12A như sau

8	8	9	7	5	6	8	9	8	2	4	10	2	1	5
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----	---	---	---

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng 6

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) S
------	------	------	------

a) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được: $7, 7, 8, 8, 8, 9, 9, 9, 10$

+ Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = 10 - 7 = 3$

b) $6 - 2 = 4$.

c) $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{11}{2} - \frac{5}{2} = 3$

d) Sắp xếp các số liệu của mẫu theo dãy theo thứ tự không giảm.

1	2	2	4	5	5	6	7	8	8	8	8	9	9	10
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	----

Do đó $Q_1 = 4$, $Q_3 = 8$ nên $\Delta_Q = 4$

Câu 10: Điểm trung bình môn học kì của hai bạn An và Bình được cho như bảng sau

	Toán	Vật lí	Hóa học	Ngữ văn	Lịch sử	Địa lí	Tin học	Tiếng Anh
An	9,2	8,7	9,5	6,8	8,0	8,0	7,3	6,5
Bình	8,2	8,1	8,0	7,8	8,3	7,9	7,6	8,1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm trung bình môn học kì của hai bạn đều là 8,0.

b) Khoảng biến thiên điểm của bạn An là $R_1 = 0,7$.

c) Khoảng biến thiên điểm của bạn Bình là $R_2 = 3$.

d) bạn An học đều hơn bạn Bình

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

Điểm trung bình môn học kì của hai bạn đều là 8,0.

Đối với bạn An: điểm trung môn thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6,5;9,5. Do đó khoảng biến

thiên là $R_1 = 9,5 - 6,5 = 3$.

Đối với bạn Bình: điểm trung môn thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7,6;8,3.

Do đó khoảng biến thiên là $R_2 = 8,3 - 7,6 = 0,7$.

Do $R_1 > R_2$ nên ta nói bạn Bình học đều hơn bạn An.

Câu 11: Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 12B được cho như sau:

Tổ 1	7	8	8	9	8	8	8		
Tổ 2	10	6	8	9	9	7	8	7	8

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm trung bình môn học kì của các bạn tổ 1 và tổ 2 đều là 7.

b) Đối với Tổ 1: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7;9

c) Đối với Tổ 2: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6;10.

d) Tổ 1 học đều hơn Tổ 2.

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Điểm trung bình môn học kì của các bạn tổ 1 và tổ 2 đều là 8 .

b) Đối với Tổ 1: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7;9 .

$$R_1 = 9 - 7 = 2$$

Do đó khoảng biến thiên là .

Đối với Tổ 2: điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6;10.

$$R_2 = 10 - 6 = 4$$

Do đó khoảng biến thiên là

$$R_2 > R_1$$

Do nên ta nói Tổ 1 học đều hơn Tổ 2.

Câu 12: Mẫu số liệu sau ghi rõ chiều cao của 10 cầu thủ đăng ký khóa học của một học viện bóng đá

(đơn vị: : cm) : 176 187 174 186 185 180 185 182 179 186.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 179$.

b) Tứ phân vị thứ hai là $Q_2 = 183,5$.

c) Khoảng biến thiên là: $R = 12$.

d) Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = 8$.

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

174 176 179 180 182 185 185 186 186 187

. Tứ phân vị thứ hai là trung vị của mẫu :

$$Q_2 = \frac{182 + 185}{2} = 183,5$$

Xét nửa mẫu bên trái: $174 \ 176 \ 179 \ 180 \ 182$. Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 179$.

Xét nửa mẫu bên phải: $185 \ 185 \ 186 \ 186 \ 187$. Tứ phân vị thứ nhất là: $Q_3 = 186$

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trong mẫu số liệu là : $x_{\max} = 187, x_{\min} = 174$.

Khoảng biến thiên là: $R = x_{\max} - x_{\min} = 13$.

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 7$.

Câu 13: Mẫu số liệu sau ghi rõ số tiền thưởng tết Nguyên Đán của 13 nhân viên của một công ty (đơn vị : triệu đồng): $10 \ 10 \ 11 \ 12 \ 12 \ 13 \ 14,5 \ 15 \ 18 \ 20 \ 20 \ 21 \ 28$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Trung vị là 13,5;
- b) Tứ phân vị thứ hai: $Q_2 = 13,5$.
- c) Khoảng biến thiên là: $R = 18$.
- d) Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = 8,5$.

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Mẫu gồm 13 giá trị theo thứ tự không giảm: $10 \ 10 \ 11 \ 12 \ 12 \ 13 \ 14,5 \ 15 \ 18 \ 20 \ 20 \ 21 \ 28$;

trung vị là 14,5; nên tứ phân vị thứ hai : $Q_2 = 14,5$.

Xét nửa mẫu bên trái: $10 \ 10 \ 11 \ 12 \ 12 \ 13$; tứ phân vị thứ nhất: $Q_1 = 11,5$.

Xét nửa mẫu bên phải: $15 \ 18 \ 20 \ 20 \ 21 \ 28$; tứ phân vị thứ nhất: $Q_3 = 20$.

Vậy tứ phân vị của mẫu là $Q_1 = 11,5; Q_2 = 14,5; Q_3 = 20$.

b) Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của số liệu lần lượt là $x_{\max} = 28, x_{\min} = 10$.

Khoảng biến thiên là : $R = x_{\max} - x_{\min} = 18$.

Khoảng tứ phân vị là : $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 8,5$.

Câu 14: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Trong năm học 2021 – 2022, lớp 10A đạt được điểm số các đợt thi đua nề nếp như sau

Đợt 1	Đợt 2	Đợt 3	Đợt 4	Đợt 5
50	46	50	42	48

khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: 8

b) Mẫu số liệu cho biết chiều cao của các bạn học sinh trong tổ

164 159 170 166 163 168 170 158 162

Khoảng biến thiên R của mẫu số liệu là $R = 11$

c) Điều tra chiều cao của 7 em học sinh lớp 10A cho kết quả:

152;156;160;154;159;162;161. Khoảng biến thiên của dãy số là 10

d) Cho dãy số liệu thống kê

11 13 14 15 12 10 16

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là 3

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Giá trị lớn nhất trong mẫu số liệu là ⁵⁰

Giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu là 42

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 50 - 42 = 8$.

b) Chiều cao lớn nhất là: 170

Chiều cao thấp nhất là: 158

Khoảng biến thiên là: $R = 170 - 158 = 12$.

c) Ta có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu lần lượt là 162 và 152.

Khoảng biến thiên là hiệu số giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu.

Vậy $R = 162 - 152 = 10$.

d) Sắp xếp dãy số liệu thành dãy không giảm như sau

10 11 12 13 14 15 16

Suy ra $Q_2 = 13, Q_1 = 11, Q_3 = 15 \Rightarrow \Delta_Q = 15 - 11 = 4$.

Câu 15: Mẫu số liệu sau là giá tiền (triệu đồng) của 8 loại rượu ngoại được nhập về tại một cửa hàng rượu:

1,2 1,35 1,42 1,53 1,8 1,84 1,96 2,4

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên của mẫu là: $R = 1,2$.

b) Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = 0,215$.

c) $Q_1 - 1,5\Delta Q = 0,6125$

d) Mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trong mẫu số liệu là: $x_{\max} = 2,4; x_{\min} = 1,2$.

Khoảng biến thiên của mẫu là: $R = x_{\max} - x_{\min} = 2,4 - 1,2 = 1,2$.

Xét mẫu số liệu: 1,2 1,35 1,42 1,53 1,8 1,84 1,96 2,4

Tứ phân vị thứ hai cũng là trung vị của mẫu: $Q_2 = \frac{1,53 + 1,8}{2} = 1,665$.

Xét nửa mẫu bên trái: 1,2 1,35 1,42 1,53

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị nửa mẫu này: $Q_1 = \frac{1,35 + 1,42}{2} = 1,385$.

Xét nửa mẫu bên trái: $1,8 \quad 1,84 \quad 1,96 \quad 2,4$

$$Q_3 = \frac{1,84 + 1,96}{2} = 1,9$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị nửa mẫu này:

$$\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 1,9 - 1,385 = 0,515$$

Khoảng tứ phân vị là:

$$Q_1 - 1,5\Delta Q = 0,6125; Q_2 + 1,5\Delta Q = 2,6725$$

c) Ta có:

Ta thấy trong mẫu số liệu không có giá trị nào nhỏ hơn 0,6125, cũng không có giá trị nào lớn hơn 2,6725. Vậy mẫu số liệu không có giá trị nào là bất thường.

Câu 16: Điểm kiểm tra học kì môn toán của các bạn tổ 1 và tổ 2 lớp 10^A được cho như sau:

Tổ 1: $7 \quad 8 \quad 8 \quad 8 \quad 9 \quad 8 \quad 8 \quad 8$

;

Tổ 2: $10 \quad 6 \quad 8 \quad 9 \quad 9 \quad 7 \quad 8 \quad 7 \quad 8$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điểm trung bình kiểm tra hai tổ có như nhau

b) Khoảng biến thiên tổ 1 là $R_1 = 3$

c) Khoảng biến thiên tổ 2 là $R_2 = 4$

d) Các bạn tổ 2 học toán đồng đều hơn các bạn tổ 1

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Điểm trung bình môn toán hai tổ bằng nhau và bằng 8.

Đối với tổ 1, điểm kiểm tra cao nhất và thấp nhất lần lượt là $9; 7$. Vì vậy khoảng biến thiên là $R_1 = 9 - 7 = 2$

Đối với tổ 2, điểm kiểm tra cao nhất và thấp nhất lần lượt là $10; 6$. Vì vậy khoảng biến thiên là $R_2 = 10 - 6 = 4$

Nhận xét: Ta thấy $R_1 = 2$ nên mẫu số liệu ghi chép điểm số tổ 1 có tính phân tán thấp. Ngược lại $R_2 = 4$ nên mẫu số liệu ghi chép điểm số của tổ 2 có tính phân tán cao hơn của tổ 1.

Vậy các bạn tổ 1 học toán đồng đều hơn các bạn tổ 2 (vì $R_1 < R_2$).

Câu 17: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Nếu các giá trị của mẫu càng tập trung quanh giá trị trung bình thì độ lệch chuẩn càng lớn.
- b) Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.
- c) Khoảng tứ phân vị có sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất.
- d) Các số đo độ phân tán có thể nhỏ hơn 0.

Lời giải

a) S	b) B	c) S	d) S
------	------	------	------

Khẳng định đúng là: Khoảng biến thiên chỉ sử dụng thông tin của giá trị lớn nhất và bé nhất, bỏ qua thông tin của các giá trị còn lại.

Câu 18: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Cho mẫu số liệu sau: 1 2 2 3 3 5 6 6 7 10. Khoảng tứ phân vị Δ_Q của mẫu số liệu trên bằng 3
- b) khoảng biến thiên của mẫu số liệu: 4; 8; 10; 8; 6; 12; 10 là: $R=10$
- c) khoảng tứ phân vị thứ 2 của mẫu số liệu sau: 5; 13; 6; 7; 12; 2; 2 là: $Q_2=6$
- d) khoảng biến thiên của mẫu số liệu thông kê là: 83

22	24	33	17	11	4	18	87	72	30
----	----	----	----	----	---	----	----	----	----

Lời giải

a) S	b) S	c) Đ	d) Đ
------	------	------	------

- a) Ta có $Q_1=2; Q_2=4; Q_3=6 \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 6 - 2 = 4$

b) $x_1 = 4$; $x_n = x_7 = 12 \Rightarrow R = 12 - 4 = 8$

c) Tìm tứ phân vị

Ta có $\boxed{2; 2; 5}$; $\underline{6}$; $\boxed{7; 12; 13}$

$\Rightarrow$ tứ phân vị thứ hai $Q_2 = 6$

d) Khoảng biến thiên: $R = x_{\max} - x_{\min} = 12 - 4 = 8$

Câu 19: Mẫu số liệu sau cho biết khối lượng (kg) của 15 người trong độ tuổi ngoài

40 42 42 43 44 45 46 47 48 50 51 53 55 56 60. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên $R = 20$.

b) Trung vị của mẫu là 45 .

c) Tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 45$.

d) Khoảng tứ phân vị là $\Delta Q = 10$.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) S	d) Đ
-------------	-------------	-------------	-------------

Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất là $x_{\max} = 60, x_{\min} = 40$; suy ra khoảng biến thiên

$R = x_{\max} - x_{\min} = 20$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu cũng là trung vị của mẫu: $Q_2 = 47$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị nửa mẫu bên trái (không kể Q_2 $Q_1 = 43$): .

Tứ phân vị thứ ba là trung vị nửa mẫu bên phải (không kể Q_2 $Q_3 = 53$): .

Do đó khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 53 - 43 = 10$.

Câu 20: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Cho mẫu số liệu về điểm thi thử môn Toán của 11 học sinh lớp 10A như sau:

5 6 8 5 8 9 10 8 7 9 10

Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong mẫu số liệu trên là 10 và 5.

b) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu 5; 13; 5; 7; 10; 2; 3 là 10

c) Từ mẫu số liệu về thuế thuốc lá của 51 thành phố tại một quốc gia, người ta tính được:

Giá trị nhỏ nhất bằng 2,5; giá trị lớn nhất bằng 205. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: 202,5

d) Điều tra về số đoàn viên đầu năm ở 11 lớp khối 10 của trường THPT X ta được mẫu số liệu dưới đây

10	12	11	15	18	28	26	20	8	19
----	----	----	----	----	----	----	----	---	----

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 15

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
------	------	------	------

a) GTNN: 5; GTLN: 10.

b) Sắp xếp số liệu theo thứ tự không giảm: 2; 3; 5; 5; 7; 10; 13.

Dãy trên có giá trị chính giữa bằng 5 nên $Q_2 = 5$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 7; 10; 13. Do đó, $Q_3 = 10$.

c) Khoảng biến thiên bằng GTLN – GTNN = 202,5.

d) Trong mẫu số liệu trên, số lớn nhất là 28 và số bé nhất là 8. Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $R = x_{\max} - x_{\min} = 28 - 8 = 20$.

Câu 21: Trong một tuần, nhiệt độ cao nhất trong ngày (đơn vị $^{\circ}\text{C}$) tại hai thành phố Hà Nội và Điện Biên như sau:

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28

a) Khoảng biến thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.

b) Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biến thiên của Điện Biên chỉ bằng 4.

c) Khoảng tứ phân vị của mẫu Hà Nội là: $\Delta_Q = 3$.

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu Điện Biên là: $\Delta_Q = 8$.

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) S	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

Khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu:

$$R_1 = 35 - 23 = 12$$

Hà Nội:

$$R_2 = 28 - 16 = 12$$

Điện Biên:

Khoảng biến thiên nhiệt độ cao nhất trong ngày của Hà Nội và Điện Biên là giống nhau.

Giá trị 16 làm cho khoảng biến thiên của mẫu số liệu về nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Điện Biên bị ảnh hưởng lớn.

Nếu bỏ đi giá trị 16 thì khoảng biến thiên của Điện Biên chỉ bằng 4.

Hà Nội: 23 25 28 28 32 33 35 .

Sắp xếp lại mẫu số liệu: 23 25 28 28 32 33 35

Cỡ mẫu là $n=7$, là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 28$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: 23; 25; 28. Do đó $Q_1 = 25$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: 32; 33; 35. Do đó $Q_3 = 33$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 33 - 25 = 8$.

Điện Biên: 16 24 26 26 26 27 28 .

Sắp xếp lại mẫu số liệu: 16 24 26 26 26 27 28

Cỡ mẫu là $n=7$, là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 26$.

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: $16; 24; 26$. Do đó $Q_1 = 24$.

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: $26; 27; 28$. Do đó $Q_3 = 27$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 27 - 24 = 3$.

Có thể dùng hiệu này để đo độ phân tán của mẫu số liệu.

Câu 22: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Chiều cao của các bạn tổ 1 của lớp ^{10}A lần lượt là:

$165\ 155\ 171\ 167\ 159\ 175\ 165\ 160\ 158$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $11,5$.

b) Mẫu số liệu sau đây cho biết sĩ số của 7 lớp 10 ban A tại một trường

36	42	47	48	44	44	40
----	----	----	----	----	----	----

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là 7

c) Số lượng ly trà sữa một quán nước bán được trong 11 ngày qua là $Q_1 = 21$; $Q_2 = 31$; $Q_3 = 37$

d) khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu: $15; 20; 1; 2; 4; 3; 7; 5$. là: 4,5

Lời giải

a) S	b) Đ	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Mẫu số liệu theo thứ tự không giảm là:

$155\ 158\ 159\ 160\ 165\ 165\ 167\ 171\ 175$

Mẫu số liệu trên có 9 số liệu nên tứ phân vị thứ hai là: $Q_2 = 165$

Trung vị của dãy số $155\ 158\ 159\ 160$ là: $Q_1 = (158 + 159) : 2 = 158,5$

Trung vị của dãy số $165\ 167\ 171\ 175$ là: $Q_3 = (167 + 171) : 2 = 169$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

$Q_3 - Q_1 = 169 - 158,5 = 10,5$.

b) Sắp xếp lại mẫu số liệu: $36\ 40\ 42\ 44\ 44\ 47\ 48$

$$Q_2 = 44$$

Trung vị của mẫu số liệu là:

Giá trị tứ phân vị thứ nhất là $Q_1 = 40$

$$Q_3 = 47$$

Giá trị tứ phân vị thứ ba là

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 47 - 40 = 7$.

c) Mẫu số liệu trên được sắp xếp theo thứ tự tăng dần như sau

18; 20; 21; 25; 30; 31; 33; 36; 37; 40; 41.

Trung vị của mẫu số liệu trên là $Q_2 = 31$.

Trung vị của dãy 18; 20; 21; 25; 30 là $Q_1 = 21$.

Trung vị của dãy 33; 36; 37; 40; 41 là $Q_3 = 37$.

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $Q_1 = 21$; $Q_2 = 31$; $Q_3 = 37$.

d) Sắp xếp theo thứ tự không giảm ta được dãy: 1; 2; 3; 4; 5; 7; 15; 20

Số phần tử của mẫu là $n = 8$ là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai $Q_2 = \frac{1}{2}(4 + 5) = 4,5$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu là $Q_1 = \frac{1}{2}(2 + 3) = 2,5$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu là $Q_3 = \frac{1}{2}(7 + 15) = 11$.

Khoảng tứ phân vị của mẫu là: $D_Q = 11 - 2,5 = 8,5$.

Câu 23: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mẫu số liệu thống kê cân nặng (đơn vị: tấn) của 10 con voi châu Á trưởng thành là:

3,5	4,9	3,7	4,6	4,6	5,0	3,2	3,6	3,7	4,5
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $D_Q = 0,1$

b) Thống kê GDP năm 2020 (đơn vị: tỉ đô la Mỹ) của 10 nước tại khu vực Đông Nam Á được kết quả như sau:

Brunei	Campuchia	Indonesia	Lào	Malaysia
12,02	25,95	1059,64	19,08	338,28
Myanma	Philippines	Singapore	Thái Lan	Việt Nam
81,26	362,24	339,98	501,89	340,82

Khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu trên bằng $262,24$

c) Tỷ lệ thất nghiệp ở một số quốc gia vào năm 2007 được cho như sau:

7,8 3,2 7,7 8,7 8,6 8,4 7,2 3,6
5,0 4,4 6,7 7,0 4,5 6,0 5,4.

số các giá trị bất thường của mẫu số liệu trên là: 3

d) Một mẫu số liệu có tứ phân vị thứ nhất là 56 và tứ phân vị thứ ba là 84. Trong các giá trị 8,10,100,110 có 1 giá trị bất thường

Lời giải

a) S	b) S	c) S	d) S
------	------	------	------

a) Sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm, ta được

3,2	3,5	3,6	3,7	3,7	4,5	4,6	4,6	4,9	5,0
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Do đó $Q_1 = 3,6$ (tấn); $Q_2 = \frac{3,7 + 4,5}{2} = 4,1$ (tấn); $Q_3 = 4,6$ (tấn)

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 4,6 - 3,6 = 1$ (tấn).

b) Sắp xếp dãy số liệu theo thứ tự không giảm:

12,02	19,08	25,95	81,26	338,28
339,98	340,82	362,24	501,89	1059,64

Vì $n = 10$ nên $Q_2 = \frac{338,28 + 339,98}{2} = 339,13$.

Ta có $Q_1 = 25,95$, $Q_2 = 362,24$.

Khoảng tứ phân vị bằng $\Delta Q = Q_2 - Q_1 = 362,24 - 25,95 = 336,29$.

c) Từ mẫu số liệu ta tính được $Q_1 = 4,5$ và $Q_3 = 7,8$. Do đó, khoảng tứ phân vị là:

$$\Delta Q = 7,8 - 4,5 = 3,3$$

Ta có $Q_1 - 1,5\Delta Q = -0,45$ và $Q_3 + 1,5\Delta Q = 12,75$ nên trong mẫu số liệu trên không có giá trị bất thường.

d) Ta có $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 28$

Vì $56 - 1,5.28 = 14$ và $84 + 1,5.28 = 126$

nên hai giá trị $8; 10$ là các giá trị bất thường.

Câu 24: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Giá trị bất thường của mẫu số liệu: $4; 4; 4; 4; 5; 20$ là 20

b) Điểm kiểm tra môn Toán của 20 học sinh được cho bởi bảng sau

Điểm	1	4	5	6	7	8	9	10
Số học sinh	1	1	2	4	6	3	2	1

Trong mẫu số liệu trên có 4 giá trị bất thường?

c) Cho một mẫu dữ liệu đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm

$x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$. Khi đó khoảng biến thiên R của mẫu số liệu bằng

$$R = x_n - x_1$$

d) Điều tra về số học sinh của một trường THPT như sau:

Khối lớp	10	11	12
Số học sinh	1120	1075	900

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 3095.

Lời giải

a) Đ	b) S	c) Đ	d) S
-------------	-------------	-------------	-------------

a) Ta có: $Q_2 = \frac{4+4}{2} = 4$; $Q_1 = 4$; $Q_3 = 5$.

$$\Delta_Q = 5 - 4 = 1; Q_1 - 1,5\Delta_Q = 4 - 1,5 = 2,5; Q_3 + 1,5\Delta_Q = 5 + 1,5 = 6,5$$

Do đó giá trị bất thường là 20.

b) Ta có các tứ phân vị là $Q_2 = 7$; $Q_1 = 6$; $Q_3 = 8$

$$\Rightarrow \Delta Q = 2 \Rightarrow Q_1 - 1,5\Delta Q = 3; Q_3 + 1,5\Delta Q = 11$$

Do đó 1 là giá trị bất thường

Vậy trong mẫu số liệu trên có 1 giá trị bất thường

c) Khoảng biến thiên của một mẫu số liệu, kí hiệu là R, là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu đó, tức là: $R = x_n - x_1$.

d) Giá trị lớn nhất của mẫu số liệu là 1120 và giá trị nhỏ nhất của mẫu số liệu là 900.

Vậy khoảng biến thiên: $R = 1120 - 900 = 220$.

Câu 25: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Điều tra chiều cao của 10 học sinh lớp 10A cho kết quả như sau:

154;160;155;162;165;162;155;160;165;162. Khoảng tứ phân vị là 7

b) Mẫu số liệu sau cho biết giá của một số loại giày trong cửa hàng

150 165 150 180 200 225 250 270 160 155 x

x nhận giá trị 275 để mẫu số liệu này có khoảng biến thiên là 125

c) Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $\hat{x}$.

d) Cho dãy số liệu thống kê: 1,2,3,4,5,6,7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là 4

Lời giải

a) Đ	b) Đ	c) Đ	d)Đ
-------------	-------------	-------------	------------

a) Sắp xếp các số liệu đã cho theo thứ tự không giảm ta được:

154;155;155;160;160;162;162;162;165;165

Trung vị của dãy số liệu là: $\frac{160 + 162}{2} = 161$

Trung vị của dãy số liệu 154;155;155;160;160 là: 155

Trung vị của dãy số liệu 162;162;162;165;165 là: 162

$Q_1 = 155; Q_2 = 161; Q_3 = 162$

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 162 - 155 = 7$.

b) Vì $270 - 150 = 120 < 125$ nên khoảng biến thiên của mẫu số liệu có thể bằng: $x - 150$

hoặc $270 - x$.

$$\text{Suy ra: } \begin{cases} x - 150 = 125 \\ 270 - x = 125 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 275 \\ x = 145 \end{cases}.$$

c) **Đáp án đúng là C**

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$.

Mà $x_{15}; x_{16}$ đều thuộc nhóm $[17; 18)$. Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[17; 18)$.

$$\bar{x} = \frac{1+2+3+4+5+6+7}{7} = 4$$

d)

$$s_x^2 = \frac{1}{7} \sum_{i=1}^7 (x_i - \bar{x})^2 = 4$$

Vậy phương sai của mẫu số liệu:

•Dạng ③: Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Bảng 3.3 biểu thị kết quả điều tra thời gian sử dụng Internet hằng ngày của một số người.

Bảng 3.3. Thời gian sử dụng Internet hằng ngày

Thời gian (phút)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)	[150; 180)
Số người	2	4	10	5	3

Tìm khoảng biến thiên của mẫu số liệu đã cho. Kết quả cho biết điều gì?

Lời giải

Đầu mút phải của nhóm ghép cuối cùng là 180, đầu mút trái của nhóm ghép đầu tiên là 30.

Vậy khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $R = 180 - 30 = 150$.

Kết quả này cho biết thời gian sử dụng Internet hằng ngày của các thành viên thuộc nhóm người được điều tra chênh lệch nhau nhiều nhất là 150 phút.

Câu 2: Điểm kiểm tra học kì môn Toán của các bạn Tổ 1, Tổ 2 lớp 10A được cho như sau:

Tổ 1:	7	8	8	9	8	8	8	
Tổ 2:	10	6	8	9	9	7	8	7 8.

a) Điểm kiểm tra trung bình của hai tổ có như nhau không?

b) Tính các khoảng biến thiên của hai mẫu số liệu. Căn cứ trên chỉ số này, các bạn tổ nào học đồng đều hơn?

Lời giải

a) Điểm kiểm tra trung bình của hai tổ đều bằng 8.

b) Đối với Tổ 1: Điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 7;9. Do đó, khoảng biến thiên là:

$$R_1 = 9 - 7 = 2$$

Đối với Tổ 2: Điểm kiểm tra thấp nhất, cao nhất tương ứng là 6;10. Do đó, khoảng biến thiên là:

$$R_2 = 10 - 6 = 4$$

Do $R_2 > R_1$ nên ta nói các bạn Tổ 1 học đều hơn các bạn Tổ 2.

Câu 3:

Mẫu số liệu sau cho biết chiều cao (đơn vị cm) của các bạn trong tổ:

163 159 172 167 165 168 170 161

Tính khoảng biến thiên của mẫu số liệu này.

Lời giải

Chiều cao thấp nhất, cao nhất tương ứng là 159; 172. Do đó, khoảng biến thiên là: $R = 172 - 159 = 13$.

Câu 4: Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Có ý kiến cho rằng: “Trong 50 quả xoài trên, hiệu số cân nặng của hai quả bất kì không vượt quá 200 g”. Ý kiến đó đúng hay sai? Giải thích.

Lời giải

Ý kiến đó đúng. Vì: ta thấy trong bảng số liệu, cân nặng lớn nhất quả xoài có thể đạt được là 450g, còn cân nặng bé nhất quả xoài có thể đạt được là 250g. Do đó, bất kì hai quả nào cũng có hiệu số cân nặng không vượt quá 200g

Câu 5: Bạn Trang thống kê lại chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau.

Chiều cao (cm)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)	[180; 185)
Lớp						
12C	2	7	12	3	0	1
12D	5	9	8	2	1	0

Nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì chiều cao của học sinh lớp nào có độ phân tán lớn hơn?

Lời giải

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12C là: $185 - 155 = 30(\text{cm})$

Khoảng biến thiên của chiều cao của các bạn học sinh nữ lớp 12D là: $180 - 155 = 25(\text{cm})$

Vậy nếu so sánh theo khoảng biến thiên thì chiều cao của học sinh lớp 12C có độ phân tán lớn hơn

Câu 6: Thời gian hoàn thành Câu kiểm tra môn Toán của các bạn trong lớp 12C được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[25; 30)	[30; 35)	[35; 40)	[40; 45)
Số học sinh	8	16	4	2

- a) Tính khoảng biến thiên R cho mẫu số liệu ghép nhóm trên.
- b) Nếu biết học sinh hoàn thành Câu kiểm tra sớm nhất mất 27 phút và muộn nhất mất 43 phút thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là bao nhiêu?

Lời giải

- a) Khoảng biến thiên R cho mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 45 - 25 = 20$.
- b) Nếu biết học sinh hoàn thành Câu kiểm tra sớm nhất mất 27 phút và muộn nhất mất 43 phút thì khoảng biến thiên của mẫu số liệu gốc là $43 - 27 = 16$.

Câu 7: Để chuẩn bị mở một trung tâm thể dục thể thao, anh Dũng đã tiến hành điều tra tuổi thọ của máy chạy bộ do hai hãng X, Y sản xuất. Bảng 3.5 biểu thị hai mẫu số liệu mà anh thu thập được qua Internet.

Bảng 3.5. Tuổi thọ của máy chạy bộ (đơn vị: năm)

Tuổi thọ	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12)
Số máy của hãng X	7	20	36	20	17
Số máy của hãng Y	0	20	35	35	10

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu nào lớn hơn? Từ đó có thể nói là máy chạy bộ do hãng nào sản xuất có tuổi thọ phân tán hơn?

Lời giải

Khoảng biến thiên của tuổi thọ máy chạy bộ do hãng X và hãng Y sản xuất tương ứng là $R_X = 12 - 2 = 10$ và $R_Y = 12 - 4 = 8$. Vì $R_X > R_Y$ nên có thể nói là máy do hãng X sản xuất có tuổi thọ phân tán hơn so với máy của hãng Y .

Câu 8: Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của các mẫu số liệu sau:

- a) 10;13;15;2;10;19;2;5;7 b) 15;19;10;5;9;10;1;2;5;15

Lời giải

2; 2; 5; 7; 10; 10; 13; 15; 19

a) Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là:

$$R = 19 - 2 = 17$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là:

$$n = 9$$

$$Q_2 = 10$$

Cỡ mẫu là là số lẻ nên giá trị tứ phân vị thứ hai là:

$$2; 2; 5; 7$$

$$Q_1 = 3,5$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: . Do đó

$$10; 13; 15; 19$$

$$Q_3 = 14$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: . Do đó

$$\Delta_q = 14 - 3,5 = 10,5$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là:

$$1; 2; 5; 5; 9; 10; 10; 15; 15; 19$$

b) Xét mẫu số liệu đã sắp xếp là:

$$R = 19 - 1 = 18$$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là:

$$n = 10$$

$$Q_2 = 9,5$$

Cỡ mẫu là là số chẵn nên giá trị tứ phân vị thứ hai là:

$$1; 2; 5; 5; 9$$

$$Q_1 = 5$$

Tứ phân vị thứ nhất là trung vị của mẫu: . Do đó

$$10; 10; 15; 15; 19$$

$$Q_3 = 15$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của mẫu: . Do đó

$$\Delta_q = 15 - 5 = 10$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu là:

Câu 9: Mẫu số liệu sau cho biết số ghế trống tại một rạp chiếu phim trong 9 ngày:

7 8 22 20 15 18 19 13 11. Tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

Lời giải

Trước hết, ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

7 8 11 13 15 18 19 20 22.

Mẫu số liệu gồm 9 giá trị nên trung vị là số ở vị trí chính giữa $Q_2 = 15$.

Nửa số liệu bên trái là 7, 8, 11, 13 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 8, 11.

Do đó, $Q_1 = (8 + 11) : 2 = 9,5$.

Nửa số liệu bên phải là 18, 19, 20, 22 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 19, 20.

Do đó, $Q_3 = (19 + 20) : 2 = 19,5$.

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là: $\Delta_Q = 19,5 - 9,5 = 10$.

Câu 10: Mẫu số liệu sau đây cho biết số Câu hát ở mỗi album trong bộ sưu tập của An:

12 7 10 9 12 9 10 11 10 14. Hãy tìm khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu này.

Lời giải

Trước hết, ta sắp xếp mẫu số liệu theo thứ tự không giảm:

7 9 9 10 10 10 11 12 12 14.

Mẫu số liệu gồm 10 giá trị nên trung vị là $Q_2 = \frac{10 + 10}{2} = 10$.

Nửa số liệu bên trái là 7; 9; 9; 10 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 9; 9.

Do đó, $Q_1 = (9 + 9) : 2 = 9$.

Nửa số liệu bên phải là 11; 12; 12; 14 gồm 4 giá trị, hai phần tử chính giữa là 12; 12.

Do đó, $Q_3 = (12 + 12) : 2 = 12$.

$$\Delta_q = 12 - 9 = 3$$

Vậy khoảng tứ phân vị cho mẫu số liệu là:

Câu 11: Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn; ...

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên.

Lời giải

Cỡ mẫu $n=92$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{92}$ là mẫu số liệu gốc về số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của nhà hàng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_{14} \in i$;

$x_{88}; \dots; x_{92} \in i$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{23} + x_{24}) \in i$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 6 + \frac{\frac{92}{4} - 14}{30}(11 - 6) = 7,5$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{69} + x_{70}) \in i$ và i . Do đó, tứ phân vị thứ

ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 16$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,5$

Câu 12: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao (m)	[8,4; 8,6)	[8,6; 8,8)	[8,8; 9,0)	[9,0; 9,2)	[9,2; 9,4)
Số cây	5	12	25	44	14

a) Hãy tìm khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

b) Trong 100 cây keo trên có 1 cây cao 8,4 m. Hỏi chiều cao của cây keo này có phải là giá trị ngoại lệ không?

Lời giải

a) Khoảng biên thiên của mẫu số liệu ghép nhóm: $9,4 - 8,4 = 1(\text{m})$

Cỡ mẫu $n=100$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc về số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của nhà hàng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; \dots; x_5 \in \dot{I}$; $x_{87}; \dots; x_{100} \in \dot{I}$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25}+x_{26}) \in \dot{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{100}{4} - (5+12)}{25}(9,0 - 8,8) = 9,44$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75}+x_{76}) \in \dot{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 9,0 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (5+12+25)}{44}(9,2 - 9,0) = 10,5$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 1,06$

b) Giá trị x trong mẫu số liệu là giá trị ngoại lệ nếu $x > Q_3 + 1,5 \Delta_Q$ hoặc $x < Q_1 - 1,5 \Delta_Q$

Hay $x > 10,5 + 1,5 \cdot 1,06 = 12,09$ hoặc $x < 9,44 - 1,5 \cdot 1,06 = 7,85$

Vậy cây cao 8,4m không phải là giá trị ngoại lệ

Câu 13: Một người ghi lại thời gian đàm thoại của một số cuộc gọi cho kết quả như bảng sau:

Thời gian t (phút)	Số cuộc gọi
$0 \leq t < 1$	8
$1 \leq t < 2$	17
$2 \leq t < 3$	25
$3 \leq t < 4$	20
$4 \leq t < 5$	10

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Ta có bảng mẫu số liệu ghép nhóm được viết lại như sau

Thời gian t (phút)	[0; 1)	[1; 2)	[2; 3)	[3; 4)	[4; 5)
Số cuộc gọi	8	17	25	20	10

Có cỡ mẫu $n = 8 + 17 + 25 + 20 + 10 = 80$.

Giả sử $x_1; x_2; \dots; x_{80}$ là thời gian đàm thoại của 80 cuộc gọi được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{x_{20} + x_{21}}{2}$.

Mà x_{20}, x_{21} đều thuộc nhóm (1) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là (1).

$$\text{Ta có } Q_1 = 1 + \frac{\frac{80}{4} - 8}{17} (2 - 1) \approx 1,7.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{x_{60} + x_{61}}{2}$.

Mà x_{60}, x_{61} thuộc nhóm (3) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là (3).

$$\text{Ta có } Q_3 = 3 + \frac{\frac{80.3}{4} - 50}{20} (4 - 3) = 3,5.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $D_Q = 3,5 - 1,7 = 1,8$.

Câu 14: Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong Bảng sau thống kê cân nặng của

50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Lời giải

Cỡ mẫu $n=50$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in \dot{I}$; $x_{35}, \dots, x_{45} \in \dot{I}$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in \dot{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép

nhóm là:
$$Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in \dot{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm

là:
$$Q_3 = 370 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18)}{11} \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}.$$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143}$$

Câu 15: Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2022 của một số hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng sau:

Tổng thu nhập (triệu đồng)	[200; 250)	[250; 300)	[300; 350)	[350; 400)	[400; 450)
Số hộ gia đình	24	62	34	21	9

a) Hãy tìm các tứ phân vị Q_1 và Q_3 .

b) Một doanh nghiệp địa phương muốn hướng dịch vụ của mình đến các gia đình có mức thu nhập ở tầm trung, tức là 50% các hộ gia đình có mức thu nhập ở chính giữa so với tất cả các hộ gia đình của địa phương. Hỏi doanh nghiệp cần hướng đến các gia đình có mức thu nhập trong khoảng nào?

Lời giải

a) Cỡ mẫu $n=150$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{150}$ là mẫu số liệu gốc gồm thu nhập của 150 hộ gia đình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; x_2; \dots; x_{24} \in \text{I};$

$x_{121}; \dots; x_{141} \in \text{I}$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in \text{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

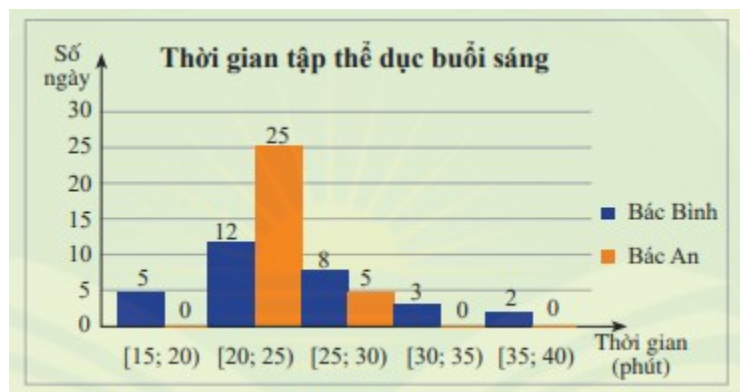
mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 250 + \frac{\frac{150}{4} - 24}{62} (300 - 250) = \frac{16175}{62}$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{113} \in \text{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu

số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 300 + \frac{\frac{3 \cdot 150}{4} - (24 + 62)}{34} (350 - 300) = \frac{11525}{34}$

b) Doanh nghiệp cần hướng đến các gia đình có mức thu nhập trong khoảng $[Q_1; Q_3] = \text{I}$ (triệu đồng)

Câu 16: Hãy so sánh khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình và bác An trong Khởi động.



Lời giải

Cỡ mẫu $n=30$;

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác An được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; x_2; \dots; x_{25} \in \textcolor{red}{L}$;

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_8 \in \textcolor{red}{L}$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là:
$$Q_1 = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{25} (25 - 20) = \frac{43}{2}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{23} \in \textcolor{red}{L}$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

ghép nhóm là:
$$Q_3 = 20 + \frac{\frac{3.30}{4}}{25} (25 - 20) = \frac{49}{2}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{30}$ là mẫu số liệu gốc về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; y_2; \dots; y_5 \in \textcolor{red}{L}$; $y_{29}; y_{30} \in \textcolor{red}{L}$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_8 \in \textcolor{red}{L}$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là:
$$Q_1' = 20 + \frac{\frac{30}{4}}{12} (25 - 20) = \frac{185}{8}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{23} \in \textcolor{red}{L}$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu

ghép nhóm là:
$$Q_3' = 25 + \frac{\frac{3.00}{4} - (5 + 12)}{8} (30 - 25) = \frac{455}{16}$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q' = Q_3' - Q_1' = \frac{85}{16}$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục buổi sáng mỗi ngày của bác Bình lớn hơn bác An

Câu 17: Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thể hiện kết quả điều tra về tuổi thọ trung bình của nam giới và nữ giới ở 50 quốc gia.

Giới tính Nhóm (Tuổi thọ)	Nam	Nữ
[50; 55)	4	3
[55; 60)	7	4
[60; 65)	4	5
[65; 70)	6	3
[70; 75)	15	7
[75; 80)	12	14
[80; 85)	2	13
[85; 90)	0	1

- a) Hãy tính các khoảng tứ phân vị của tuổi thọ trung bình của nam giới và nữ giới trong mẫu số liệu ghép nhóm trên.
- b) Hãy cho biết tuổi thọ trung bình của nam giới hay nữ giới trong mẫu số liệu ghép nhóm trên đồng đều hơn.

Lời giải

Cỡ mẫu $n=50$

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc về tuổi thọ trung bình của nam giới ở 50 quốc gia được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1; x_2; \dots; x_4 \in \text{[50; 55)}; x_{22}; \dots; x_{36} \in \text{[75; 80)}$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in \text{[60; 65)}$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 60 + \frac{\frac{50}{4} - (4+7)}{4} (65 - 60) = 71,875$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in \text{[80; 85)}$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 75 + \frac{\frac{3.50}{4} - (4+7+4+6+15)}{12} (80 - 75) = 75,625$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3,75$

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{50}$ là mẫu số liệu gốc về tuổi thọ trung bình của nữ giới ở 50 quốc gia được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $y_1; \dots; y_3 \in \text{I}; y_{16}; \dots; y_{22} \in \text{II}$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $y_{13} \in \text{I}$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của

$$\text{mẫu số liệu ghép nhóm là: } Q_1' = 65 + \frac{\frac{50}{4} - (3+4+5)}{3} (70 - 65) = \frac{395}{6}$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $y_{38} \in \text{II}$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu

$$\text{số liệu ghép nhóm là: } Q_3' = 80 + \frac{\frac{3.50}{4} - (3+4+5+3+7+14)}{13} (85 - 80) = \frac{2095}{26}$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta Q' = Q_3' - Q_1' = \frac{575}{39}$$

b) Có $\Delta_Q' > \Delta_Q$ nên độ tuổi trung bình của nam giới đồng đều hơn

Câu 18: Thống kê số ngày trong tháng Sáu năm 2021 và năm 2022 theo nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Hà Nội, người ta thu được bảng sau:

Nhiệt độ (°C)	[28; 30)	[30; 32)	[32; 34)	[34; 36)	[36; 38)	[38; 40)
Số ngày trong tháng 6/2021	0	2	8	5	6	9
Số ngày trong tháng 6/2022	2	3	4	11	8	2

Hỏi tháng Sáu năm nào ở Hà Nội nhiệt độ cao nhất trong ngày biến đổi nhiều hơn?

Lời giải

Sau khi học xong Câu này, ta giải quyết Câu toán này như sau:

Năm 2021

Khoảng biến thiên: $R_1 = 40 - 30 = 10$.

Ta có cỡ mẫu là $n = 30$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2021 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x_8 thuộc nhóm [32; 34). Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [32; 34).

$$\text{Ta có } Q_1 = 32 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{8} \cdot (34 - 32) = 33,375.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x_{23} thuộc nhóm I_2). Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là I_2 .

$$\text{Ta có } Q_3 = 38 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 21}{9} \cdot (40 - 38) \approx 38,333.$$

Do đó khoảng tứ phân vị $D_{10} = 38,333 - 33,375 = 4,958$.

Năm 2022

Khoảng biến thiên $R_2 = 40 - 28 = 12$.

Ta có cỡ mẫu là $n = 30$.

Giả sử $y_1, y_2, \dots, y_{30}$ là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2022 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là y_8 thuộc nhóm I_1 nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là I_1 .

$$\text{Ta có } Q_1 = 32 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{4} \cdot (34 - 32) = 33,25.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là y_{23} thuộc nhóm I_2)

nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là I_2 .

$$\text{Ta có } Q_3 = 36 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 20}{8} \cdot (38 - 36) = 36,625.$$

Khoảng tứ phân vị: $D_{20} = 36,625 - 33,25 = 3,375$.

Theo khoảng biến thiên: Vì $R_2 > R_1$ nên nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2022 biến đổi nhiều hơn nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2021.

Theo khoảng tứ phân vị: Vì $D_{1Q} > D_{2Q}$ nên nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2021 biến đổi nhiều hơn nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2022.

Tổ 1 phân tán hơn thời gian sử dụng mạng xã hội của các bạn Tổ 2.

Câu 19: Hãy giải Câu toán trong tình huống mở đầu bằng cách sử dụng khoảng biến thiên và khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm.

Lời giải

Năm 2021

Khoảng biến thiên: $R_1 = 40 - 30 = 10$.

Ta có cỡ mẫu là $n = 30$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{30}$ là nhiệt độ của 30 ngày tháng Sáu năm 2021 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x_8 thuộc nhóm $[32; 34)$. Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là $[32; 34)$.

$$\text{Ta có } Q_1 = 32 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{8} \cdot (34 - 32) = 33,375$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x_{23} thuộc nhóm $[36; 38)$.

Do đó nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là $[36; 38)$.

$$\text{Ta có } Q_3 = 38 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 21}{9} \cdot (40 - 38) = 38,333$$

Do đó khoảng tứ phân vị $D_{1Q} = 38,333 - 33,375 = 4,958$.

Năm 2022

Khoảng biến thiên $R_2 = 40 - 28 = 12$.

Ta có cỡ mẫu là $n = 30$.

Giả sử $y_1, y_2, \dots, y_{30}$ là nhiệt độ cao nhất trong ngày của 30 ngày tháng Sáu năm 2022 được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Ta có tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là y_8 thuộc nhóm i nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là i .

$$\text{Ta có } Q_1 = 32 + \frac{\frac{30}{4} - 5}{4} \cdot (34 - 32) = 33,25$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là y_{23} thuộc nhóm i)

nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là: i .

$$\text{Ta có } Q_3 = 36 + \frac{\frac{3 \cdot 30}{4} - 20}{8} \cdot (38 - 36) = 36,625$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị: } D_{2Q} = 36,625 - 33,25 = 3,375.$$

Theo khoảng biến thiên: Vì $R_2 > R_1$ nên nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2022 biến đổi nhiều hơn nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2021.

Theo khoảng tứ phân vị: Vì $D_{1Q} > D_{2Q}$ nên nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2021 biến đổi nhiều hơn nhiệt độ cao nhất trong ngày vào tháng 6 năm 2022.

Câu 20: Thống kê số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021 – 2022 cho kết quả sau:

101	79	79	78	75	73	68	67	67	63
63	61	60	59	57	55	55	50	47	42

a) Hãy ghép nhóm dãy số liệu trên thành các nhóm có độ dài bằng nhau với nhóm đầu tiên là $[40; 50)$.

b) Tính khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc và mẫu số liệu ghép nhóm thu được ở câu a. Giá trị nào là giá trị chính xác? Giá trị nào là giá trị xấp xỉ?

Lời giải

a) Bảng số liệu ghép nhóm:

Số thẻ	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)	[90; 100)	[100; 110)
Tần số	2	5	7	5	0	0	1

Mẫu số liệu gốc

Khoảng biến thiên: $R_1 = 101 - 42 = 59$.

Sắp xếp mẫu số liệu gốc theo thứ tự tăng dần:

42; 47; 50; 55; 55; 57; 59; 60; 61; 63; 63; 67; 67; 68; 73; 75; 78; 79; 79; 101.

Vì $n = 20$ nên tứ phân vị thứ nhất là trung vị của nhóm 42; 47; 50; 55; 55; 57; 59; 60; 61; 63.

$$\text{Do đó } Q_1 = \frac{55+57}{2} = 56.$$

Tứ phân vị thứ ba là trung vị của nhóm 63; 67; 67; 68; 73; 75; 78; 79; 79; 101.

$$\text{Do đó } Q_3 = \frac{73+75}{2} = 74.$$

$$\text{Do đó } D_{1Q} = 74 - 56 = 18.$$

Mẫu số liệu ghép nhóm

Khoảng biến thiên là: $R_2 = 110 - 40 = 70$.

Cỡ mẫu là $n = 20$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{20}$ là số thẻ vàng của mỗi câu lạc bộ trong giải ngoại hạng Anh mùa giải 2021 - 2022 và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là $\frac{x_5 + x_6}{2}$.

Mà $x_5; x_6$ thuộc nhóm (40; 50) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là (40; 50).

$$\text{Ta có } Q_1 = 50 + \frac{\frac{20}{4} - 2}{5} \cdot (60 - 50) = 56.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$.

Mà $x_{15}; x_{16}$ thuộc nhóm (70; 80) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là (70; 80).

$$\text{Ta có } Q_3 = 70 + \frac{\frac{20.3}{4} - 14}{5} \cdot (80 - 70) = 72.$$

$$\text{Do đó } D_{2Q} = 72 - 56 = 16.$$

Giá trị chính xác là R_1 và D_{10} ; giá trị xấp xỉ là R_2 và D_{20} .

Câu 21: Thu nhập theo tháng (đơn vị: triệu đồng) của người lao động ở hai nhà máy như sau:

Thu nhập	[5; 8)	[8; 11)	[11; 14)	[14; 17)	[17; 20)
Số người của nhà máy A	20	35	45	35	20
Số người của nhà máy B	17	23	30	23	17

Tính mức thu nhập trung bình của người lao động ở hai nhà máy trên. Dựa vào khoảng tứ phân vị, hãy xác định xem mức thu nhập của người lao động ở nhà máy nào biến động nhiều hơn.

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho mẫu số liệu ta có:

Thu nhập	[5; 8)	[8; 11)	[11; 14)	[14; 17)	[17; 20)
Giá trị đại diện	6,5	9,5	12,5	15,5	18,5
Số người của nhà máy A	20	35	45	35	20
Số người của nhà máy B	17	23	30	23	17

Mức thu nhập trung bình của người lao động nhà máy A là:

$$\frac{6,5 \cdot 20 + 9,5 \cdot 35 + 12,5 \cdot 45 + 15,5 \cdot 35 + 18,5 \cdot 20}{(20 + 35 + 45 + 35 + 20)} = 12,5 \text{ (triệu đồng)}.$$

Mức thu nhập trung bình của người lao động nhà máy B là:

$$\frac{6,5 \cdot 17 + 9,5 \cdot 23 + 12,5 \cdot 30 + 15,5 \cdot 23 + 18,5 \cdot 17}{(17 + 23 + 30 + 23 + 17)} = 12,5 \text{ (triệu đồng)}.$$

Nhà máy A

Cỡ mẫu $n = 20 + 35 + 45 + 35 + 20 = 155$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{155}$ là mức thu nhập của 155 công nhân lao động của nhà máy A và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x_{39} thuộc nhóm I nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là: I.

$$\text{Ta có } Q_1 = 8 + \frac{\frac{155}{4} - 20}{35} \cdot (11 - 8) \approx 9,6.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x_{117} thuộc nhóm I nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là: I.

$$\text{Ta có } Q_3 = 14 + \frac{\frac{155 \cdot 3}{4} - 100}{35} \cdot (17 - 14) \approx 15,4.$$

Khoảng tứ phân vị: $R_{AQ} = 15,4 - 9,6 = 5,8$.

Nhà máy B

Cỡ mẫu $n = 17 + 23 + 30 + 23 + 17 = 110$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{110}$ là mức thu nhập của 110 công nhân lao động của nhà máy B và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là y_{28} thuộc nhóm [8; 11) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là [8; 11).

$$\text{Ta có } Q_1 = 8 + \frac{\frac{110}{4} - 17}{23} \cdot (11 - 8) \approx 9,4.$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là y_{83} thuộc nhóm [14; 17) nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là: I.

$$\text{Ta có } Q_3 = 14 + \frac{\frac{3 \cdot 10}{4} - 70}{23} \cdot (17 - 14) \approx 15,6.$$

Khoảng tứ phân vị.

Vì $R_{BQ} > R_{AQ}$ nên mức thu nhập của người lao động ở nhà máy B biến động nhiều hơn.

Câu 22: Bảng sau đây cho biết chiều cao của các học sinh lớp 12A và 12B.

Chiều cao (cm)	[145; 150)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)
Số học sinh của lớp 12A	1	0	15	12	10	5
Số học sinh của lớp 12B	0	0	17	10	9	6

a) Tìm khoảng biến thiên, khoảng tứ phân vị cho các mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của học sinh lớp 12A, 12B.

b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này ta nên dùng khoảng biến thiên hay khoảng tứ phân vị? Vì sao?

Lời giải

Lớp 12A

Khoảng biến thiên: $R_1 = 175 - 145 = 30$.

Cỡ mẫu $n = 1 + 0 + 15 + 12 + 10 + 5 = 43$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{43}$ là chiều cao của 43 học sinh lớp 12A được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là x_{11} thuộc nhóm [155; 160)

nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là: [155; 160).

$$\text{Ta có } Q_1 = 155 + \frac{\frac{43}{4} - 1}{15} \cdot (160 - 155) = 158,25$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là x_{33} thuộc nhóm [165; 170)

nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là: [165; 170).

$$\text{Ta có } Q_3 = 165 + \frac{\frac{43,3}{4} - 28}{10} \cdot (170 - 165) = 167,125$$

Khoảng tứ phân vị là $D_{1Q}=167,125-158,25=8,875$.

Lớp 12B

Khoảng biến thiên: $R_2=175-155=20$.

Cỡ mẫu $n=17+10+9+6=42$.

Gọi $y_1; y_2; \dots; y_{42}$ là chiều cao của 42 học sinh lớp 12B và được sắp xếp theo thứ tự tăng dần.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu là: y_{11} thuộc nhóm 1)

nên nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là: 1.

Ta có
$$Q_1=155+\frac{\frac{42}{4}-0}{17} \cdot (160-155) \approx 158,1$$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là y_{32} thuộc nhóm 1)

nên nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là: 1.

Ta có
$$Q_2=165+\frac{\frac{423}{4}-27}{9} \cdot (170-165)=167,5$$

Khoảng tứ phân vị là: $R_{2Q}=167,5-158,1=9,4$.

b) Để so sánh độ phân tán về chiều cao của học sinh hai lớp này, ta nên dùng khoảng tứ phân vị vì khoảng tứ phân vị chỉ phụ thuộc vào nửa giữa của mẫu số liệu, không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

Câu 23: Điểm kiểm tra cuối khoá môn Tiếng Anh của hai lớp ở một trung tâm ngoại ngữ được thống kê trong các Bảng 3.7a và 3.7b.

Bảng 3.7a. Điểm của lớp A

Điểm	Số học viên (tần số)
[50; 60)	8
[60; 70)	20
[70; 80)	50
[80; 90)	17
[90; 100)	5

Bảng 3.7b. Điểm của lớp B

Điểm	Số học viên (tần số)
[50; 60)	15
[60; 70)	20
[70; 80)	30
[80; 90)	20
[90; 100)	15

- a) Tìm khoảng biến thiên của mỗi mẫu số liệu. Có thể dùng khoảng biến thiên để biết điểm của lớp nào đồng đều hơn không?
- b) Tìm các tứ phân vị và khoảng tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu.
- c) Mẫu số liệu nào có độ phân tán lớn hơn? Minh họa câu trả lời bằng cách biểu diễn các tứ phân vị và khoảng tứ phân vị của mỗi mẫu số liệu trên trục số.

Lời giải

a) Hai mẫu số liệu đều có khoảng biến thiên là $R = 100 - 50 = 50$ nên không thể căn cứ vào đó để nói điểm của lớp nào đồng đều hơn.

b) Kích thước của hai mẫu số liệu đều là $N = 100$. Ta có $\frac{N}{4} = 25$; $\frac{N}{2} = 50$; $\frac{3N}{4} = 75$.

Đối với mẫu số liệu về điểm của lớp A, ta tìm các tứ phân vị Q_1^A, Q_2^A, Q_3^A và khoảng tứ phân vị Δ_Q^A qua bảng tần số tích lũy dưới đây:

Điểm	Tần số	Tần số tích lũy
[50; 60)	8	8
[60; 70)	20	28
[70; 80)	50	78
[80; 90)	17	95
[90; 100)	5	100

Nhóm chứa Q_1^A là 6.

$$Q_1^A = 60 + \frac{25 - 8}{20} \cdot 10 = 68,5.$$

Nhóm chứa Q_2^A là 6.

$$Q_2^A = 70 + \frac{50 - 28}{50} \cdot 10 = 74,4$$

Nhóm chứa Q_3^A là $\hat{L}$.

$$Q_3^A = 70 + \frac{75 - 28}{50} \cdot 10 = 79,4.$$

$$\text{Vậy } \Delta_Q^A = 79,4 - 68,5 = 10,9.$$

Gọi Q_1^B, Q_2^B, Q_3^B là các tứ phân vị và Δ_Q^B là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu về điểm của lớp B . Ta lập bảng tần số tích lũy và tính được:

Điểm	Tần số	Tần số tích lũy
[50; 60)	15	15
[60; 70)	20	35
[70; 80)	30	65
[80; 90)	20	85
[90; 100)	15	100

Nhóm chứa Q_1^B là $\hat{L}$.

$$Q_1^B = 60 + \frac{25 - 15}{20} \cdot 10 = 65.$$

Nhóm chứa Q_2^B là $\hat{L}$.

$$Q_2^B = 70 + \frac{50 - 35}{30} \cdot 10 = 75.$$

Nhóm chứa Q_3^B là $\hat{L}$.

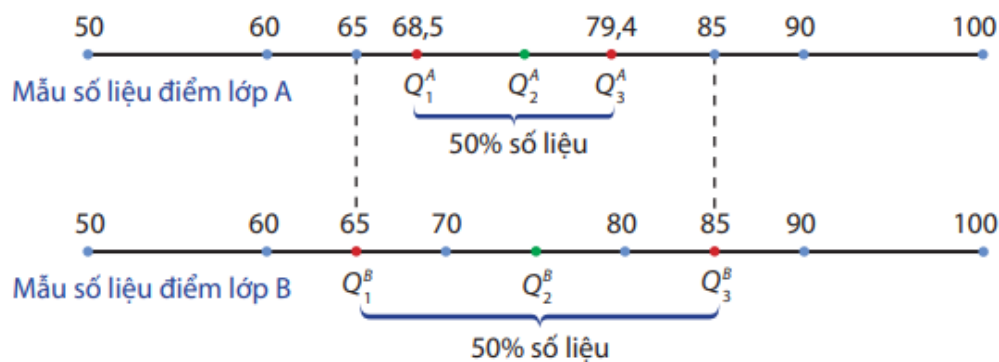
$$Q_3^B = 80 + \frac{75 - 65}{20} \cdot 10 = 85.$$

$$\text{Vậy } \Delta_Q^B = 85 - 65 = 20.$$

c) $\Delta_Q^B > \Delta_Q^A$ nên điểm của lớp B phân tán hơn điểm của lớp A. Minh họa trên trục số: Mỗi mẫu đều có 100 số liệu thuộc khoảng $[50, 100]$. Có 50% số liệu ở giữa của bảng điểm lớp B thuộc khoảng (Q_1^B, Q_3^B) . Bảng điểm lớp A cũng có 50% số liệu ở giữa thuộc khoảng (Q_1^A, Q_3^A) . Vì $(Q_1^A, Q_3^A) \subset (Q_1^B, Q_3^B)$ nên ta có thể nói là điểm của lớp B phân tán hơn so với điểm lớp A.

Nhắc Lại

Các tứ phân vị chia mẫu số liệu thành bốn phần, mỗi phần chứa 25% số liệu.



Hình 3.1

Tài liệu được chia sẻ bởi Website VnTeach.Com

<https://www.vnteach.com>