

BÀI 33. ĐẠO HÀM CẤP HAI

CHƯƠNG 9. ĐẠO HÀM

PHẦN A. LÝ THUYẾT VÀ VÍ DỤ MINH HỌA

1. KHÁI NIỆM ĐẠO HÀM CẤP HAI

Giả sử hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm tại mỗi điểm $x \in (a; b)$. Nếu hàm số $y' = f'(x)$ lại có đạo hàm tại x thì ta gọi đạo hàm của y' là đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x)$ tại x , kí hiệu là y'' hoặc $f''(x)$.

Ví dụ 1. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = x^2 + e^{2x-1}$. Từ đó tính $y''(0)$.

Giải

Ta có: $y' = 2x + (2x-1) \cdot e^{2x-1} = 2x + 2e^{2x-1}$

$y'' = 2 + 2(2x-1) \cdot e^{2x-1} = 2 + 4e^{2x-1}$

Vậy đạo hàm cấp hai của hàm số đã cho là $y'' = 2 + 4e^{2x-1}$.

Khi đó ta có: $y''(0) = 2 + 4e^{-1}$.

2. Ý NGHĨA CƠ HỌC CỦA ĐẠO HÀM CẤP HAI

Ý nghĩa cơ học của đạo hàm cấp hai

Một chuyển động có phương trình $s = f(t)$ thì đạo hàm cấp hai (nếu có) của hàm số $f(t)$ là gia tốc tức thời của chuyển động. Ta có: $a(t) = f''(t)$.

Ví dụ 2. Giải bài toán trong tình huống mở đầu.

Giải

$$v(t) = x'(t) = - \left(2\pi t + \frac{\pi}{3} \right)' \cdot 4 \sin \left(2\pi t + \frac{\pi}{3} \right) = - 8\pi \sin \left(2\pi t + \frac{\pi}{3} \right).$$

Vận tốc của vật tại thời điểm t là

Gia tốc tức thời của vật tại thời điểm t là

$$a(t) = v'(t) = - 8\pi \left(2\pi t + \frac{\pi}{3} \right)' \cdot \cos \left(2\pi t + \frac{\pi}{3} \right) = - 16\pi^2 \cos \left(2\pi t + \frac{\pi}{3} \right).$$

Tại thời điểm $t = 5$ giây, gia tốc của vật là

$$a(5) = - 16\pi^2 \cos \left(10\pi + \frac{\pi}{3} \right) = - 16\pi^2 \cos \frac{\pi}{3} \approx - 79 (cm / s^2).$$

PHẦN B. BÀI TẬP TỰ LUẬN (PHÂN DẠNG)

Dạng 1. Tính đạo hàm cấp hai

Câu 1. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $y = xe^{2x}$;

b) $y = \ln(2x+3)$.

Câu 2. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hàm số $f(x) = x^2 e^x$. Tính $f''(0)$.

Câu 3. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $y = \ln(x+1)$;

b) $y = \tan 2x$.

Câu 4. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hàm số $P(x) = ax^2 + bx + 3$ (a, b là hằng số). Tìm a, b biết $P'(1) = 0$ và $P''(1) = -2$.

Câu 5. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Cho hàm số $f(x) = 2 \sin^2 \left(x + \frac{\pi}{4} \right)$. Chứng minh rằng $|f''(x)| \leq 4$ với mọi x .

Câu 6. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{2} \cos \left(4\pi t + \frac{\pi}{3} \right)$

b) $y = x^2 e^{-x}$

Câu 7. Cho hàm số $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$. Tính $f''(0)$.

Câu 8. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 1$

b) $y = \frac{2x+1}{x-1}$

Câu 9. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $y = \ln |2x - 1|$;

b) $y = \tan \left(x + \frac{\pi}{3} \right)$

Câu 10. Cho hàm số $f(x) = xe^{x^2} + \ln(x+1)$.

Tính $f'(0)$ và $f''(0)$.

Câu 11. Cho $f(x) = (x^2 + a)^2 + b$ (a, b là tham số). Biết $f(0) = 2$ và $f''(1) = 8$, tìm a và b .

Câu 12. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $y = 3x^3 - x^2 + 3x - 1$;

b) $y = \cos^2 x$.

Câu 13. Tính đạo hàm cấp hai của các hàm số sau:

a) $y = x \sin 2x$;

b) $y = \cos^2 x$;

c) $y = x^4 - 3x^3 + x^2 - 1$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x^2 + 2x - 1$.

a) Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số.

b) Tính đạo hàm cấp hai của hàm số tại điểm $x_0 = 0, x_0 = 1$.

Câu 15. Cho hàm số $g(x) = \cos x$.

a) Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số.

b) Tính đạo hàm cấp hai của hàm số tại $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

Câu 16. Cho hàm số $h(x) = \ln x, x > 0$.

a) Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số.

b) Tính đạo hàm cấp hai của hàm số tại $x_0 = \sqrt{2}$.

Câu 17. Cho hàm số $k(x) = \sin x \cdot \cos x$.

a) Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số.

b) Tính đạo hàm cấp hai của hàm số tại $x_0 = \frac{\pi}{3}$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 4x$. Giải phương trình $f'(x) = f''(x)$.

Câu 19. Tìm đạo hàm cấp hai của mỗi hàm số sau:

a) $f(x) = \frac{1}{3x+5}$

b) $g(x) = 2^{x+3x^2}$

Câu 20. Cho hàm số $f(x) = \sin x \cdot \cos x \cdot \cos 2x$.

a) Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số.

b) Tính đạo hàm cấp hai của hàm số tại $x_0 = \frac{\pi}{6}$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 4x^2 + 5$. Giải bất phương trình $f'(x) - f''(x) \geq 0$.

Dạng 2. Ứng dụng

Câu 22. Chuyển động của một vật gắn trên con lắc lò xo (khi bỏ qua ma sát và sức cản không khí)

được cho bởi phương trình sau: $x(t) = 4 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$, ở đó x tính bằng centimét và thời gian t tính bằng giây. Tìm gia tốc tức thời của vật tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hình 9.9

Câu 23. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Một vật chuyển động thẳng có phương trình $s = 2t^2 + \frac{1}{2}t^4$ (s tính bằng mét, t tính bằng giây). Tìm gia tốc của vật tại thời điểm $t = 4$ giây.

Câu 24. (SGK - KNTT 11 - Tập 2) Phương trình chuyển động của một hạt được cho bởi $s(t) = 10 + 0,5 \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{5}\right)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính gia tốc của hạt tại thời điểm $t = 5$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 25. Phương trình chuyển động của một hạt được cho bởi công thức $s(t) = 15 + \sqrt{2} \sin\left(4\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$, trong đó s tính bằng centimét và t tính bằng giây. Tính gia tốc của hạt tại thời điểm $t = 3$ giây (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).

Câu 26. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -2t^2 + 15t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 2$.

Câu 27. Một chất điểm chuyển động thẳng có phương trình $s = 100 + 2t - t^2$ trong đó thời gian được tính bằng giây và s được tính bằng mét.

- a) Tại thời điểm nào chất điểm có vận tốc bằng 0 ?
b) Tìm vận tốc và gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 3$ s.

Câu 28. Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = -2t^3 + 75t + 3$, trong đó s tính bằng mét và t là thời gian tính bằng giây. Tính vận tốc và gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3$.

Câu 29. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 5t + 4$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = 3(s)$.

Câu 30. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = 6 \sin\left(3t + \frac{\pi}{4}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng centimét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{6}(s)$.

Câu 31. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 8t + 2$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng mét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm:

- a) Tại thời điểm $t = 5(s)$.
b) Tại thời điểm mà vận tốc tức thời của chất điểm bằng -1 m/s .

Câu 32. Một chất điểm có phương trình chuyển động $s(t) = 3 \sin\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$, trong đó $t > 0, t$ tính bằng giây, $s(t)$ tính bằng centimét. Tính gia tốc tức thời của chất điểm tại thời điểm $t = \frac{\pi}{2}(s)$.

PHẦN C. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM (PHÂN MỨC ĐỘ)

1. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh trung bình – khá

Câu 1. Cho hàm số $y = x^5 - 3x^4 + x + 1$ với $x \in \mathbb{R}$. Đạo hàm y'' của hàm số là

- A. $y'' = 5x^3 - 12x^2 + 1$ B. $y'' = 5x^4 - 12x^3$
C. $y'' = 20x^2 - 36x^3$ D. $y'' = 20x^3 - 36x^2$

Câu 2. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = -3 \cos x$ tại điểm $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

A. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -3$. B. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 5$. C. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$. D. $y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x) = (3x - 7)^5$. Tính $f''(2)$.

A. $f''(2) = 0$. B. $f''(2) = 20$. C. $f''(2) = -180$. D. $f''(2) = 30$.

Câu 4. Cho $y = \sqrt{2x - x^2}$, tính giá trị biểu thức $A = y^3 \cdot y''$.

A. 1. B. 0. C. -1. D. Đáp án khác.

Câu 5. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{3x+1}{x+2}$ là

A. $y'' = \frac{10}{(x+2)^2}$. B. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^4}$. C. $y'' = -\frac{5}{(x+2)^3}$. D. $y'' = -\frac{10}{(x+2)^3}$.

Câu 6. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \cos^2 x$ là

A. $y'' = -2 \cos 2x$. B. $y'' = -2 \sin 2x$. C. $y'' = 2 \cos 2x$. D. $y'' = 2 \sin 2x$.

Câu 7. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 1$. Phương trình $y'' = 0$ có nghiệm.

A. $x = 2$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

Câu 8. Cho hàm số $y = \sin^2 x$. Khi đó $y''(x)$ bằng

A. $y'' = \frac{1}{2} \cos 2x$. B. $y'' = 2 \sin 2x$.
C. $y'' = 2 \cos 2x$. D. $y'' = 2 \cos x$.

Câu 9. Cho hàm số $y = -\frac{1}{x}$. Đạo hàm cấp hai của hàm số là

A. $y^{(2)} = \frac{2}{x^3}$. B. $y^{(2)} = \frac{-2}{x^2}$. C. $y^{(2)} = \frac{-2}{x^3}$. D. $y^{(2)} = \frac{2}{x^2}$.

Câu 10. Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{2}{1+x}$.

A. $y'' = \frac{4}{(1+x)^3}$. B. $y'' = -\frac{4}{(1+x)^3}$. C. $y'' = -\frac{2}{(1+x)^3}$. D. $y'' = \frac{2}{(1+x)^3}$.

Câu 11. Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{2}{x-1}$.

A. $y'' = -\frac{2}{(x-1)^3}$. B. $y'' = -\frac{4}{(x-1)^3}$. C. $y'' = \frac{2}{(x-1)^3}$. D. $y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f'''(-1)$.

A. $f'''(-1) = -\frac{8}{27}$. B. $f'''(-1) = \frac{2}{9}$. C. $f'''(-1) = \frac{8}{27}$. D. $f'''(-1) = -\frac{4}{27}$.

Câu 13. Hàm số $y = \sin^2 x$ có đạo hàm cấp hai bằng?

- A. $y'' = 2 \sin 2x$. B. $y'' = 2 \cos 2x$. C. $y''' = \sin 2x$. D. $y''' = \cos 2x$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng
A. 6 . B. 8 . C. 3 . D. 2 .

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}$. Tính $f'(-1)$.
A. $-\frac{8}{27}$ B. $\frac{2}{9}$ C. $\frac{8}{27}$ D. $-\frac{4}{27}$.

Câu 16. Tìm đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \tan x$.
A. $y'' = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$. B. $y'' = -\frac{\sin x}{\cos^3 x}$. C. $y'' = \frac{\sin x}{\cos^3 x}$. D. $y'' = -\frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Tính $f''(1)$.
A. -1 . B. $-\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{4}$. D. 0 .

Câu 18. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = x^4 + 3x^3 - 1$ là
A. $4x^3 + 9x^2$. B. $12x^2 + 18x$. C. $x^3 + 3x^2$. D. $x^2 + 3x$.

Câu 19. Cho hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?
A. $f'(0) = 0$ B. $f'(1) = 0$ C. $f''(0) = -4$ D. $f''(1) = -4$.

Câu 20. Cho hàm số $y = \sin 2x$. Hãy chọn hệ thức đúng.
A. $4y - y'' = 0$ B. $y^2 + (y')^2 = 4$ C. $4y + y'' = 0$ D. $y = y' \tan 2x$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x) = x^3 + 2x$, giá trị của $f''(1)$ bằng
A. 8 . B. 6 . C. 3 . D. 2 .

Câu 22. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{x} \ (x > 0)$. Tính $f''(1)$.
A. $f''(1) = 4$. B. $f''(1) = 2$. C. $f''(1) = \frac{1}{2}$. D. $f''(1) = \frac{1}{4}$.

Câu 23. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2021$. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $y'' > 0$.
A. $[1; +\infty)$ B. $[0; 2]$ C. $(0; 2)$ D. $(1; +\infty)$.

Câu 24. Đạo hàm cấp 2 của hàm số $y = \sqrt{2x+5}$ là
A. $y'' = -\frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$ B. $y'' = \frac{1}{(2x+5)\sqrt{2x+5}}$.
C. $y'' = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$ D. $y'' = -\frac{1}{\sqrt{2x+5}}$.

Câu 25. Cho $f(x) = (x-2)^5$. Tính $f''(3)$.
A. -20 . B. 20 . C. 27 . D. -27 .

Câu 26. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-1}$. Tính $f''(1)$..

- A. -1. B. -1. C. $\frac{3}{2}$. D. 0.

Câu 27. Cho hàm số $y = \cos^2 x$. Khi đó $y''\left(\frac{\pi}{3}\right)$ bằng:

- A. -2. B. 2. C. 1. D. $-2\sqrt{3}$.

Câu 28. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $y = \frac{1}{x}$

- A. $y' = -\frac{2}{x^3}$. B. $y' = -\frac{1}{x^2}$. C. $y'' = \frac{1}{x^2}$. D. $y' = \frac{2}{x^3}$.

Câu 29. Hàm số $y = \tan x$ có đạo hàm cấp hai bằng:

- A. $y'' = -\frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$. B. $y'' = -\frac{1}{\cos^2 x}$. C. $y'' = \frac{2 \sin x}{\cos^3 x}$. D. $y'' = \frac{1}{\cos^2 x}$.

Câu 30. Tính đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 - 2020$.

- A. $f''(x) = 2x + 6$. B. $f''(x) = x^2 + 6x$.
C. $f''(x) = x^2 - 3x - 5$. D. $f''(x) = 2x + 3$.

Câu 31. Cho hàm số $y = \tan x$. Tính $y''\left(\frac{\pi}{4}\right)$ được kết quả bằng:

- A. $\sqrt{3}$ B. 3,5 C. 4 D. $2\sqrt{3}$

2. Câu hỏi dành cho đối tượng học sinh khá-giỏi

Câu 32. Cho hàm số $y = \sqrt{1+3x-x^2}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$. B. $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 1$. C. $y \cdot y'' - (y')^2 = 1$. D. $(y')^2 + y \cdot y'' = 1$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x(2-2x)}$. Tính $f''\left(\frac{1}{2}\right)$

- A. 24. B. 16. C. 48. D. 32.

Câu 34. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x$. Đặt $g(x) = \frac{4f(x)}{f''(x)}$. Tính $g\left(\frac{\pi}{6}\right)$.

- A. $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$. C. $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $g\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$.

Câu 35. Cho hàm số $y = \sin 2x$. Hãy tìm khẳng định đúng.

- A. $y^2 + (y')^2 = 4$. B. $4y - y'' = 0$. C. $4y + y'' = 0$. D. $y = y' \tan 2x$.

Câu 36. Cho hàm $y = x[\cos(\ln x) + \sin(\ln x)]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x^2 y'' + xy' - 2y + 4 = 0$

B. $x^2 y'' - xy' - 2xy = 0$

C. $2x^2 y' + xy'' + 2y - 5 = 0$

D. $x^2 y'' - xy' + 2y = 0$

Câu 37. Cho hàm số $f(x) = e^{x-x^2}$. Biết phương trình $f''(x) = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 . Tính $x_1 \cdot x_2$.

A. $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{4}$

B. $x_1 \cdot x_2 = 1$

C. $x_1 \cdot x_2 = \frac{3}{4}$

D. $x_1 \cdot x_2 = 0$

Câu 38. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $s(t) = 2t^3 - 3t^2 + 4t$, trong đó t được tính bằng giây và s được tính bằng mét. Vận tốc tức thời của vật tại thời điểm gia tốc bằng 0 là

A. $-2,5 \text{ m/s}$

B. 4 m/s

C. $2,5 \text{ m/s}$

D. $8,5 \text{ m/s}$

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x + 1$. Bất phương trình $f''(x) > 0$ có tập nghiệm là

A. $(1; +\infty)$

B. $(-\infty; 0)$

C. $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

D. $(-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$

Câu 40. Cho hàm số $f(x) = (x+10)^6$. Tính $f''(2)$.

A. $f''(2) = 622080$

B. $f''(2) = 1492992$

C. $f''(2) = 124416$

D. $f''(2) = 103680$

Câu 41. Một chất điểm chuyển động theo phương trình $s(t) = 3\sin 2t + \cos 2t$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong thời gian đó. Gia tốc

tức thời tại thời điểm $t = \frac{\pi}{4}$ giây của chuyển động bằng

A. -16 m/s^2

B. -12 m/s^2

C. 0 m/s^2

D. 12 m/s^2

Câu 42. Cho chuyển động thẳng xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 + 3t^2 - 9t + 27$. Trong đó t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Gia tốc của chuyển động tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

A. 0 m/s^2

B. 6 m/s^2

C. 24 m/s^2

D. 12 m/s^2

Câu 43. Cho chuyển động xác định bởi phương trình $S(t) = t^3 - 3t^2 - 9t$, trong đó t được tính bằng giây và S được tính bằng mét. Gia tốc tại thời điểm vận tốc triệt tiêu là

A. -6 m/s^2

B. -12 m/s^2

C. 6 m/s^2

D. 12 m/s^2

Câu 44. Đạo hàm cấp hai của hàm số $y = f(x) = x \sin x - 3$ là biểu thức nào trong các biểu thức sau?

A. $f''(x) = 2 \cos x - x \sin x$

B. $f''(x) = -x \sin x$

C. $f''(x) = \sin x - x \cos x$

D. $f''(x) = 1 + \cos x$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{1-x}$. Phương trình $f'(x) + f''(x) = 0$ có nghiệm là:

A. $x = 3$.

B. $x = -3$.

C. $x = -\frac{1}{2}$.

D. $x = \frac{1}{2}$.

Câu 46. Đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x) = (3x+1)^6$ là

- A. $f'''(x) = 30(3x+1)^4$. B. $f'''(x) = 90(3x+1)^4$.
 C. $f'''(x) = 270(3x+1)^4$. D. $f'''(x) = 540(3x+1)^4$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ x_0 thỏa mãn $f''(x_0) = 0$

- A. $3x + y + 2 = 0$. B. $3x + y - 2 = 0$. C. $x + 3y - 2 = 0$. D. $-3x + y + 2 = 0$.

Câu 48. Biết $\left(\frac{x^4}{4} + x^3 - \frac{x^2}{2} + x - 2019 \right)'' = ax^2 + bx + c$. Tính $S = a + b + 5c$.
 A. 30 . B. 4 . C. 40 . D. -4 .

Câu 49. Cho hàm số $y = \sin x + \cos x$. Phương trình $y'' = 0$ có bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[0; 3\pi]$.
 A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 50. Cho hàm số $y = -\sqrt{3}\cos x + \sin x - x^2 + 2021x + 2022$. Số nghiệm của phương trình $y'' = 0$ trong đoạn $[0; 4\pi]$ là
 A. 1 . B. 2 . C. 0 . D. 3 .