

NGUYỄN ANH VINH

**HƯỚNG DẪN ÔN TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH  
BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẬT LÍ 12**

*(Tái bản lần thứ tám)*

- 
- Dành cho học sinh THPT ôn luyện, chuẩn bị cho các kì thi Quốc gia
  - Biên soạn theo nội dung và định hướng ra đề thi mới của Bộ GD & ĐT

NHÀ XUẤT BẢN ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

BỘI DƯỜNG TỐÁN - LÍ - HÓA CẤP 2+3 1000B TRẦN HƯNG ĐẠO TP. QUY NHƠN

Bản quyền thuộc Công ty cổ phần Học liệu Sư phạm

Mã số: 02.02.806/1001.PT 2013

## LỜI NÓI ĐẦU

Bên cạnh niềm vui được cấp sách đến trường, được tiếp thu linh hội kiến thức nhân loại, mỗi chúng ta đều cảm thấy những áp lực, lo lắng và hồi hộp khi mùa thi đến, những lúc đó các em thường hay hỏi về chính mình : Mình đã học được đến đâu, làm sao tóm tắt được các kiến thức đã học, có bí quyết nào để học nhanh và hoàn thiện hết kiến thức trong thời gian ngắn không ? v.v...

Để chia sẻ những lo âu cùng các em, trên cơ sở bám sát chương trình, nội dung thi, chúng tôi biên soạn cuốn sách "*Hướng dẫn ôn tập và phương pháp giải nhanh bài tập trắc nghiệm Vật lí 12*".

Cuốn sách gồm 10 chủ đề lớn, mỗi chủ đề được trình bày khoa học, có hệ thống nhằm giúp các em ôn tập, nắm vững nội dung kiến thức từ đơn giản đến phức tạp, từ cơ bản đến nâng cao. Các ví dụ minh họa được lựa chọn, phân tích chi tiết, coi đó như là các bài toán mẫu, cơ bản để từ đó các em có thể làm tốt những bài toán tương tự hoặc mở rộng khác.

Ngoài việc tóm tắt lý thuyết Vật lí 12 nhằm thể hiện rõ bản chất các sự vật, hiện tượng, nêu rõ các tính chất, quy luật cũng như các định nghĩa để các em nắm, cuốn sách tập trung đề cập vào các công thức, các dạng bài tập cơ bản và phương pháp giải.

Chúng tôi hi vọng rằng trên cơ sở nội dung cuốn sách này, các em có thể tự viết lại hoặc thống kê, bổ sung thêm các công thức và dạng bài ra một bản tóm tắt khác phù hợp với riêng mình, miễn sao cho dễ học, dễ nhớ, nhanh và hiệu quả.

Không có ai tình cờ trở nên xuất sắc, tất cả đều phải đánh đổi bằng quyết tâm học hỏi các kỹ năng và kiến thức cần thiết để tiến lên, vì vậy các em hãy ôn bài một cách thường xuyên, rèn luyện thêm tư duy phán đoán, loại trừ đề bài thi trắc nghiệm sau này đạt kết quả tốt. Mỗi bước chân sẽ làm con đường ngắn lại, mỗi cố gắng sẽ giúp ta vượt lên chính mình.

*Chúc thành công!*

TÁC GIẢ

BỘI DƯỜNG TOÁN - LÍ - HÓA CẤP 2+3 1000B TRẦN HƯNG ĐẠO TP. QUY NHƠN

# Chủ đề 1: DAO ĐỘNG ĐIỀU HÒA

## A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

### I. Lí thuyết cơ bản

Dao động là chuyển động có giới hạn trong không gian, lặp lại nhiều lần quanh một vị trí xác định. Các dao động xét trong chương trình Vật lí 12 gồm: Tuần hoàn, điều hòa, tự do, tắt dần, duy trì và cường bức.

#### 1. Dao động tuần hoàn

a. **Định nghĩa:** Là dao động mà trạng thái chuyển động của vật được lặp lại như cũ sau những khoảng thời gian bằng nhau.

##### b. Đại lượng đặc trưng

– Chu kỳ  $T$ : Khoảng thời gian ngắn nhất để *trạng thái dao động* lặp lại như cũ.

– Tần số  $f$ : Số dao động mà vật thực hiện được trong một đơn vị thời gian.

#### 2. Dao động điều hòa

a. **Định nghĩa:** Dao động mà trạng thái dao động được mô tả bằng định luật dạng cosin (hoặc sin) đối với thời gian.

##### b. Phương trình dao động: $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

Trong đó:  $A$ ,  $\omega$  là những hằng số dương.  $\varphi$  cũng là hằng số nhưng có thể dương, âm hoặc bằng 0.

##### c. Mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều

Dao động điều hòa có thể được coi là hình chiếu vị trí của một chất điểm chuyển động tròn đều xuống một đường thẳng đi qua tâm và nằm trong mặt phẳng quỹ đạo.

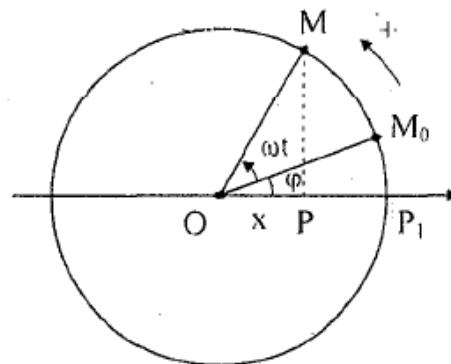
### II. Các công thức, dạng bài toán và những điều cần lưu ý

#### 1. Dao động điều hòa nói chung

– **Phương trình dao động:**  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

– **Phương trình vận tốc:**  $v = x' = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$

–  $v_{min} = 0$  tại biên và  $|v_{max}| = \omega A$  khi vật qua vị trí cân bằng.



- **Phương trình gia tốc:**  $a = v^2 = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) (= -\omega^2 x)$

$\Rightarrow a_{\min} = 0$  tại vị trí cân bằng và  $|a_{\max}| = \omega^2 A$  tại vị trí biên.

- **Liên hệ giữa tần số góc, chu kỳ và tần số:**  $\boxed{\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}}$

- **Hệ thức không phụ thuộc thời gian:**

$$\boxed{a = -\omega^2 x}$$

$$\boxed{A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}}$$

$$\boxed{A^2 = \frac{a^2}{\omega^4} + \frac{v^2}{\omega^2}}$$

### a. Dạng bài viết và biến đổi phương trình

Trong các bài toán dao động, thường phải đổi cách viết đại lượng biến thiên theo hàm số sin sang hàm số cosin hoặc ngược lại. Để thỏa mãn  $A > 0$  và  $\omega > 0$  cần dùng các biểu thức chuyển đổi sau:

$$x = A \sin(\omega t) = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad x = A \cos(\omega t) = A \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$x = A \cos(\varphi - \omega t) = A \cos(\omega t - \varphi) \quad x = -A \sin(\omega t + \varphi) = A \sin(\omega t + \varphi + \pi)$$

### b. Dạng bài tìm các đại lượng T, f, $\omega$ , A, $\varphi$

- Tìm chu kỳ T: Tìm khoảng thời gian ngắn nhất để trạng thái dao động lặp lại như cũ,

$$\boxed{T = \frac{\text{khoảng thời gian}}{\text{số dao động}}}$$

- Tìm tần số f: Tìm số dao động trong 1 giây,  $\boxed{f = \frac{\text{số dao động}}{\text{khoảng thời gian (s)}}}$

Hoặc tìm gián tiếp thông qua biểu thức liên hệ:  $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$

- Tần số góc  $\omega$ : Tùy theo dữ kiện bài toán mà có thể tính khác nhau:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \frac{v_{\max}}{A} = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}} = \sqrt{\frac{|a_{\max}|}{|v_{\max}|}}}$$

- Biến độ A:

$$\boxed{A = \sqrt{\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 + x^2} = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \frac{|v_{\max}|}{\omega} = \frac{|a_{\max}|}{\omega^2} = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{\text{Chiều dài quỹ đạo}}{2}}$$

Pha ban đầu  $\varphi$ :

**Phương pháp tìm chung:** Dựa vào điều kiện ban đầu  $t = 0$   $\begin{cases} x_0 = A \cdot \cos \varphi \\ v_0 = -A \cdot \omega \cdot \sin \varphi \end{cases} \Rightarrow \varphi$

Khi  $v > 0 \Leftrightarrow -\pi < \varphi < 0$

Khi  $v < 0 \Leftrightarrow 0 < \varphi < \pi$

### c. Dạng bài toán cho phương trình dao động. Tìm vận tốc $v$ của vật khi vật đi qua li độ $x$ nào đó

Phương pháp: Sử dụng hệ thức  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow v = \pm \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

### d. Dạng bài toán cho phương trình dao động, cho $v$ tìm $x$

Phương pháp: Sử dụng hệ thức  $A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow x = \pm \sqrt{A^2 - \left(\frac{v}{\omega}\right)^2}$

### e. Dạng bài toán cho phương trình dao động, tìm các thời điểm vật qua li độ $x$

Phương pháp: Với  $x$ ,  $A$ ,  $\omega$  và  $\varphi$  đã biết, giải phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  sẽ thu được các thời điểm  $t$ . Lưu ý rằng trong một chu kỳ vật đi qua một li độ  $x$  xác định hai lần và lặp lại ở các chu kỳ tiếp theo, vì vậy nghiệm có dạng  $\begin{cases} t_1 = \alpha + kT \\ t_2 = \beta + mT \end{cases}$ .

Nên chú ý khi chọn nghiệm vì các bài toán thường có thêm điều kiện ban đầu về chiều chuyển động ( $t_1, t_2 > 0$ , nên phải tìm điều kiện của  $k, m$ ).

### f. Dạng bài toán cho phương trình dao động, tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ $x_1$ đến $x_2$ theo một tính chất nào đó

**Cách 1: Về phương pháp tìm chung:** Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều. Vẽ cung  $M_1M_2$  tương ứng với chuyển động của vật trên trục  $xx'$ . Xác định góc ở tâm  $\alpha$  mà cung  $M_1M_2$  chắn, từ đó tính được

$$t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\alpha}{2\pi} T$$

### Cách 2: Dùng công thức:

+ Nếu từ VTCB đến li độ  $x$  hoặc ngược lại thì  $t = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x|}{A}$

+ Nếu từ biên đến li độ  $x$  hoặc ngược lại thì  $t = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{|x|}{A}$

Cách 3: Vẽ các trường hợp đặc biệt cần nhớ để giải nhanh:

- ♦ Thời gian ngắn nhất để vật đi từ  $x = 0$  đến  $|x| = \Lambda$  hoặc ngược lại là  $t = \frac{T}{4}$  (do  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ )
- ♦ Thời gian đi từ  $x = 0$  (VTCB) đến  $|x| = \frac{\Lambda}{2}$  hoặc đi ngược lại là  $t = \frac{T}{12}$  (do  $\alpha = \frac{\pi}{6}$ )
- > Thời gian đi từ  $x = \frac{\Lambda}{2}$  đến  $x = \Lambda$  hoặc đi ngược lại là  $t = \frac{T}{6} \left( t = \frac{T}{4} + \frac{T}{12} = \frac{T}{6} \right)$
- ♦  $x = 0 \leftrightarrow x = \frac{\Lambda\sqrt{2}}{2}, t = \frac{T}{8} \leftrightarrow x = \frac{\Lambda\sqrt{2}}{2} \leftrightarrow x = \Lambda, t = \frac{T}{8} \left( \text{do } \frac{T}{4} = \frac{T}{8} \right)$
- ♦  $x = 0 \leftrightarrow x = \frac{\Lambda\sqrt{3}}{2}, t = \frac{T}{6} \leftrightarrow x = \frac{\Lambda\sqrt{3}}{2} \leftrightarrow x = \Lambda, t = \frac{T}{12} \left( \text{do } \frac{T}{4} = \frac{T}{6} \right)$

g. Dạng bài toán cho phương trình dao động, tìm thời điểm vật qua tọa độ  $x^*$  lần thứ n.

♦ Không tính đến chiều chuyên động (dưới của v)

- + Nếu n là lẻ thì dùng công thức  $t_n = t_1 + \frac{n-1}{2}T$ . Với  $t_1$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ  $x^*$  lần thứ nhất.
- + Nếu n là chẵn thì dùng công thức  $t_n = t_2 + \frac{n-2}{2}T$ . Với  $t_2$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ  $x^*$  lần thứ hai.

♦ Các trường hợp đặc biệt:

- Nếu qua vị trí cân bằng lần thứ n thì:  $t_n = t_1 + \frac{n-1}{2}T$
- Nếu qua vị trí biên lần thứ n thì:  $t_n = t_1 + (n-1)T$
- ♦ Nếu tính đến chiều chuyên động, vật qua tọa độ  $x^*$  theo 1 chiều nào đó lần thứ n thì:  $t_n = t_1 + (m-1)T$ .
- ♦ Vật cách vị trí cân bằng một đoạn 1. lần thứ n, ta làm như sau:

Lấy n chia cho 4 được một số nguyên m và dư 1 hoặc 2 hoặc 3 hoặc 4

Chẳng hạn:  $\frac{2011}{4} = 502$  dư 3

+ Mặc dù  $\frac{2012}{4} = 503$  nhưng ta sẽ viết  $\frac{2012}{4} = 502$  dư 4.

- Nếu dư 1 thì  $t_n = t_1 + mT$  với  $t_1$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí cách vị trí cân bằng một đoạn  $L$  lần thứ nhất.
- Nếu dư 2 thì  $t_n = t_2 + mT$  với  $t_2$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí cách vị trí cân bằng một đoạn  $L$  lần thứ hai.
- Nếu dư 3 thì  $t_n = t_3 + mT$  với  $t_3$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí cách vị trí cân bằng một đoạn  $L$  lần thứ ba.
- Nếu dư 4 thì  $t_n = t_4 + mT$  với  $t_4$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến vị trí cách vị trí cân bằng một đoạn  $L$  lần thứ tư.

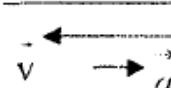
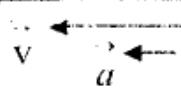
Với các bài toán vật nhận vận tốc hay gia tốc lần thứ  $n$  ta cũng làm tương tự, ngoài ra ta cũng có thể mở rộng cho các bài toán động năng bằng một giá trị nào đó của thế năng lần thứ  $n$ , hay lực phục hồi nhận, mỗi độ lớn nào đó lần thứ  $n$ , vv...

#### h. Dạng bài toán liên quan đến hướng của các vec tơ vận tốc, gia tốc. Liên quan đến đồ thị phụ thuộc thời gian của vận tốc, gia tốc

Để giải những bài toán loại này, cần biết:

VTCB

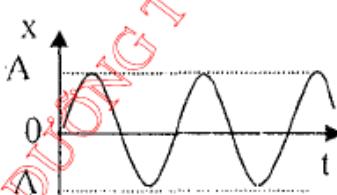
VTCB



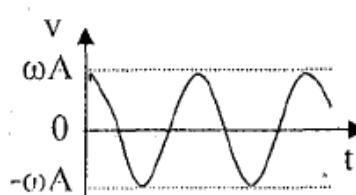
- + Véc tơ vận tốc  $v$  hướng cùng chiều chuyển động.  $v$  không đổi chiều khi vật qua vị trí cân bằng.
- + Véc tơ gia tốc  $a$  luôn hướng về vị bằng.  $a$  đổi chiều khi vật qua vị trí cân bằng.
- + Đồ thị của  $v$  và  $a$  tương tự đồ thị của  $x$  nhưng lệch nhau về thời gian.

v nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $x$  nên nhanh về thời gian là  $\frac{T}{4}$ .

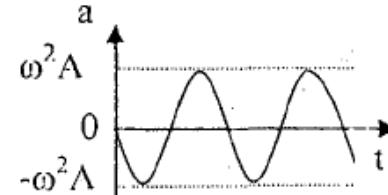
a nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $v$  nhưng  $a$  ngược pha với  $x$ .



Đồ thị li độ  $x$



Đồ thị vận tốc  $v$



Đồ thị gia tốc  $a$

i. **Dạng bài toán biết tại thời điểm t vật qua li độ  $x_t$  theo một chiều nào đó. Tìm li độ dao động tại thời điểm sau hoặc trước thời điểm t một khoảng thời gian  $\Delta t$ .**

**Phương pháp:**

Cách 1: Dùng phép biến đổi toán học thuần túy. Thay  $x = x_t$  vào phương trình dao động điều hoà  $x = A\cos(\omega t + \varphi)$ , căn cứ thêm vào chiều chuyển động để chọn nghiệm  $(\omega t + \varphi)$  duy nhất. Từ đó tính được li độ sau hoặc trước thời điểm t đó  $\Delta t$  giây là:  $x_{t\pm\Delta t} = A\cos[\omega(t \pm \Delta t) + \varphi] = A\cos[\omega t + \varphi \pm \omega \cdot \Delta t]$ . Nếu là thời điểm sau thì dùng dấu cộng (+), trước dùng dấu trừ (-).

Cách 2: Dùng vòng tròn. Đánh dấu vị trí  $x_t$  trên trực đi qua tâm Ox. Kẻ đoạn thẳng qua  $x_t$  vuông góc Ox cắt đường tròn tại hai điểm. Căn cứ vào chiều chuyển động để chọn vị trí M duy nhất trên vòng tròn. Vẽ bán kính OM. Trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , góc ở tâm mà OM quét được là  $\alpha = \omega \cdot \Delta t$ . Vẽ OM' lệch với OM góc  $\alpha$ , từ M' kẻ vuông góc với Ox cắt ở đâu thì đó là li độ cần xác định.

k. **Dạng bài toán tìm quãng đường vật đi được từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$**

**Cách làm:**

+ Thay các thời điểm  $t_1, t_2$  lần lượt vào phương trình li độ và phương trình vận tốc để xác định vị trí và chiều chuyển động của vật.

$$\begin{cases} x_1 = A\cos(\omega t_1 + \varphi) = ? \\ v_1 = -\omega A\sin(\omega t_1 + \varphi) \end{cases} \quad \text{và} \quad \begin{cases} x_2 = A\cos(\omega t_2 + \varphi) = ? \\ v_2 = -\omega A\sin(\omega t_2 + \varphi) \end{cases}$$

( $x_1, x_2$  cần tính chính xác độ lớn, còn  $v_1$  và  $v_2$  chỉ cần xác định dấu)

+ Viết  $t_2 - t_1$  dưới dạng:  $t_2 - t_1 = nT + \Delta t'$  ( $n \in \mathbb{N}; 0 \leq \Delta t < T$ ).

+ Quãng đường cần tìm sẽ là:  $S = S_1 + S_2$ , với:

--  $S_1$  là quãng đường đi được trong thời gian  $nT$ , luôn có  $S_1 = n \cdot 4A$ .

--  $S_2$  là quãng đường đi được trong thời gian  $\Delta t'$ . Để tính được  $S_2$ , ta cần vẽ một hình mô tả đồng thời các vị trí  $x_1, x_2$  và hướng chuyển động của nó. Vạch một nét từ  $x_1$  đến  $x_2$  theo chiều vận tốc mà không có sự lặp lại thì đó là đoạn  $S_2$  cần tìm.

l. **Dạng bài toán tìm tốc độ trung bình của vật trên một đoạn đường xác định từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$**

**Cách làm:** Sử dụng công thức  $v_{tb} = \frac{S}{\Delta t}$

Với:  $S$  là quãng đường. Để tính  $S$  ta dùng phương pháp nêu trên.

$\Delta t$  là khoảng thời gian,  $\Delta t = t_2 - t_1$

### m. Bài toán tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong khoảng

thời gian  $0 < \Delta t < \frac{T}{2}$ .

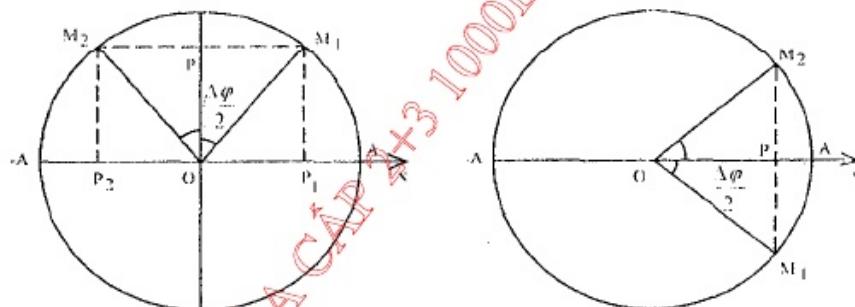
- Về tư duy: Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng một khoảng thời gian, quãng đường đi được càng dài khi vật ở càng gần VTCB và càng ngắn khi càng gần vị trí biên.

- Về các công thức tính cần nhớ để giải nhanh:

+ Theo thời gian  $\Delta t$ , tính góc ở tâm mà bán kính quét được:  $[\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t]$

+ Quãng đường lớn nhất:  $[S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2}]$  (khi vật di từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục sin thẳng đứng).

+ Quãng đường nhỏ nhất:  $[S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right)]$  (khi vật di từ  $M_1$  đến  $M_2$  đối xứng qua trục cos nằm ngang).



**Chú ý:**

♣ Khi gặp bài toán tính quãng đường lớn nhất và nhỏ nhất vật đi được trong khoảng thời gian mà  $\Delta t > \frac{T}{2}$ , ta làm như sau:

- Tách  $\Delta t = n \frac{T}{2} + \Delta t'$  trong đó  $n \in \mathbb{N}^*$ ;  $0 < \Delta t' < \frac{T}{2}$

- Trong thời gian  $n \frac{T}{2}$  quãng đường luôn là  $2nA$

Trong thời gian  $\Delta t$  thì quãng đường lớn nhất, nhỏ nhất được tính như trên.

♣ Khi gặp bài toán tìm tốc độ trung bình lớn nhất và nhỏ nhất của vật trong khoảng thời gian  $\Delta t$ , ngoài sử dụng các công thức  $v_{tbmax} = \frac{S_{\max}}{\Delta t}$  và  $v_{tbmin} = \frac{S_{\min}}{\Delta t}$  ta cần phải tính được  $S_{\max}, S_{\min}$  như đã nêu.

n. **Bài toán cho quãng đường  $S < 2A$ , tìm khoảng thời gian dài nhất và ngắn nhất**  
**Về tư duy:** Vật có vận tốc lớn nhất khi qua VTCB, nhỏ nhất khi qua vị trí biên nên trong cùng quãng đường, khoảng thời gian sẽ dài khi vật đi gần vị trí biên. Khoảng thời gian sẽ ngắn khi vật đi xung quanh gần VTCB.

**Về cách làm:** Về quãng đường bài toán cho ở các vị trí có  $v_{\max}$ ,  $v_{\min}$ . Từ quãng đường suy ra được vị trí đầu  $x_1$  và vị trí cuối  $x_2$ . Sử dụng phương pháp của bài toán m dãy nêu ở trên ta sẽ tìm được thời gian tương ứng  $t_{\min}$  và  $t_{\max}$ .

$$\text{Công thức tính nhanh: } S = 2A \sin \frac{\omega t_{\min}}{2} \text{ và } S = 2A \left( 1 - \cos \frac{\omega t_{\max}}{2} \right)$$

p. **Bài toán tìm số lần vật di qua li độ x đã biết (hoặc  $y$ ,  $a$ ,  $W_t$ ,  $W_d$ ,  $F$ ) trong khoảng thời gian từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ .**

Ta có thể sử dụng 1 trong 3 phương pháp sau:

- *Phương pháp đại số*

- + Giải phương trình lượng giác để được các nghiệm của  $t$  theo  $k$  và  $m$
- + Cho  $t_1 \leq t \leq t_2 \Rightarrow$  Thu được phạm vi giá trị của  $k, m$
- + Tông số giá trị nguyên của  $k, m$  chính là số lần vật di qua vị trí đó.

- *Phương pháp đồ thị (tuy đúng nhưng dài - ít dùng)*

*Phương pháp hình học (thường dùng và gọi là phương pháp đường tròn)*

- *Vẽ đường tròn Fresnen bán kính  $A$*

- + *Vẽ tọa độ góc  $\varphi_0$  của véc tơ quay ứng với vị trí đầu quá trình trên giàn đồ.*
- + *Vẽ vị trí  $x^*$  theo đề bài yêu cầu mà vật phải đi qua  $\Rightarrow$  tọa độ góc của véc tơ quay ứng với vị trí đề bài cho  $\varphi$ .*
- + *Tính khoảng thời gian của quá trình  $\Delta t = t_2 - t_1$ .*

*Viết  $\Delta t$  dưới dạng  $\Delta t = nT + \Delta t'$ . Trong đó  $n$  là số tự nhiên*

*$\Rightarrow$  Số lần cần tìm  $N = 2.n + N'$*

*Để tính được  $N$ , ta làm như sau: Từ  $\Delta t' \Rightarrow$  Tính được góc ở tâm mà bán kính quay  $\omega$  được trong khoảng thời gian  $\Delta t'$  là:  $\Delta\varphi = \Delta t' \cdot \omega \Rightarrow$  vị trí cuối quá trình  $\varphi_2 = \varphi_1 + \Delta\varphi$ .*

*Đếm số giao điểm của cung  $\varphi_2$  với vị trí đề bài cho, số này chính là  $N'$ .*

**Chú ý:** Ngoài 3 cách nêu trên, sau đây là một cách giải nhanh khác khi gặp dạng bài cần tìm quãng đường và số lần vật đi qua li độ  $x^*$  từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ .  
*Ta biết rằng, cứ trong một chu kỳ:*

- Vật di được quãng đường bằng  $4A$ .
- Vật di qua li độ  $x^*$  bất kỳ 2 lần.

Vì vậy ta làm như sau:

Tính số chu kỳ dao động từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$ :  $\frac{t_2 - t_1}{T} = n, m$ . Có 2 khả năng:

\* Nếu  $m = 0$  thì:

➢ Quãng đường đi được:  $S = n \cdot 4A$

➢ Số lần vật đi qua  $x^*$ :  $N = 2n$

\* Nếu  $m \neq 0$  thì:

➢ Quãng đường vật đi được là:  $S = n \cdot 4A + S_{\text{đu}}$

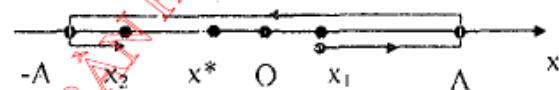
➢ Số lần vật đi qua  $x^*$  là:  $N = 2n + N_{\text{đu}}$

Đến đây, cần phải tính thêm  $S_{\text{đu}}$  và số lần  $N_{\text{đu}}$ , làm như sau:

- Thay  $t = t_1$  rồi  $t = t_2$  vào phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$  và  $v = -A \omega \sin(\omega t + \varphi)$  để biết chính xác tọa độ  $x_1, x_2$  và dấu của vận tốc  $v_1, v_2$

- Vẽ hình mô tả trạng thái  $(x_1, v_1)$  và  $(x_2, v_2)$  rồi dựa vào hình vẽ để tính  $S_{\text{đu}}$  và số lần  $N_{\text{đu}}$  vật còn đi qua  $x^*$  trong phần lẻ của chu kỳ.

Ví dụ:  $\begin{cases} x_1 > x^* > x_2 \\ v_1 > 0, v_2 > 0 \end{cases}$  ta có hình vẽ:



Bám dọc theo quỹ đạo của vật với hình vẽ này, trong phần lẻ của chu kỳ

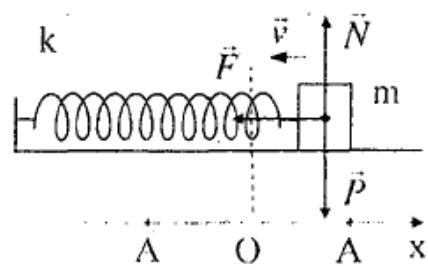
+ Số lần vật đi qua  $x^*$  được thêm 1 lần nữa

+ Quãng đường vật đi thêm được:  $S_{\text{đu}} = 2A + (A - x_1) + (A - |x_2|) = 4A - x_1 - |x_2|$ .

## 2. Con lắc lò xo

a. Dạng bài tính tần số góc, chu kì, tần số khi biết độ cứng k, khối lượng m

$$\left[ \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \right]; \left[ T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \right]; \left[ f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \right]$$



Chu kì T tỷ lệ thuận với  $\sqrt{m}$ , tỷ lệ nghịch với  $\sqrt{k}$

b. Dạng bài thay đổi khối lượng vật nặng

- Trong cùng khoảng thời gian t, hai con lắc thực hiện  $N_1$  và  $N_2$  dao động:

$$\left[ f = \frac{N}{m} = \frac{k}{m} = \omega^2 = (2\pi f)^2 = \left( \frac{2\pi N}{t} \right)^2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right]$$

$$\text{Thêm bớt khối lượng } \Delta m: \left[ \left( \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)^2 = \left( \frac{f_1}{f_2} \right)^2 = \frac{m_2}{m_1} = \frac{m_1 \pm \Delta m}{m_1} \right]$$

$$\text{Ghép hai vật: } [m_3 = m_1 + m_2 \rightarrow T_3^2 = T_1^2 + T_2^2]$$

### c. Dạng bài yêu cầu viết phương trình dao động $x = A\cos(\omega t + \phi)$ ?

Thực chất của bài toán này là đi tìm  $A$ ,  $\omega$  và  $\phi$ .

-- Tần số góc  $\omega$ : Tùy theo dữ kiện bài toán mà có thể tính khác nhau:

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} = \frac{v_{\max}}{A} = \sqrt{\frac{a_{\max}}{A}} = \frac{|a_{\max}|}{v_{\max}}}$$

-- Biên độ  $A$ :

$$\boxed{A = \sqrt{\left(\frac{v}{\omega}\right)^2 + x^2} = \sqrt{\frac{2E}{k}} = \frac{|v_{\max}|}{\omega} = \frac{|a_{\max}|}{\omega^2} = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{Chiều dài quỹ đạo}{2}}$$

-- Pha ban đầu  $\phi$ : Dựa vào điều kiện ban đầu,  $t = 0$   $\begin{cases} x_0 = A \cdot \cos \phi \\ v_0 = -A \cdot \omega \cdot \sin \phi \end{cases} \Rightarrow \phi$

**Chú ý:** + Nếu gặp bài toán cho các giá trị  $x$ ,  $v$  tại thời điểm  $t$  bất kỳ. Một trong những cách giải đơn giản là chỉ cần thay tất cả các giá trị  $t$ ,  $x$ ,  $v$  vào hệ  $\begin{cases} x = A \cos(\omega t + \phi) \\ v = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \end{cases}$ . Hệ này có ẩn duy nhất là  $\phi$ , từ đó sẽ thu được giá trị của  $\phi$ .

+ Trước khi tính  $\phi$  cần xác định rõ  $\phi$  thuộc góc phần tư thứ mấy của vòng tròn lượng giác (thường lấy  $-\pi < \phi \leq \pi$ ).

### d. Dạng bài tính chiều dài của lò xo trong quá trình vật dao động

Chiều dài tự nhiên của lò xo là  $l_0$ .

#### ♦ Khi con lắc lò xo nằm ngang:

+ Lúc vật ở VTCB, lò xo không bị biến dạng,  $\Delta l_0 = 0$

+ Chiều dài cực đại của lò xo:  $l_{\max} = l_0 + A$

+ Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{\min} = l_0 - A$

#### ♦ Khi con lắc lò xo bố trí thẳng đứng hoặc nằm nghiêng 1 góc $\alpha$ , vật treo ở dưới.

+ Độ biến dạng  $\Delta l_0$  của lò xo khi vật ở VTCB:  $\Delta l_0 = \frac{mg \cdot \sin \alpha}{k}$

Nếu đặt thẳng đứng thì  $\alpha = 90^\circ$ ,  $\sin \alpha = 1$  nên  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}$

+ Chiều dài lò xo khi vật ở VTCB:  $l_{ch} = l_0 + \Delta l_0$

+ Chiều dài ở li độ  $x$ :  $l = l_0 + \Delta l_0 + x$

+ Chiều dài cực đại của lò xo:  $l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A$

+ Chiều dài cực tiểu của lò xo:  $l_{\min} = l_0 + \Delta l_0 - A$

### e. Dạng bài tính lực hồi phục

- Đặc điểm: luôn hướng về vị trí cân bằng.
- Biểu thức tính:  $F = -kx$ , trong đó  $x$  là li độ.

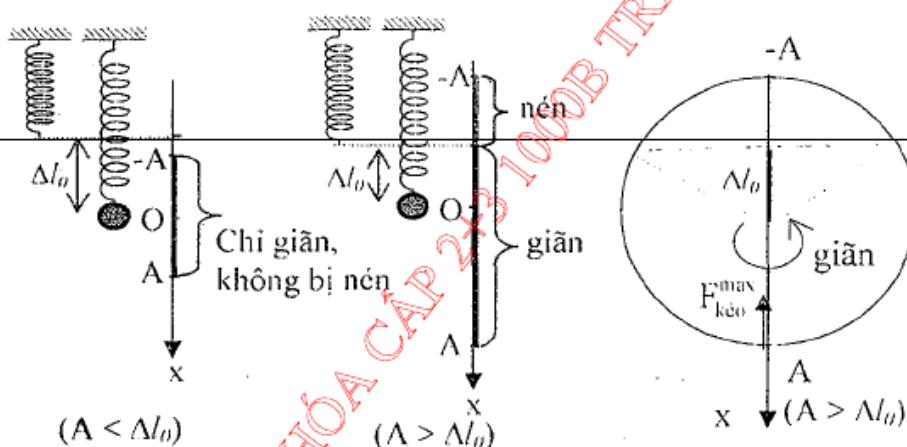
### f. Dạng bài liên quan đến lực đàn hồi. Lực đàn hồi kéo – đẩy cực đại, cực tiêu

- + Lực đàn hồi là lực đưa vật về vị trí sao cho lò xo có chiều dài tự nhiên  $\Delta l_0$ .
- + Biểu thức véc tơ:  $\vec{F} = -k(\Delta \vec{l}_0 + \vec{x})$ , trong đó  $\Delta \vec{l}_0$  là độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng.
- Nếu con lắc lò xo bô trí nằm ngang,  $\Delta l_0 = 0$ :

\* Tại vị trí cân bằng  $x = 0$ ,  $F_{dh\min} = 0$

\* Tại vị trí biên  $x_{\max} = A$ ,  $F_{dh\max} = kA$

- Nếu con lắc lò xo bô trí thẳng đứng:  $\boxed{\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}}$



#### Độ lớn lực đàn hồi cực đại.

Khi vật xuống thấp nhất  $F_{kéo\max} = k |\Delta l_0 + A|$

#### Độ lớn lực đàn hồi cực tiêu còn phụ thuộc vào độ lớn của $A$ so với $\Delta l_0$ :

Nếu  $A < \Delta l_0$ : Trong quá trình vật dao động, lò xo luôn dãn,  $F_{kéo\min} = k |\Delta l_0 - A|$

Nếu  $A > \Delta l_0$ : Trong quá trình vật dao động, lò xo ngoài dãn còn nén.

Lúc vật qua vị trí lò xo có chiều dài tự nhiên,  $F_{dh\min} = 0$ .

Khi vật lên cao nhất, lò xo nén cực đại  $F_{dày\max} = k |A - \Delta l_0|$

và vì  $F_{dày\max} = k |A - \Delta l_0| < F_{kéo\max} = k |\Delta l_0 + A|$

nên khi nói lực đàn hồi cực đại chính là nói đến lực kéo cực đại.

g. **Dạng bài liên quan đến tính thời gian lò xo nén hay giãn trong một chu kì khi vật treo ở dưới và  $\Delta t > \Delta t_0$**

Phương pháp: Chuyển về bài toán quen thuộc là tìm thời gian vật di từ vị trí  $x_1$  đến  $x_2$ . Tuy nhiên có thể tìm nhanh như sau:

$$\text{Khoảng thời gian lò xo nén } [\Delta t = 2 \frac{\alpha}{\omega}], \text{ với } [\cos \alpha = \frac{\Delta t_0}{\Delta t}]$$

Khoảng thời gian lò xo giãn là  $T - \Delta t$ .

h. **Dạng bài liên quan đến năng lượng dao động. Tính động năng, thế năng**

$$\text{Động năng vật nén: } W_d = \frac{1}{2}mv^2$$

$$\left[ W_d = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\Lambda^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}k\Lambda^2 \frac{1 + \cos 2(\omega t + \varphi)}{2} \right]$$

$$\text{Thế năng lò xo: } W_t = \frac{1}{2}kx^2 \text{ với } k = m\omega^2$$

$$\left[ W_t = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\Lambda^2 \cos^2(\omega t + \varphi) = \frac{1}{2}k\Lambda^2 \frac{1 + \cos 2(\omega t + \varphi)}{2} \right]$$

$$\text{Năng lượng: } W = W_d + W_t = W_{d\max} = \frac{1}{2}m\omega^2\Lambda^2 = W_{t\max} = \frac{1}{2}k\Lambda^2 = \text{const}$$

Tuy cơ năng không đổi nhưng động năng và thế năng đều biến thiên với:

$$\omega' = 2\omega, f' = 2f \text{ và } T' = \frac{T}{2}$$

Động năng và thế năng biến đổi qua lại cho nhau, khi động năng của con lắc có giá trị gấp  $n$  lần thế năng ta được  $(n+1)W_t = \frac{1}{2}k\Lambda^2$

$$\Rightarrow (n+1)\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\Lambda^2 \Rightarrow \left[ x = \pm \frac{\Lambda}{\sqrt{n+1}} \right], \text{ và } \left[ v = \pm \sqrt{n+1}v_{\max} \right]$$

$$\text{Ví dụ: Với } n=3 \Rightarrow x = \pm \frac{\Lambda}{2}; \text{ Với } n=\frac{1}{3} \Rightarrow x = \pm \frac{\Lambda\sqrt{3}}{2}$$

Đặc biệt, trong một chu kỳ có bốn lần  $W_d = W_t$ , khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp để  $W_d = W_t$  là  $\Delta t = \frac{T}{4}$ . Khi  $W_d = W_t$  thì  $x = \pm \frac{\Lambda}{\sqrt{2}}$ .

**Chú ý:** Từ (\*) ta có  $W_d = W - W_t = \frac{1}{2}k(\Lambda^2 - x^2)$ , biểu thức này sẽ giúp tính nhanh động năng của vật khi vật di qua vị trí  $x$ .

### i. Dạng bài liên quan đến chu kì của vật khi cắt – ghép lò xo

- Ghép lò xo. Chu kì của vật tính theo  $k_{\text{hợp}}$  qua biểu thức  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_{\text{hợp}}}}$

Nếu các lò xo mắc nối tiếp:  $\frac{1}{k_{\text{m}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$

$$\Rightarrow \text{Chu kỳ } T_m = 2\pi \sqrt{m \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n} \right)}$$

♦ Công thức tính nhanh  $\left[ \frac{1}{T_m^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2} \right]$

(  $T_1, T_2, \dots, T_n$  là chu kỳ khi ghép vật m với từng lò xo  $k_1, k_2, \dots, k_n$  ).

Nếu các lò xo mắc song song:  $k_H = k_1 + k_2 + \dots + k_n$

$$\Rightarrow \text{Chu kỳ } T_H = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_H}} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2 + \dots + k_n}}$$

♦ Công thức tính nhanh  $\left[ \frac{1}{T_H^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2} + \dots + \frac{1}{T_n^2} \right]$

- Cắt lò xo: Nếu các lò xo có độ cứng  $k_1, k_2, \dots, k_n$  có chiều dài tự nhiên  $l_1, l_2, \dots, l_n$  bắn chất giống nhau (hoặc được cắt từ cùng một lò xo ban đầu  $k_0, l_0$ ) thì:

$$k_1 l_1 = k_2 l_2 = \dots = k_n l_n$$

Vậy nếu biết  $k_0$  của một lò xo có chiều dài ban đầu  $l_0$  thì ta có thể tìm  $k'$  của một đoạn lò xo có chiều dài  $l'$  được cắt từ lò xo đó theo biểu thức  $\left[ k' = k_0 \frac{l_0}{l'} \right] \quad (k' > k)$

### k. Một số dạng bài nâng cao

#### + Kích thích dao động bằng va chạm

Bắn một vật m<sub>0</sub> với vận tốc v<sub>0</sub> vào vật M gắn với lò xo:

$$\text{- Va chạm dàn hồi: } v_M = \frac{2m_0 v_0}{m_0 + M}; \quad v_{m_0} = v_0 \frac{m_0 - M}{m_0 + M}$$

$$\text{- Va chạm mềm: } v' = \frac{m_0 v_0}{m_0 + M}$$

### + Điều kiện của biên độ dao động -

♦ Vật  $m_1$  được đặt trên vật  $m_2$  dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Để  $m_1$  luôn nằm yên trên  $m_2$  trong quá trình dao động thì

$$A \leq \frac{g}{\omega^2} = \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

♦ Vật  $m_1$  và  $m_2$  được gắn vào hai đầu lò xo đặt thẳng đứng,  $m_1$  dao động điều hoà. Để  $m_2$  luôn nằm yên trên mặt sàn trong quá trình  $m_1$

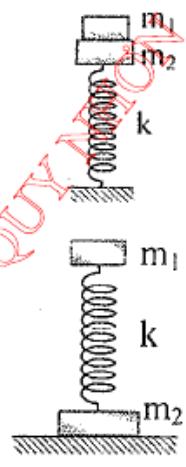
$$\text{dao động thì } A \leq \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$

♦ Vật  $m_1$  đặt trên vật  $m_2$  dao động điều hoà theo phương ngang.

Hệ số ma sát giữa  $m_1$  và  $m_2$  là  $\mu$ , bỏ qua ma sát giữa  $m_2$  và

mặt sàn. Để  $m_1$  không trượt trên  $m_2$  trong quá trình dao

$$\text{động thì } A \leq \mu \frac{g}{\omega^2} = \mu \frac{(m_1 + m_2)g}{k}$$



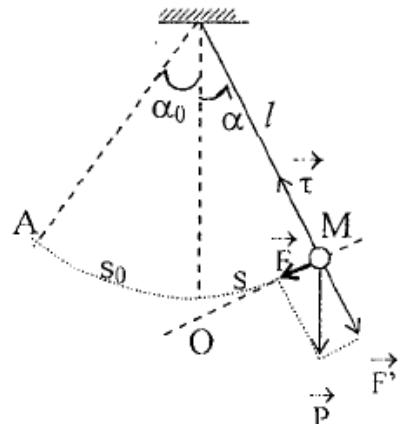
### 3. Con lắc đơn

Khi biên độ góc của con lắc nhỏ ( $\alpha_0 \leq 10^\circ$ ), dao động của vật được coi gần đúng là dao động điều hòa. Phương trình dao động có thể viết theo cung  $s = S_0 \cos(\omega t + \varphi)$  hoặc theo góc  $\alpha = \alpha_0 \cos(\omega t + \varphi)$  với  $s = l\alpha$  và  $S_0 = l\alpha_0$ .

$$S_0^2 = s^2 + \left(\frac{v}{\omega}\right)^2$$

$$\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$$

$$a = -\omega^2 s = -\omega^2 \alpha l$$



#### a. Dạng bài tính tần số góc, chu kỳ, tần số khi biết độ dài l, gia tốc g

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}, \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \quad f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}$$

Chu kỳ T con lắc tỷ lệ thuận với  $\sqrt{l}$ , tỷ lệ nghịch với  $\sqrt{g}$

#### b. Dạng bài thay đổi chiều dài dây treo l

- Trong cùng khoảng thời gian t, hai con lắc thực hiện  $N_1$  và  $N_2$  dao động

$$f = \frac{N}{t} \Rightarrow \frac{g}{l} = \omega^2 = (2\pi f)^2 = \left(\frac{2\pi N}{t}\right)^2 \Rightarrow \frac{l_2}{l_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2$$

Thay đổi chiều dài con lắc  $\left(\frac{\omega_1}{\omega_2}\right)^2 = \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \frac{l_2}{l_1} = \frac{l_1 \pm \Delta l}{l_1}$

$$l_3 = l_1 \pm l_2 \Rightarrow T_3^2 = T_1^2 \pm T_2^2$$

#### c. Dạng bài tính vận tốc vật ở li độ góc $\alpha$ bất kì

$$v_\alpha = \pm \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)}$$

Lưu ý: + Nếu  $\alpha_0 \leq 10^\circ$  thì có thể tính gần đúng:  $v_\alpha = \pm \sqrt{gl(\alpha_0^2 - \alpha^2)}$

+ khi vật qua vị trí cân bằng  $v_{vtcb} = v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos\alpha_0)}$

Và nếu  $\alpha_0 \leq 10^\circ$  thì  $v_{max} = \alpha_0 \sqrt{gl} = \omega S_0$

#### d. Dạng bài tính lực căng dây ở li độ góc $\alpha$ bất kì

$$\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$$

Lưu ý: Khi qua vị trí cân bằng:  $\alpha = 0 \Rightarrow \cos\alpha = 1 \Rightarrow \tau_{max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$

Khi đến vị trí biên:  $\alpha = \pm\alpha_0 \Rightarrow \cos\alpha = \cos\alpha_0 \Rightarrow \tau_{min} = mg\cos\alpha_0$

Nếu  $\alpha_0$  nhỏ thì có thể viết:  $\tau_c = mg(l - 1.5\alpha^2 + \alpha_0^2)$

$$\Rightarrow \tau_{max} = mg(1 + \alpha_0^2) \text{ và } \tau_{min} = mg(1 - \frac{\alpha_0^2}{2})$$

#### e. Dạng bài liên quan đến năng lượng dao động. Tính động năng, thế năng

Động năng:  $E_d = \frac{1}{2}mv_\alpha^2 = mgl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$

Thế năng:  $E_{ta} = mgh_\alpha = mgl(1 - \cos\alpha)$  Với  $h_\alpha = l(1 - \cos\alpha)$

(Chọn mốc thế năng khi vật ở vị trí cân bằng)

Cơ năng:  $E = E_d + E_t = mgl(1 - \cos\alpha_0) = E_{dmax} = E_{tmax}$

Do  $\alpha_0$  nhỏ nên cơ năng có thể viết:

$$E = \frac{1}{2}m\omega^2 S_0^2 = \frac{1}{2} \frac{mg}{\ell} S_0^2 = \frac{1}{2}mg\ell\alpha_0^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 \ell^2 \alpha_0^2$$

#### f. Dạng bài liên quan đến biến thiên chu kỳ nhỏ của con lắc đơn

$$\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R} \quad (*)$$

Với  $dT$ ,  $dl$ ,  $dg$ ,  $dt$ ,  $dh$  là các **biến thiên nhỏ** của chu kỳ, chiều dài, gia tốc, nhiệt độ, độ cao. Giá trị  $\frac{dT}{T}$  phụ thuộc vào 5 số hạng

+  $\frac{d\ell}{2\ell}$  là do cắt ghép cơ học (nối dài thêm hoặc cắt bớt đi)

+  $\frac{dg}{2g}$  là do thay đổi vị trí

+  $\frac{\alpha \cdot dt}{2}$  là do thay đổi nhiệt độ

+  $\frac{dh_{\text{cao}}}{R}$  là do thay đổi độ cao

+  $\frac{dh_{\text{sâu}}}{2R}$  là do thay đổi độ sâu

Dùng biểu thức (\*) để tính nhanh với chú ý rằng, đại lượng nào không thay đổi thì biến thiên của nó bằng 0.

Chẳng hạn, nếu không có biến thiên độ cao, độ sâu thì  $dh_{\text{cao}} = 0$  và  $dh_{\text{sâu}} = 0$ ,

lúc đó  $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} + \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2}$ .

#### g. Dạng bài liên quan đến sự nhanh chậm của đồng hồ quả lắc

Nếu  $T_s > T_d$ , đồng hồ chạy chậm lại.

Nếu  $T_s < T_d$ , đồng hồ chạy nhanh lên.

Trong những trường hợp có biến thiên nhỏ, để giải nhanh ta dùng công thức tổng

quát: 
$$\left| \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} + \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{sâu}}}{2R} \right|$$

#### h. Dạng bài liên quan đến sự trùng phùng của hai con lắc

Hai con lắc dao động với chu kỳ khác nhau  $T_1$  và  $T_2$ , giả sử  $T_1 > T_2$ . Khi vật nặng của hai con lắc cùng qua vị trí cân bằng và chuyển động cùng chiều thì ta nói xảy ra trùng phùng. Khoảng thời gian t giữa hai lần trùng phùng liên tiếp được xác định theo biểu thức  $[t = nT_1 - (n+1)T_2]$ . Dựa vào biểu thức này ta sẽ làm được các dạng bài toán sau:

Nếu bài toán cho  $T_1$  và  $T_2$  ta sẽ tìm được số dao động n và  $(n+1)$  của 2 con lắc trong khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp và tính được thời gian t.

- Nếu bài toán cho t và  $T_1$  ta sẽ cũng tìm được n và  $T_2$ .

### i. Dạng bài liên quan đến con lắc đơn chịu thêm ngoại lực

Khi con lắc đơn chịu thêm các lực khác như lực điện trường, lực từ, lực quán tính..., lúc này con lắc đơn sẽ dao động với chu kì mới và có thể có vị trí cân bằng mới.

– Vị trí cân bằng mới có phương dây treo trùng với phương của trọng lực hiệu dụng

$$\vec{P}_{hd} = \vec{P} + \vec{F}$$

– Chu kì mới  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g'}}$ . Trong đó  $g'$  là gia tốc hiệu dụng:  $\bar{g}' = \bar{g} + \bar{a}$ .

\* **Lực điện trường** khi vật nặng nhiễm điện q đặt trong điện trường E.

+ Điện trường thẳng đứng:

$$\text{Nếu } \vec{F} \uparrow \uparrow \vec{P}; P_1 = P + F; \left(\frac{T_1}{T_0}\right)^2 = \frac{g_1}{g_0} = \frac{P}{P+F}$$

$$\vec{F} \uparrow \downarrow \vec{P}; P_2 = P - F; \left(\frac{T_2}{T_0}\right)^2 = \frac{g_2}{g_0} = \frac{P}{P-F}$$

+ Điện trường nằm ngang:

$$g' = \frac{P'}{m} = \frac{\sqrt{P^2 + F^2}}{m} = \sqrt{g^2 + \left(\frac{qE}{m}\right)^2}$$

\* **Lực quán tính** khi con lắc đặt trong thang máy hoặc trên xe chuyển động có gia tốc a. Ngoài trọng lực P vật còn chịu thêm lực quán tính  $\vec{F}_q = -ma$ .

+ Chuyển động nhanh dần đều  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{v}$  (v có hướng chuyển động)

+ Chuyển động chậm dần đều  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{v}$

• Nếu đặt trong thang máy  $\Rightarrow g' = g \pm a$ ;

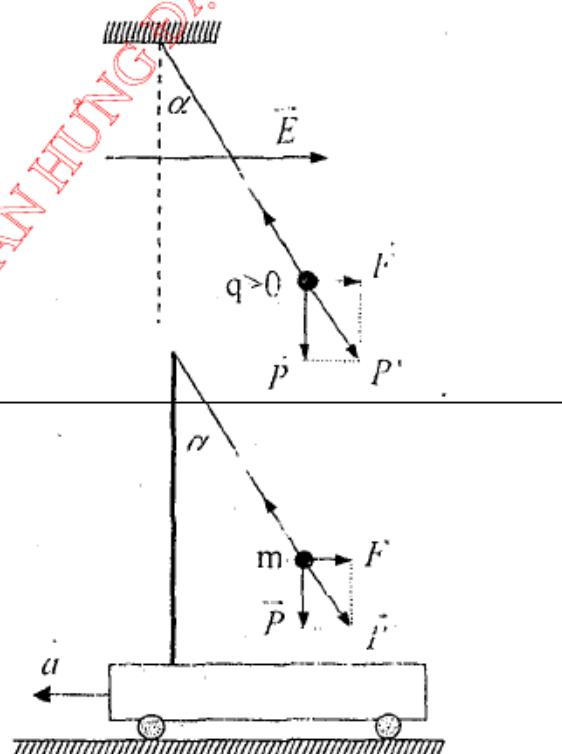
• Nếu đặt trong ô tô chuyển động ngang  $\Rightarrow g' = \sqrt{g^2 + a^2}$

\* **Lực dây Acsimét**  $\vec{F}$  luôn thẳng đứng hướng lên khi bài toán tính đến lực này, biểu thức tính  $F = DgV$

Ở đó: D là khối lượng riêng của chất lỏng hay chất khí.

V là thể tích của phần chất lỏng hay chất khí bị vật nặng chiếm chỗ.

Trong trường hợp này  $g' = g - a$  với  $a = \frac{1}{m}$ .



## B. VÍ DỤ MINH HOẠ

Câu 1: Dao động của con lắc đơn là một dao động tuần hoàn. Biết rằng mỗi phút con lắc thực hiện 360 dao động. Tần số dao động của con lắc là

- A.  $\frac{1}{6}$  Hz.      B. 6 Hz.      C. 60 Hz.      D. 120 Hz.

Hướng dẫn:

$$\text{Từ } f = \frac{\text{số dao động}}{\text{khoảng thời gian (s)}} = \frac{N}{t} = \frac{360}{60} = 6 \text{ Hz} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

Câu 2: Một vật dao động điều hòa có các đặc điểm sau:

- Khi đi qua vị trí có tọa độ  $x_1 = 8 \text{ cm}$  thì vật có vận tốc  $v_1 = 12 \text{ cm/s}$ .
- Khi có tọa độ  $x_2 = -6 \text{ cm}$  thì vật có vận tốc  $v_2 = 16 \text{ cm/s}$ .

Tần số góc và biên độ của dao động điều hòa trên lần lượt là

- |   |   |
|---|---|
| A. $\omega = 2 \text{ rad/s}$ , $A = 10 \text{ cm}$ . | B. $\omega = 10 \text{ rad/s}$ , $A = 2 \text{ cm}$ . |
| C. $\omega = 2 \text{ rad/s}$ , $A = 20 \text{ cm}$ . | D. $\omega = 4 \text{ rad/s}$ , $A = 10 \text{ cm}$ . |

Hướng dẫn:

$$\text{Từ } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow \begin{cases} A^2 = 8^2 + \frac{12^2}{\omega^2} \\ A^2 = (-6)^2 + \frac{16^2}{\omega^2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \omega = 2 \text{ rad/s} \\ A = 10 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 3: Vật dao động điều hòa với phương trình  $x = 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)}$ . Hỏi gốc

thời gian đã được chọn lúc vật có trạng thái chuyển động như thế nào?

- A. Đi qua tọa độ  $x = 2 \text{ cm}$  và chuyển động theo chiều dương trục Ox.
- B. Đi qua tọa độ  $x = -2 \text{ cm}$  và chuyển động ngược chiều dương trục Ox.
- C. Đi qua tọa độ  $x = 2 \text{ cm}$  và chuyển động ngược chiều dương trục Ox.
- D. Đi qua tọa độ  $x = -2 \text{ cm}$  và chuyển động theo chiều dương trục Ox.

Hướng dẫn:

$$\text{Từ } x = 4\cos\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)} \Rightarrow v = -40\pi\sin\left(10\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm/s)}$$

$$\text{Tại } t = 0, \text{ ta có } \begin{cases} x_0 = 4\cos\frac{\pi}{3} = 2 \text{ cm} \\ v_0 = -40\pi\sin\frac{\pi}{3} < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

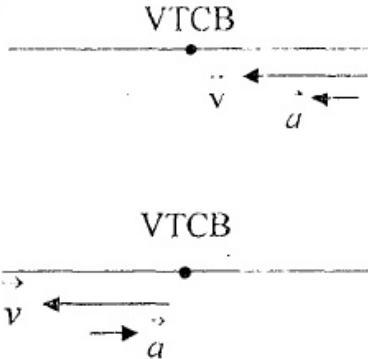
**Kinh nghiệm:** Để biết vị trí ban đầu  $x_0$ , bắt buộc ta phải thay  $t = 0$  vào phương trình  $x$ . Nhưng để biết dấu của  $v_0$ , không nhất thiết phải viết phương trình vận tốc  $v$  rồi thay  $t = 0$  vào như trên, mà chỉ cần nhìn vào giá trị của pha ban đầu  $\phi$ . Vì  $x$  viết dưới dạng hàm cosin nên nếu pha ban đầu rơi vào góc phần tư thứ nhất hoặc thứ hai của vòng tròn lượng giác thì  $v_0 < 0$ . Nếu là góc thứ 3 hoặc thứ 4 thì  $v_0 > 0$ .

**Câu 4:** Chọn phát biểu đúng khi vật dao động điều hòa.

- A. Vectơ vận tốc  $\vec{v}$ , vectơ gia tốc  $\vec{a}$  của vật là các vectơ không đổi.
- B. Vectơ vận tốc  $\vec{v}$  và vectơ gia tốc  $\vec{a}$  đổi chiều khi vật qua vị trí cân bằng.
- C. Vectơ vận tốc  $\vec{v}$  và vectơ gia tốc  $\vec{a}$  cùng chiều chuyển động của vật.
- D. Vectơ vận tốc  $\vec{v}$  hướng cùng chiều chuyển động, vectơ gia tốc  $\vec{a}$  hướng về vị trí cân bằng.

**Hướng dẫn:**

- + Vì  $v$  và  $a$  đều phụ thuộc vào thời gian  $\Rightarrow$  độ lớn của chúng thay đổi  $\Rightarrow$  phương án A sai.
- Vật chuyển động theo chiều nào, chiều của véc tơ vận tốc  $\vec{v}$  theo chiều đó.
- Khi vật đi từ biên về vị trí cân bằng, chuyển động của vật nhanh dần, lúc này véc tơ gia tốc  $\vec{a}$  và véc tơ vận tốc  $\vec{v}$  cùng chiều.
- Khi vật đi từ vị trí cân bằng ra ngoài biên, chuyển động của vật chậm dần, lúc này véc tơ gia tốc  $\vec{a}$  và véc tơ vận tốc  $\vec{v}$  ngược chiều.
- + Theo hình vẽ  $\Rightarrow$  khi qua vị trí cân bằng, véc tơ vận tốc  $\vec{v}$  không đổi chiều, nhưng véc tơ gia tốc  $\vec{a}$  đã đổi chiều. Căn cứ vào 2 hình vẽ trên ta thấy chiều của  $\vec{a}$  luôn hướng về vị trí cân bằng, hai véc tơ  $\vec{a}$  và  $\vec{v}$  có thể cùng hoặc ngược chiều nhau. Từ đó suy ra cả B và C sai, còn lại D đúng  $\Rightarrow$  Chọn D.



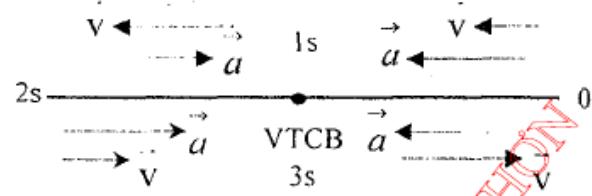
**Câu 5:** Một chất điểm dao động điều hòa theo phương trình  $x = 4 \cos \frac{\pi}{2}t$  (cm). Để các vectơ  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$  cùng với chiều dương trục Ox thì thời điểm  $t$  phải thuộc khoảng

- A.  $1s < t < 2s$ .
- B.  $2s < t < 3s$ .
- C.  $0 < t < 1s$ .
- D.  $3s < t < 4s$ .

**Hướng dẫn:**

$$+ T = \frac{2\pi}{\omega} = 4s$$

+ Tại  $t = 0$ , ta có  $x_0 = 4\cos 0 = 4$  cm.



nghĩa là vật xuất phát từ vị trí biên dương, vậy đến thời điểm  $\frac{T}{4} = 1s$  vật về đến VTCB, thời điểm  $\frac{T}{2} = 2s$  vật đến biên âm, thời điểm  $\frac{3T}{4} = 3s$  vật lại qua VTCB và

đến thời điểm 4s (sau 1 chu kì) vật lặp lại vị trí ban đầu.

+ Để các vectơ  $\vec{v}$ ,  $\vec{a}$  cùng với chiều dương trục Ox thì thời điểm  $t$  phải thuộc khoảng  $2s < t < 3s$  như hình vẽ  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 6:** Kết luận nào dưới đây là đúng với dao động điều hòa?

- A. Lí độ và vận tốc trong dao động điều hòa luôn ngược pha với nhau.
- B. Lí độ và gia tốc trong dao động điều hòa luôn ngược pha với nhau.**
- C. Vận tốc và gia tốc trong dao động điều hòa luôn cùng pha với nhau.
- D. Vận tốc và gia tốc trong dao động điều hòa luôn ngược pha với nhau.

**Hướng dẫn:**

Để so sánh pha của chúng, cần phải viết chúng cùng hàm sin hoặc hàm cosin. Nếu

$$x = A \cos(\omega t + \varphi) \text{ thì } v = -A\omega \sin(\omega t + \varphi) = -\omega A \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{và } a = v' = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi + \pi)$$

Như vậy: Gia tốc  $a$  ngược pha với li độ  $x$ . Vận tốc  $v$  vuông pha với cả  $x$  và  $a$ . Mặc dù  $v$  nhanh hơn  $x$  nhưng chậm pha so với  $a$  góc  $\frac{\pi}{2}$   $\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 7:** Một vật dao động điều hoà với chu kì  $T = 2s$ , lấy  $\pi^2 = 10$ . Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$  vật có gia tốc  $a = -0,1 \text{ m/s}^2$ , vận tốc  $v = -\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$

B.  $x = 2 \cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm}$

C.  $x = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$

D.  $x = 2 \cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) \text{ cm}$

### Hướng dẫn:

Giả sử phương trình dao động có dạng  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

$$\text{Có: } \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi \text{ rad/s}$$

$$\begin{aligned} \text{Tại } t = 0, \text{ có: } & \begin{cases} v = -A\omega \sin \varphi = -\pi\sqrt{3} \text{ cm/s} \\ a = -A\omega^2 \cos \varphi = -10 \text{ cm/s}^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \sin \varphi = \frac{\pi\sqrt{3}}{\omega} = \sqrt{3} \quad (1) \\ A \cos \varphi = \frac{10}{\omega^2} = 1 \quad (2) \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Lấy (1) chia cho (2) ta được: } & \tan \varphi = \sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{\pi}{3} \\ \varphi = \frac{2\pi}{3} \end{cases} \end{aligned}$$

Kết hợp với (1), do  $A > 0$  nên  $\sin \varphi > 0$

→ Chỉ lấy  $\varphi = \frac{\pi}{3}$ . Với giá trị này ta được  $A = 2 \text{ cm}$ .

Cuối cùng, phương trình dao động của vật là:  $x = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

Sau bài toán trên, vẫn đề tiếp theo là ta sẽ làm như thế nào khi gặp bài toán kiểu như: Một chất diêm dao động điều hòa có tần số dao động  $f = 1 \text{ Hz}$ , biết rằng tại thời điểm ban đầu vật qua li độ  $+5 \text{ cm}$  theo chiều dương với tốc độ  $10\pi \text{ cm/s}$ . Tìm gia tốc, vận tốc của vật tại thời điểm  $t = 3 \text{ s}$ ?

(Gợi ý: Tất nhiên ta sẽ viết phương trình  $x$  như trên trước, sau đó suy ra phương trình  $a$  và  $v$  rồi thay  $t$  vào)

**Câu 8:** Một chất diêm M chuyển động tròn đều với tốc độ  $0.75 \text{ m/s}$  trên đường tròn có đường kính bằng  $0.5 \text{ m}$ . Hình chiếu  $M'$  của diêm M lên đường kính của đường tròn dao động điều hòa. Biết rằng tại thời điểm ban đầu,  $M'$  đi qua vị trí cân bằng theo chiều âm. Tại thời điểm  $t = 8 \text{ s}$  hình chiếu  $M'$  qua li độ

- A.  $-10.17 \text{ cm}$  theo chiều dương.
- B.  $-22.64 \text{ cm}$  theo chiều âm.
- C.  $22.64 \text{ cm}$  theo chiều dương.
- D.  $22.64 \text{ cm}$  theo chiều âm.

### Hướng dẫn:

$$\text{Ta có: } \omega = \frac{v}{R} = \frac{0.75}{0.25} = 3 \text{ rad/s}$$

Phương trình dao động của vật  $x = 25 \cos\left(3t + \frac{\pi}{2}\right)$  cm

Tại  $t = 8$  s thì:  $\begin{cases} x = 25 \cos\left(3.8 + \frac{\pi}{2}\right) = 22,64 \text{ cm} \\ v = -25 \cdot 3 \sin\left(3.8 + \frac{\pi}{2}\right) < 0 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

**Câu 9:** Một vật dao động trên trục Ox với phương trình  $x = 4 \cos\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$  cm.

Khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí  $x = 2$  cm đến vị trí có giá tốc  $a = -8\sqrt{2}$  cm/s<sup>2</sup> là

- A.  $\frac{\pi}{24}$  s.      B.  $\frac{\pi}{2.4}$  s.      C.  $2.4\pi$  s.      D.  $24\pi$  s.

### Phân tích và hướng dẫn giải:

Theo biểu thức  $a = -\omega^2 x \Rightarrow$  khi vật có giá tốc  $a = -8\sqrt{2}$  cm/s<sup>2</sup> thì vật qua li độ

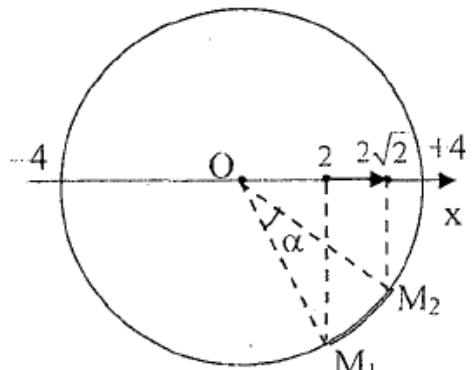
$$x = -\frac{a}{\omega^2} = -\frac{-8\sqrt{2}}{2^2} = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$

$\Rightarrow$  Bài toán lúc này chuyển thành bài toán cơ bản là tìm khoảng thời gian ngắn nhất để vật đi từ vị trí  $x_1 = 2$  cm đến vị trí  $x_2 = 2\sqrt{2}$  cm. Có 3 cách giải đơn giản cho bài toán này:

**Cách 1:** Dùng vòng tròn, đánh dấu các vị trí và vẽ cung  $M_1 M_2$  tương ứng

Dễ dàng thấy rằng cung  $M_1 M_2$  chắn góc ở tâm  $\alpha = \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{12}$

$$\text{Vậy } t = \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi}{24} \text{ s} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$



**Cách 2:**

$$t_{2 \rightarrow 2\sqrt{2}} - t_{0 \rightarrow 2} = t_{0 \rightarrow 2\sqrt{2}} - t_{0 \rightarrow 2} = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x_2|}{A} - \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{|x_1|}{A} = \frac{1}{\omega} \left( \arcsin \frac{|x_2|}{A} - \arcsin \frac{|x_1|}{A} \right)$$

$$t_{2 \rightarrow 2\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \left( \arcsin \frac{2\sqrt{2}}{4} - \arcsin \frac{2}{4} \right) = \frac{\pi}{24} \text{ s}$$

Cách 3: Nhận thấy  $2 = \frac{4}{2} = \frac{A}{2}$  và  $2\sqrt{2} = \frac{4\sqrt{2}}{2} = \frac{A\sqrt{2}}{2}$  nên

$$t_{\frac{A}{2} \rightarrow \frac{A\sqrt{2}}{2}} = t_{0 \rightarrow \frac{A\sqrt{2}}{2}} - t_{0 \rightarrow \frac{A}{2}} = \left( \frac{T}{8} - \frac{T}{12} - \frac{T}{24} \right) \frac{2\pi/\omega}{24} = \frac{2\pi/2}{24} = \frac{\pi}{24} \text{ s}$$

☞ **Chú ý:** Bài toán nêu trên chỉ là bài toán tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật nhận gia tốc nào đó, để giải quyết nó, tôi đã chuyên nó về bài toán cơ bản là tìm khoảng thời gian để vật đi từ li độ  $x_1$  đến  $x_2$ , sau đó dùng 1 trong 3 cách để tìm thời gian. Các em cảm thấy hợp với cách tính nào thì hãy chọn cho mình cách tính đó, và nhớ rằng, dạng bài toán thời gian nêu trên là rất quan trọng, cần quan tâm và làm thành thạo để có thể làm được các dạng mở rộng khác về sau như:

- Tìm khoảng thời gian từ lúc bắt đầu khảo sát dao động đến khi vật nhận vận tốc hay gia tốc nào đó lần thứ n.
- Tìm vận tốc hay tốc độ trung bình trên một quỹ đạo chuyển động xác định.
- Tìm khoảng thời gian mà lò xo nén, giãn trong 1 chu kì chuyển động.
- Tìm khoảng thời gian mà bóng đèn sáng, tối trong 1 chu kì hay trong 1 khoảng thời gian nào đó.
- Tìm khoảng thời gian mà tu điện C phóng hay tích điện từ giá trị q\_1 đến q\_2.
- Các bài toán ngược liên quan đến khoảng thời gian, vv...

Về dạng bài toán tìm thời điểm như đang g đã trình bày ở phần lí thuyết, dễ hiểu, ta xét ví dụ với nhiều tình huống giả định sau: Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Tìm thời điểm:

- + Vật đạt gia tốc cực đại lần 2.
- + Vật qua tọa độ  $x = 2,5\sqrt{2}$  cm lần thứ 2012.
- + Vật qua tọa độ  $x = -2,5\sqrt{2}$  cm lần thứ 2013.
- + Vật qua tọa độ  $x = -2,5\sqrt{2}$  cm theo chiều dương lần thứ 2014.
- + Vật cách VTCB một khoảng  $2,5\sqrt{2}$  cm lần thứ 2015.

**Hướng dẫn:** Việc đầu tiên ta phải biết ở thời điểm ban đầu, vật qua tọa độ nào và chuyển động theo chiều nào? Muốn vậy ta chỉ cần thay  $t = 0$  vào phương trình của

x và v, ta có ngay:  $\begin{cases} x_0 = 2,5 \\ v_0 = 10\pi\sqrt{3} > 0 \end{cases}$

Tức là tại  $t = 0$  vật qua tọa độ 2,5 cm theo chiều dương như hình vẽ.

+ Với ý thứ nhất: Vật đạt giá tốc cực đại lần 2.

Vì giá tốc  $a = -\omega^2 x \Rightarrow$  Giá tốc đạt cực đại khi:  $x = \pm A = \pm 5 \text{ cm}$

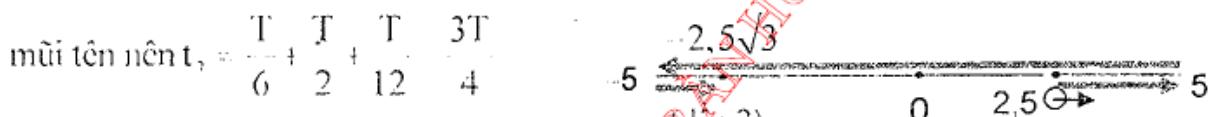
Căn cứ vào chiều chuyển động ban đầu, vị trí biên  $x = +5$  giá tốc sẽ cực đại lần thứ nhất, chờ đến biên  $x = -5$  giá tốc sẽ cực đại lần thứ hai. Theo hình vẽ, thời điểm cần tìm là khoảng thời gian để vật đi hết 2 phần mũi tên nên ta có:

$$t = t_{2.5 \rightarrow 5} + t_{5 \rightarrow -5} = \frac{T}{6} + \frac{T}{2} + \frac{2T}{3} + \frac{2.0.5}{3} = \frac{1}{3} \text{ s}$$

+ Với ý thứ hai: Vật qua tọa độ  $x^* = -2.5\sqrt{2} \text{ cm}$  lần thứ 2012.

Vì 2012 là số chẵn nên ta có:  $t_{2012} = t_2 + \frac{2012-2}{2}T$ . Với  $t_2$  là khoảng thời gian từ

vị trí ban đầu đến tọa độ  $x^* = -2.5\sqrt{2} \text{ cm}$  lần thứ hai, theo hình vẽ, nó gồm 3 phần

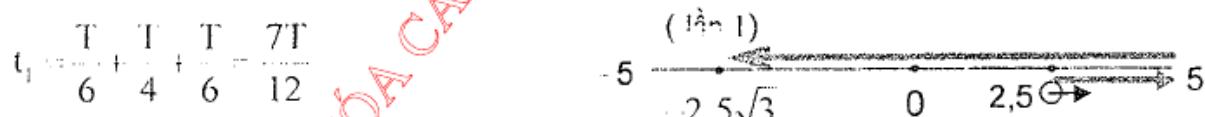


$$\text{Vậy } t_{2012} = \frac{3T}{4} + 1005T = \frac{4023T}{8} = 502.875 \text{ s}$$

+ Với ý thứ ba: Vật qua tọa độ  $x^* = -2.5\sqrt{2} \text{ cm}$  lần thứ 2013.

Vì 2013 là số lẻ nên ta có:  $t_{2013} = t_1 + \frac{2013-1}{2}T$ . Với  $t_1$  là khoảng thời gian từ vị trí

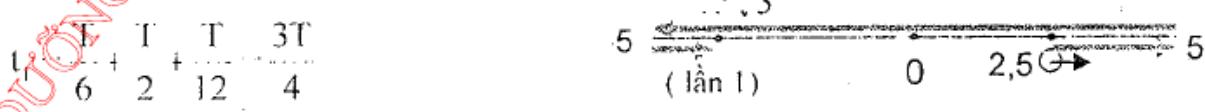
ban đầu đến tọa độ  $x^* = -2.5\sqrt{2} \text{ cm}$  lần thứ nhất. Theo hình vẽ ta có



$$\text{Vậy } t_{2013} = \frac{7T}{12} + 1006T = \frac{12079T}{24} = 503.29 \text{ s}$$

+ Với ý thứ tư: Vật qua tọa độ  $x^* = 2.5\sqrt{2} \text{ cm}$  theo chiều dương lần thứ 2014.

Ta có:  $t_{2014} = t_1 + (2014-1)T$ . Với  $t_1$  là khoảng thời gian từ vị trí ban đầu đến tọa độ  $x^* = 2.5\sqrt{2} \text{ cm}$  vật đang chuyển động theo chiều dương lần thứ nhất. Theo hình vẽ ta có



$$\text{Vậy } t_{2014} = \frac{3T}{4} + 2013T = \frac{8055T}{8} = 1006.875 \text{ s}$$

+ Với ý thứ năm: Vật cách VTCB một khoảng  $2.5\sqrt{2}$  cm lần thứ 2015.

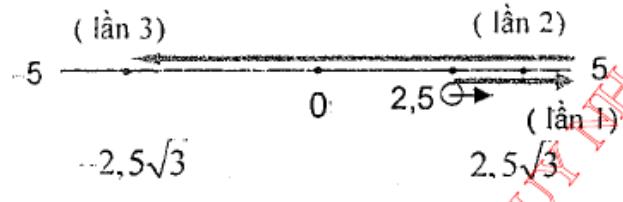
Vì  $\frac{2015}{4} = 503$  dư 3 nên ta có:

$$t_{2015} = t_3 + 503T$$

Theo hình vẽ thì

$$t_3 = \frac{T}{6} + \frac{T}{4} + \frac{T}{6} = \frac{7T}{12}$$

$$\text{Vậy } t_{2015} = \frac{7T}{12} + 503T = \frac{6043T}{12} = \frac{6043}{24} \text{ s} = 251,79 \text{ s}$$



• Từ những câu hỏi nền tảng trên, chúng ta sẽ làm được các câu hỏi mở rộng khác như tìm thời điểm động năng bằng thế năng lần thứ 2016, v.v...

• Rõ ràng nhớ được công thức thì tính sẽ nhanh, rất tốt cho thi trắc nghiệm, nhưng để không phải nhớ nhiều và hiểu được bản chất hơn, nên dùng phương pháp vòng tròn hay dùng phương pháp lượng giác như trong sách Cẩm nang ôn luyện thi đại học môn vật lý đã trình bày.

**Câu 10:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5 \cos(4\pi t - \frac{\pi}{3})$  cm. Tại thời điểm  $t_1$ , vật có li độ  $2.5\sqrt{2}$  cm và đang có xu hướng giảm. Li độ của vật sau thời điểm đó  $7/48$ s là

- A.  $2.5$  cm.    B.  $2.5\sqrt{2}$  cm.    C.  $2.5\sqrt{3}$  cm.    D.  $2.5$  cm.

**Hướng dẫn:**

+ Tại thời điểm  $t_1$  ta có:  $x_1 = 5 \cos\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) = 2.5\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{4} \\ \left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{4} \end{cases}$

Do vật đang ở tọa độ dương, tọa độ lại có xu hướng giảm nên vật sẽ đi ngược chiều dương của hệ trục tọa độ, tức là  $v < 0$ . Mà  $v = -20\pi \sin\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right)$  nên

trong 2 nghiệm ở trên, chỉ có  $\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\pi}{4}$  là làm cho  $v < 0$ .

+ Tại  $t_2 = t_1 + \frac{7}{48}$  thì:  $x_2 = 5 \cos\left[4\pi\left(t_1 + \frac{7}{48}\right) - \frac{\pi}{3}\right] = 5 \cos\left[4\pi t_1 + \frac{7\pi}{12} - \frac{\pi}{3}\right]$

hay  $x_2 = 5 \cos\left[\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right) + \frac{7\pi}{12}\right] = 5 \cos\left[\frac{\pi}{4} + \frac{7\pi}{12}\right] = 5 \cos\frac{5\pi}{6} = -2.5\sqrt{3}$  cm

Chọn C.

**Chú ý:** Có thể chọn nghiệm của  $\left(4\pi t_1 - \frac{\pi}{3}\right)$  ở trên khi căn cứ vào vòng tròn lượng giác, chỉ có giá trị ban đầu  $\frac{\pi}{4}$  là thỏa mãn vì theo thời gian, góc pha này sẽ tăng, làm giá trị của hàm cosin giảm, từ đó li độ x sẽ giảm.

**Câu 11:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình  $x = 5 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  cm. Trong khoảng thời gian 1,2 s đầu tiên vật qua vị trí  $2,5\sqrt{2}$  cm bao nhiêu lần?

A. 5.

B. 7.

C. 4.

D. 6.

**Hướng dẫn:**

Vật qua tọa độ  $2,5\sqrt{2}$  cm vào các thời điểm t thỏa mãn phương trình:

$$5 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = 2,5\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} \left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi \\ \left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{4} + 2m\pi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{7}{48} + \frac{k}{2} \\ t = \frac{1}{48} + \frac{m}{2} \end{cases}$$

Vì chỉ xét cho 1,2s đầu nên  $0 \leq t \leq 1,2 \Rightarrow \begin{cases} -0,29 \leq k \leq 2,1 \\ -0,04 \leq m \leq 2,35 \end{cases}$

Mặt khác k, m chỉ nhận các giá trị nguyên nên:  $\begin{cases} k = 0; 1; 2 \\ m = 0; 1; 2 \end{cases}$

Có tất cả 6 giá trị của k và m nên số lần đi qua là 6  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Chú ý:** Như vậy bài toán trên là giải theo phương trình lượng giác thuận túy. Bạn đọc cũng có thể giải nhanh bài toán trên bằng phương pháp đồ thị hoặc phương pháp vẽ vòng tròn. Nếu gặp bài toán yêu cầu tìm cà quãng đường và số lần đi qua ta cũng có thể giải góp như sau:

**Ví dụ:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình

$$x = 6 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm). Từ thời điểm } t_1 = \frac{2}{3} \text{ s đến thời điểm } t_2 = \frac{37}{12} \text{ s, hãy tính}$$

quãng đường vật đi được và cho biết số lần vật đi qua tọa độ  $x^* = -1$  cm.

$$\text{Giải: } V \frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{12 - 3}{2\pi} = \frac{29}{6} = 4,83 \text{ nên trong khoảng thời gian này, vật thực}$$

$$\frac{37}{4\pi}$$

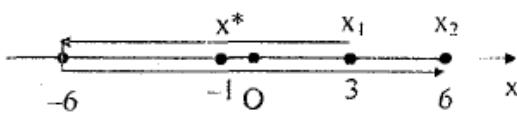
hiện được hơn 4 chu kỳ, ta có thể viết:  $(t_2 - t_1) = 4T + t_{\text{đư}}$

Suy ra: quãng đường vật đi được  $S = 4.4A + S_{\text{đư}}$  (vì cứ 1T thì  $S = 4A$ )

và số lần vật đi qua  $x^*$  là  $N = 2.4 + N_{\text{đư}}$  (vì cứ 1T thì đi qua 2 lần)

+ Thay  $t_1$  và  $t_2$  vào các phương trình  $x$  và  $v$  ta biết được  $\begin{cases} x_1 = 3 \text{ cm} \\ v_1 < 0 \end{cases}$  và

$$\begin{cases} x_2 = 6 \text{ cm} \\ v_2 = 0 \end{cases}$$



+ Qua hình vẽ ta thấy  $S_{\text{đu}} = 3 + 6 + 6 + 6 = 21 \text{ cm}$  và  $N_{\text{đu}} = 2$

Cuối cùng thu được kết quả bài toán:  $S = 4.4A + S_{\text{đu}} = 4.4.6 + 21 = 117 \text{ cm}$

Và số lần vật đi qua tọa độ  $x^* = -1 \text{ cm}$  là  $N = 2.4 + N_{\text{đu}} = 2.4 + 2 = 10$

**Ví dụ khác:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình:

$$x = 5 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right) \text{ cm}. \quad \text{Quãng đường vật đi được và số lần vật qua vị trí } x^* = 3 \text{ cm}$$

theo chiều âm từ thời điểm  $t_1 = 2 \text{ s}$  đến thời điểm  $t_2 = \frac{26,5}{3} \text{ s}$  là bao nhiêu?

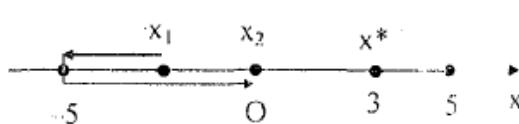
$$\text{Giải: Vì } \frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{\frac{26,5}{3} - 2}{\frac{2\pi}{\pi}} = 3,41 \text{ nên có thể viết } (t_2 - t_1) = 3.T + t_{\text{đu}}$$

Suy ra: quãng đường vật đi được  $S = 3.4A + S_{\text{đu}}$

và số lần vật đi qua  $x^*$  theo chiều âm là  $N = 1.3 + N_{\text{đu}}$  (vì cứ 1T thì đi qua 1 lần)

+ Thay  $t_1$  và  $t_2$  vào các phương trình  $x$  và  $v$  ta biết được  $\begin{cases} x_1 = -2,5 \text{ cm} \\ v_1 < 0 \end{cases}$

và  $\begin{cases} x_2 = 0 \text{ cm} \\ v_2 > 0 \end{cases}$



+ Qua hình vẽ ta thấy  $S_{\text{đu}} = (A - |x_1|) + A = 2,5 + 5 = 7,5 \text{ cm}$  và  $N_{\text{đu}} = 0$

Cuối cùng thu được kết quả bài toán:  $S = 3.4A + S_{\text{đu}} = 3.4.5 + 7,5 = 67,5 \text{ cm}$

và số lần vật đi qua tọa độ  $x^* = 3 \text{ cm}$  theo chiều âm  $N = 2.3 + N_{\text{đu}} = 1.3 + 0 = 3$

**Bài tập cần sự tư duy:** Một chất diem dao động điều hoà có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp là  $t_1 = 2,3 \text{ s}$  và  $t_2 = 3 \text{ s}$ . Tính từ thời điểm ban đầu ( $t = 0$ ) đến thời điểm  $t_2$ , chất diem đã đi qua vị trí cân bằng theo một chiều nào đó được bao nhiêu lần?

**Câu 12:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình  $x = 6 \cos\left(3\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  cm. So sánh trong những khoảng thời gian  $\frac{T}{4}$  như nhau, quãng đường dài nhất mà vật có thể đi được là bao nhiêu?

- A. 6 cm.      B.  $6\sqrt{2}$  cm.      C.  $6\sqrt{3}$  cm.      D.  $3\sqrt{3}$  cm.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có: } \Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t = \omega \cdot \frac{T}{4} = \omega \cdot \frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore S_{\max} = 2A \sin \frac{\Delta\varphi}{2} = 2A \sin \frac{\pi/2}{2} = 2A \sin \frac{\pi}{4} = 2A \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = A\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

Vậy quãng đường dài nhất đạt được là:  $S_{\max} = 6\sqrt{2}$  cm  $\Rightarrow$  Chọn B.

Nếu giả sử bài toán hỏi thêm quãng đường ngắn nhất thì ta tính:

$$S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\Delta\varphi}{2}\right) = 2A \left(1 - \cos \frac{\pi}{4}\right) = 2A \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 6 \left(2 - \sqrt{2}\right) = 3,51 \text{ cm}$$

**Chú ý:** Qua bài toán này, bạn đọc có thể mở rộng tính cho quãng đường dài nhất và ngắn nhất trong khoảng thời gian bất kì miễn nhỏ hơn  $\frac{T}{2}$ . Tuy nhiên với

khoảng thời gian mà lớn hơn  $\frac{T}{2}$ , ta phải tách thành 2 phần:  $\Delta t' = n \frac{T}{2} + \Delta t$  rồi tính nhu phần lý thuyết.

**Chẳng hạn:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa theo phương trình

$$x = 7 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{9}\right) \text{ cm. So sánh trong những khoảng thời gian } \frac{17}{12} \text{ s như nhau.}$$

quãng đường dài nhất và ngắn nhất mà vật có thể đi được là bao nhiêu?

Thấy rằng  $\frac{T}{2} = \frac{1}{4} \text{ s}$  và  $\frac{17}{12} \text{ s} > \frac{1}{4} \text{ s}$  tức là  $\Delta t' > \frac{T}{2}$  nên phải tách:  $\frac{17}{12} = 5 \frac{T}{2} + \frac{T}{3}$

+ Với  $5 \frac{T}{2}$ , quãng đường là  $5.2A = 10A$

$$+ \text{Với } \frac{T}{3}, \text{ ta có } \begin{cases} S_{\max} = 2A \sin \frac{\omega \cdot \frac{T}{3}}{2} = 2A \sin \frac{\pi}{3} = A\sqrt{3} \\ S_{\min} = 2A \left(1 - \cos \frac{\omega \cdot \frac{T}{3}}{2}\right) = 2A \left(1 - \cos \frac{\pi}{3}\right) = A \end{cases}$$

Cho cả 2 khoảng thời gian này thì:

$$S_{\max} = 10A + A\sqrt{3} = A(10 + \sqrt{3}) = 7(10 + \sqrt{3}) \approx 82\text{cm}$$

$$\text{và } S_{\min} = 10A - A = 11A = 11.7 = 77\text{cm}$$

**Gặp bài toán ngược:** tìm khoảng thời gian dài nhất và ngắn nhất để vật đi được quãng đường  $S < 2A$  nào đó thì ta dùng công thức:  $S = 2A \sin \frac{\omega t}{2}$  và

$$S = 2A \left( 1 - \cos \frac{\omega t}{2} \right)$$

theo phương trình  $x = 3 \cos \left( 4\pi t + \frac{\pi}{5} \right)$  cm. So sánh trong cùng quãng đường  $S = 3\sqrt{3}$  cm như nhau. Tìm khoảng thời gian dài nhất và ngắn nhất?

Do  $S = 3\sqrt{3}$  cm  $< 3.2 = A.2 = 2A$  vì vậy dùng luôn công thức:

$$+ S = 2A \sin \frac{\omega t_{\min}}{2} \Rightarrow \sin \frac{\omega t_{\min}}{2} = \frac{S}{2A} = \frac{3\sqrt{3}}{2.3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega t_{\min}}{2} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow t_{\min} = \frac{2\pi}{3\omega} = \frac{2\pi}{3.4\pi} = \frac{1}{6}\text{s}$$

$$+ S = 2A \left( 1 - \cos \frac{\omega t_{\max}}{2} \right) \Rightarrow \cos \frac{\omega t_{\max}}{2} = 1 - \frac{S}{2A} = 1 - \frac{3\sqrt{3}}{2.3} = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\omega t_{\min}}{2} = \arccos \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \Rightarrow t_{\min} = \frac{2}{4\pi} \arccos \left( 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = 0,228\text{s}$$

Tất nhiên đối với trường hợp  $S > 2A$  thì ta phải tách  $S = n.2A + S'$  và làm tương tự.

**Bài tập 1:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với  $A = 5\text{cm}$ . Xét trong cùng quãng đường 12 cm, thấy thời gian ngắn nhất là 0,8s. Hãy tìm số dao động mà vật thực hiện được trong mỗi phút?

**Bài tập 2:** Một vật nhỏ thực hiện dao động điều hòa với  $A = 4\text{ cm}$ . Xét trong cùng khoảng thời gian 3,2 s thấy quãng đường dài nhất mà vật đi được là 18em. Nếu xét trong cùng khoảng thời gian 2,3 s thì quãng đường ngắn nhất vật đi được là bao nhiêu?

**Câu 13:** Một vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 5\text{ cm}$ . Tại thời điểm ban đầu vật có li độ  $x = 4\text{ cm}$  và đang chuyển động theo chiều dương. Đến thời điểm  $\frac{T}{4}$  vật đi được quãng đường là

A. 1 cm.

B. 2cm.

C. 3 cm.

D. 5 cm.

**Hướng dẫn:**

+ Phương trình dao động có dạng  $x = 5 \cos(\omega t + \varphi)$  cm.

+ Tại  $t = 0$  thì  $x = 4 \Rightarrow 4 = 5 \cos \varphi \Rightarrow \cos \varphi = \frac{4}{5}$

+ Đến thời điểm  $\frac{T}{4}$  vật đến tọa độ  $x = 5 \cos(\omega \frac{T}{4} + \varphi)$ . Vì  $\omega T = 2\pi$  nên

$$x = 5 \cos\left(\frac{2\pi}{4} + \varphi\right) = 5 \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right) = 5 \sin \varphi = 5\sqrt{1 - \cos^2 \varphi} = 5\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} = 3 \text{ cm}$$

+ Theo đề ra, vật xuất phát từ  $x = 4$  cm

chuyển động theo chiều dương, sau thời gian

$\frac{T}{4}$  chỉ đến được tọa độ  $x = 3$  cm như hình vẽ.



Theo hình vẽ, quãng đường mà vật đi được là  $S = (5 - 4) + (5 - 3) = 3$  cm  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 14:** Một vật dao động điều hòa theo phương trình  $x = A \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  cm.

Tính từ thời điểm ban đầu, sau khoảng thời gian  $t = \frac{7T}{12}$  vật đi được quãng đường

10 cm. Biên độ dao động của vật là

A. 2 cm.

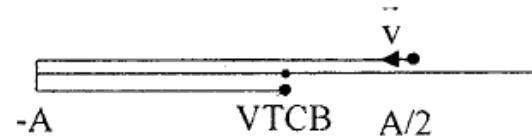
B. 3 cm.

C. 4 cm.

D. 5 cm.

**Hướng dẫn:**

+ Tại  $t = 0$  có:  $\begin{cases} x = A \cos \frac{\pi}{3} = A/2 \\ v = -A \omega \sin \frac{\pi}{3} < 0 \end{cases}$



Nghĩa là tại thời điểm ban đầu, vật xuất phát từ tọa độ  $A/2$  và chuyển động ngược chiều dương

+ Khoảng thời gian  $t = \frac{7T}{12}$  có thể viết thành  $t = \frac{1T}{12} + \frac{6T}{12} = \frac{T}{12} + \frac{T}{2}$

Với  $t_1 = \frac{T}{12}$  vật đi từ  $A/2$  về đến vị trí cân bằng nên đi được  $S_1 = \frac{A}{2}$

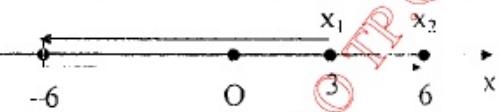
Với  $t_2 = \frac{T}{2}$  vật đi được  $S_2 = 2A$

+ Tổng quãng đường  $S = S_1 + S_2 = \frac{A}{2} + 2A = 2,5A \Rightarrow A = \frac{10}{2,5} = 4\text{cm} \Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 15:** Một vật dao động điều hòa dọc theo trục Ox với phương trình  $x = 6 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (cm). Hãy tìm tốc độ trung bình và vận tốc trung bình của vật tính từ thời điểm  $t_1 = \frac{2}{3}$  s đến thời điểm  $t_2 = \frac{37}{12}$  s.

**Hướng dẫn:**

+ Khoảng thời gian  $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{37}{12} - \frac{2}{3} = \frac{29}{12}$  s



+ Thay  $t_1$  và  $t_2$  vào các phương trình x và v ta biết được:

$$\begin{cases} x_1 = 3 \text{ cm} \\ v_1 < 0 \end{cases} \text{ và } \begin{cases} x_2 = 6 \text{ cm} \\ v_2 = 0 \end{cases}$$

+ Vận tốc trung bình =  $\frac{\text{Độ dài}}{\text{Khoảng thời gian}} = \frac{x_2 - x_1}{\Delta t} = \frac{6 - 3}{29/12} = \frac{36}{29} \text{ (cm/s)}$

+ Vì  $\frac{t_2 - t_1}{T} = \frac{12 - 3}{2\pi} = \frac{29}{4\pi} = 4,83$  nên quãng đường vật đi được  $S = 4.4A + S_{\text{đu}}$

$$S = 4.4A + 3 + 6 + 6 + 6 = 4.4.6 + 21 = 117 \text{ cm}$$

⇒ Tốc độ trung bình =  $\frac{\text{Quãng đường}}{\text{Khoảng thời gian}} = \frac{S}{\Delta t} = \frac{117}{29/12} = \frac{1404}{29} \text{ (cm/s)}$

**Bài tập:** Một vật dao động điều hòa có độ lớn vận tốc cực đại là 31,4 cm/s. Lấy  $\pi = 3,14$ . Tốc độ trung bình của vật trong một chu kỳ dao động là

- A. 20 cm/s.      B. 10 cm/s.      C. 0.      D. 15 cm/s.

**Bài tập nâng cao:** Vật dao động điều hòa với biên độ  $A = 4\text{cm}$ , chu kỳ  $T = 1,2\text{s}$ . Xét trong cùng khoảng thời gian  $0,8\text{s}$ , tốc độ trung bình lớn nhất vật đạt được là

- A. 10 cm/s.      B. 15 cm/s.      C. 20 cm/s.      D. 25 cm/s.

**Câu 16:** Một con lắc lò xo bỗng theo phương thẳng đứng. Đầu trên cố định, đầu dưới móc vật nặng, gọi  $\Delta l_0$  là độ biến dạng của lò xo khi vật ở vị trí cân bằng. Biểu thức nào sau đây không đúng?

- A.  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k}$ .      B.  $\omega^2 = \frac{g}{\Delta l_0}$ .      C.  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$ .      D.  $T = 2\pi \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$ .

**Hướng dẫn:**

- Các lực tác dụng lên vật gồm: Trọng lực P, lực đàn hồi  $F_{\text{dh}}$  hướng lên trên.
- Tại vị trí cân bằng có  $F_{\text{dh}} = P \Rightarrow k \Delta l_0 = mg$

- Từ biểu thức trên, ta có thể viết lại theo cách khác:

$$\therefore \Delta l_0 = \frac{mg}{k} \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{\Delta l_0} \Leftrightarrow \omega^2 = \frac{g}{\Delta l_0} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$$

$$\text{mà } \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}} \text{ và } T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_0}{g}} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Giải nhanh:** Nhớ  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{g}{\Delta l_0}}$  và  $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$   $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 17:** Vật nhỏ trong con lắc lò xo dao động điều hòa có cơ năng là  $E = 3 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ . Biết lực phục hồi cực đại tác dụng vào vật là  $1,5 \cdot 10^{-3} \text{ N}$ , chu kì dao động  $T = 2 \text{ s}$ . Tại thời điểm ban đầu vật đang chuyển động nhanh dần và đi theo chiều âm, với gia tốc có độ lớn  $2\pi^2 \text{ cm/s}^2$ . Phương trình dao động của vật là

A.  $x = 4 \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$

B.  $x = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm}$

C.  $x = 4\sqrt{3} \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$

D.  $x = 4 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ cm}$

**Hướng dẫn:** Phương trình dao động có dạng:  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$

+ Tần số góc  $\omega = 10\sqrt{5} \text{ rad/s}$ .

$$\therefore \text{Từ } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} = 2^2 + \frac{(20\sqrt{15})^2}{(10\sqrt{5})^2} = 4^2 \Rightarrow A = 4 \text{ cm.}$$

$$\therefore \text{Có: } \begin{cases} x = 4 \cos(10\sqrt{5}t + \varphi) \\ v = -40\sqrt{5} \sin(10\sqrt{5}t + \varphi) \end{cases} \text{ tại } t = 0 \text{ thì } \begin{cases} x_0 = 4 \cos \varphi = 2 \\ v_0 = -40\sqrt{5} \sin \varphi = 20\sqrt{15} \end{cases}$$

$$\therefore \varphi = -\frac{\pi}{3} \text{ rad} \Rightarrow x = 4 \cos\left(10\sqrt{5}t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Bài tập:** Vật nhỏ  $m = 200 \text{ g}$  dao động điều hòa với chu kì  $T = 2 \text{ s}$ , lấy  $\pi^2 = 10$ . Tại thời điểm ban đầu  $t = 0$  vật có gia tốc  $a = -0,1 \text{ m/s}^2$ , vận tốc  $v = -\pi\sqrt{3} \text{ cm/s}$ . Tìm phương trình lực hồi phục tác dụng vào vật?

**Câu 18:** Vật nặng trong con lắc lò xo dao động với phương trình  $x = 20 \cos(10t + \varphi) \text{ (cm)}$ . Thời điểm ban đầu người ta kéo vật lệch khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $x$  theo chiều dương và truyền cho vật một vận tốc ban đầu  $v = 1 \text{ m/s}$  theo chiều âm. Biết khối lượng của vật bằng  $100 \text{ g}$ . Pha ban đầu của dao động và độ lớn của lực kéo về ban đầu là

A.  $\varphi = \frac{\pi}{6}, F = \sqrt{3} \text{ N}$

B.  $\varphi = \frac{\pi}{3}, F = \sqrt{3} \text{ N}$

C.  $\varphi = \frac{\pi}{6}, F = 3 \text{ N}$

D.  $\varphi = \frac{\pi}{3}, F = \sqrt{2} \text{ N}$

**Hướng dẫn:**

$$\text{Từ } A^2 = x^2 + \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow x^2 = A^2 - \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow x^2 = 20^2 - \frac{100^2}{10^2} \Rightarrow x = 10\sqrt{3}\text{cm.}$$

+ Tại thời điểm  $t = 0$ , ta có:

$$\begin{cases} x = 20 \cos \varphi = 10\sqrt{3} \text{ cm} \\ v = -20 \cdot 10 \cdot \sin \varphi = -100 \text{ cm/s} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos \varphi = \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \sin \varphi = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{6}.$$

+ Độ cứng của lò xo:  $k = m\omega^2 = 0,1 \cdot 10^2 = 10 \text{ N/m}$ .

$\Rightarrow$  Độ lớn của lực kéo về ban đầu  $F = kx = 10 \cdot 0,1\sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ (N)}$   $\Rightarrow$  Chọn A.

**Bài tập 1:** Một chất điểm dao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng O. Thời điểm ban đầu vật qua vị trí cân bằng theo chiều dương, đến thời điểm  $t_1 = \frac{1}{3} \text{ s}$  vật

chưa đổi chiều chuyển động và có vận tốc bằng  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  lần vận tốc ban đầu. Đến thời

điểm  $t_2 = \frac{5}{3} \text{ s}$  vật đã đi được quãng đường 6 cm. Vận tốc ban đầu của vật là

- A.  $2\pi \text{ cm/s.}$       B.  $3\pi \text{ cm/s.}$       C.  $\pi \text{ cm/s.}$       D.  $4\pi \text{ cm/s.}$

**Bài tập 2:** Vật dao động điều hòa có phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ . Biết tại thời điểm ban đầu vật cách vị trí cân bằng  $\sqrt{2}$  cm về phía âm của trục dao động, đang có động năng bằng thế năng và đang tiến về vị trí cân bằng với tốc độ  $5\sqrt{2}\pi \text{ cm/s}$ . Hãy viết phương trình dao động của vật?

**Câu 19:** Có hai vật dao động điều hòa cùng biên độ A, với tần số 3Hz và 6Hz.

Lúc đầu hai vật đồng thời xuất phát từ vị trí có li độ  $\frac{A\sqrt{2}}{2}$ . Khoảng thời gian ngắn nhất để hai vật có cùng một li độ là

- A.  $1/35 \text{ s.}$       B.  $1/36 \text{ s.}$       C.  $1/27 \text{ s.}$       D.  $1/40 \text{ s.}$

**Hướng dẫn:**

Muốn có khoảng thời gian ngắn nhất thì 2 vật phải chuyển động cùng chiều và theo chiều dương.

Phương trình của từng vật là  $x_1 = A \cos\left(\omega_1 t + \frac{\pi}{4}\right)$  và  $x_2 = A \cos\left(\omega_2 t + \frac{\pi}{4}\right)$ .

Khi chúng gặp nhau, chúng cùng tọa độ  $x_1 = x_2$  suy ra:

$$\text{Acos}\left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) = \text{Acos}\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{4}\right) = -\left(\omega_2 t - \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\Rightarrow (\omega_1 + \omega_2)t = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2(\omega_1 + \omega_2)} = \frac{1}{36} \text{ s} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Giải nhanh:** Nhớ biểu thức tổng quát:  $t = \frac{1}{n(f_1 + f_2)}$

Với bài toán này, các tần số là 3Hz và 6H nên  $t = \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{9}$

n là giá trị phụ thuộc vị trí xuất phát:

Nếu là  $\frac{A\sqrt{2}}{2}$  thì pha ban đầu là  $-\frac{\pi}{4}$  nên  $n = 4$  và  $t = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{36} \text{ s}$

Nếu là  $\frac{A}{2}$  thì pha ban đầu là  $-\frac{\pi}{3}$  nên  $n = 3$  và  $t = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{9} = \frac{1}{27} \text{ s}$

... , và từ đó các em sẽ biết cách tính cho vị trí ban đầu x bất kì.

**Câu 20:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng  $k = 10\text{N/m}$  và vật nặng khối lượng  $m = 100\text{g}$  dao động theo phương ngang với biên độ  $A = 2\text{cm}$ . Trong mỗi chu kỳ dao động, khoảng thời gian mà vật nặng ở những vị trí có khoảng cách tới vị trí cân bằng không nhỏ hơn 1 cm là

- A. 0,314s.      B. 0,418s.      C. 0,242s.      D. 0,209s.

**Hướng dẫn:**

+ Chu kì dao động của vật:  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{0,1}{10}} = \frac{\pi}{5} \text{ s}$

+ Vì khoảng cách từ các điểm đến vị trí cân bằng không nhỏ hơn 1 cm nên tọa độ của vật phải nhận các giá trị thỏa mãn  $\begin{cases} x \geq 1 \text{ cm} \\ x \leq -1 \text{ cm} \end{cases}$  (phần gạch chéo phải loại bỏ).

+ Để dễ dàng thấy rằng

$$t = 4 \cdot t_{1 \rightarrow 2} = 4 \cdot \frac{T}{6} = 4 \cdot \frac{\pi/5}{6} = \frac{2\pi}{15} = 0,418 \text{ s}$$



$\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 21:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T và biên độ 5 cm. Biết trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $\frac{T}{3}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Tần số dao động của vật là

- A. 4 Hz.      B. 3 Hz.      C. 2 Hz.      D. 1 Hz.

(Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2010)

### Phân tích và hướng dẫn giải:

Trong quá trình vật dao động điều hòa, gia tốc của vật có độ lớn càng nhỏ khi càng gần vị trí cân bằng.

Trong một chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $\frac{T}{3}$  thì trong nửa chu kì, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $\frac{T}{6}$  và trong một phần tư chu kì tính từ vị trí cân bằng, khoảng thời gian để vật nhỏ của con lắc có độ lớn gia tốc không vượt quá  $100 \text{ cm/s}^2$  là  $\frac{T}{12}$ . Sau khoảng thời gian  $\frac{T}{12}$  kể từ vị trí cân bằng vật sẽ ở vị

trí  $|x| = \frac{A}{2} = 2,5 \text{ cm}$ . Khi đó  $|a| = \omega^2|x| = 100 \text{ cm/s}^2 \Rightarrow \omega = 2\sqrt{10} \Rightarrow f = 1 \text{ Hz}$ .

**Câu 22:** Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nặng dao động điều hòa với  $A = 10 \text{ cm}$ ,  $T = 0,5 \text{ s}$ .



Khối lượng của vật nặng là  $m = 250 \text{ g}$ , lấy  $\pi^2 = 10$ . Lực đàn hồi cực đại tác dụng lên vật nặng có giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 0,4 N.
- B. 0,8 N.
- C. 4 N.
- D. 8 N.

#### Hướng dẫn:

+ Từ  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \Rightarrow k = \frac{m(2\pi)^2}{T^2}$ , thay số được  $k = \frac{0,25.(2\pi)^2}{0,5^2} = 40 \text{ N/m}$

+ Trọng lực  $P$  cân bằng với lực nâng của già đỡ. Tại vị trí cân bằng không có lực nào tác dụng lên vật theo phương ngang  $\Rightarrow$  vật ở vị trí cân bằng, lò xo không bị biến dạng, trong quá trình vật dao động, độ lớn của li độ chính là độ nén (hay dãn) của lò xo, vì vậy ta có thể viết:  $F_{dh} = k \Delta l = k|x|$

+  $F_{dh} = F_{dh \max} \Leftrightarrow x = x_{\max} = \pm A = \pm 10 \text{ cm} = \pm 0,1 \text{ m}$

Lúc đó  $F_{dh \max} = k|x| = 40.|\pm 0,1| = 4 \text{ N} \Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 23:** Một vật nặng, nhỏ khối lượng  $m$  gắn vào một đầu lò xo có khối lượng không đáng kể, đầu còn lại phía trên của lò xo được giữ cố định, cho vật dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với tần số  $2,5 \text{ Hz}$ . Trong quá trình vật dao động, chiều dài lò xo thay đổi từ  $l_1 = 20 \text{ cm}$  đến  $l_2 = 24 \text{ cm}$ . Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ . Điều nào sau đây sai?

- A. Khi vật ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn 4 cm.
- B. Chiều dài tự nhiên của lò xo là 18 cm.
- C. Trong quá trình vật dao động lò xo luôn bị dãn.
- D. Lực đàn hồi cực tiêu của lò xo bằng không.

**Hướng dẫn:**

Có  $\omega = 2\pi f = 5\pi \text{ rad/s} \Rightarrow$  độ biến dạng của lò xo khi vật nằm ở vị trí cân bằng

$$\Delta l_0 = \frac{g}{\omega^2} = \frac{10}{(5\pi)^2} = \frac{10}{250} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

+ Biên độ:  $A = \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2} = \frac{24 - 20}{2} = 2 \text{ cm}$

+ Vì  $l_{\max} = l_0 + \Delta l_0 + A \Rightarrow l_0 = l_{\max} - \Delta l_0 - A = 24 - 4 - 2 = 18 \text{ cm}$

+ Vì  $A < \Delta l_0$  nên trong quá trình dao động lò xo luôn bị dãn, và vì luôn bị dãn nên lực đàn hồi cực tiêu khác không

⇒ Chọn D.

**Câu 24:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm vật nhỏ có  $m = 250\text{g}$  treo phía dưới một lò xo nhẹ có  $k = 100 \text{ N/m}$ . Từ vị trí cân bằng, kéo vật xuống dưới một đoạn sao cho lò xo giãn  $7,5 \text{ cm}$  và thả nhẹ cho vật dao động điều hòa. Tỉ số giữa thời gian lò xo dãn và thời gian lò xo nén trong một chu kỳ dao động là

A. 0,5

B. 2

C. 3

D. 3,14

**Hướng dẫn:**

+ Ở VTCB, lò xo đã bị dãn một đoạn:  $\Delta l_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,25 \cdot 10}{100} = 0,025 \text{ m} = 2,5 \text{ cm}$

+ Ở vị trí kích thích, lò xo giãn  $7,5 \text{ cm}$  nên vị trí vật được kích thích cách VTCB một đoạn  $7,5 - 2,5 = 5 \text{ cm}$ . Vì ở đây vận tốc bằng không nên điểm kích thích chính là biên của quỹ đạo ~~chuyển~~ động  $\Rightarrow A = 5 \text{ cm}$

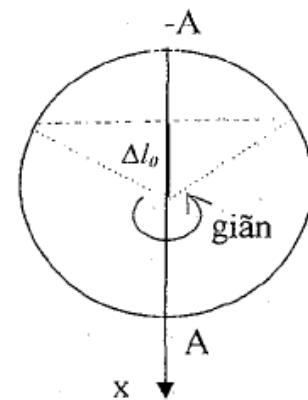
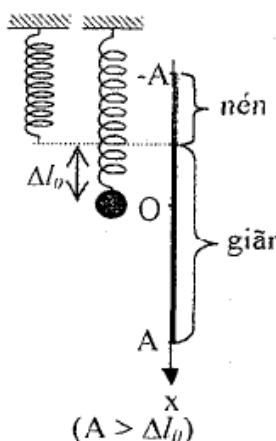
+ Theo hình vẽ, trong một chu kỳ, khoảng thời gian lò xo nén chính là khoảng thời gian vật đi từ li độ  $-2,5 \text{ cm}$  đến  $-5 \text{ cm}$  rồi quay lại  $-2,5 \text{ cm}$ , vì vậy :

$$t_n = t_{-2,5} + t_{-2,5} + t_{-2,5} = \frac{T}{6} + \frac{T}{6} + \frac{T}{6} = \frac{T}{3}$$

Khoảng thời gian lò xo giãn là

$$t_d = T - t_n = T - \frac{T}{3} = \frac{2T}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{t_d}{t_n} = \frac{2T/3}{T/3} = 2 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Giải nhanh:** Sau khi tìm được  $\Delta\ell_0$  và  $A \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\Delta\ell_0}{A} = \frac{2,5}{5} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$

– Khoảng thời gian lò xo nén  $t_n = 2 \frac{\alpha}{\omega} = 2 \frac{\frac{\pi}{3}}{2\pi} = \frac{T}{3}$

– Thời gian lò xo dãn  $t_d = T - t_n = T - \frac{T}{3} = \frac{2T}{3} \Rightarrow \frac{t_d}{t_n} = \frac{\frac{2T}{3}}{\frac{T}{3}} = 2 \Rightarrow$  Chọn B.

**Bài tập 1:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng, tại vị trí cân bằng lò xo dãn một đoạn là  $\Delta\ell_0$ . Kích thích để quả nặng dao động điều hòa theo phương thẳng đứng với chu kỳ T. Thời gian lò xo bị nén trong một chu kỳ là  $T/4$ . Biên độ dao động của vật bằng

- A.  $\frac{3}{\sqrt{2}}\Delta\ell_0$ .      B.  $\sqrt{2}\Delta\ell_0$ .      C.  $\frac{3}{2}\Delta\ell_0$ .      D.  $2\Delta\ell_0$ .

**Bài tập 2:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng,  $k = 100\text{N/m}$  treo vật có  $m = 250\text{g}$  dao động điều hoà. Biết rằng trong quá trình dao động thời gian mà lò xo bị dãn trong một chu kỳ là  $\frac{5\pi}{60}\text{s}$ . Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Tìm biên độ của dao động của vật?

**Bài tập 3:** Con lắc lò xo treo thẳng đứng. Vật m đang đứng yên, truyền cho vật m vận tốc v hướng thẳng đứng xuống thì sau  $\Delta t = \frac{\pi}{20}\text{s}$  vật dừng lại lần đầu và khi đó lò xo bị dãn 15cm. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ . Biên độ dao động của vật là

- A. 15cm.      B. 10cm.      C. 5cm.      D. 7,5cm.

**Câu 25:** Một con lắc lò xo thẳng đứng gồm vật nặng có khối lượng 100g và một lò xo nhẹ có độ cứng  $k = 100\text{N/m}$ . Kéo vật xuống dưới theo phương thẳng đứng đến vị trí lò xo dãn 4cm rồi truyền cho nó một vận tốc  $40\pi\text{cm/s}$  theo phương thẳng đứng hướng xuống. Chọn chiều dương hướng xuống. Coi vật dao động điều hoà theo phương thẳng đứng. Tốc độ trung bình khi vật chuyển động từ vị trí thấp nhất đến vị trí lò xo bị nén 1,5 cm lần thứ hai là

- A. 93,75cm/s.      B. -93,75cm/s.      C. -56,25cm/s.      D. 56,25cm/s.

**Hướng dẫn:**

† Ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn một đoạn:

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 10}{100} = 0,01\text{m} = 1\text{cm}$$

Nên biên độ A  $= \sqrt{x^2 + \frac{v^2}{\omega^2}} = \sqrt{(\Delta\ell - \Delta\ell_0)^2 + \frac{mv^2}{k}} = 5\text{cm}$

Tốc độ trung bình khi vật chuyển động từ vị trí thấp nhất đến vị trí lò xo bị nén 1,5 cm lần thứ hai là:

$$v = \frac{s}{t} = \frac{2A + \left(A - \frac{A}{2}\right)}{\frac{T}{2} + t_{A \rightarrow \frac{A}{2}}} = \frac{2A + \frac{A}{2}}{\frac{T}{2} + \frac{T}{6}} = \frac{3,75A}{\frac{7T}{6}} = \frac{3,75 \cdot 5}{0,2} = 93,75 \text{ cm/s} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 26:** Một con lắc lò xo gồm lò xo có độ cứng  $k = 50 \text{ N/m}$  và vật nặng có khối lượng  $m = 200 \text{ g}$  treo thẳng đứng. Từ vị trí cân bằng, người ta đưa vật dọc theo trục lò xo đến vị trí lò xo bị nén đoạn 4 cm rồi buông nhẹ cho vật dao động điều hòa. Lấy  $g = \pi^2 (\text{m/s}^2)$ . Tính từ thời điểm buông vật, thời điểm đầu tiên lực đàn hồi của lò xo có độ lớn bằng nửa giá trị cực đại và đang giảm là

- A. 0,116s.      B. 0,100s.      C. 0,300s.      D. 0,284s.

**Hướng dẫn:**

+ Ở vị trí cân bằng, lò xo đã bị dãn một đoạn:

$$\Delta\ell_0 = \frac{mg}{k} = \frac{0,2 \cdot 10}{50} = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm}$$

+ Biên độ dao động  $A = \Delta\ell_0 + \Delta\ell = 8 \text{ cm}$

+ Lực đang hồi của lò xo có độ lớn bằng nửa giá trị cực đại  $F = \frac{1}{2}F_{\max}$  suy ra

$$\Delta\ell' = \frac{1}{2}(\Delta\ell_0 + A) = \frac{1}{2}(4 + 8) = 6 \text{ cm}$$

Tương ứng với li độ  $x = \Delta\ell' - \Delta\ell_0 = 6 - 4 = 2 \text{ cm}$  nên thời gian sẽ là:

$$t_n = t_{-8 \rightarrow 8 \rightarrow 2} = t_{-8 \rightarrow 8} + t_{8 \rightarrow 2} = 0,284 \text{ s}$$

**Câu 27:** Một con lắc lò xo có độ cứng  $k = 900 \text{ N/m}$ . Vật nặng dao động với biên độ  $A = 10 \text{ cm}$ , khi vật qua li độ  $x = 4 \text{ cm}$  thì động năng của vật bằng

- A. 3,78 J.      B. 0,72 J.      C. 0,28 J.      D. 4,22 J.

**Hướng dẫn:**

Cơ năng:  $E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}900 \cdot 0,1^2 = 4,5 \text{ J}$ . Khi  $x = 4 \text{ cm}$  thì  $E_t = \frac{1}{2}kx^2 = 0,72 \text{ J}$

⇒ Động năng là:  $E_d = E - E_t = 4,5 - 0,72 = 3,78 \text{ J} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Giải nhanh:**  $E_d = E - E_t = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2) = 3,78 \text{ J}$

**Câu 28:** Ở vị trí nào thì động năng của con lắc có giá trị gấp n lần thế năng?

- A.  $x = \frac{A}{n}$ .      B.  $x = \frac{A}{n+1}$ .      C.  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$ .      D.  $x = \pm \frac{A}{n+1}$ .

**Hướng dẫn:**

$$+ \text{Có } E_d + E_t = E = \frac{1}{2}kA^2 \text{ Theo đề ra } E_d = n \cdot E_t \Rightarrow nE_t + E_t = \frac{1}{2}kA^2$$

$$\Rightarrow (n+1)E_t = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow (n+1) \cdot \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Giải nhanh:** Nhớ rằng khi  $E_d = n \cdot E_t$  thì  $x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}}$  và  $v = \pm \sqrt{\frac{n}{n+1}} \cdot v_{\max}$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 29:** Vật nhỏ của một con lắc lò xo dao động điều hòa theo phương ngang, mốc thế năng tại vị trí cân bằng. Khi gia tốc của vật có độ lớn bằng một nửa độ lớn gia tốc cực đại thì tỉ số giữa động năng và thế năng của vật là

- A. 3      B.  $\frac{1}{3}$       C.  $\frac{1}{2}$       D. 2

**Hướng dẫn:**

Gia tốc  $a = -\omega^2 x \Rightarrow$  Gia tốc cực đại  $a_{\max} = -\omega^2 A$  và khi  $|a| = \frac{1}{2}|a_{\max}|$  thì  $|x| = \frac{A}{2}$

$$\text{Có: } \frac{W_d}{W_t} = \frac{W - W_1}{W_1} = \frac{\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kx^2}{\frac{1}{2}kx^2} = \frac{\frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2}{\frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2} = 3 \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 30:** Con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng  $m = 400$  g và lò xo có độ cứng k. Kích thích cho vật dao động điều hòa với cơ năng  $E = 25$  mJ. Khi vật qua li độ  $-1$  cm thì vật có vận tốc  $-25$  cm/s. Độ cứng k của lò xo bằng

- A. 250 N/m.      B. 200 N/m.      C. 150 N/m.      D. 100 N/m.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Từ } E = \frac{1}{2}kx^2 + \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow k = \frac{2E - mv^2}{x^2} = 250 \text{ N/m} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 31:** Con lắc lò xo bỗ trí nằm ngang, vật nhỏ dao động điều hòa với tần số 2,5 Hz. Khi vật có li độ 1,2 cm thì động năng của vật chiếm 96% cơ năng toàn phần của nó. Tốc độ trung bình trong một chu kỳ dao động là

- A. 30 cm/s.      B. 20 cm/s.      C. 12 cm/s.      D. 60 cm/s.

**Hướng dẫn:**

+ Tốc độ trung bình  $v_{tb} = \frac{S}{\Delta t}$ , tính trong 1 chu kỳ thì  $v_{tb} = \frac{4A}{T} = 4Af$

+ Theo đề ra, khi vật có li độ 1,2 cm thì động năng của vật chiếm 96% cơ năng toàn phần của nó, nghĩa là thế năng chỉ bằng 4% hay 0,04 cơ năng, vậy ta có

$$\frac{1}{2}kx^2 = 0,04 \cdot \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A = \sqrt{\frac{x^2}{0,04}} = 6\text{cm}$$

$\Rightarrow$  Tốc độ trung bình tính trong 1 chu kỳ  $v_{tb} = 4Af = 4 \cdot 6 \cdot 2,5 = 60\text{ cm/s} \Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 32:** Trong dao động điều hoà của một vật, thời gian ngắn nhất giữa hai lần liên tiếp vật đi qua vị trí động năng bằng thế năng là 0,66s. Giả sử tại một thời điểm vật đi qua vị trí có thế năng  $W_t$ , động năng  $W_d$  và sau đó thời gian  $\Delta t$  vật đi qua vị trí có động năng tăng gấp 3 lần, thế năng giảm 3 lần. Giá trị nhỏ nhất của  $\Delta t$  bằng

- A. 0,88s.      B. 0,22s.      C. 0,44s.      D. 0,11s.

**Hướng dẫn:**

+ Ta có  $\frac{T}{4} = 0,66$

+ Vì  $E_t + E_d = \text{const} \Rightarrow$  lúc đầu  $E_d = \frac{1}{3}E_t \Rightarrow x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}} = \pm \frac{A}{\sqrt{1/3+1}} = \pm \frac{A\sqrt{3}}{2}$

Về sau thì  $E_d = 3E_t$ , nên lúc đó vật qua tọa độ  $x' = \pm \frac{A}{\sqrt{n'+1}} = \pm \frac{A}{\sqrt{3+1}} = \pm \frac{A}{2}$

+ Để  $\Delta t$  nhỏ nhất thì vật chỉ có thể di từ  $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$  đến  $-\frac{A}{2}$  hoặc là từ  $\frac{A\sqrt{3}}{2}$  đến

$\frac{A}{2}$ . Dễ dàng ta có:  $\Delta t = \frac{T}{6} = \frac{T}{12} = 0,22s \Rightarrow$  Chọn B.

**Bài tập:** Vật dao động điều hoà với tần số 2,5 Hz. Tại một thời điểm vật có động năng bằng một nửa cơ năng thì sau thời điểm đó 0,05s động năng của vật

- A. có thể bằng không hoặc bằng cơ năng.  
B. bằng hai lần thế năng.  
C. bằng thế năng.  
D. bằng một nửa thế năng.

**Câu 33:** Một con lắc lò xo đặt trên mặt phẳng nằm ngang gồm lò xo nhẹ có một đầu cố định, đầu kia gắn với vật nhỏ  $m_1$ . Ban đầu giữ vật  $m_1$  tại vị trí mà lò xo bị nén 8 cm, đặt vật nhỏ  $m_2$  (có khối lượng bằng khối lượng vật  $m_1$ ) trên mặt phẳng nằm ngang và sát với vật  $m_1$ . Buông nhẹ để hai vật bắt đầu chuyển động theo phương của trục lò xo. Bỏ qua mọi ma sát. Ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì khoảng cách giữa hai vật  $m_1$  và  $m_2$  là

- A. 4,6 cm.      B. 2,3 cm.      C. 5,7 cm.      D. 3,2 cm.

(Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011)

### Hướng dẫn:

+ Giai đoạn đầu, dưới tác dụng lực đẩy của lò xo, 2 vật còn tiếp xúc nhau và cùng chuyển động với biên độ  $A = 8\text{ cm}$  với vận

$$\text{tốc goc } \omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} = \sqrt{\frac{k}{2m}} \text{ và khi đến}$$

vị trí cân bằng chúng đạt tốc độ lớn nhất

$$v_{\max} = \omega A$$

+ Ngay sau khi chúng qua vị trí cân bằng, do thành phần lực tác dụng lên từng vật khác nhau nên tính chất chuyển động từng vật sẽ không giống nhau, điều này buộc hai vật tách nhau ra :

◆ Vật  $m_1$  tiếp tục dao động với tốc độ lớn nhất  $v_1 = v_{\max} = \omega A$  nhưng lúc này chỉ với tần số góc  $\omega' = \sqrt{\frac{k}{m_1}} = \sqrt{\frac{k}{m}} = \omega\sqrt{2}$  do đó có biên độ mới  $A'$  được tính :

$$\omega \cdot A = \omega' \cdot A' \text{ suy ra } A' = \frac{\omega}{\omega'} \cdot A = \frac{A}{\sqrt{2}}.$$

(Cách khác, theo năng lượng:  $\frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}m_2v_2^2$  cũng được  $A' = \frac{A}{\sqrt{2}}$ )

◆ Vật  $m_2$  chuyển động thẳng đều với tốc độ  $v_2 = v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{2m}} \cdot A$

Tính từ vị trí cân bằng, ở thời điểm lò xo có chiều dài cực đại lần đầu tiên thì vật  $m_2$  sẽ đi được quãng đường

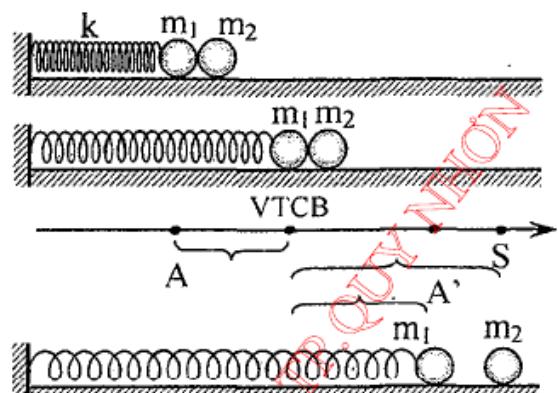
$$S = v_2 \cdot t = v_2 \cdot \frac{T_1}{4} = v_2 \cdot \frac{2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}}{4} = \sqrt{\frac{k}{2m}} A \cdot \frac{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}{4} = \frac{\pi \cdot A}{2\sqrt{2}}$$

Vậy khoảng cách giữa 2 vật là :  $L = S - A' = \frac{\pi \cdot A}{2\sqrt{2}} - \frac{A}{\sqrt{2}} \approx 3,2\text{cm} \Rightarrow \text{Chọn D.}$

**Bài tập:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng gồm lò xo có độ cứng  $50\text{ N/m}$  một đầu được gắn cố định, đầu dưới gắn 2 vật nặng có khối lượng  $m_1 = m_2 = 200\text{ g}$ . Ban đầu hai vật ở vị trí cân bằng, sau đó đột ngột cắt dây nối giữa 2 vật để một vật rời khỏi hệ.

a) Xác định biên độ và chu kỳ dao động của vật còn lại.

b) Xác định khoảng cách giữa hai vật khi vật còn lại gắn với lò xo chuyển động qua vị trí cân bằng.



**Câu 34:** Một con lắc lò xo nằm ngang, vật nhỏ khối lượng  $m$  đang dao động điều hòa với biên độ  $A$ . Khi vật đang ở vị trí  $x = A$ , người ta nhẹ nhàng thả lên  $m$  một vật khác cùng khối lượng và hai vật dính chặt vào nhau. Biên độ dao động mới của con lắc là

- A.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ .      B.  $A$ .      C.  $A\sqrt{2}$ .      D.  $\frac{A}{2}$ .

Từ định luật bảo toàn động lượng  $m\vec{v}_0 + m\vec{v}_0 = (m+m)\vec{v}'$  ta được  $v' = 0$  nên điểm biên không thay đổi  $\Rightarrow A' = A$

**Bài tập nâng cao:** Một con lắc lò xo gồm vật  $M$  và lò xo có độ cứng  $k$  đang dao động điều hòa trên mặt phẳng nằm ngang, nhẵn với biên độ  $A_1$ . Đúng lúc vật  $M$  đang ở vị trí biên thì một vật  $m$  có khối lượng bằng khối lượng vật  $M$ , chuyển động theo phương ngang với vận tốc  $v_0$  bằng vận tốc cực đại của vật  $M$ , đến và chạm với  $M$ . Biết va chạm giữa hai vật là đòn hồi xuyến tâm, sau va chạm vật  $M$  tiếp tục dao động điều hòa với biên độ  $A_2$ . Tỉ số biên độ dao động  $\frac{A_1}{A_2}$  của vật  $M$  trước và sau va chạm là

- A.  $\frac{1}{2}$ .      B.  $\frac{\sqrt{3}}{2}$ .      C.  $\frac{2}{3}$ .      D.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 35:** Một lò xo độ cứng  $k = 60 \text{ N/m}$  được cắt thành hai lò xo có chiều dài  $l_1$  và  $l_2$  với  $2l_1 = 3l_2$ . Độ cứng  $k_1$  và  $k_2$  của hai lò xo  $l_1$  và  $l_2$  lần lượt là

- A.  $24 \text{ N/m}$  và  $36 \text{ N/m}$ .      B.  $36 \text{ N/m}$  và  $24 \text{ N/m}$ .  
C.  $100 \text{ N/m}$  và  $150 \text{ N/m}$ .      D.  $125 \text{ N/m}$  và  $75 \text{ N/m}$ .

**Hướng dẫn:**

**Cách giải dễ hiểu:** Độ cứng của lò xo được tính theo công thức:  $k = E \frac{S}{l}$

$$\text{Khi chưa cắt thì } k_0 = E \frac{S}{l_0} \quad (1)$$

$$\text{Khi cắt thành hai lò xo thì: } k_1 = E \frac{S}{l_1} \quad (2) \text{ và } k_2 = E \frac{S}{l_2} \quad (3)$$

$$\Rightarrow \frac{k_1}{k_0} = \frac{l_0}{l_1} \Rightarrow k_1 = \frac{l_0}{l_1} k_0 \quad (4)$$

$$\text{Vì } l_1 + l_2 = l_0 \text{ và } 2l_1 = 3l_2 \Rightarrow 5l_1 = 3l_0 \quad (5)$$

$$\text{Kết hợp (4) và (5)} \Rightarrow k_1 = \frac{5}{3} k_0 = 100 \text{ N/m}.$$

$$\text{Tương tự, tính được } k_2 = \frac{5}{2} k_0 = 150 \text{ N/m} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

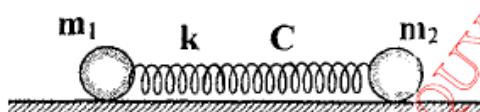
**Cách giải nhanh:** Từ hệ:  $\begin{cases} k_0 \ell_0 = k_1 \ell_1 = k_2 \ell_2 \\ \ell_1 + \ell_2 = \ell_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 100 \text{ N/m} \\ k_2 = 150 \text{ N/m} \end{cases}$

**Câu 36:** Cho một lò xo có khối lượng không đáng kể, độ dài tự nhiên  $\ell_0 = 1 \text{ m}$ .

Hai vật  $m_1 = 600 \text{ g}$  và  $m_2 = 1 \text{ kg}$  được gắn vào hai đầu A và B của lò xo. Chúng có thể di chuyển không ma sát

trên mặt phẳng nằm ngang. Gọi C là một điểm trên lò xo. Giữ cố định C và cho 2 vật dao động điều hòa thì thấy chu kì của chúng bằng nhau. Vị trí điểm C cách điểm A ban đầu một đoạn là

- A. 37,5 cm.      B. 62,5 cm.      C. 40 cm.      D. 60 cm.



**Hướng dẫn:**

+ Khi giữ cố định C, ta có 2 con lắc. Theo đề ra  $T_1 = T_2 \Rightarrow 2\pi \sqrt{\frac{m_1}{k_1}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_2}{k_2}}$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{k_1} = \frac{m_2}{k_2} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{\frac{S}{E}}{\frac{S}{E}} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{\ell_1}{\ell_2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{1000}{600} = \frac{5}{3} \quad (1)$$

+ Mặt khác:  $\ell_1 + \ell_2 = \ell_0 = 100 \text{ cm}$  (2)

Từ (1) và (2) ta được  $\ell_1 = 62,5 \text{ cm} \Rightarrow \boxed{\text{Đáp án B.}}$

**Câu 37:** Vật nặng trong con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì T. Nếu lò xo bị cắt bớt một nửa thì chu kì dao động của con lắc mới là

- A. T.      B. 2T.      C.  $\frac{T}{2}$ .      D.  $\frac{T}{\sqrt{2}}$ .

**Hướng dẫn:**

Nhanh chóng chọn D vì chiều dài còn lại giảm đi một nửa làm độ cứng tăng 2 lần.

**Bài tập:** Một con lắc lò xo dao động điều hòa với chu kì dao động là T. Để nguyên vật nặng, muốn chu kì mới của nó là  $0,5T$  thì so với chiều dài ban đầu, cần cắt bớt lò xo đi một lượng

- A. 50%.      B. 25%.      C. 40%.      D. 75%.

**Câu 38:** Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang. Vật đang dao động điều hòa với chu kì T, biên độ A, khi vật đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của lò xo lại. Bắt đầu từ thời điểm đó vật sẽ dao động điều hòa với biên độ mới là

- A. 2A.      B.  $\frac{A}{2}$ .      C.  $\frac{A}{\sqrt{2}}$ .      D.  $A\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn:**

+ Lúc đầu con lắc dao động với tất cả chiều dài lò xo  $\ell$  có độ cứng k. Cơ năng của vật là  $E = \frac{1}{2}kA^2$

+ Về sau con lắc dao động với phần chiều dài  $\ell' = \frac{\ell}{2}$ , nên độ cứng mới  $k' = 2k$ .

Cơ năng mới của vật là  $E' = \frac{1}{2}k'A'^2 = \frac{1}{2}2kA'^2 = kA'^2$

+ Trong trường hợp này  $E' = E \Rightarrow kA'^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A' = \frac{A}{\sqrt{2}} \Rightarrow$  Đáp án C.

**Câu 39:** Con lắc đơn dao động điều hòa với chu kỳ  $T = 2s$  tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,81m/s^2$ . Chiều dài con lắc là

- A. 0,994 m.      B. 96,6 cm.      C. 9,81 m.      D. 0,2 m.

**Hướng dẫn:** Từ  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow l = \frac{T^2}{4\pi^2} \cdot g = 0,994 m \Rightarrow$  Chọn A.

**Câu hỏi phụ:**

+ Nếu bài toán trên có thêm yêu cầu là tìm cơ năng của con lắc, với các thông tin của bài toán như vậy liệu đủ dữ kiện để tính hay chưa, vì sao?

+ Nếu một con lắc đơn có dây treo dài 1 m và vật có khối lượng 1 kg dao động với biên độ góc  $4,7^\circ$ . Chọn gốc thế năng tại vị trí cân bằng của vật và lấy  $g = 10 m/s^2$  thì sẽ tính được cơ năng bằng bao nhiêu? Có mấy cách tính cho bài toán này?

**Câu 40:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l$ . Trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nó thực hiện được 12 dao động. Khi giảm chiều dài đi 32 cm thì cũng trong khoảng thời gian  $\Delta t$  nói trên, con lắc thực hiện được 20 dao động. Chiều dài ban đầu của con lắc là

- A. 30 cm.      B. 40 cm.      C. 50 cm.      D. 60 cm.

**Hướng dẫn:**

Ta có:  $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$  (1),  $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l_2}{g}}$  (2) và  $n_1 T_1 = n_2 T_2$  (3).

Từ (1), (2) và (3) ta được:  $\sqrt{\frac{l_1}{l_2}} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \frac{l_1}{l_2} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$

$\Rightarrow \frac{l_1}{l_1 - 32} = \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 = \left(\frac{20}{12}\right)^2 \Rightarrow l_1 = 50 \text{ cm} \Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 41:** Một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0 = 5^\circ$ . Với li độ góc  $\alpha$  bằng bao nhiêu thì động năng của con lắc gấp 2 lần thế năng?

- A.  $\alpha = \pm 3,45^\circ$ .    B.  $\alpha = 2,89^\circ$ .    C.  $\alpha = \pm 2,89^\circ$ .    D.  $\alpha = 3,45^\circ$ .

**Hướng dẫn:**

**Cách giải để hiểu:** Chọn gốc thế năng là vị trí mà vật ở vị trí vật thấp nhất.

Từ định luật bảo toàn cơ năng, ta có  $E_d + E_t = E_{t\max}$  (1)

Theo đề ra, tại li độ góc  $\alpha$  thì  $E_d = 2E_t$ , thay vào (1) được:  $3E_t = E_{t\max}$

$$\Rightarrow 3mgh = mgh_0 \Rightarrow 3h = h_0 \Rightarrow 3l(1 - \cos\alpha) = l(1 - \cos\alpha_0)$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{2 + \cos\alpha_0}{3} \text{ thay số ta được } \alpha = \pm 2,89^\circ \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Cách giải nhanh:** Với vật dao động, khi  $E_d = nE_t$  thì

$$\begin{cases} x = \pm \frac{A}{\sqrt{n+1}} \\ v = \pm \sqrt{\frac{n}{n+1}} \cdot v_{\max} \end{cases}$$

dụng cho con lắc đơn ta cũng có  $\alpha = \pm \frac{\alpha_0}{\sqrt{n+1}} = \pm \frac{5}{\sqrt{2+1}} = 2,89^\circ \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Bài tập:** (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2010) Tại nơi có gia tốc trọng trường  $g$ , một con lắc đơn dao động điều hòa với biên độ góc  $\alpha_0$  nhỏ. Lấy mốc thế năng ở vị trí cân bằng. Khi con lắc chuyển động nhanh dần theo chiều dương đến vị trí có động năng bằng thế năng thì li độ góc  $\alpha$  của con lắc bằng

- A.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{3}}$ .    B.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$ .    C.  $\frac{\alpha_0}{\sqrt{2}}$ .    D.  $\frac{-\alpha_0}{\sqrt{3}}$ .

**Câu 42:** Một con lắc đơn có chiều dài  $l$ , dao động điều hòa tại một nơi có gia tốc rơi tự do  $g$  với biên độ góc  $\alpha_0$ . Lúc vật đi qua vị trí có li độ góc  $\alpha$ , nó có vận tốc là  $v$ . Biểu thức nào sau đây đúng?

A.  $\frac{v^2}{gl} = \alpha_0^2 - \alpha^2$ .    B.  $\alpha^2 = \alpha_0^2 - g/v^2$ .

C.  $\alpha_0^2 = \alpha^2 + \frac{v^2}{gl}$ .    D.  $\alpha^2 = \alpha_0^2 - \frac{v^2 g}{l}$ .

**Hướng dẫn:**

**Cách giải để hiểu:** Từ định luật bảo toàn cơ năng cho ta phương trình:

$$E_d + E_t = E_{t\max} \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh = mgh_0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mg/l(1 - \cos\alpha) = mgl(1 - \cos\alpha_0)$$

$\Rightarrow$  Vận tốc vật khi ở li độ góc  $\alpha$  bất kì:  $v^2 = 2g/(cos\alpha - cos\alpha_0)$

Vì con lắc đơn dao động điều hoà nên các góc  $\alpha_0$  và  $\alpha$  đều nhỏ  $\Rightarrow$  có thể lấy gần đúng:

$$\cos\alpha_0 = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha_0}{2} \approx 1 - \frac{\alpha_0^2}{2} \text{ và } \cos\alpha = 1 - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$$

$$\Rightarrow v^2 = 2gl \left( \frac{\alpha_0^2}{2} - \frac{\alpha^2}{2} \right) = gl (\alpha_0^2 - \alpha^2) \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Cách giải nhanh:** Nhớ công thức gốc:  $v^2 = 2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$  rồi áp dụng biểu thức gần đúng cho trường hợp các góc nhỏ.

**Bài tập.** Con lắc đơn có chiều dài 1 m,  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , chọn góc  $\alpha$  để năng ở vị trí cân bằng. Con lắc dao động với biên độ  $\alpha_0 = 9^\circ$ . Giá trị vận tốc của vật tại vị trí mà ở đó động năng bằng thế năng là

- A. 0,35 m/s.      B.  $\frac{9}{\sqrt{2}}$  cm/s.      C.  $9\sqrt{5}$  m/s.      D. 9,88 m/s.

**Câu 43:** Câu trả lời nào đúng khi nói về lực căng của dây treo con lắc đơn?

- A. Như nhau tại mọi vị trí.  
 B. Lớn nhất tại vị trí cân bằng và lớn hơn trọng lượng của con lắc.  
 C. Lớn nhất tại vị trí cân bằng và nhỏ hơn trọng lượng của con lắc.  
 D. Nhỏ nhất tại vị trí cân bằng và bằng trọng lượng con lắc.

**Hướng dẫn:**

Ta biết rằng lực căng của dây treo được tính:  $\tau_\alpha = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0)$

$\Rightarrow$  Các vị trí khác nhau thì góc  $\alpha$  khác nhau nên lực căng của sợi dây sẽ khác nhau.

Khi vật qua vị trí cân bằng,  $\alpha = 0 \Rightarrow (\cos\alpha)_{\max} = 1 \Rightarrow$  lực căng của sợi dây đạt cực đại  $\tau_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0)$ . Để thấy  $(3 - 2\cos\alpha_0) > 1$  nên  $\tau_{\max} > mg \Rightarrow$  Chọn B.

**Bài tập tương tự 1:** Con lắc đơn dao động với phương trình li độ dài  $s = 2\cos 7t$  (cm) (t đo bằng giây), tại nơi có giá tốc trọng trường  $9,8 \text{ (m/s}^2)$ . Tỉ số giữa lực căng sợi dây và trọng lực tác dụng lên quả cầu ở vị trí cân bằng là

- A. 1,08      B. 0,98      C. 1,01      D. 1,05.

**Bài tập nâng cao 2:** Tìm kết luận sai.

Một con lắc đơn có chiều dài  $l$  đang dao động điều hoà. Khi con lắc đi qua vị trí cân bằng thì người ta giữ cố định điểm chính giữa của dây. Sau đó

- A. lực căng của dây treo lúc qua vị trí cân bằng tăng lên.  
 B. năng lượng dao động của con lắc giữ nguyên giá trị cũ.  
 C. dao động của con lắc có thể không phải là điều hoà.  
 D. chu kì dao động giảm đi hai lần.

**Câu 44:** Một con lắc đơn có chiều dài dây treo  $l = 43,2 \text{ cm}$ , vật có khối lượng  $m$  dao động ở nơi có giá tốc trọng trường  $g = 10 \text{ m/s}^2$  với biên độ góc  $\alpha_0$  sao cho  $\tau_{\max} = 4\tau_{\min}$ . Khi lực căng sợi dây  $\tau = 2\tau_{\min}$  thì tốc độ của vật là

- A. 1 m/s.      B. 1,2 m/s.      C. 1,6 m/s.      D. 2 m/s.

### Hướng dẫn:

+ Từ biểu thức tính lực căng:  $\tau_a = mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) \Rightarrow \begin{cases} \tau_{\max} = mg(3 - 2\cos\alpha_0) \\ \tau_{\min} = mg\cos\alpha_0 \end{cases}$

Theo đề ra  $\tau_{\max} = 4\tau_{\min} \Rightarrow mg(3 - 2\cos\alpha_0) = 4mg\cos\alpha_0 \Rightarrow \cos\alpha_0 = \frac{1}{2}$

+ Khi  $\tau = 2\tau_{\min}$  có  $mg(3\cos\alpha - 2\cos\alpha_0) = 2mg\cos\alpha_0 \Rightarrow \cos\alpha = \frac{4}{3}\cos\alpha_0 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$

+ Tốc độ vật khi đó là  $v = \sqrt{2gl(\cos\alpha - \cos\alpha_0)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0,432 \left( \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right)} = 1,2 \text{ m/s}$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Bài tập tương tự 1:** Một con lắc đơn dao động điều hoà với biên độ góc  $\alpha_0$ . Trong quá trình dao động, tỉ số giữa lực căng dây cực đại và lực căng dây cực tiểu là 1,04. Giá trị của biên độ góc  $\alpha_0$  là

- A.  $8,8^\circ$ .      B.  $8,3^\circ$ .      C.  $9,8^\circ$ .      D.  $9,3^\circ$ .

**Bài tập nâng cao 2:** Treo một vật trọng lượng 10N vào một đầu sợi dây nhẹ, không co dãn rồi kéo vật khỏi phương thẳng đứng một góc  $\alpha_0$  và thả nhẹ cho vật dao động. Biết rằng dây treo chỉ chịu được căng lớn nhất là 20N. Để dây không bị đứt, góc  $\alpha_0$  không thể vượt quá

- A.  $15^\circ$ .      B.  $30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Gợi ý:** Muốn dây không đứt thì mọi giá trị của lực căng không được vượt quá giới hạn chịu được của dây, điều này sẽ luôn thỏa mãn nếu lực căng lớn nhất  $\tau_{\max} < 20 \Rightarrow mg(3 - 2\cos\alpha_0) < 20 \Rightarrow \alpha_0 < 60^\circ$

**Câu 45:** Một con lắc đơn có chiều dài 1m, dao động điều hoà tại nơi có gia tốc trọng trường là  $10 \text{ (m/s}^2)$ . Góc lớn nhất và dây treo hợp với phương thẳng đứng  $\alpha_0 = 0,1$  (rad). Tại vị trí dây treo hợp với phương thẳng đứng góc  $\alpha = 0,01$  (rad) thì gia tốc của vật có độ lớn là

- A.  $0,1 \text{ (m/s}^2)$ .      B.  $0,0989 \text{ (m/s}^2)$ .      C.  $0,17 \text{ (m/s}^2)$ .      D.  $0,14 \text{ (m/s}^2)$ .

### Hướng dẫn:

Gia tốc của vật tại 1 điểm gồm 2 thành phần  $\vec{a} = \vec{a}_{tt} + \vec{a}_{ht}$

Trong đó gia tốc tiếp tuyến:

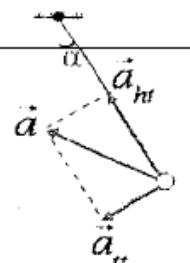
$$a_{tt} = \omega^2 s = \frac{g}{l} \alpha l = g\alpha = 10 \cdot 0,01 = 0,1 \text{ m/s}^2$$

và gia tốc hướng tâm:

$$a_{ht} = \frac{v^2}{l} = 2g(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = 2 \cdot 10 (\cos 0,01 - \cos 0,1) = 0,0989 \text{ m/s}^2.$$

Vì hai thành phần này vuông góc nhau nên độ lớn gia tốc tổng hợp là:

$$a = \sqrt{a_{tt}^2 + a_{ht}^2} = \sqrt{0,1^2 + 0,0989^2} = 0,14 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \text{Đáp án C.}$$



**Bài tập tương tự 1:** Một con lắc đơn gồm một vật nhỏ được treo vào đầu dưới của một sợi dây không dãn, đầu trên của sợi dây được buộc cố định. Bỏ qua ma sát và lực cản của không khí. Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng một góc  $0,1$  rad rồi thả nhẹ. Tỉ số giữa độ lớn gia tốc của vật tại vị trí cân bằng và độ lớn gia tốc tại vị trí biên bằng

A. 0,1

B. 0.

C. 10.

D. 1,0.

**Bài tập nâng cao 2:** Một con lắc đơn gồm một quả cầu có khối lượng  $m = 0,2\text{kg}$  treo vào đầu một sợi dây không giãn, khối lượng không đáng kể có chiều dài  $l = 0,5\text{m}$ . Con lắc dao động điều hoà quanh vị trí cân bằng của nó. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Xác định độ lớn của lực hồi phục khi vật đi qua vị trí có- độ s = 3cm.

A. 0,12N

B. 2,12N

C. 2N

D. 2,06N

**Câu 46:** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ trên mặt đất, hỏi ở độ cao  $h$  và sau khoảng thời gian  $t$  đồng hồ chạy nhanh (hay chậm) và sai một lượng thời gian  $\Delta t$  bằng bao nhiêu?

A. Nhanh,  $\Delta t = t \cdot \frac{h}{R}$ .

B. Nhanh,  $\Delta t = t \cdot \frac{2h}{R}$ .

C. Chậm,  $\Delta t = t \cdot \frac{2h}{R}$ .

D. Chậm,  $\Delta t = t \cdot \frac{h}{R}$ .

*Hướng dẫn:*

**Hiểu:** Có:  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_0}}$  với  $g_0 = G \frac{M}{R^2}$  và  $T_h = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_h}} \cdot g_h = G \frac{M}{(R+h)^2}$

$$\Rightarrow \frac{T_h}{T_0} = \sqrt{\frac{g_0}{g_h}} = \sqrt{\frac{(R+h)^2}{R^2}} = \frac{R+h}{R} = 1 + \frac{h}{R} \Rightarrow T_h = \left(1 + \frac{h}{R}\right) T_0$$

Thấy ngay  $T_h > T_0$  nên đồng hồ chạy chậm.

Lượng chậm trong 1 giây là:  $\delta = \frac{T_h - T_0}{T_h} = \frac{\frac{h}{R} T_0}{T_h} \approx \frac{h}{R}$  (vì  $T_h \approx T_0$ )

Lượng chậm trong khoảng thời gian  $t$  giây là:  $\Delta t = t \cdot \delta$  nên  $\Delta t = t \cdot \frac{h}{R} \Rightarrow$  Chọn D.

**Giải nhanh:** Từ  $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{sâu}}}{2R}$

Ở bài toán này, không có biến thiên do cắt ghép cơ học, vị trí, nhiệt độ và độ sâu nên lần lượt  $d\ell = 0$ ,  $dg = 0$ ,  $dt = 0$  và  $dh_{\text{sâu}} = 0$

Chỉ có biến thiên do độ cao  $h$ , vì vậy  $\frac{dT}{T} = \frac{dh_{\text{cao}}}{R}$  hay  $\frac{\Delta t}{t} = \frac{h}{R} \Rightarrow \Delta t = t \cdot \frac{h}{R} > 0$

⇒ Chọn D.

**Câu 47:** Người ta đưa 1 đồng hồ quả lắc từ mặt đất lên độ cao  $h = 0,5\text{km}$ , coi nhiệt độ không thay đổi. Biết bán kính Trái đất là  $6400\text{km}$ . Mỗi ngày đêm đồng hồ chạy

- A. nhanh  $7,56\text{s}$ .    B. chậm  $7,56\text{s}$ .    C. chậm  $6,75\text{s}$ .    D. nhanh  $6,75\text{s}$ .

**Hướng dẫn:**

**Hiểu:** Do độ cao  $h$  tăng  $\Rightarrow$  gia tốc trọng trường  $g = G \frac{M}{(R+h)^2}$  giảm, làm cho

chu kỳ  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  tăng lên  $\Rightarrow$  Đồng hồ sẽ chạy chậm. Lượng chậm trong một

ngày đêm  $t = 86400\text{s}$  là:  $\Delta\tau = t \cdot \frac{h}{R} = 86400 \frac{0,5}{6400} = 6,75\text{s} \Rightarrow$  Chọn C.

**Giải nhanh:**  $\Delta\tau = t \cdot \frac{h}{R} = 86400 \frac{0,5}{6400} = 6,75\text{s} > 0 \Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 48:** Một đồng hồ quả lắc chạy đúng giờ trên mặt đất ở nhiệt độ  $25^\circ\text{C}$ . Biết hệ số nở dài của dây treo con lắc  $\alpha = 2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$ . Khi nhiệt độ ở đó là  $20^\circ\text{C}$  thì sau một ngày đêm, đồng hồ chạy như thế nào?

- A. Chậm  $8,64\text{s}$ .    B. Nhanh  $8,64\text{s}$ .    C. Chậm  $4,32\text{s}$ .    D. Nhanh  $4,32\text{s}$ .

**Giải nhanh:**

**Cách 1:** Do nhiệt độ  $t$  giảm  $\Rightarrow$  chiều dài dây treo  $l = l_0(1 + \alpha t)$  giảm  $\Rightarrow$  chu kỳ

$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  giảm xuống  $\Rightarrow$  Đồng hồ sẽ chạy nhanh. Lượng nhanh là:

$$\Delta\tau = t \cdot \frac{1}{2} \alpha |t_1 - t_2| = 86400 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10^{-5} |25 - 20| = 4,32\text{s} \Rightarrow$$
 Chọn D.

**Cách 2:** Từ  $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} = \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{sâu}}}{2R}$

Suy ra  $\frac{dT}{T} = \frac{\alpha \cdot dt}{2}$  hay  $\frac{\Delta\tau}{t} = \frac{\alpha \cdot dt}{2} \Rightarrow \Delta\tau = t \cdot \frac{\alpha \cdot (t_2 - t_1)}{2} = -4,32\text{s} < 0 \Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 49:** Chọn câu trả lời đúng. Một con lắc đơn dao động tại địa điểm A với chu kỳ 2 s. Đưa con lắc tới địa điểm B thì thực hiện 100 dao động hết 201 s. Coi nhiệt độ hai nơi này bằng nhau. So với gia tốc trọng trường tại A, gia tốc trọng trường tại B

- A. tăng  $0,1\%$ .    B. giảm  $0,1\%$ .    C. tăng  $1\%$ .    D. giảm  $1\%$ .

### **Hướng dẫn:**

**Hiệu:** – Theo đề ra có  $T_B = t / N = 2,01$  s

$$\rightarrow \text{Tù: } T_A = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_A}} \text{ và } T_B = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_B}} \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \sqrt{\frac{g_B}{g_A}}$$

$$\Rightarrow \frac{g_B}{g_A} = \left( \frac{T_A}{T_B} \right)^2 \Rightarrow g_B = \left( \frac{T_A}{T_B} \right)^2 g_A = \left( \frac{2}{2,01} \right)^2 g_A = 0,99 \cdot g_A$$

Vì  $g_B < g_A$  nên gia tốc trọng trường tại B giảm so với gia tốc trọng trường tại A.

$$\text{Có } \Delta g = \frac{g_A - g_B}{g_A} = 0,01 = 1\% \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Giải nhanh:** Từ  $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R}$ . Chỉ có biến thiên do vị trí, vì vậy  $\frac{dT}{T} = -\frac{dg}{2g} \Rightarrow \frac{dg}{g} = -2 \frac{dT}{T} = -2 \frac{0,01}{2} = -0,01 = -1\% (< 0) \Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 50:** Một đồng hồ đếm giây đặt trên mặt đất, mỗi ngày đếm chậm 130 s. Phải điều chỉnh độ dài của con lắc thế nào so với độ dài hiện trạng để đồng hồ chạy đúng?

- A. Tăng 0,2%.    B. Tăng 0,3%.  C. Giảm 0,2%.    D. Giảm 0,3%.

### Hướng dẫn:

+ Đồng hồ đang chậm, muốn đồng hồ chạy đúng thì chu kỳ phải giảm  $\Rightarrow$  Chiều dài giảm.

+ Từ  $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{cao}}{R} + \frac{dh_{sâu}}{2R}$ , vì không có sự biến thiên vị trí, nhiệt độ

$$\text{độ cao và độ sâu nén} \frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell}$$

$$\Rightarrow \text{độ giảm chiều dài là } \frac{d\ell}{\ell} = 2 \frac{dT}{T} = 2 \frac{130}{86400} = 0,003 = 0,3\% \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 51:** Một đồng hồ quả lắc có chu kỳ  $T = 2$  s ở Hà Nội với  $g_1 = 9,7926 \text{ m/s}^2$  và ở nhiệt độ  $t_1 = 10^\circ\text{C}$ . Biết hệ số giãn nở của thanh treo  $\alpha = 2.10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Chuyển đồng hồ vào Thành phố Hồ Chí Minh ở đó  $g_2 = 9,7867 \text{ m/s}^2$  và nhiệt độ  $t_2 = 33^\circ\text{C}$ . Muốn đồng hồ vẫn chạy đúng trong điều kiện mới thì phải tăng hay giảm độ dài con lắc một lượng bao nhiêu?

- A:** Giảm 1,05 mm      **B:** Giảm 1,55 mm  
**C:** Tăng 1,05 mm      **D:** Tăng 1,55 mm

**Hướng dẫn:**

+ Từ  $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$  ⇒ chiều dài  $L = \frac{g_1 T^2}{4\pi^2} = 0,9922\text{m}$

+ Ta có  $\frac{dT}{T} = \frac{d\ell}{2\ell} - \frac{dg}{2g} + \frac{\alpha \cdot dt}{2} + \frac{dh_{\text{cao}}}{R} + \frac{dh_{\text{sâu}}}{2R}$ . Do  $dh_{\text{cao}} = 0$ ,  $dh_{\text{sâu}} = 0$  và  $dT \neq 0$

nên  $\frac{1}{2} \frac{d\ell}{\ell} = \frac{1}{2} \frac{dg}{g} - \frac{\alpha dt}{2}$  ⇒  $d\ell = \left[ \frac{dg}{g} - \alpha dt \right] \ell$ , thay số ta được:

$$d\ell = \left[ \frac{9,7867 - 9,7926}{9,7926} - 2 \cdot 10^{-5} (33 - 10) \right] 0,9922 = -1,05 \cdot 10^{-3} \text{m} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 52:** Hai con lắc đơn dao động với các chu kỳ  $T_1 = 6,4\text{ s}$  và  $T_2 = 4,8\text{ s}$ .

Khoảng thời gian giữa hai lần chúng cùng đi qua vị trí cân bằng và chuyển động về cùng một phía (trùng phùng) liên tiếp là

- A. 11,2 s.      B. 5,6 s.      C. 30,72 s.      D. 19,2 s.

**Hướng dẫn:**

+ Do  $T_1 > T_2$  nên ta có  $nT_1 = (n+1)T_2 \Rightarrow n \cdot 6,4 = (n+1) \cdot 4,8 \Rightarrow n = 3$

+ Khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp là  $t = nT_1 = 3 \cdot 6,4 = 19,2\text{ s}$

⇒ Chọn D.

**Bài tập tương tự:** Hai con lắc đơn treo cạnh nhau có chu kỳ dao động nhỏ là 8s và 10s. Kéo hai con lắc lệch một góc nhỏ như nhau rồi đồng thời buông nhẹ thì hai con lắc sẽ đồng thời trở lại vị trí này sau thời gian

- A. 40 s      B. 32 s      C. 20 s      D. 50 s

**Câu 53:** Một con lắc lò xo và con lắc đơn, khi ở dưới mặt đất cả hai con lắc dao động với chu kỳ  $T = 2\text{s}$ . Dưa cả 2 con lắc lên đỉnh núi (coi nhiệt độ không thay đổi) thì hai con lắc dao động lệch chu kỳ nhau. Thinh thoảng chúng lại cùng đi qua vị trí cân bằng và chuyển động về cùng một phía, khoảng thời gian giữa hai lần như vậy là 8 phút 20 giây. Chu kỳ của con lắc đơn trên đỉnh núi là

- A. 2,008 s.      B. 1,992 s.      C. 2,010 s.      D. 1,990 s.

**Hướng dẫn:**

+ Do chu kỳ của con lắc lò xo chỉ phụ thuộc vào k và m nên khi lên đỉnh núi, chu kỳ của nó vẫn là 2 s, vậy số dao động mà nó thực hiện được giữa hai lần trùng phùng liên tiếp là  $n = \frac{t}{T} = \frac{500}{2} = 250$

$$n = \frac{t}{T} = \frac{500}{2} = 250$$

+ Ta biết rằng, chu kỳ của con lắc đơn phụ thuộc vào gia tốc g, khi độ cao h tăng thì g giảm, nên trên đỉnh núi chu kỳ của nó tăng và sẽ lớn hơn 2 s, tức là lớn hơn chu kỳ của con lắc lò xo, vì vậy số dao động của nó trong khoảng thời gian giữa hai lần trùng phùng liên tiếp sẽ nhỏ hơn số dao động của con lắc lò xo 1 đơn vị và bằng:  $n' = 250 - 1 = 249$

+ Lại có  $t = n' \cdot T' \Rightarrow$  chu kỳ con lắc đơn  $T' = \frac{t}{n'} = \frac{500}{249} = 2,008$  s  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 54:** Con lắc đơn được treo trong điện trường đều có cường độ không đổi và hướng thẳng đứng. Cho vật tích điện Q thì thấy tỉ số giữa chu kỳ dao động nhỏ khi

điện trường hướng lên hoặc hướng xuống là  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{9}{11}$ . Điện tích Q là điện tích

A. dương

B. âm

C. dương hoặc âm.

D. có dấu không thể xác định được.

**Hướng dẫn:**

+ Theo đề ra  $\frac{T_1}{T_2} = \frac{9}{11} \Rightarrow T_1 < T_2 \Leftrightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{1hd}}} < 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_{2hd}}} \Rightarrow g_{1hd} > g_{2hd}$

Điều này chỉ xảy ra khi  $g_{1hd} = g + a$  và  $g_{2hd} = g - a$

+ Vì  $g_{1hd} = g + a \Rightarrow \vec{F}_1 \uparrow\uparrow \vec{P} \Rightarrow \vec{F}_1 \uparrow\downarrow \vec{E} \Rightarrow Q$  là điện tích âm  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 55:** Có ba con lắc cùng chiều dài dây treo, cùng khối lượng. Con lắc thứ nhất và con lắc thứ hai mang điện tích  $q_1$  và  $q_2$ , con lắc thứ ba không mang điện tích. Chu kỳ dao động điều hòa của chúng trong điện trường có phương thẳng đứng lần lượt là  $T_1$ ,  $T_2$  và  $T_3$  với  $T_1 = \frac{1}{3}T_3$ ,  $T_2 = \frac{2}{3}T_3$ . Biết rằng  $q_1 + q_2 = 7,4 \cdot 10^{-8}$  (C).

Điện tích  $q_1$  là

A.  $10^{-8}$  C      B.  $6,4 \cdot 10^{-8}$  C      C.  $6,8 \cdot 10^{-7}$  C      D.  $-5,6 \cdot 10^{-8}$  C

**Hướng dẫn:**

Vì  $T_1, T_2$  đều nhỏ hơn  $T_3$  nên  $g_1 = g + \frac{q_1 E}{m}$  và  $g_2 = g + \frac{q_2 E}{m}$

$$\text{Từ } T_1 = \frac{1}{3}T_3 \Rightarrow 2\pi\sqrt{\frac{l}{g + \frac{q_1 E}{m}}} = \frac{1}{3} \cdot 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow q_1 = \frac{8gm}{E}$$

$$\text{Tương tự } T_2 = \frac{2}{3}T_3 \Rightarrow q_2 = \frac{5gm}{4E}$$

$$\text{Suy ra } \frac{q_1}{q_2} = 6,4 \text{ mặt khác } q_1 + q_2 = 7,4 \cdot 10^{-8} \text{ (C)} \Rightarrow q_1 = 6,4 \cdot 10^{-8} \text{ (C)} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Bài tập:** Một con lắc đơn dao động điều hòa trong điện trường đều có  $\vec{E}$  hướng thẳng xuống. Khi vật chưa tích điện thì chu kì dao động là  $T_0 = 2s$ , khi vật treo lần lượt tích điện  $q_1$  và  $q_2$  thì chu kì dao động tương ứng là  $T_1 = 2,5s$  và  $T_2 = 1,6s$ . Tỉ số giữa  $q_1$  và  $q_2$  là

- A. -0,44.      B. -0,54.      C. -0,64.      D. -1,85.

**Câu 56:** Một con lắc đơn ở mặt đất dao động nhỏ chu kì là 2 s. Đặt con lắc vẫn ở ngay mặt đất, nhưng cho quả cầu mang điện tích  $q$  đưa vào trong vùng điện trường đều  $\vec{E}$ , hướng xuống có độ lớn  $E = 9810 \text{ V/m}$  thì nó có chu kì giống như khi ở độ cao 6,4 km. Cho biết  $R = 6400 \text{ km}$ ,  $m = 100\text{g}$  và ở mặt đất  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ . Điện tích  $q$  bằng

- A.  $-3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$       B.  $2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$       C.  $-2 \cdot 10^{-7} \text{ C}$       D.  $3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ở mặt đất } g = \frac{GM}{R^2} \text{ và khi ở độ cao } h \text{ thì } g'' = \frac{GM}{(R+h)^2}$$

$$\text{Lập tỉ số ta có } \frac{g''}{g} = \frac{R^2}{(R+h)^2} \approx 1 - \frac{2h}{R} \Rightarrow g'' = g \left( 1 - \frac{2h}{R} \right)$$

$$\text{Vì } \vec{F} \text{ cùng phương với } \vec{P} \text{ nên } g' = g + \frac{qE}{m}$$

Để ở mặt đất và đặt trong điện trường có chu kì bằng chu kì khi ở độ cao  $h$  thì

$$g' = g'' \Rightarrow g + \frac{qE}{m} = g \left( 1 - \frac{2h}{R} \right) \Rightarrow q = \frac{2hgm}{RE} = \frac{2 \cdot 6,4 \cdot 9,81 \cdot 0,1}{6400 \cdot 9810} = -2 \cdot 10^{-7} (\text{C})$$

⇒ Chọn C.

**Bài tập:** Một con lắc đơn tạo bởi một quả cầu kim loại khối lượng 1g buộc vào một sợi dây mảnh cách điện, sợi dây có hệ số nở dài  $2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ , dao động điều hòa tại nơi có gia tốc trọng trường  $9,8 \text{ m/s}^2$ , trong điện trường đều hướng thẳng đứng từ trên xuống với  $E = 100 \text{ V/m}$ . Nếu tăng nhiệt độ thêm  $10^\circ\text{C}$  và truyền điện tích  $q$  cho quả cầu thì chu kì dao động của con lắc vẫn không đổi. Điện lượng của quả cầu là

- A. 20 (nC).      B. 2 (nC).      C. -20 (nC).      D. -2 (nC).

**Câu 57:** Một con lắc đơn đang dao động điều hòa trong một thang máy đứng yên tại nơi có gia tốc trọng trường  $g = 9,8 \text{ m/s}^2$  với năng lượng dao động 150mJ, thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều xuống dưới với gia tốc  $2,5 \text{ m/s}^2$ . Biết rằng thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng không, con lắc sẽ tiếp tục dao động điều hòa trong thang máy với năng lượng

- A. 201mJ.      B. 141mJ.      C. 112mJ.      D. 83,8mJ.

### Hướng dẫn:

Lúc đầu dao động với tần số góc  $\omega$ , biên độ dài  $S_0$  nên có cơ năng:  $E = \frac{1}{2} m\omega^2 S_0$

Về sau dao động với tần số góc  $\omega'$ , biên độ dài  $S_0$  nên có cơ năng:  $E' = \frac{1}{2} m\omega'^2 S_0$

Do thời điểm thang máy bắt đầu chuyển động là lúc con lắc có vận tốc bằng không nên biên độ dài  $S_0$  không thay đổi, điều này suy ra

$$\frac{E'}{E} = \frac{\omega'^2}{\omega^2} \Rightarrow E' = \left( \frac{g-a}{g} \right) E = 112(\text{mJ}) \Rightarrow \text{Đáp án C.}$$

**Câu hỏi nâng cao:** Con lắc đơn treo ở trần một thang máy, đang dao động điều hòa. Khi con lắc về đúng tới vị trí cân bằng thì thang máy bắt đầu chuyển động nhanh dần đều lên trên thì

- A. biên độ dao động giảm.
- B. biên độ dao động không thay đổi.
- C. lực căng dây giảm.
- D. biên độ dao động tăng.

## C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của vận tốc theo li độ trong dao động điều hòa có hình dạng nào sau đây?

- A. Đường parabol.
- B. Đường tròn.
- C. Đường elip.
- D. Đường hyperbol.

**Câu 2:** Một chất điểm dao động điều hòa có vận tốc bằng không tại hai thời điểm liên tiếp là  $t_1 = 2,2$  s và  $t_2 = 2,9$  s. Tính từ thời điểm ban đầu ( $t = 0$ ) đến thời điểm  $t_2$  chất điểm đã đi qua vị trí cân bằng

- A. 6 lần.
- B. 5 lần.
- C. 4 lần.
- D. 3 lần.

**Câu 3:** Phương trình động lực học của một vật dao động điều hòa là  $x'' + bx = 0$ .

Chu kỳ dao động của nó sẽ là

- A.  $\frac{2\pi}{\sqrt{b}}$ .
- B.  $\sqrt{\frac{2\pi}{b}}$ .
- C.  $\frac{b}{2\pi}$ .
- D.  $\frac{2\pi}{b}$ .

**Câu 4:** Một con lắc lò xo treo thẳng đứng, lò xo có  $k = 100\text{N/m}$ , đầu dưới móc vật  $m = 100\text{g}$ . Từ VTCB kéo vật xuống dưới sao cho lò xo giãn 3 cm rồi truyền cho vật vận tốc  $20\pi\sqrt{3}\text{ cm/s}$  hướng lên. Trong khoảng thời gian  $1/4$  chu kỳ kể từ khi truyền vận tốc, quãng đường vật đi được là

- A. 2,54 cm.
- B. 4,00 cm.
- C. 5,46 cm.
- D. 7,28 cm.

**Câu 5:** Một lò xo khối lượng không đáng kể, có chiều dài tự nhiên  $l_0 = 135$  cm, được treo thẳng đứng, đầu trên được giữ cố định, đầu còn lại gắn quả cầu nhỏ m. Chọn trục Ox thẳng đứng, gốc toạ độ tại vị trí cân bằng của vật, chiều dương hướng xuống. Biết quả cầu dao động điều hòa với phương trình  $x = 8\sin(\omega t + \frac{\pi}{6})$  (cm) và trong quá trình dao động tỉ số giữa độ lớn nhất và nhỏ nhất của lực đàn hồi của lò xo là  $\frac{7}{3}$ . Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Chiều dài của lò xo tại thời điểm  $t = 1,41$  s là

- A. 159 cm.      B. 162,12 cm.      C. 107,88 cm.      D. 147,88 cm.

**Câu 6:** Một con lắc đơn có dây treo dài  $l = 0,4$  m, vật nặng có khối lượng  $m = 200$  g. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Kéo con lắc để dây treo lệch khỏi phương thẳng đứng góc  $\alpha = 60^\circ$  rồi buông nhẹ. Lúc lực căng của dây treo là 4 N thì vận tốc của vật bằng  
A. 2 m/s.      B. 2,5 m/s.      C. 3 m/s.      D. 4 m/s.

**Câu 7:** Một con lắc đơn dài  $l = 25$  cm, hòn bi có  $m = 10$  g và mang điện tích  $q = 10^{-4}$  C. Treo con lắc vào giữa hai bản kim loại thẳng đứng, song song, cách nhau  $d = 22$  cm. Đặt vào hai bản hiệu điện thế một chiều  $U = 88$  V. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Chu kì dao động điều hòa với biên độ góc nhỏ của nó là

- A.  $T = 0,983$  s.      B.  $T = 0,389$  s.      C.  $T = 0,659$  s.      D.  $T = 0,956$  s.

**Câu 8:** Một con lắc đơn có chu kì dao động  $T = 2$  s. Nếu treo con lắc vào trần một toa xe đang chuyển động nhanh dần đều trên mặt đường nằm ngang thì thấy rằng ở vị trí cân bằng mới, dây treo con lắc hợp với phương thẳng đứng một góc  $\phi = 30^\circ$ . Cho  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Tìm chu kì dao động mới của con lắc trong toa xe và gia tốc của toa xe?

- A. 1,86 s ; 5,77 m/s<sup>2</sup>.      B. 1,86 s ; 10 m/s<sup>2</sup>.  
C. 2 s ; 5,77 m/s<sup>2</sup>.      D. 2 s ; 10 m/s<sup>2</sup>.

**Câu 9:** Một con lắc đơn gồm dây treo có chiều dài  $l = 1$  (m), quả cầu có khối lượng  $m = 100$  (g) và mang điện tích  $q = 2 \cdot 10^{-5}$  (C) đặt trong điện trường đều có vectơ cường độ điện trường hướng theo phương ngang, độ lớn  $E = 5 \cdot 10^4$  (V/m). Kéo con lắc lệch khỏi phương thẳng đứng theo chiều của vectơ cường độ điện trường sao cho dây treo lệch với phương thẳng đứng một góc  $54^\circ$  rồi buông nhẹ. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Tốc của vật khi đi qua vị trí cân bằng là

- A. 0,49 m/s      B. 2,87 m/s      C. 3,41 m/s      D. 0,59 m/s

**Bài toán cuối chủ đề 1:** Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nhỏ khối lượng  $m = 200$  g dao động điều hòa. Ở một thời điểm t nào đó vật qua li độ  $x = 2,5$  cm và đang hướng về vị trí cân bằng, ngay sau đó  $\frac{3T}{4}$  thì vật có tốc độ  $5\pi$  cm/s. Hãy tìm độ cứng k của lò xo?

## Chủ đề 2:

# TỔNG HỢP DAO ĐỘNG. CÁC LOẠI DAO ĐỘNG (TỰ DO, TẮT DẪN, DUY TRÌ, CƯỜNG BỨC) SỰ CỘNG HƯỚNG DAO ĐỘNG

## A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

### I. Phương pháp Frexnen trong việc tổng hợp dao động

Để tìm dao động tổng hợp của hai dao động cùng phương:  $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$

và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  người ta biểu diễn các dao động  $x_1, x_2$  trên bằng các véc tơ quay  $\vec{A}_1, \vec{A}_2$  tương ứng. Khi  $\vec{A}_1, \vec{A}_2$  quay thì hình bình hành  $OM_1MM_2$  không biến dạng và quay với vận tốc  $\omega$ :

⇒ Đầu mút véc tơ tổng  $\vec{A}$  chuyển động tròn đều với vận tốc  $\omega$

⇒ Dao động tổng hợp sẽ dao động điều hòa nên có phương trình  $x = A \cos(\omega t + \varphi)$ .

Biên độ  $A$  và pha ban đầu  $\varphi$  của dao động tổng hợp được tính thông qua công thức:

$$[A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)] \quad (1)$$

$$\tan \varphi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} \quad (2)$$

Lưu ý 1: Độ lệch pha giữa 2 dao động:  $\Delta\varphi = (\omega t + \varphi_1) - (\omega t + \varphi_2) = \varphi_1 - \varphi_2$

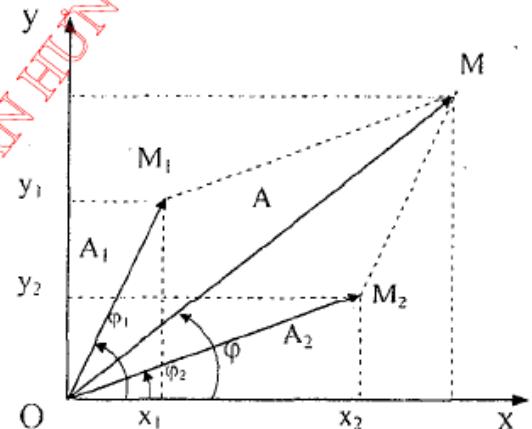
- Nếu  $\varphi_1 - \varphi_2 > 0$  thì dao động  $x_1$  được xem là sớm (nhanh) pha hơn dao động  $x_2$  hoặc dao động  $x_2$  trễ (chậm) pha so với dao động  $x_1$ .

- Nếu 2 dao động thành phần cùng pha  $\Delta\varphi = 2k\pi$  thì  $A = A_{\max} = A_1 + A_2$

ngược pha  $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$  thì  $A = A_{\min} = |A_1 - A_2|$

⇒ Trong mọi trường hợp, giá trị của  $A$  thuộc khoảng:

$$|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$$



**Lưu ý 2:** Dùng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES để làm một số bài toán như:

Cho các dao động thành phần  $x_1, x_2, x_3, \dots$  Tìm  $x$  tổng hợp

Cho dao động thành phần  $x_1$  và  $x$  tổng hợp. Tìm dao động thành phần còn lại.

## II. Các loại dao động

### 1. Dao động tự do

Dao động mà chu kì dao động của vật chỉ phụ thuộc các đặc tính của hệ dao động, không phụ thuộc các yếu tố bên ngoài được gọi là dao động tự do. *Chu kì dao động tự do* gọi là *chu kì dao động riêng*.

Con lắc lò xo là một ví dụ vì  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$  chỉ phụ thuộc vào các đặc tính bên trong của hệ đó là  $k$  và  $m$ , không phụ thuộc vào các yếu tố nào bên ngoài.

### 2. Dao động tắt dần

#### a. Định nghĩa

Là dao động mà biên độ giảm dần theo thời gian.

#### b. Nguyên nhân

Do lực ma sát của môi trường lên cơ hệ. Lực này thực hiện công âm làm cơ năng của con lắc giảm dần. Ma sát càng lớn, dao động sẽ dừng lại (tắt) càng nhanh.

#### c. Chú ý khi làm bài tập

+ Liên hệ giữa độ giảm cơ năng và độ giảm biên độ:  $\left[ \frac{\Delta E}{E} \approx 2 \cdot \frac{\Delta A}{A} \right]$  chúng ta sẽ dùng công thức này để giải các bài xuôi ngược cho nhanh.

+ Vật nặng trong con lắc lò xo dao động tắt dần với biên độ ban đầu  $A$ , hệ số ma sát  $\mu$ . Độ giảm biên độ sau mỗi chu kì là  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = \frac{4\mu g}{\omega^2}$ , số dao động thực

hiện được  $N = \frac{A}{\Delta A} = \frac{Ak}{4\mu mg} = \frac{\omega^2 A}{4\mu g}$ . Thời gian và quãng đường vật đi được đến

lúc dừng lại tính theo các biểu thức *gần đúng*:  $t = N.T$   $S = \frac{kA^2}{2\mu mg} = \frac{\omega^2 A^2}{2\mu g}$

### 3. Dao động duy trì

#### a. Định nghĩa

Là dao động có biên độ không đổi theo thời gian

#### b. Nguyên tắc duy trì dao động

Về nguyên tắc phải tác dụng vào con lắc một lực tuần hoàn với tần số bằng tần số riêng. Lực này phải nhỏ để không làm biến đổi tần số riêng của con lắc, *cung cấp cho nó một năng lượng đúng bằng phần năng lượng tiêu hao sau mỗi nửa chu kì*.

## 4. Dao động cưỡng bức

### a. Định nghĩa

Là dao động luôn chịu tác dụng của một ngoại lực biến thiên tuần hoàn, biểu thức lực có dạng  $F = F_0 \cos(\omega t + \varphi)$ .

### b. Đặc điểm:

\* Về tần số: Trong khoảng thời gian ban đầu nhỏ, dao động của vật là một dao động phức tạp vì đó là sự tổng hợp của dao động riêng và dao động do ngoại lực gây ra. Sau khoảng thời gian nhỏ này, dao động riêng bị tắt hẳn, chỉ còn lại dao động do tác dụng của ngoại lực gây ra, đó là **dao động cưỡng bức**, và **dao động cưỡng bức này có tần số bằng tần số của lực cưỡng bức**.

\* Về biên độ: Dao động cưỡng bức có biên độ phụ thuộc vào  $F_0$ , vào ma sát và đặc biệt phụ thuộc vào **độ chênh lệch giữa tần số f của lực cưỡng bức và tần số riêng  $f_0$  của hệ**. Nếu tần số  $f$  càng gần với tần số riêng  $f_0$  thì biên độ của dao động cưỡng bức càng tăng, và nếu  $f \approx f_0$  thì xảy ra cộng hưởng.

**Chú ý: Dao động duy trì và dao động cưỡng bức có sự khác biệt như sau:**

#### + Về sự bù đắp năng lượng:

- Tự dao động: cung cấp một lần năng lượng, sau đó hệ tự bù đắp năng lượng từ từ cho con lắc.
- Dao động cưỡng bức: bù đắp năng lượng cho con lắc từ từ trong từng chu kì và do ngoại lực thực hiện thường xuyên.

#### + Về tần số:

- Tự dao động: dao động duy trì theo tần số  $f_0$  của hệ.
- Dao động cưỡng bức: dao động duy trì theo tần số  $f$  của ngoại lực.

### c. Sự cộng hưởng

- **Định nghĩa:** Cộng hưởng là hiện tượng biên độ dao động cưỡng bức tăng nhanh đột ngột đến một **giá trị cực đại** khi tần số  $f$  của lực cưỡng bức bằng tần số riêng của  $f_0$  của hệ.

- **Đặc điểm:** Hiện tượng thể hiện rõ nét nếu lực cản của môi trường nhỏ.

### - Ứng dụng của cộng hưởng:

#### \* Cộng hưởng có lợi:

- Với một lực nhỏ có thể tạo dao động có biên độ lớn, ví dụ một em nhỏ cầm đưa võng cho người lớn, sức của em bé có hạn nên không thể đẩy võng lên cao ngay được nhưng nếu em bé đẩy võng bằng những xung nhịp mà tần số bằng tần số riêng của võng thì có thể đưa võng lên rất cao.

- Bản thân dây đàn phát ra âm rất nhỏ, nhờ bầu đàn đóng vai trò hộp cộng hưởng mà âm phát ra to hơn.

\* **Cộng hưởng có hại:** Mọi vật đàn hồi đều là hệ dao động và đều có tần số riêng của nó. Đó có thể là chiếc cầu, bệ máy, khung xe, thành tàu, vv.... Nếu vì một lí do nào đó chúng dao động cộng hưởng với một vật dao động khác, điều này làm chúng rung lên rất mạnh và có thể bị gãy, đổ.

## B. VÍ DỤ MINH HOẠ

**Câu 1:** Một vật đồng thời thực hiện hai dao động điều hoà cùng phương có phương trình:  $x_1 = 3\cos\left(8t + \frac{5\pi}{6}\right)$  (cm) và  $x_2 = 4\sin\left(8t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm). Biên độ dao động tổng hợp là

- A. 7 cm.      B. 3,5 cm.      C. 5 cm.      D. 1 cm.

**Hướng dẫn:**

+ Trước tiên phải viết lại  $x_2 = 4\sin\left(8t + \frac{\pi}{3}\right) = 4\cos\left(8t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = 4\cos\left(8t - \frac{\pi}{6}\right)$

+ Nhận thấy hai dao động thành phần ngược pha ( $\Delta\phi = \frac{\pi}{6} - \frac{5\pi}{6} = -\pi$ ) nên biên độ dao động tổng hợp là:  $A = A_2 - A_1 = 4 - 3 = 1$  cm  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 2:** Vật thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương cùng tần số theo phương trình  $x_1 = 4\sin(\pi t + \alpha)$  (cm) và  $x_2 = 4\sqrt{3}\cos(\pi t)$  (cm). Biên độ dao động tổng hợp đạt giá trị lớn nhất khi

- A.  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ .      B.  $\alpha = 0$ .      C.  $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ .      D.  $\alpha = \pi$ .

**Hướng dẫn:**

+ Viết lại  $x_2 = 4\sqrt{3}\cos(\pi t) = 4\sqrt{3}\sin\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$

+ Muốn biên độ dao động tổng hợp đạt giá trị lớn nhất  $A = A_{\max}$  thì hai dao động thành phần phải cùng pha  $\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 3:** Một chất điểm tham gia đồng thời hai dao động điều hoà cùng phương, có

phương trình lần lượt là:  $x_1 = 7\cos\left(6\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (cm) và  $x_2 = 3\cos(6\pi t + \varphi)$  (cm).

Biên độ của dao động tổng hợp có thể nhận giá trị nào?

- A. 2 cm.      B. 5 cm.      C. 12 cm.      D. 15 cm.

**Hướng dẫn:**

Biên độ A của dao động tổng hợp thuộc khoảng  $|A_1 - A_2| \leq A \leq A_1 + A_2$

Trong bài  $\therefore 4 \text{ cm} \leq A \leq 10 \text{ cm} \Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 4:** Một vật đồng thời thực hiện hai dao động điều hoà cùng phương, biểu thức có dạng  $x_1 = \sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm) và  $x_2 = \cos\left(2\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$  (cm). Phương trình dao động tổng hợp là

A.  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm).      B.  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm)

C.  $x = \sqrt{3} \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm).      D.  $x = \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm)

**Hướng dẫn:**

Phương trình dao động tổng hợp có dạng  $x = A \cdot \cos(2\pi t + \phi)$

Có:  $A := \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)} = 2$  cm

Và  $\tan \phi = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2} = \frac{\sqrt{3} \sin \frac{\pi}{6} + 1 \cdot \sin \frac{2\pi}{3}}{\sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} + 1 \cdot \cos \frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{3}$  rad

Vậy phương trình dao động tổng hợp là  $x = 2 \cos\left(2\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm)  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Giải nhanh:** Nhận thấy  $A\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = \frac{2\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$ , tức là  $\vec{A}_1 \perp \vec{A}_2$  vì vậy giải theo phương pháp giản đồ véc tơ sẽ cho kết quả nhanh hơn, thực vậy:

Tam giác  $M_1MO$  vuông tại  $M_1$  nên:

~~+  $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2} = 2$  cm~~

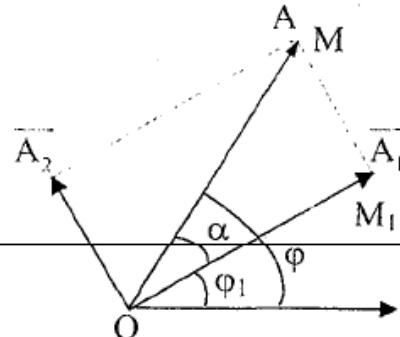
~~+  $\tan \alpha = \frac{A_1}{A_2} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}$~~

~~$\Rightarrow \phi = \varphi_1 + \alpha = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow$  Chọn B.~~

Ngoài ra có thể dùng máy tính Casio fx 570 – ES.

bấm như sau: [Shift] [MODE] 4 [MODE] 2

~~$\sqrt{3}$  [Shift] [(-)]  $\frac{\pi}{6}$  [+] 1 [Shift] [(-)]  $\frac{2\pi}{3}$  [Shift] [2] [3] [2]  $\angle$   $\frac{1}{3}\pi$   $\Rightarrow$  Chọn B.~~



**Câu 5:** Một vật khối lượng  $m = 200 \text{ g}$  thực hiện đồng thời hai dao động cùng phương  $x_1 = 5 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$  và  $x_2 = 2 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Gia tốc của vật ở thời điểm  $t = 0,25 \text{ s}$  là

- A.  $-1,4 \text{ m/s}^2$ .      B.  $1,4 \text{ m/s}^2$ .      C.  $2,8 \text{ m/s}^2$ .      D.  $-2,8 \text{ m/s}^2$ .

**Hướng dẫn:**

+ Vì hai dao động thành phần cùng pha nên phương trình dao động tổng hợp là  $x = 7 \cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}$

$$+ \text{Tại } t = 0,25 \text{ s có } x = 7 \cos\left(2\pi \cdot 0,25 - \frac{\pi}{6}\right) = 7 \cos \frac{\pi}{3} = 3,5 \text{ cm}$$

Lúc đó  $a = -\omega^2 \cdot x = -(2\pi)^2 \cdot 3,5 = -140 \text{ cm/s}^2 = -1,4 \text{ m/s}^2 \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Câu 6:** Trong con lắc lò xo, vật có khối lượng  $m = 200 \text{ g}$  đồng thời thực hiện hai dao động điều hòa cùng phương có phương trình  $x_1 = 6 \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (cm)}$  và  $x_2 = 6 \cos 5\pi t \text{ (cm)}$ . Lấy  $\pi^2 = 10$ . Thế năng của vật tại thời điểm  $t = 1 \text{ s}$  là

- A.  $90 \text{ mJ}$ .      B.  $180 \text{ mJ}$ .      C.  $900 \text{ J}$ .      D.  $180 \text{ J}$ .

**Hướng dẫn:**

Phương trình dao động tổng hợp  $x = 6\sqrt{2} \cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (cm)}$

$$\text{Tại thời điểm } t = 1 \text{ s có } x = 6\sqrt{2} \cos\left(5\pi \cdot 1 - \frac{\pi}{4}\right) = -6 \text{ cm}$$

$\Rightarrow$  Thế năng của vật:

$$E_t = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2 = \frac{1}{2} 0,2 \cdot (5\pi)^2 \cdot (0,06)^2 = 0,09 \text{ J} = 90 \text{ mJ} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Giải nhanh:** Với câu 5 và câu 6, không nhất thiết phải tìm phương trình dao động tổng hợp, mà chỉ cần thay giá trị  $t$  vào biểu thức  $x = x_1 + x_2$  sẽ nhận được giá trị cụ thể của  $x$ . Từ  $x$  sẽ tính tiếp được gia tốc  $a = -\omega^2 x$  hoặc thế năng  $E_t = \frac{1}{2} kx^2$ .

**Câu 7:** Một vật tham gia đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương với  $x_1 = 4 \cos\left(5\sqrt{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$  (cm) và  $x_2 = A_2 \cos\left(5\sqrt{2}t + \pi\right)$  (cm), trong đó t tính bằng giây. Biết độ lớn vận tốc của vật tại thời điểm động năng bằng thế năng là 40 cm/s. Biên độ dao động thành phần  $A_2$  là

- A. 4 cm.      B.  $4\sqrt{2}$  cm.      C.  $\sqrt{3}$  cm.      D.  $4\sqrt{3}$  cm.

**Hướng dẫn:**

Khi động năng bằng thế năng ta có:  $2E_d = E$

$$\Rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}kA^2 \Rightarrow A^2 = \frac{2mv^2}{k} = 2 \cdot \frac{v^2}{\omega^2} \Rightarrow A = 8 \text{ cm.}$$

Nhận thấy 2 dao động thành phần vuông pha nên

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 \Rightarrow A_2 = \sqrt{A^2 - A_1^2} = \sqrt{8^2 - 4^2} = 4\sqrt{3} \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 8:** (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2010) Dao động tổng hợp của hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có phương trình li độ

$x = 3 \cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$  (cm). Biết dao động thứ nhất có phương trình li độ

$x_1 = 5 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm). Dao động thứ hai có phương trình li độ là

- A.  $x_2 = 8 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm).      B.  $x_2 = 2 \cos\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (cm).  
 C.  $x_2 = 2 \cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$  (cm).      D.  $x_2 = 8 \cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$  (cm).

**Hướng dẫn:**

Nhận thấy dao động  $x_1$  ngược pha với dao động tổng hợp  $x$  nên biên độ của dao động thành phần  $x_2$  là  $A_2 = A + A_1 = 3 + 5 = 8$  cm. Pha của  $x_2$  cùng pha với  $x$  nên

bằng  $-\frac{5\pi}{6}$ . Vậy  $x_2 = 8 \cos\left(\pi t - \frac{5\pi}{6}\right)$  (cm)  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Giải nhanh:** Sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 ES

Vì  $x_1 + x_2 = x \Rightarrow x_2 = x - x_1$  ta bấm máy như sau:

Shift MODE 4

MODE 2

3 Shift (-)  $- \frac{5\pi}{6}$  [ ] 5 Shift (-)  $\frac{\pi}{6}$  Shift 2 3 [ ] kết quả  $8 \angle -\frac{5}{6}\pi \Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 9:** Một vật đồng thời thực hiện ba dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số, biểu thức có dạng  $x_1 = 2\sqrt{3}\cos(2\pi t - \frac{\pi}{6})$  (cm);  $x_2 = 4\cos\left(2\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (cm) và  $x_3 = 8\cos(2\pi t - \pi)$  (cm). Phương trình của dao động tổng hợp là

- A.  $x = 6\sqrt{2}\cos(2\pi t - \frac{\pi}{4})$  (cm).      B.  $x = 6\cos(2\pi t + \frac{2\pi}{3})$  (cm).  
 C.  $x = 6\sqrt{2}\sin(2\pi t - \frac{\pi}{6})$  (cm).      D.  $x = 6\cos(2\pi t - \frac{2\pi}{3})$  (cm).

**Hướng dẫn:**

Nhận thấy 3 dao động thành phần không có dấu hiệu nào đặc biệt, vì vậy ta dùng công thức tổng quát:

$$\begin{aligned} A_x &= A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2 + A_3 \cos \varphi_3 = 2\sqrt{3} \cos(-\frac{\pi}{6}) + 4 \cos(-\frac{\pi}{3}) + 8 \cos(-\pi) \\ &= 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 4 \cdot \frac{1}{2} + 8(-1) = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Và } A_y &= A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2 + A_3 \sin \varphi_3 = 2\sqrt{3} \sin(-\frac{\pi}{6}) + 4 \sin(-\frac{\pi}{3}) + 8 \sin(-\pi) \\ &= 2\sqrt{3} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) + 4 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 8 \cdot 0 = -3\sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\text{Nên } A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = \sqrt{(-3)^2 + (-3\sqrt{3})^2} = 6 \text{ cm}$$

$$\tan \varphi = \frac{A_y}{A_x} = \frac{-3\sqrt{3}}{-3} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{3}$$

$$\text{Vậy } x = 6 \cos(2\pi t - \frac{2\pi}{3}) \text{ (cm)} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Giải nhanh:** Sử dụng máy tính cầm tay Casio fx 570 – ES

Sau khi bấm **Shift MODE** [4] để chọn đơn vị là radian và bấm **[MODE] [2]** để chọn hàm phức thì bấm tiếp phép tính:

$$2\sqrt{3} \text{ [Shift] [(-)] } \frac{\pi}{6} \text{ [+] } 4 \text{ [Shift] [(-)] } -\frac{\pi}{3} \text{ [+] } 8 \text{ [Shift] [(-)] } -\pi \text{ [Shift] [2] [3] [=} 6 \text{ [Shift] [2] [3]}$$

$\Rightarrow$  Chọn D.

**Thêm một ví dụ khác:** Ở bài tập số 5 trang 20 SGK Vật lý 12: Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có các biên độ  $A_1 = 2a$ ,  $A_2 = a$  và các pha ban đầu  $\varphi_1 = \frac{\pi}{3}$ ,  $\varphi_2 = \pi$ . Hãy tính biên độ và pha ban đầu của dao động tổng hợp.

Nếu dùng máy tính CASIO fx – 570MS pha ban đầu phải nhập dưới dạng độ, bấm như sau:

[MODE][2]

[2] SHIFT [(-)] [6][0] [+] [1] SHIFT [(-)] [1][8][0] [=] SHIFT [+] [=]  $\Rightarrow$  sẽ hiển thị giá trị:  $1.73 = \sqrt{3}$  tức là biên độ  $A = \sqrt{3} a$

[SHIFT [=]]  $\Rightarrow$  sẽ hiển thị:  $90$  tức là pha ban đầu  $\varphi = 90^\circ$ .

**Câu 10:** Hai dao động điều hoà cùng phương, cùng tần số có phương trình  $x_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi)$  cm. Dao động tổng hợp có phương trình  $x = 9 \cos(\omega t + \varphi)$  cm. Để biên độ  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $A_1$  có giá trị

- A.  $9\sqrt{3}$  cm.      B. 7cm.      C.  $15\sqrt{3}$  cm.      D.  $18\sqrt{3}$  cm.

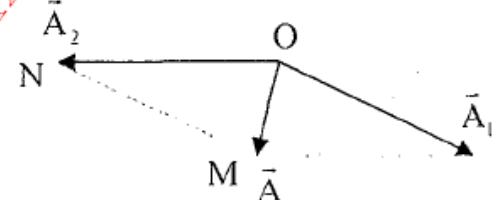
**Hướng dẫn:**

Trong tam giác OMN có:

$$\frac{A_2}{\sin M} = \frac{A}{\sin \frac{\pi}{6}} \Rightarrow A_2 = 2A \cdot \sin M$$

Để biên độ  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $\sin M = 1$  tức là

vuông tại M, khi đó ta có  $A_2 = A \cdot \cot N = 9 \cdot \cot \frac{\pi}{6} = 9\sqrt{3}$  cm



**Câu 11:** Một vật khối lượng m treo vào lò xo có độ cứng k. Kích thích cho vật dao động với biên độ 3 cm thì chu kì dao động của nó là  $T = 0,3$  s. Nếu kích thích cho vật dao động với biên độ 6 cm thì chu kì dao động của nó là

- A. 0,15s.      B. 0,3s.      C. 0,6s.      D. 0,173s.

**Hướng dẫn:**

Con lắc lò xo là một hệ dao động tự do  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 12:** Một con lắc dao động tắt dần chậm. Cứ sau mỗi chu kì biên độ giảm 3%. Phần năng lượng của con lắc mất đi trong một dao động toàn phần là bao nhiêu?

- A. 3%.      B. 6%.      C. 9%.      D. 94%.

**Hướng dẫn:**

Ta có  $A_2 = A_1 - \frac{3}{100} A_1 = 0,97 A_1$ , nên phần năng lượng mất đi là:

$$\frac{\frac{1}{2} m \omega^2 A_1^2 - \frac{1}{2} m \omega^2 A_2^2}{\frac{1}{2} m \omega^2 A_1^2} \cdot 100\% = \left[ 1 - (0,97)^2 \right] \cdot 100\% = 5,91\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 13:** Cơ năng của một dao động tắt dần chậm giảm 5% sau mỗi chu kì. Sau mỗi chu kì biên độ giảm

A. 5%.

B. 2,5%.

C. 10%.

D. 2,24%.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có: } 5\% = \frac{\frac{1}{2}m\omega^2 A^2 - \frac{1}{2}m\omega^2 A'^2}{\frac{1}{2}m\omega^2 A^2} \cdot 100\% = \frac{A^2 - A'^2}{A^2} \cdot 100\%$$

$$5 = \frac{(A - A')(A + A')}{A \cdot A} \cdot 100 \approx \frac{\Delta A \cdot 2A}{A \cdot A} \cdot 100 = \frac{\Delta A \cdot 2}{A} \cdot 100$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta A}{A} = \frac{5}{2 \cdot 100} = \frac{2,5}{100} = 2,5\% \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Giải nhanh:** Nếu nhớ được công thức liên hệ giữa độ giảm cơ năng và độ giảm

biên độ  $\frac{\Delta E}{E} \approx 2 \cdot \frac{\Delta A}{A}$  thì ta có thể giải nhanh câu 12  $\frac{\Delta E}{E} \approx 2 \cdot \frac{\Delta A}{A} = 2.3\% = 6\%$  và

câu 13  $\frac{\Delta A}{A} \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta E}{E} = \frac{1}{2} \cdot 5\% = 2,5\%$

**Câu 14:** Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nặng có  $m = 50$  g, lò xo có độ cứng là  $k = 50$  N/m. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Biết rằng biên độ dao động giảm đi  $\Delta A = 1$  mm sau mỗi lần qua vị trí cân bằng. Hệ số ma sát  $\mu$  giữa vật và mặt phẳng ngang là

A. 0,01.

B. 0,03.

C. 0,05.

D. 0,1.

**Hướng dẫn:**

+ Giữa hai lần vật đi qua VTCB, quãng đường vật đi được  $S = A + A'$  nên công của lực ma sát là  $A_{ms} = F_{ms} \cdot S = \mu P \cdot (A + A') = \mu mg \cdot (A + A')$ .

+ Độ giảm cơ năng tương ứng

$$\Delta E = \frac{1}{2}kA^2 - \frac{1}{2}kA'^2 = \frac{1}{2}k(A^2 - A'^2) = \frac{1}{2}k\Delta A \cdot (A + A')$$

+ Vì độ giảm cơ năng đúng bằng công của lực ma sát  $\Delta E = A_{ms}$  nên

$$\frac{1}{2}k\Delta A \cdot (A + A') = \mu mg \cdot (A + A') \Rightarrow \mu = \frac{k \cdot \Delta A}{2mg} = \frac{50 \cdot 1 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 50 \cdot 10^{-3} \cdot 10} = 0,05 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 15:** Một con lắc lò xo bố trí nằm ngang, vật nặng có  $m = 100$  g, lò xo có độ cứng là  $k = 160$  N/m. Lấy  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>. Khi vật đang ở vị trí cân bằng, người ta truyền cho vật vận tốc  $v_0 = 2$  m/s theo phương ngang để vật dao động. Do giữa vật và mặt phẳng ngang có lực ma sát với hệ số ma sát  $\mu = 0,01$  nên dao động của vật sẽ tắt dần. Tốc độ trung bình của vật trong suốt quá trình vật dao động là

A. 63,7 cm/s.

B. 34,6 cm/s.

C. 72,8 cm/s.

D. 54,3 cm/s.

### Hướng dẫn:

- Biên độ ban đầu  $A_0 = \frac{v_0}{\omega} = v_0 \sqrt{\frac{m}{k}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-3}}{160}} = 0,05(m) = 5(cm)$
- Độ giảm cơ năng sau mỗi chu kỳ bằng độ lớn công của lực ma sát nên  $\Delta E = \frac{1}{2} k(A^2 - A'^2) \approx \frac{1}{2} k \cdot \Delta A \cdot 2A = A_{ms} = \mu mg \cdot 4A$ . Từ đây tính được độ giảm biên độ sau mỗi chu kỳ:  $\Delta A = \frac{4\mu mg}{k} = 0,25 \cdot 10^{-3} (m) = 0,025 (cm)$
- Số dao động mà vật thực hiện được:  $N = \frac{A_0}{\Delta A} = \frac{5}{0,025} = 200$  nên tổng thời gian từ lúc dao động đến lúc dừng lại  $t = N \cdot T = N \cdot 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} = 200 \cdot 2\pi \sqrt{\frac{100 \cdot 10^{-3}}{160}} = 31,4s$
- Độ giảm cơ năng bằng độ lớn công của lực ma sát trong suốt quá trình dao động đó nên:  $\Delta E = \frac{1}{2} k(A_0^2 - 0) = \frac{1}{2} k A_0^2 = A_{ms} = \mu mg \cdot S_{\Sigma}$ . Từ biểu thức này, tính được tổng quãng đường vật đi được:  $S_{\Sigma} = \frac{k A_0^2}{2\mu mg} = 20 (m)$

♦ Lúc này, tốc độ trung bình  $v = \frac{S_{\Sigma}}{t} = \frac{20}{31,4} = 0,637 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

(Vì dao động tắt dần chậm, sự sai lệch là không nhiều nên bài toán trên đã giải theo cách tính gần đúng. Muốn tính chính xác hơn, ta phải dùng công thức khác như sách Cẩm nang ôn luyện thi đại học môn vật lí đã trình bày)

**Câu 16:** Một con lắc lò xo gồm vật nhỏ khối lượng 0,02 kg và lò xo có độ cứng  $k = 1 \text{ N/m}$ . Vật nhỏ được đặt trên giá đỡ cố định nằm ngang dọc theo trục lò xo. Hệ số ma sát trượt giữa giá đỡ và vật nhỏ là 0,1. Ban đầu giữ vật ở vị trí lò xo bị nén 10 cm rồi buông nhẹ để con lắc dao động tắt dần. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Tốc độ lớn nhất vật nhỏ đạt được trong quá trình dao động là

- A.  $10\sqrt{30} \text{ cm/s.}$     B.  $20\sqrt{6} \text{ cm/s.}$     C.  $40\sqrt{2} \text{ cm/s.}$     D.  $40\sqrt{3} \text{ cm/s.}$

### Hướng dẫn:

Sau khi buông, vật được tăng tốc nhờ hợp lực theo phương ngang (lực đẩy của lò xo và lực ma sát trượt). vận tốc của vật cực đại tại vị trí  $x$  mà ở đó hợp lực này bằng không tức 2 lực này cân bằng nhau  $kx = \mu mg$

$$\Rightarrow x = \frac{\mu mg}{k} = \frac{0,1 \cdot 0,02 \cdot 10}{1} = 0,02m = 2\text{cm}$$

Theo ĐI.BT cơ năng, ta có:  $\frac{1}{2}kx_0^2 - \left[ \frac{1}{2}mv_{\max}^2 + \frac{1}{2}kx^2 \right] = A_{\text{ngluc}} = \mu mg(x_0 - x)$

$$\Rightarrow v_{\max} = \sqrt{\frac{k}{m}(x_0^2 - x^2) - 2\mu mg(x_0 - x)} = 40\sqrt{2} \text{ cm/s} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 17:** Một chiếc xe chạy trên con đường lát gạch, cứ sau 15 m trên đường lại có một rãnh nhỏ. Biết chu kì dao động riêng của khung xe trên các lò xo giảm xóc là 1,5 s. Hỏi vận tốc xe bằng bao nhiêu thì xe bị xóc mạnh nhất?

- A. 54 km/h.      B. 27 km/h.      C. 34 km/h.      D. 36 km/h.

### Hướng dẫn:

Chu kì của ngoại lực tác dụng lên xe  $T = \frac{L}{v}$ . Chu kì dao động riêng  $T_0 = 1,5$  s.

Xe bị xóc mạnh nhất khi  $T = T_0 \Rightarrow \frac{L}{v} = T_0$

$$\Rightarrow v = \frac{L}{T_0} = \frac{15}{1,5} = 10(\text{m/s}) = 36(\text{km/h}) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 18:** Một con lắc lò xo gồm vật nặng có  $m = 100$  g, lò xo có  $k = 40$  N/m. Tác dụng vào vật một lực tuần hoàn biên độ  $F_0$  và tần số  $f_1 = 4$  Hz thì biên độ dao động ổn định của hệ là  $A_1$ . Nếu giữ nguyên biên độ  $F_0$  nhưng tăng tần số đến giá trị  $f_2 = 5$  Hz thì biên độ dao động ổn định của hệ là  $A_2$ . Chọn phương án đúng?

- A.  $A_2 > A_1$ .      B.  $A_2 = A_1$ .      C.  $A_2 < A_1$ .      D.  $A_2 \geq A_1$ .

### Hướng dẫn:

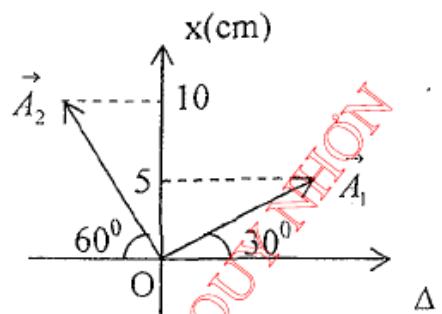
+ Tần số dao động riêng của con lắc lò xo  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{40}{0,1}} = 3,18$  Hz

+ Do  $|f_2 - f_0| > |f_1 - f_0|$  nên  $A_2 < A_1 \Rightarrow \text{Chọn C.}$

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

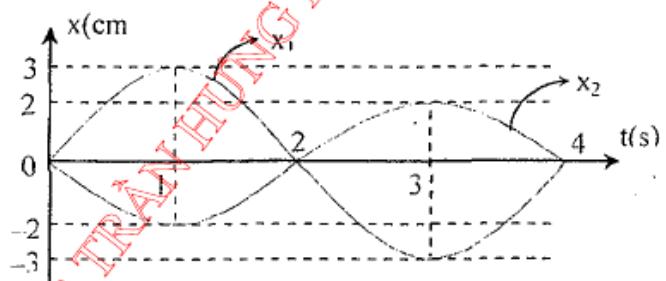
**Câu 1:** Một vật thực hiện đồng thời hai dao động điều hòa cùng phương cùng tần số có giàn đồ vectơ như hình vẽ. Biên độ dao động tổng hợp là

- A. 5 cm.
- B. 15,28 cm.
- C. 20,82 cm.
- D.  $\sqrt{125}$  cm.



**Câu 2:** Đồ thị của hai dao động điều hòa cùng tần số được vẽ như hình vẽ. Phương trình nào sau đây là phương trình dao động tổng hợp của chúng:

- A.  $x = 5\cos\frac{\pi}{2}t$  (cm)
- B.  $x = \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{2}\right)$  (cm)
- C.  $x = 5\cos\left(\frac{\pi}{2}t + \pi\right)$  (cm)
- D.  $x = \cos\left(\frac{\pi}{2}t - \pi\right)$  (cm)



**Câu 3:** Hai dao động điều hòa cùng phương, cùng tần số có phương trình  $x_1 = A_1 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  và  $x_2 = A_2 \cos(\omega t - \pi)$  cm. Dao động tổng hợp có phương trình  $x = 9\cos(\omega t + \varphi)$  cm. Để biên độ  $A_2$  có giá trị cực đại thì  $A_1$  có giá trị

- A.  $9\sqrt{3}$  cm.
- B. 7 cm.
- C.  $15\sqrt{3}$  cm.
- D.  $18\sqrt{3}$  cm.

**Câu 4:** Hai chất điểm dao động điều hòa trên cùng một trục Ox, phương trình dao động lần lượt là:  $x_1 = 10\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm) và  $x_2 = 10\sqrt{2} \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{12}\right)$  (cm). Hai chất điểm cách nhau 5 cm ở thời điểm lần thứ 2 kể từ thời điểm ban đầu là

- A.  $11/24$  s.
- B.  $1/9$  s.
- C.  $1/8$  s.
- D.  $5/24$  s.

**Câu 5:** Một vật khối lượng m treo vào lò xo có độ cứng k. Kích thích cho vật dao động với biên độ 3 cm thì chu kì dao động của nó là  $T = 0,3$  s. Nếu kích thích cho vật dao động với biên độ 6 cm thì chu kì dao động của nó là

- A. 0,3 s.
- B. 0,15 s.
- C. 0,6 s.
- D. 0,173 s.

**Câu 6:** Vật nặng trong con lắc lò xo có  $m = 100\text{ g}$ , khi vật đang ở vị trí cân bằng người ta truyền cho nó một vận tốc ban đầu  $2\text{ m/s}$ . Do ma sát vật dao động tắt dần. Nhiệt lượng tỏa ra môi trường khi dao động tắt hẳn là

- A.  $200\text{ J}$ .      B.  $0,2\text{ J}$ .      C.  $0,1\text{ J}$ .      D.  $0,02\text{ J}$ .

**Câu 7:** Một vật khối lượng  $100\text{ g}$  nối với một lò xo có độ cứng  $100\text{ N/m}$ . Đầu còn lại của lò xo gắn cố định, sao cho vật có thể dao động trên mặt phẳng nằm ngang. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng một đoạn  $9\text{ cm}$  rồi buông nhẹ. Lấy gia tốc trọng trường  $10\text{ m/s}^2$ . Biết hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng nằm ngang là  $0,2$ . Biên độ dao động của vật sau  $5$  chu kì dao động là

- A.  $3\text{ cm}$ .      B.  $4\text{ cm}$ .      C.  $5\text{ cm}$ .      D.  $6\text{ cm}$ .

**Câu 8:** Một con lắc lò xo có  $k = 100\text{ N/m}$ ,  $m = 400\text{g}$ , được đặt trên một mặt phẳng ngang. Hệ số ma sát giữa vật và mặt phẳng ngang bằng  $0,1$ . Ban đầu người ta kéo vật dọc theo trục của lò xo ra khỏi vị trí O, tại đó lò xo biến dạng một đoạn  $10\text{cm}$  rồi buông nhẹ. Lấy  $g = 10\text{m/s}^2$ , bỏ qua sức cản không khí. Tốc độ của vật khi nó qua vị trí O lần thứ hai tính từ lúc buông vật bằng

- A.  $0,95\text{m/s}$ .      B.  $1,39\text{m/s}$ .      C.  $0,88\text{m/s}$ .      D.  $1,45\text{m/s}$ .

**Câu 9:** Một con lắc đơn có độ dài  $l = 16\text{ cm}$  được treo trong toa tàu ở ngay vị trí phía trên của trục bánh xe. Chiều dài mỗi thanh ray là  $12\text{ m}$ . Lấy  $g = 10\text{ m/s}^2$  và  $\pi^2 = 10$ , coi tàu chuyển động thẳng đều. Con lắc sẽ dao động mạnh nhất khi vận tốc đoàn tàu là

- A.  $15\text{ m/s}$ .      B.  $1,5\text{ cm/s}$ .      C.  $1,5\text{ m/s}$ .      D.  $15\text{ cm/s}$ .

**Bài toán cuối chủ đề 2:** Ba con lắc lò xo được treo thẳng đứng cách đều nhau theo thứ tự 1, 2, 3. Vị trí cân bằng của ba vật dao động cùng nằm trên một đường thẳng. Chọn trục Ox có phương thẳng đứng, gốc tọa độ ở VTCB, phương trình lần lượt của chúng là  $x_1 = 3\cos\left(5\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\text{(cm)}$ ,  $x_2 = 1,5\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{4}\right)\text{(cm)}$  và

$x_3 = A_3\cos\left(5\pi t + \varphi_3\right)\text{(cm)}$ . Hãy tìm  $A_3$  và  $\varphi_3$  để ba vật khi dao động chúng luôn nằm trên một đường thẳng?

## Chủ đề 3: ĐẠI CƯƠNG VỀ SÓNG CƠ. SÓNG ÂM

### A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

#### I. Sóng cơ học

##### 1. Định nghĩa và đặc điểm của sóng cơ học

\* Sóng cơ học là các dao động cơ học lan truyền theo thời gian trong một môi trường vật chất.

\* Một đặc điểm quan trọng của sóng là khi sóng truyền trong một môi trường thì các phần tử môi trường chỉ dao động quanh vị trí cân bằng của chúng mà không chuyển dời theo sóng, chỉ có pha dao động của chúng được truyền đi.

##### 2. Phân loại

Gồm sóng dọc và sóng ngang:

Sóng ngang: là sóng có phương dao động của các phần tử môi trường vuông góc với phương truyền sóng.

Ví dụ: Sóng trên mặt nước.

Sóng dọc: là sóng có phương dao động của các phần tử môi trường trùng với phương truyền sóng.

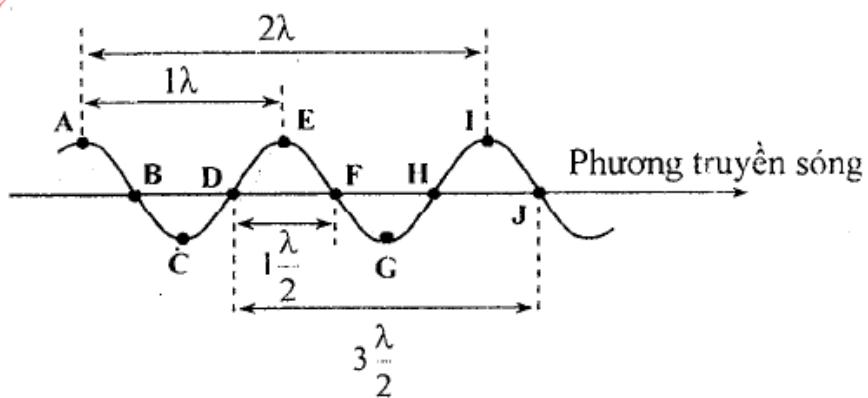
Ví dụ: Sóng âm, sóng trong lòng nước, sóng nén dần dọc theo một lò xo.

##### 3. Các đại lượng đặc trưng cho sóng

\* Chu kỳ  $T$  của sóng là chu kỳ dao động chung của các phần tử vật chất khi có sóng truyền qua và bằng chu kỳ dao động của nguồn sóng.

\* Tần số  $f$  của sóng là tần số dao động chung của các phần tử vật chất khi có sóng truyền qua.

\* Biên độ sóng  $a$  tại một điểm là biên độ dao động của phần tử vật chất tại điểm đó khi sóng truyền qua.  $a_{\text{sóng}} = a_{\text{dao động}}$



\* Vận tốc truyền sóng  $v$  là vận tốc truyền pha dao động (khác với vận tốc của các phần tử dao động). Chính là quãng đường sóng truyền đi được trong một đơn vị thời gian. Trong một môi trường xác định  $v = \text{const}$ .

\* Bước sóng  $\lambda$  là khoảng cách giữa hai điểm gần nhất trên cùng một phương truyền sóng dao động cùng pha. Bước sóng cũng là quãng đường mà sóng truyền được trong một chu kì.

**Công thức liên hệ giữa chu kì  $T$  (hoặc tần số  $f$ ), vận tốc  $v$  và bước sóng  $\lambda$**

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

$$* \text{Năng lượng sóng } E: E_{\text{sóng}} = E_{\text{đđ}} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2$$

#### 4. Phương trình sóng

Giả sử phương trình sóng tại nguồn O có dạng  $[u_0 = a \cos \omega t]$  thì phương trình sóng tại một điểm M cách O một khoảng  $d_M$  là:

$$u_M = a \cos \omega \left( t - \frac{d_M}{v} \right) = a \cos \left( \omega t - 2\pi \frac{d_M}{\lambda} \right)$$

Ý nghĩa của phương trình sóng  $u_M$ :

- Tại một điểm xác định trong môi trường  $\Rightarrow d_M = \text{const}$ . Lúc đó  $u_M$  là một hàm biến thiên điều hoà theo thời gian  $t$  với chu kì  $T$ .
- Tại một thời điểm xác định  $\Rightarrow t = \text{const}$ ,  $d_M = x$ . Lúc đó  $u_M$  là một hàm biến thiên điều hoà trong không gian theo biến  $x$  với chu kì  $\lambda$ .

#### 5. Độ lệch pha

Độ lệch pha dao động giữa hai điểm M, N bất kì trong môi trường truyền sóng cách nguồn O lần lượt là  $d_M$  và  $d_N$ :  $\Delta\phi = 2\pi \frac{d_M - d_N}{\lambda} = 2\pi \frac{MN}{\lambda}$

- Hai dao động cùng pha  $\Leftrightarrow \Delta\phi = k2\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )
- Hai dao động ngược pha  $\Leftrightarrow \Delta\phi = (2k+1)\pi$  ( $k \in \mathbb{Z}$ )
- Hai dao động vuông pha  $\Leftrightarrow \Delta\phi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$  ( $k \in \mathbb{Z}$ ).

## II. Sóng âm

### 1. Sóng âm

Là sóng cơ học mà tai con người có thể cảm nhận được. Sóng âm có tần số nằm trong khoảng từ 16Hz đến 20.000Hz.

### 2. Dao động âm

Là dao động cơ học có tần số trong khoảng nói trên. Nguồn âm là bất kì vật nào phát ra sóng âm.

### 3. Môi trường truyền âm – Vận tốc âm

\* Môi trường truyền âm có thể là rắn, lỏng, hoặc khí. Sóng âm *không truyền được trong chân không*.

Những vật liệu như bông, nhung, những tấm xốp truyền âm kém, chúng được dùng để làm vật liệu cách âm.

\* Vận tốc truyền âm phụ thuộc vào **tính đàn hồi, mật độ và nhiệt độ** của môi trường. Nói chung vận tốc âm trong chất rắn lớn hơn vận tốc âm trong chất lỏng, vận tốc âm trong chất lỏng lớn hơn vận tốc âm trong chất khí.

Vì sóng âm là một loại sóng cơ học nên nó cũng có các đặc trưng như những loại sóng cơ học khác, tức là cũng gây ra các hiện tượng phản xạ, giao thoa, vv.... Tuy nhiên do còn có sự cảm nhận riêng của tai con người nên sóng âm còn có thêm các đặc trưng sinh lý mà chúng có liên quan mật thiết với các đặc trưng vật lý.

### 4. Các đặc trưng vật lí (khách quan) của âm thanh

a. **Tần số âm:** Từ 16 Hz đến 20000Hz.

b. **Cường độ âm và mức cường độ âm**

+ Cường độ âm I tại một điểm là năng lượng truyền trong một đơn vị thời gian qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền âm tại điểm đó.

Biểu thức tính: 
$$I = \frac{E}{S.t} = \frac{E}{4\pi r^2 t} = \frac{P}{4\pi r^2}$$

Đơn vị: W/m<sup>2</sup>.

+ Mức cường độ âm L là đại lượng đo bằng loga thập phân của tỉ số giữa cường độ âm I tại điểm đang xét và cường độ âm chuẩn  $I_0$  ( $I_0 = 10^{-12} \text{W/m}^2$  ứng với tần số f = 1000Hz).

$$L(B) = \lg \left[ \frac{I}{I_0} \right].$$

Đơn vị của L là ben (B).

Nếu dùng đơn vị dB (1dB = 0,1B) thì: 
$$L(\text{dB}) = 10 \lg \frac{I}{I_0}$$

Chú ý:

- Định luật bảo toàn năng lượng  $\Rightarrow W = I_1 S_1 = I_2 S_2 \Rightarrow \frac{I_1}{I_2} = \frac{S_2}{S_1} = \left( \frac{I_2}{I_1} \right)^2$

- Từ  $L = 10 \lg \left( \frac{I}{I_0} \right)$   $\Rightarrow I = I_0 10^{\frac{L}{10}}$  và  $L_2 - L_1 = 10 \lg \frac{I_2}{I_0} - 10 \lg \frac{I_1}{I_0} = 10 \lg \frac{I_2}{I_1}$

Tức là khi cường độ âm I tăng (giảm)  $10^n$  thì mức cường độ âm L sẽ cộng thêm (trừ đi)  $10n$  dB.

c. **Âm cơ bản và họa âm:** Một nhạc cụ phát ra một âm tần số  $f_0$  (âm cơ bản hay họa âm thứ nhất) thì bao giờ cũng phát ra đồng thời các họa âm thứ 2, 3,... có tần số  $2f_0, 3f_0, \dots$ . Do hiện tượng đó, âm phát ra là sự tổng hợp của âm cơ bản và các họa âm, tuy nó có tần số của âm cơ bản  $f_0$  nhưng đường biểu diễn của nó không còn đường sin điều hoà mà là một đường phức tạp có chu kì, ta gọi nó là đồ thị dao động của âm.

## 5. Các đặc trưng sinh lí (chủ quan) của âm thanh

a. **Độ cao:** Là một đặc trưng sinh lí của âm, phụ thuộc vào tần số âm

âm cao (thanh) là âm có tần số âm lớn.

âm thấp (trầm) là âm có tần số âm nhỏ.

Độ thấp hay cao của âm còn được hiểu qua sự trầm hay bổng của âm.

b. **Âm sắc:** Là một đặc trưng sinh lí của âm, phụ thuộc vào tần số âm, biên độ sóng âm và các thành phần cấu tạo của âm, tức là phụ thuộc đồ thị dao động của âm.

c. **Độ to:** Là một đặc trưng sinh lí của âm, phụ thuộc vào mức cường độ âm L.

- Giá trị cường độ âm I bé nhất mà tai người còn cảm nhận được gọi là ngưỡng nghe. Giá trị của ngưỡng nghe phụ thuộc vào tần số.

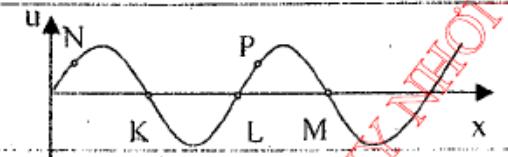
- Giá trị I nào đó đủ lớn làm tai nghe có cảm giác nhức nhối, đau đớn thì gọi là ngưỡng đau. Ngưỡng đau không phụ thuộc vào tần số,  $I \sim 10 \text{ W/m}^2 \Leftrightarrow L \sim 130 \text{ dB}$ .

Miền I nằm trong khoảng ngưỡng nghe và ngưỡng đau gọi là miền nghe được.

## B. VÍ DỤ MINH HỌA

**Câu 1:** Đoạn nào trên hình vẽ là một bước sóng?

- A. Đoạn NK.      B. Đoạn KL.  
C. Đoạn NP.      D. Đoạn NL.



**Hướng dẫn:**

Hai điểm K và L dao động ngược pha.

Trong các điểm còn lại chỉ có điểm P cùng pha với N  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 2:** Một người quan sát 1 chiếc phao trên mặt biển thấy nó nhô cao lên 5 lần trong 8 giây và thấy khoảng cách 2 ngọn sóng kề nhau là 0,2 m. Vận tốc truyền sóng biển bằng

- A. 10 cm/s.      B. 20 cm/s.      C. 40 cm/s.      D. 60 cm/s.

**Hướng dẫn:**

Khoảng thời gian giữa 5 lần nhô là 4 chu kì  $\Rightarrow 4T = 8 \Rightarrow T = 2$  s.

Khoảng cách 2 ngọn sóng kề nhau là 0,2 m  $\Rightarrow \lambda = 0,2$  m.

Từ  $\lambda = vT \Rightarrow$  Vận tốc  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,2}{2} = 0,1$  m/s = 10 cm/s  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 3:** Nguồn sóng trên mặt nước tạo dao động với tần số 10 Hz, gây ra các sóng có biên độ 0,5 cm. Biết khoảng cách giữa 7 gợn sóng liên tiếp là 30 cm. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước là

- A. 150 cm/s.      B. 100 cm/s.      C. 25 cm/s.      D. 50 cm/s.

**Hướng dẫn:**

– Khoảng cách giữa 7 gợn sóng liên tiếp là 6 bước sóng  $\Rightarrow 6\lambda = 30 \Rightarrow \lambda = 5$  cm.

– Vận tốc truyền sóng  $v = \lambda f = 5 \cdot 10 = 50$  cm/s  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 4:** Người ta cho nước nhỏ đều đặn lên điểm O nằm trên mặt nước phẳng lặng với tốc độ 90 giọt trong 1 phút. Biết tốc độ truyền sóng trên mặt nước  $v = 60$  cm/s. Khoảng cách giữa hai sóng tròn liên tiếp là

- A. 20 cm.      B. 30 cm.      C. 40 cm.      D. 50 cm.

**Hướng dẫn :**

+ Nước nhỏ giọt đều đặn làm cho phần tử nước ở O dao động cưỡng bức với tần số  $f = \frac{90}{60} = 1,5$  Hz

+ Điểm O là nguồn phát sóng trên mặt nước, do đó trên mặt nước có những gợn sóng tròn tâm O. Khoảng cách giữa hai gợn lồi liên tiếp là một bước sóng

$$\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{60}{1,5} = 40 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 5:** Sóng truyền tại mặt chất lỏng với bước sóng  $0,8 \text{ cm}$ . Phương trình dao động tại nguồn O có dạng  $u_0 = 5\cos\omega t$  (mm). Phương trình dao động tại điểm M cách O một đoạn  $5,4 \text{ cm}$  theo phương truyền sóng là

- A.  $u_M = 5\cos(\omega t + \pi/2)$  (mm).      B.  $u_M = 5\cos(\omega t + 13,5\pi)$  (mm).  
 C.  $u_M = 5\cos(\omega t - 13,5\pi)$  (mm).      D.  $u_M = 5\cos(\omega t - 10,8\pi)$  (mm)

**Hướng dẫn:**

Vì phương trình nguồn có dạng:  $u_0 = 5\cos\omega t$  nên phương trình sóng tại điểm M cách O một khoảng  $d_M$  là:

$$u_M = 5\cos\left(\omega t - 2\pi \frac{d_M}{\lambda}\right) = 5\cos\left(\omega t - 2\pi \frac{5,4}{0,8}\right) = 5\cos(\omega t - 13,5\pi) \text{ mm} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Giải nhanh:** Phương trình của M chỉ khác pha một lượng  $2\pi \frac{d_M}{\lambda}$ . Do M đứng sau nguồn nên trễ pha hơn, vậy ta dùng dấu trừ -.

**Bài tập:** Một sóng ngang truyền từ M đến O rồi đến N cùng trên một phương truyền sóng với tốc độ  $18 \text{ m/s}$ ,  $MN = 3 \text{ m}$ ,  $MO = NO$ . Phương trình sóng tại O là

$$u_0 = 5\cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (cm)}. \text{ Hãy tìm phương trình sóng tại M và N?}$$

**Câu 6:** Một nguồn sóng cơ truyền dọc theo một đường thẳng, nguồn dao động với phương trình  $u_0 = A\cos\omega t$ . Một điểm M trên phương truyền sóng cách nguồn  $d_M = \frac{\lambda}{3}$  tại thời điểm  $t = \frac{T}{2}$  có- lộ
 $u_M = 2 \text{ cm}$ . Coi biên độ sóng không bị suy giảm. Biên độ sóng A là

- A.  $2 \text{ cm}$ .      B.  $2\sqrt{2} \text{ cm}$ .      C.  $2\sqrt{3} \text{ cm}$ .      D.  $4 \text{ cm}$ .

**Hướng dẫn:**

+ Vì phương trình nguồn có pha ban đầu bằng 0 nên phương trình sóng tại điểm M cách O một khoảng  $d_M$  có dạng:  $u_M = A \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{d_M}{\lambda}\right)$ .

+ Thay  $u_M = 2 \text{ cm}$ ,  $t = \frac{T}{2}$  và  $d_M = \frac{\lambda}{3}$  vào phương trình trên ta được:

$$2 = A \cos\left(\omega \frac{T}{2} - 2\pi \frac{\lambda/3}{\lambda}\right) \Rightarrow 2 = A \cos\left(\pi - \frac{2\pi}{3}\right) = A \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = A \cdot \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow A = 4 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 7:** Một nguồn sóng dao động với phương trình  $u_0 = 10\cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm).

Biết  $v = 12$  cm/s. Điểm M cách nguồn một khoảng 8cm, tại thời điểm  $t = 0,5$  s li độ sóng của điểm M là

- A. 5 cm.      B. -5 cm.      C. 7,5 cm.      D. 0.

**Hướng dẫn:**

+ Sau khoảng thời gian  $t = 0,5$  s sóng chỉ mới truyền đến điểm cách nguồn một khoảng  $S = v \cdot t = 12 \cdot 0,5 = 6$  cm. Điểm M ở khoảng cách xa hơn nên chưa nhận được sóng truyền tới.

+ Điểm M chưa dao động nên li độ của điểm M tại thời điểm  $t = 0,5$  s bằng 0.

⇒ Chọn D.

**Câu 8:** Biên độ của một sóng cầu tại một điểm cách nguồn 2 m là 9 mm, biên độ dao động của môi trường tại điểm cách tâm phát sóng cầu 5 m là

- A. 1,4 mm.      B. 22 mm.      C. 5,7 mm.      D. 3,6 mm.

**Hướng dẫn:**

+ Nguồn sóng có năng lượng  $E_N$ , năng lượng sóng trải đều trên các mặt cầu ngày càng nở rộng. Tại một điểm trên mặt cầu cách nguồn khoảng  $r$  sẽ nhận được năng

$$\text{lượng } E = \frac{E_N}{S} = \frac{E_N}{4\pi r^2} \text{ và dao động với biên độ } A \text{ nên } \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = \frac{E_N}{4\pi r^2}$$

+ Viết cho hai điểm của bài toán ta có

$$\begin{cases} \frac{1}{2}m\omega^2 A_1^2 = \frac{E_N}{4\pi r_1^2} \\ \frac{1}{2}m\omega^2 A_2^2 = \frac{E_N}{4\pi r_2^2} \end{cases} \Rightarrow \frac{A_2^2}{A_1^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} \Rightarrow A_2 = \frac{r_1}{r_2} A_1 = \frac{2}{5} \cdot 9 = 3,6 \text{ mm} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 9:** Nguồn sóng đặt tại O dao động theo phương trình  $u_0 = a\cos\omega t$ , điểm M nằm cách O một đoạn bằng  $x$ . Dao động tại O và M cùng pha nếu:

- A.  $x = k\lambda$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .      B.  $x = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

- C.  $x = k\frac{\lambda}{2}$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .      D.  $x = 2k\lambda$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

**Hướng dẫn:**

Nếu phương trình nguồn  $u_0 = a\cos\omega t$  thì phương trình tại điểm M:

$$u_M = a \cos\left(\omega t - 2\pi \frac{d_M}{\lambda}\right).$$

Độ lệch pha giữa O và M:  $\Delta\phi = 2\pi \frac{d_M}{\lambda}$ .

Vì cùng pha nên  $\Delta\phi = 2k\pi \Rightarrow 2\pi \frac{d_M}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow d_M = k\lambda$ ,  $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 10:** Chọn câu sai. Khi khoảng cách giữa hai điểm trên cùng một phương truyền sóng bằng

- A. một bước sóng thì hai điểm đó dao động cùng pha.
- B. một số nguyên lần bước sóng thì hai điểm đó dao động cùng pha.
- C. một nửa bước sóng thì hai điểm đó dao động ngược pha.
- D. một số nguyên nửa bước sóng thì hai điểm đó dao động ngược pha.

**Hướng dẫn:**

Nếu khoảng cách giữa hai điểm trên cùng một phương truyền sóng bằng một số **nguyên chẵn** của nửa bước sóng thì chúng dao động cùng pha  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 11:** Một thanh thép dàn hồi dao động với tần số  $f = 16$  Hz, gắn một quả cầu nhỏ vào thanh thép. Khi thanh thép dao động, trên mặt nước có một nguồn sóng tại tâm O. Trên nửa đường thẳng đi qua O người ta thấy 2 điểm M,N cách nhau 6 cm dao động cùng pha. Biết tốc độ lan truyền của sóng  $0,4 \text{ m/s} \leq v \leq 0,6 \text{ m/s}$ . Tốc độ truyền sóng là

- A. 42 cm/s.
- B. 48 cm/s.
- C. 56 cm/s.
- D. 60 cm/s.

**Hướng dẫn:**

Vì M,N dao động cùng pha nên khoảng cách giữa chúng thỏa mãn  $\Delta d = k\lambda$

$$\text{Mà } \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow \Delta d = k \frac{v}{f} \Rightarrow v = \frac{\Delta d \cdot f}{k} = \frac{6 \cdot 16}{k} \Rightarrow v = \frac{96}{k} \quad (*)$$

Theo đề ra  $40 \leq v \leq 60 \Rightarrow 40 \leq \frac{96}{k} \leq 60 \Rightarrow 1,6 \leq k \leq 2,4$ . Vì k nguyên nên chỉ

nhận  $k=2$ , thay giá trị này vào (\*) thu được  $v = 48 \text{ cm/s} \Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 12:** Một sóng cơ học truyền dọc theo trục Ox, tại một điểm M cách nguồn d (m)

dao động với phương trình  $u = 4 \cos\left(\frac{\pi}{4}t - \frac{3\pi}{4}d\right) \text{ (cm)}$ , t là thời gian tính bằng giây.

Biết pha ban đầu của nguồn bằng 0. Tốc độ truyền sóng là

- A. 3 m/s.
- B.  $\frac{1}{3} \text{ m/s.}$
- C. 1 m/s.
- D. 0,5 m/s.

**Hướng dẫn:**

+ Tần số góc  $\omega = \frac{\pi}{4} \text{ rad/s} \Rightarrow$  chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/4} = 8 \text{ s}$

+ Vì pha ban đầu của nguồn bằng 0  $\Rightarrow$  pha của điểm M là  $-2\pi \frac{d}{\lambda}$ .

$$\Rightarrow -\frac{3\pi}{4}d = -2\pi \frac{d}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{8}{3} \text{ m}$$

$$\text{+ Tốc độ } v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{8}{3}}{8} = \frac{1}{3} \text{ m/s} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

- Câu 13:** Phương trình dao động tại M cách nguồn O một khoảng  $d = 12$  cm có dạng  $u_M = 5\cos\left(5\pi t - \frac{17\pi}{30}\right)$  (cm). Biết rằng lúc  $t = 0$  phần tử vật chất ở nguồn O đi qua vị trí cân bằng và theo chiều dương. Bước sóng và tốc độ truyền của sóng này là
- A.  $\lambda = 3,6$  m;  $v = 9$  m/s.      B.  $\lambda = 2,4$  m;  $v = 6$  m/s.  
 C.  $\lambda = 9$  m;  $v = 3,6$  m/s.      D.  $\lambda = 36$  m;  $v = 4,5$  m/s.

**Hướng dẫn:**

+ Phương trình dao động của nguồn O có dạng  $u_O = 5\cos(5\pi t + \varphi)$  (cm).

Vì tại  $t = 0$  phần tử vật chất ở nguồn O đi qua vị trí cân bằng và theo chiều dương nên có  $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ , vậy ta có  $u_O = 5\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  (cm).

+ Lúc đó phương trình tại M có dạng  $u_M = 5\cos\left(5\pi t - \frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d}{\lambda}\right)$  (cm). Đổi chiều

với phương trình đề ra  $u_M = 5\cos\left(5\pi t - \frac{17\pi}{30}\right)$  (cm) suy ra  $-\frac{\pi}{2} - \frac{2\pi d}{\lambda} = -\frac{17\pi}{30}$

$$\Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{\pi}{15} \Rightarrow \lambda = 30d = 30 \cdot 12 = 360 \text{ cm} = 3,6 \text{ m}$$

+ Tần số góc  $\omega = 5\pi$  rad/s  $\Rightarrow$  chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{5\pi} = 0,4$  s

+ Tốc độ truyền sóng  $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{3,6}{0,4} = 9$  m/s

+ Với bước sóng và tốc độ tính được ở trên  $\Rightarrow$  Chọn A.

- Câu 14:** Một sóng cơ học có biên độ A, bước sóng  $\lambda$ . Biết vận tốc dao động cực đại của phần tử môi trường bằng 3 lần tốc độ truyền sóng, biểu thức liên hệ nào sau đây là đúng?

- A.  $\lambda = 3\pi A/2$ .      B.  $\lambda = 2\pi A$ .      C.  $\lambda = 3\pi A/4$ .      D.  $\lambda = 2\pi A/3$ .

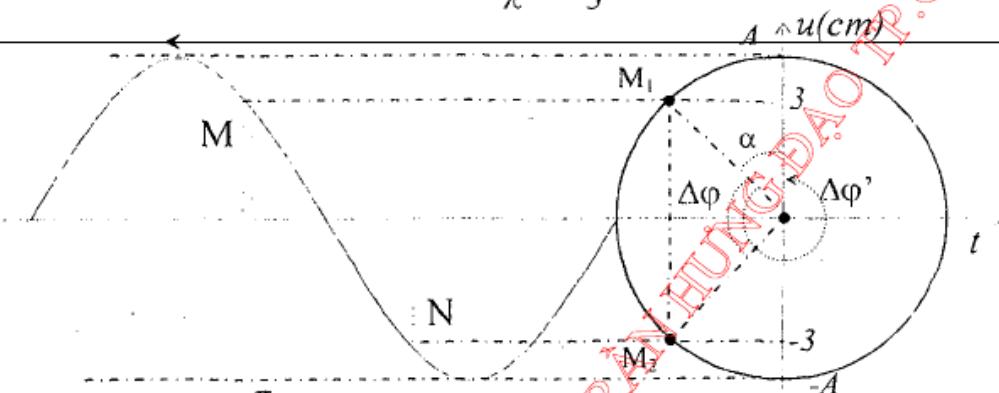
**Hướng dẫn:**

Chọn D vì  $\lambda = v_{\text{sóng}} \cdot T = \frac{v_{\text{đd}}^{\max}}{3} \cdot T = \frac{\omega A}{3} T = \frac{\frac{2\pi}{T} A}{3} T = \frac{2\pi A}{3}$

**Câu 15:** Hai điểm M, N cùng nằm trên một phương truyền sóng cách nhau  $\lambda/3$ , sóng có biên độ A, chu kỳ T. Sóng truyền từ N đến M. Giả sử tại thời điểm  $t_1$ , có  $u_M = +3\text{cm}$  và  $u_N = -3\text{cm}$ . Ở thời điểm  $t_2$  liền sau đó có  $u_M = +A$ . Hãy xác định biên độ sóng A và thời điểm  $t_2$ .

**Hướng dẫn:**

Ta có độ lệch pha giữa M và N là:  $\Delta\phi = 2\pi \cdot \frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{2\pi}{3}$



Theo hình vẽ ta suy ra  $\alpha = \frac{\pi}{6}$

Cũng từ hình vẽ ta có biên độ sóng là:  $A = \frac{u_M}{\cos \alpha} = 2\sqrt{3} \text{ (cm)}$

Ở thời điểm  $t_1$ , li độ của điểm M đang giảm. Đến thời điểm  $t_2$  liền sau đó, li độ tại M là  $u_M = +A$ . Muốn vậy bán kính nối M phải quét một góc  $\Delta\phi' = 2\pi - \alpha = \frac{11\pi}{6}$

Vì  $\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{\Delta\phi'}{\omega}$  nên  $t_2 = t_1 + \frac{\Delta\phi'}{\omega} = t_1 + \frac{11\pi/6}{2\pi/T} = t_1 + \frac{11}{12}T$

**Câu 16: Chọn câu sai**

- A. Sóng âm chỉ truyền được trong không khí.
- B. Sóng đàn hồi có tần số lớn hơn 20000 Hz gọi là sóng siêu âm.
- C. Sóng đàn hồi có tần số nhỏ hơn 16 Hz gọi là sóng hạ âm.
- D. Sóng âm và các sóng cơ học có cùng bản chất vật lý.

**Hướng dẫn:**

Sóng âm là sóng cơ học có tần số trong khoảng từ 16 Hz đến 20000 Hz mà tai con người có thể cảm nhận được.

Sóng có tần số lớn hơn 20000 Hz gọi là sóng siêu âm.

Sóng có tần số nhỏ hơn 16 Hz gọi là sóng hạ âm.

Môi trường để truyền âm có thể là rắn, lỏng, hoặc khí. Sóng âm không truyền được trong chân không.

⇒ Chọn A.

- Câu 17:** Một lá thép rung động với chu kì 160 ms. Âm thanh do nó phát ra sẽ
- A. nghe được.
  - B. không nghe được.
  - C. là sóng siêu âm.
  - D. là sóng ngang.

**Hướng dẫn:**

-- Sóng âm trong không khí thuộc loại sóng dọc.

-- Tần số sóng mà lá thép dao động tạo ra  $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{160 \cdot 10^{-3}} = 6,25\text{Hz} \Rightarrow$  Chọn B.

- Câu 18:** Một người đứng gần chân núi bắn một phát súng, sau 6,5 s thì nghe tiếng vang từ núi vọng lại. Biết vận tốc sóng âm trong không khí là 340 m/s. Khoảng cách từ chân núi đến người đó là

- A. 1105 m.
- B. 2210 m.
- C. 1150 m.
- D. 552,5 m.

**Hướng dẫn:**

Sóng âm phải đi quãng đường dài gấp hai lần khoảng cách từ người đến chân núi.

$$t = \frac{S}{v} = \frac{2L}{v} \Rightarrow L = \frac{t \cdot v}{2} = \frac{6,5 \cdot 340}{2} = 1105 \text{ m} \Rightarrow$$
 Chọn A.

- Câu 19:** Một hòn đá rơi tự do xuống một giếng mỏ. Sau khi rơi được một thời gian  $t = 6$  s ta nghe thấy tiếng hòn đá đập vào đáy giếng. Biết vận tốc truyền âm là 330 m/s. Lấy  $g = 10 \text{ m/s}^2$ . Độ sâu của giếng là

- A. 180 m.
- B. 153,2 m.
- C. 147,3 m.
- D. 126,8 m.

**Hướng dẫn:**

Thời gian 6s gồm thời gian để đá rơi tự do và thời gian để âm dội ngược lại, vậy

$$\text{ta có } t = t_1 + t_2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} + \frac{h}{v_{\text{âm}}} \Rightarrow 6 = \sqrt{\frac{2h}{10}} + \frac{h}{330} \Rightarrow h = 153,2 \text{ m} \Rightarrow$$
 Chọn B.

- Câu 20:** Độ cao của âm là một đặc tính sinh lí phụ thuộc vào

- A. tần số âm.
- B. vận tốc âm.
- C. biên độ âm.
- D. năng lượng âm.

**Hướng dẫn:**

Dộ cao của âm phụ thuộc vào đặc trưng vật lí đó là tần số  $\Rightarrow$  Chọn A.

- Câu 21:** Âm sắc là một đặc trưng sinh lí của âm, được hình thành dựa vào các đặc tính vật lí của âm là

- A. biên độ và tần số.
- B. tần số và bước sóng.
- C. biên độ và bước sóng.
- D. tần số và cường độ.

**Hướng dẫn:**

Âm sắc là một đặc trưng sinh lí của âm, phụ thuộc vào tần số âm, biên độ sóng âm và các thành phần cấu tạo của âm  $\Rightarrow$  Chọn A.

- Câu 22:** Hai họa âm liên tiếp do một dây đàn phát ra có tần số hơn kém nhau là 56 Hz. Họa âm thứ ba có tần số là

- A. 28 Hz.
- B. 56 Hz.
- C. 84 Hz.
- D. 168 Hz.

**Hướng dẫn:**

Theo đề ra, có  $nf - (n-1)f = 56 \Rightarrow$  tần số âm cơ bản  $f = 56 \text{ Hz}$

$\Rightarrow$  Tần số họa âm thứ ba  $f_3 = 3f = 3 \cdot 56 = 168 \text{ Hz} \Rightarrow$  Chọn D.

Câu 23: Đơn vị của cường độ âm là

- A. dB.      B.  $J/(s \cdot m^2)$ .      C.  $J \cdot s/m^2$       D.  $N/m^2$ .

Hướng dẫn:

Cường độ âm  $I$  tại một điểm là năng lượng truyền trong một đơn vị thời gian qua một đơn vị diện tích đặt vuông góc với phương truyền âm tại điểm đó. Biểu thức tính  $I = \frac{E}{S \cdot t} = \frac{E}{4\pi r^2 t} = \frac{P}{4\pi r^2}$ . Đơn vị của  $I$  là  $W/m^2 \Rightarrow$  Chọn B.

Câu 24: Một người đứng cách nguồn âm một khoảng là  $d$  thì cường độ âm là  $I$ . Khi người đó tiến ra xa nguồn âm thêm một đoạn 30 m thì cường độ âm giảm chỉ còn bằng 0,251. Khoảng cách  $d$  ban đầu là

- A. 7,5 m.      B. 15 m.      C. 30 m.      D. 60 m.

Hướng dẫn:

- Cường độ âm tại vị trí ban đầu cách nguồn âm một khoảng  $d$  là:  $I = \frac{P}{4\pi d^2}$  (1)

- Cường độ âm tại vị trí sau cách nguồn âm một khoảng  $(d + 30)$  là

$$I' = \frac{P}{4\pi (d+30)^2} \quad (2)$$

- Từ (1) và (2), theo đề ra ta có:  $\frac{I'}{I} = \frac{(d+30)^2}{d^2} = 4 \Rightarrow d = 30 \text{ m} \Rightarrow$  Chọn C.

Câu 25: Cường độ âm chuẩn là  $I_0 = 10^{-12} W/m^2$ . Cường độ âm tại một điểm trong môi trường truyền âm là  $10^{-5} W/m^2$ . Mức cường độ âm tại điểm đó bằng

- A. 50 dB.      B. 60 dB.      C. 70 dB.      D. 80 dB.

Hướng dẫn:

Ta có  $L = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 10 \lg \frac{10^{-5}}{10^{-12}} = 10 \lg 10^7 = 10 \cdot 7 \cdot \lg 10 = 70 \text{ dB} \Rightarrow$  Chọn C.

Câu 26: Hai âm có mức cường độ âm chênh lệch nhau 20 dB. Tỉ số cường độ âm của chúng là

- A. 10.      B. 20.      C. 100.      D. 1000.

Hướng dẫn:

Ta có  $L = 10 \lg \frac{I}{I_0}$ , với  $I_1$  thì  $L_1 = 10 \lg \frac{I_1}{I_0}$  với  $I_2$  thì  $L_2 = 10 \lg \frac{I_2}{I_0}$

$$\Rightarrow L_2 - L_1 = 10 \lg \frac{I_2}{I_0} - 10 \lg \frac{I_1}{I_0} = 10 \lg \frac{I_2}{I_1}$$

Vì  $L_2 - L_1 = 20 \Rightarrow 20 = 10 \lg \frac{I_2}{I_1} \Rightarrow \lg \frac{I_2}{I_1} = 2 \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^2 = 100 \Rightarrow$  Chọn C.

**Giải nhanh:** Bài toán trên được trình bày theo tinh thần diễn giải, để chọn đáp án nhanh, ta cần nhớ rằng, khi cường độ âm I tăng (giảm)  $10^n$  thì mức cường độ âm L sẽ cộng thêm (trừ đi)  $10n$  dB.

+ Thực vậy, ở câu trắc nghiệm trên, do cường độ âm chênh lệch nhau 20 dB tức là bằng  $10.2$  nên cường độ âm chênh lệch nhau  $10^2 = 100$ .

+ Một ví dụ khác: Giả sử lúc đầu, âm đang có cường độ âm là  $I_1$  và mức cường độ âm  $L_1 = 56$  dB, về sau, nếu cho cường độ âm tăng lên sao cho  $I_2 = 1000I_1$  thì mức cường độ âm  $L_2$  bằng bao nhiêu?

*Bài giải:* Vì  $I_2 = 1000I_1 = 10^3I_1$  nên  $L_2 = L_1 + 10.3 = 56 + 30 = 86$  dB

+ Vận dụng: Tiếng là hét 100 dB có cường độ lớn gấp tiếng nói thầm 20 dB bao nhiêu lần?

- A. 5 lần.      B. 80 lần.      C.  $10^6$  lần.      D.  $10^8$  lần.

**Câu 27:** Một sóng âm truyền trong không khí. Mức cường độ âm tại điểm M và tại điểm N lần lượt là 40 dB và 80 dB. Biết cường độ âm tại M là  $0,05 \text{ W/m}^2$ . Tính cường độ âm tại điểm N.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có: } L_N - L_M = 10 \lg \frac{I_N}{I_0} - 10 \lg \frac{I_M}{I_0} = 10 \lg \frac{I_N}{I_M} \Rightarrow 80 - 40 = 10 \lg \frac{I_N}{I_M}$$

$$\Rightarrow 4 = \lg \frac{I_N}{I_M} \Rightarrow \frac{I_N}{I_M} = 10^4 \Rightarrow I_N = 10^4 I_M = 10^4 \cdot 0,05 = 500 (\text{W/m}^2)$$

**Giải nhanh:** Do mức cường độ tại N lớn hơn  $80 - 40 = 40 = 10.4$  nên cường độ âm lớn hơn  $10^4$  lần, vì vậy  $I_N = 10^4 I_M = 10^4 \cdot 0,05 = 500 (\text{W/m}^2)$

**Câu 28:** Ba điểm O, A, B cùng nằm trên một nửa đường thẳng xuất phát từ O. Tại O đặt một nguồn điểm phát sóng âm đồng hướng ra không gian, môi trường không hấp thụ âm. Mức cường độ âm tại A là 60 dB, tại B là 20 dB. Mức cường độ âm tại trung điểm M của đoạn AB là

- A. 26 dB.      B. 17 dB.      C. 34 dB.      D. 40 dB.

**Hướng dẫn:**

+ Hiệu mức cường độ âm tại A và B là  $L_A - L_B = 10 \lg \frac{I_A}{I_B} \Rightarrow 40 = 10 \lg \frac{I_A}{I_B}$

$$\Rightarrow \frac{I_A}{I_B} = 10^4 \Rightarrow \frac{P / 4\pi r_A^2}{P / 4\pi r_B^2} = 10^4 \Rightarrow \frac{r_B}{r_A} = 100 \text{ hay } r_B = 100r_A$$

+ Vì M là trung điểm của AB nên tọa độ của M thỏa mãn phương trình

$$\frac{r_M}{r_A} = \frac{r_A + r_B}{2} = \frac{101r_A}{2} \Rightarrow \frac{r_M}{r_A} = \frac{101}{2} \quad \text{Lúc đó } \frac{I_A}{I_M} = \left( \frac{r_M}{r_A} \right)^2 = \left( \frac{101}{2} \right)^2$$

+ Ta có  $L_A - L_M = 10 \lg \frac{I_A}{I_M} \Rightarrow L_M = 60 - 10 \lg \left( \frac{101}{2} \right)^2 = 26 \text{ dB} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Bài tập vận dụng:** Ba điểm A, O, B cùng nằm trên một đường thẳng. Tại O đặt một nguồn phát sóng âm. Biết mức cường độ âm tại A là 70dB, tại B là 20dB. Mức cường độ âm tại trung điểm M của đoạn AB bằng bao nhiêu?

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Một nguồn phát sóng cơ dao động theo phương trình  $u = 4 \cos\left(4\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  (cm).

Biết dao động tại hai điểm gần nhau nhất trên cùng một phương truyền sóng cách nhau 0,5 m có độ lệch pha là  $\pi/3$ . Tốc độ truyền của sóng đó là

- A. 1 m/s.      B. 2 m/s.      C. 1,5 m/s.      D. 6 m/s

**Câu 2:** Một sóng ngang truyền trên sợi dây đàn hồi rất dài với tần số 500 Hz, người ta thấy hai điểm A, B trên sợi dây cách nhau 200 cm dao động cùng pha và trên đoạn dây AB có hai điểm khác dao động ngược pha với A. Tốc độ truyền sóng trên dây là

- A.  $v = 500$  cm/s.    B.  $v = 1000$  m/s.    C.  $v = 500$  m/s.    D.  $v = 250$  cm/s.

**Câu 3:** Một sóng cơ học có biên độ  $A = 3$  cm, bước sóng  $\lambda$ . Biết tốc độ truyền sóng bằng 2 lần vận tốc dao động cực đại của phần tử môi trường. Khoảng cách giữa hai điểm gần nhau nhất trên cùng một phương truyền sóng dao động ngược pha là

- A.  $d = 3\pi$  cm.    B.  $d = 3\sqrt{2}\pi$  cm.    C.  $d = 6\pi$  cm.    D.  $d = 6\sqrt{2}\pi$  cm.

**Câu 4:** Một dây đàn hồi rất dài có đầu A dao động với tần số  $f$  có giá trị trong khoảng từ 22 Hz đến 26 Hz và theo phương vuông góc với sợi dây. Vận tốc truyền sóng trên dây là 3 m/s. Một điểm M trên dây và cách A một đoạn 28 cm, người ta thấy M luôn dao động lệch pha với A một góc  $\Delta\phi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$  với  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  Bước sóng của sóng trên dây là

- A. 11,5 cm.    B. 13,64 cm.    C. 0,124 m.    D. 0,131 m.

**Câu 5:** Một sóng truyền theo chiều từ P đến Q nằm trên cùng một đường truyền sóng. Hai điểm đó cách nhau một khoảng bằng  $5/4$  bước sóng. Nhận định nào sau đây đúng?

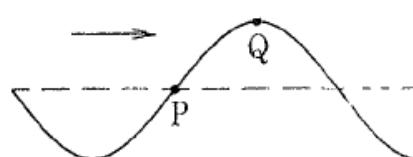
- A. Khi P có thể năng cực đại thì Q có động năng cực tiểu  
 B. Khi P ở li độ cực đại dương thì Q có vận tốc cực đại dương  
 C. Khi P có vận tốc cực đại dương thì Q ở li độ cực đại dương  
 D. Li độ dao động của P và Q luôn bằng nhau về độ lớn nhưng ngược dấu.

**Câu 6:** Hình bên biểu diễn sóng ngang truyền

trên một sợi dây, theo chiều từ trái sang phải.

Tại thời điểm như biểu diễn trên hình, điểm P có li độ bằng không, còn điểm Q có li độ cực đại. Vào thời điểm đó hướng chuyển động của P và Q lần lượt sẽ là

- A. đi xuống; đứng yên.      B. đứng yên; đi xuống.  
 C. đứng yên; đi lên.      D. đi lên; đứng yên.



**Câu 7:** Một sóng cơ có bước sóng  $\lambda$ , tần số  $f$  và biên độ  $a$  không đổi, lan truyền trên một đường thẳng từ điểm M đến điểm N cách M một đoạn  $\frac{7\lambda}{3}$ . Tại một thời điểm nào đó, tốc độ dao động của M bằng  $2\pi fa$ , lúc đó tốc độ dao động của điểm N bằng  
 A.  $\sqrt{2}\pi fa$ .      B.  $\pi fa$ .      C. 0.      D.  $\sqrt{3}\pi fa$ .

**Câu 8:** Sóng có tần số 20 Hz truyền trên mặt thoáng nằm ngang của một chất lỏng, với tốc độ 2m/s, gây ra các dao động theo phương thẳng đứng của các phần tử chất lỏng. Hai điểm M và N thuộc mặt thoáng chất lỏng, nằm trên cùng một phương truyền sóng, cách nhau 22,5cm. Biết điểm M nằm gần nguồn sóng hơn. Tại thời điểm  $t$ , điểm M hạ xuống thấp nhất. Sau thời điểm đó, khoảng thời gian ngắn nhất để điểm N sẽ hạ xuống thấp nhất là

- A.  $\frac{7}{160}$ s.      B.  $\frac{3}{20}$ s.      C.  $\frac{1}{80}$ s.      D.  $\frac{3}{80}$ s.

**Câu 9:** Sóng có tần số 20 Hz truyền trên mặt thoáng nằm ngang của một chất lỏng, với tốc độ 2m/s, gây ra các dao động theo phương thẳng đứng của các phần tử chất lỏng. Hai điểm M và N thuộc mặt thoáng chất lỏng, nằm trên cùng một phương truyền sóng, cách nhau 22,5cm. Biết điểm M nằm gần nguồn sóng hơn. Tại thời điểm  $t$ , điểm N hạ xuống thấp nhất. Sau thời điểm đó, khoảng thời gian ngắn nhất để điểm M sẽ hạ xuống thấp nhất là

- A.  $\frac{7}{160}$ s.      B.  $\frac{3}{20}$ s.      C.  $\frac{1}{80}$ s.      D.  $\frac{3}{80}$ s.

**Câu 10:** Trong một buổi hòa nhạc, giả sử 5 chiếc kèn đồng giống nhau phát sóng âm có mức cường độ âm 50dB. Để có mức cường độ âm 60dB thì cần số chiếc kèn đồng là

- A. 6      B. 50      C. 60      D. 10

**Câu 11:** Một người nghe một đoạn nhạc có tần số khoảng 1000Hz, tại điểm cách nguồn âm 10m thì có mức cường độ âm là 60 dB. Công suất của nguồn âm là

- A.  $P = 60$  W      B.  $P = 10$  W      C.  $P = 126$  W      D.  $P = 1,26$  W

**Câu 12:** Với máy dò dùng sóng siêu âm, chỉ có thể phát hiện được các vật có kích thước cỡ bước sóng siêu âm. Cho biết tốc độ âm thanh trong không khí là 340m/s. Siêu âm với một máy dò có tần số 5MHz. Với máy dò này có thể phát hiện được những vật đặt trong không khí có kích thước cỡ bao nhiêu mm?

- A. 0,34 mm.      B. 0,034 mm.      C. 0,05 mm.      D. 0,068 mm.

**Bài tập cuối chủ đề 3:** Có hai điểm A và B trên cùng một phương truyền của sóng trên mặt nước, cách nhau  $\lambda/4$ . Khi mặt thoáng ở A và ở B đang cao hơn vị trí cân bằng lần lượt 3,0 mm và 4,0 mm với A đang đi lên còn ở B đang đi xuống. Coi biên độ sóng không đổi. Tìm biên độ sóng  $a$  và chiều truyền sóng?

## Chủ đề 4: GIAO THOA SÓNG. SÓNG DỪNG

### A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

#### I. Giao thoa sóng

##### 1. Định nghĩa giao thoa sóng

Giao thoa sóng là sự tổng hợp hai hay nhiều **sóng kết hợp** trong không gian, trong đó có những chỗ biên độ sóng tổng hợp được tăng cường hoặc giảm bớt.

##### 2. Sóng kết hợp

\* Hai nguồn kết hợp là hai nguồn có: cùng tần số, cùng pha hoặc có độ lệch pha không đổi theo thời gian.

\* Hai sóng kết hợp là hai sóng do hai nguồn kết hợp phát ra.

##### 3. Phương trình sóng tổng hợp tại M và các trường hợp đặc biệt

###### a. Tổng quát cho hai nguồn có độ lệch pha bất kỳ:

Phương trình sóng tại hai nguồn cùng phương  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $\ell$ :

$$u_1 = a \cos(\omega t + \phi_1) \text{ và } u_2 = a \cos(\omega t + \phi_2)$$

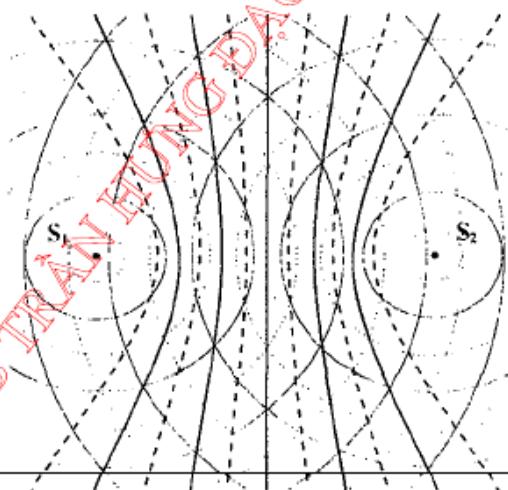
Phương trình sóng tại M do hai sóng từ hai nguồn truyền tới:

$$u_{1M} = a \cos(\omega t + \phi_1 - 2\pi \frac{d_1}{\lambda}) \text{ và } u_{2M} = a \cos(\omega t + \phi_2 - 2\pi \frac{d_2}{\lambda})$$

Phương trình giao thoa sóng tại M:  $u_M = u_{1M} + u_{2M}$

$$u_M = 2a \cos \left[ \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\phi_1 - \phi_2}{2} \right] \cos \left[ \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \right]$$

Biên độ dao động tại M:  $A_M = 2a \left| \cos \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\phi}{2} \right) \right|$  với  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$



Trên đoạn nối từ  $S_1$  đến  $S_2$ , số cực đại, cực tiêu giao thoa đi qua chính là số giá trị  $k$  nguyên thỏa mãn các bất phương trình:

$$* -\frac{\ell}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < +\frac{\ell}{\lambda} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \text{Số cực đại } (S_1 S_2 = \ell)$$

$$* -\frac{\ell}{\lambda} - \frac{1}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} < k < \frac{\ell}{\lambda} - \frac{1}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \text{Số cực tiêu}$$

### b. Nếu hai nguồn kết hợp cùng pha

- Độ lệch pha  $\Delta\varphi = 0$  hoặc  $\Delta\varphi = 2k\pi$

- Phương trình sóng tổng hợp tại M:

$$u_M = 2a \cos \left[ \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right] \cos \left[ \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \text{Biên độ sóng tổng hợp tại M: } A = 2a \left| \cos \left[ \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right] \right|$$

+ Điểm M có biên độ tổng hợp cực đại  $A_{\max} = 2a$  khi  $\left| \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right| = 1$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = k\lambda = 2k \frac{\lambda}{2} \quad (*) \quad (\text{chẵn của nửa bước sóng})$$

Quỹ tích của những điểm thỏa mãn (\*) với  $k$  là những số nguyên sẽ lập nên họ hyperbol nhận  $S_1, S_2$  làm tiêu điểm.

Số cực đại chính là số giá trị  $k$  nguyên xuất phát từ hệ phương trình

$$\begin{cases} d_2 - d_1 = k\lambda \\ d_1 + d_2 = S_1 S_2 = \ell \end{cases} \Rightarrow d_2 = \frac{\ell + k\lambda}{2}$$

Theo hình học, và nếu không tính cực đại ở hai nguồn thì  $0 < d_2 < \ell$

nên  $0 < \frac{\ell + k\lambda}{2} < \ell \Rightarrow -\frac{\ell}{\lambda} < k < \frac{\ell}{\lambda}$ . Số giá trị  $k$  nguyên tính được bao

giờ cũng là số lẻ.

+ Điểm M có biên độ tổng hợp cực tiêu  $A = 0$  khi  $\left| \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right| = 0$

$$\Rightarrow d_2 - d_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2} \quad (**) \quad (\text{lẻ của nửa bước sóng})$$

Quỹ tích của những điểm thỏa mãn (\*\*) với k nguyên cũng lập nên họ hyperbol nhận  $S_1, S_2$  làm tiêu điểm xen kẽ với họ hyperbol của (\*).

Số cực tiêu chính là số giá trị k nguyên xuất phát từ hệ phương trình

$$\begin{cases} d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \\ d_1 + d_2 = S_1 S_2 = \ell \end{cases} \Rightarrow d_2 = \frac{\ell + (2k+1)\frac{\lambda}{2}}{2}$$

Nếu không tính cực tiêu ở hai nguồn thì  $0 < d_2 < \ell$  nên theo trên ta có

$$0 < \frac{\ell + (2k+1)\frac{\lambda}{2}}{2} < \ell \Rightarrow \boxed{\frac{\ell - 1}{\lambda} < k < \frac{\ell - 1}{\lambda}} \quad \text{Số giá trị k nguyên tính được bao giờ cũng là số chẵn.}$$

#### Chú ý:

- Cực đại trung tâm trùng với trung trực của đoạn  $S_1 S_2$  nhận làm trực đối xứng của họ hyperbol.
- Trong đoạn nối tâm hai nguồn sóng  $S_1, S_2$ , khoảng cách giữa các vân  $A_{\max}$  hoặc vân  $A_{\min}$  liên tiếp bằng nhau và bằng  $\frac{\lambda}{2}$ .

#### c. Nếu hai nguồn kết hợp ngược pha

- Độ lệch pha  $\Delta\phi = \pi$  hoặc  $\Delta\phi = (2k+1)\pi$
- Phương trình sóng tổng hợp tại M

$$u_M = 2a \cos \left[ \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right] \cos \left[ \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \text{Biên độ sóng tổng hợp tại M: } A = 2a \left| \cos \left[ \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right] \right|$$

⌚ Hình ảnh giao thoa cũng như điều kiện cực đại – cực tiêu, cách tính số các cực đại – cực tiêu hoàn toàn *ngược lại* với trường hợp cùng pha.

#### d. Nếu hai nguồn dao động vuông pha

- Độ lệch pha  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$  hoặc  $\Delta\phi = (2k+1)\frac{\pi}{2}$
  - Biên độ dao động của điểm M:  $A_M = 2a \left| \cos \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\pi}{4} \right) \right|$
- Số điểm (đường) dao động cực đại bằng số điểm (đường) dao động cực tiêu (*không tính hai nguồn*):  $\frac{\ell - 1}{\lambda} < k < \frac{\ell + 1}{\lambda}$  (cực đại)  $-\frac{\ell + 1}{\lambda} < k < \frac{\ell - 1}{\lambda}$  (cực tiêu)

#### 4. Những điều cần lưu ý

- Khi gặp bài toán giao thoa, trước hết phải xem kỹ **độ lệch pha** của 2 nguồn bằng bao nhiêu để áp dụng đúng các công thức phù hợp cho trường hợp đó.
- Với bài toán **tìm số đường dao động cực đại và không dao động giữa hai điểm M, N** cách hai nguồn lần lượt là  $d_{1M}, d_{2M}, d_{1N}, d_{2N}$ ?

Cách làm: Tính  $\Delta d_M = d_{1M} - d_{2M}$ ;  $\Delta d_N = d_{1N} - d_{2N}$  (giả sử  $\Delta d_M < \Delta d_N$ )

+ Nếu gặp hai nguồn dao động cùng pha:

- Cực đại:  $\Delta d_M < k\lambda < \Delta d_N$
- Cực tiểu:  $\Delta d_M < (k+0,5)\lambda < \Delta d_N$

+ Nếu gặp hai nguồn dao động ngược pha:

- Cực đại:  $\Delta d_M < (k+0,5)\lambda < \Delta d_N$
- Cực tiểu:  $\Delta d_M < k\lambda < \Delta d_N$

Số giá trị nguyên của k thoả mãn các biểu thức trên là số đường cần tìm.

### II. Sóng dừng

#### 1. Định nghĩa

Sóng có các nút và bụng sóng cố định trong không gian gọi là sóng dừng.

#### 2. Tính chất

+ Sóng dừng là trường hợp đặc biệt của giao thoa sóng; đó là sự giao thoa của hai sóng kết hợp truyền ngược chiều nhau trên cùng một phương truyền sóng.

+ Khoảng cách giữa 2 nút sóng hay giữa 2 bụng sóng bất kì:

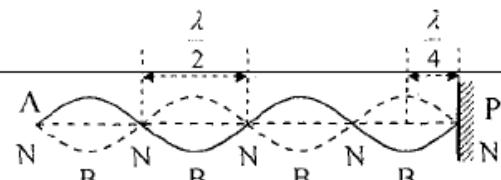
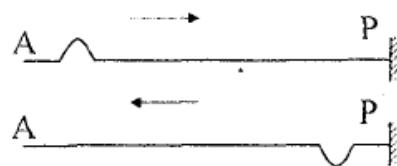
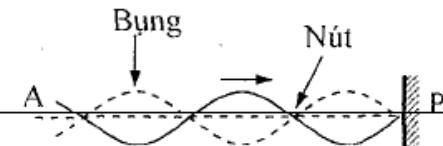
$$d_{BB} = d_{NN} = k \frac{\lambda}{2}, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

+ Khoảng cách giữa 1 nút sóng với 1 bụng bất kì:

$$d_{NB} = (2k+1) \frac{\lambda}{4}, \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

+ Thời gian hai lần dây duỗi thẳng liên tiếp:  $\Delta t = \frac{T}{2}$

+ Bề rộng một bụng sóng là 4a

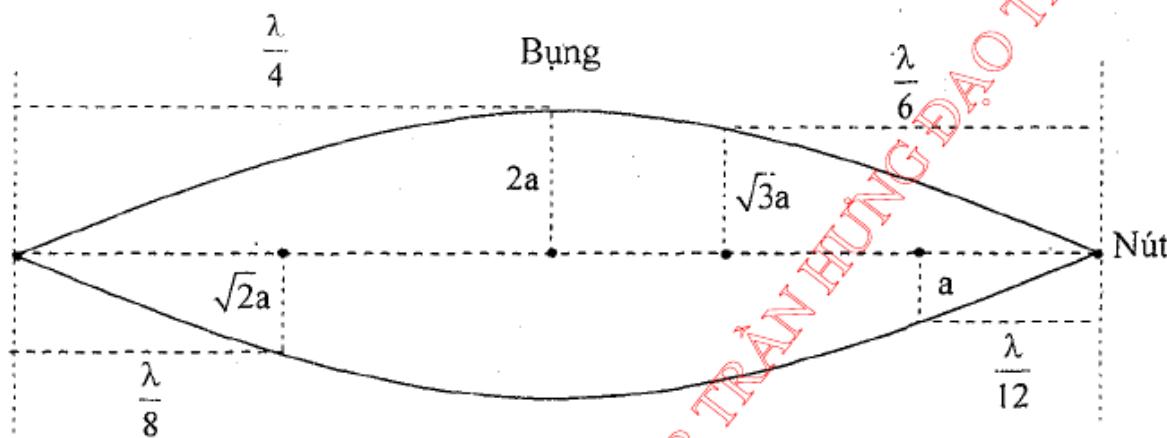


### 3. Phương trình sóng tại một điểm M bất kì cách điểm phản xạ cố định B một đoạn d là: $u_M = 2a \cdot \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \cdot \cos \left( \omega t - \frac{2\pi l}{\lambda} \right)$

$$\Rightarrow \text{Biên độ dao động tại M: } A_M = 2a \left| \sin \frac{2\pi d}{\lambda} \right|$$

$$+ A_{M_{\max}} = 2a \Leftrightarrow d = (2k+1) \frac{\lambda}{4}$$

$$+ A_{M_{\min}} = 0 \Leftrightarrow d = k \frac{\lambda}{2}$$



### 4. Điều kiện để có sóng dừng trên dây

\* Dây cố định hai đầu:  $\ell = k \frac{\lambda}{2}$  với số bụng là k, số nút là k + 1

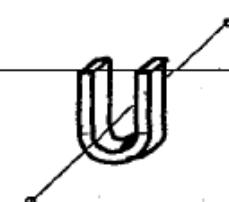
- Số bó sóng k tỉ lệ với tần số f:  $\ell = k \frac{\lambda}{2} = k \frac{v}{2f} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{f_1}{f_2}$

- Bước sóng dài nhất  $\lambda_{\max} = 2\ell$  khi k = 1 (chỉ có 1 bó sóng)

\* Dây cố định một đầu, một đầu tự do:  $\ell = (2k-1) \frac{\lambda}{4}$  với số bụng bằng số nút bằng k.

### 5. Một số lưu ý:

+ Một sợi dây nối với nguồn xoay chiều tần số f, dây đặt trong khoảng giữa hai bản của một nam châm hình chữ U thì dây sẽ dao động với tần số cũng là f.



+ Một sợi dây thép căng thẳng, đặt gần một đầu nam châm điện thẳng, nếu dòng điện qua nam châm có tần số  $f$  thì dây sẽ dao động với tần số  $2f$ .

+ Tần số do đàn phát ra (hai đầu dây cố định  $\Rightarrow$  hai đầu là nút sóng):  $f = k \frac{v}{2\ell}$  ( $k \in \mathbb{N}$ )

+ Tần số do ống sáo phát ra (một đầu bịt kín, một đầu để hở  $\Rightarrow$  một đầu là nút sóng, một đầu là bụng sóng):  $f = (2k-1) \frac{v}{4\ell}$  ( $k \in \mathbb{N}$ )



## B. VÍ DỤ MINH HỌA

**Câu 1:** Hai nguồn  $O_1$  và  $O_2$  gây ra hai sóng kết hợp dao động vuông góc với mặt chất lỏng có phương trình:  $u_1 = u_2 = a \cos \omega t$ . Điểm  $M$  trên mặt chất lỏng cách hai nguồn  $O_1$  và  $O_2$  lần lượt  $d_1$ ,  $d_2$ . Biên độ sóng tổng hợp tại  $M$  là

$$A. A = 2a \left| \cos \left( \omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} \right) \right|.$$

$$B. A = 2a \left| \cos \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \right|.$$

$$C. A = 2a \left| \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right|.$$

$$D. A = 2a \left| \cos 2\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right|.$$

**Hướng dẫn:**

Dao động tổng hợp tại  $M$ :

$$u_M = u_{1M} + u_{2M} = 2a \cos \left( \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right) \cdot \cos \left( \omega t - \pi \frac{d_2 + d_1}{\lambda} \right)$$

$$\Rightarrow \text{Biên độ } A = 2a \left| \cos \pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} \right| = 2a \left| \cos \pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} \right| \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 2:** Trong một thí nghiệm giao thoa trên mặt nước, hai nguồn kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  dao động với phương trình  $u_1 = 1,5 \cos \left( 50\pi t - \frac{\pi}{6} \right)$  cm và  $u_2 = 1,5 \cos \left( 50\pi t + \frac{5\pi}{6} \right)$  cm.

Biết vận tốc truyền sóng trên mặt nước là 1 m/s. Tại điểm  $M$  trên mặt nước cách  $S_1$  một đoạn  $d_1 = 10$  cm và cách  $S_2$  một đoạn  $d_2 = 17$  cm sẽ có biên độ sóng tổng hợp bằng

$$A. 1,5\sqrt{3} \text{ cm.} \quad B. 3 \text{ cm.} \quad C. 1,5\sqrt{2} \text{ cm.} \quad D. 0.$$

**Hướng dẫn:**

$$\text{Bước sóng } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{100}{25} = 4 \text{ cm}$$

Vì  $u_M = 2a \cos\left[\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\phi}{2}\right] \cos\left[\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$  nên biên độ sóng

tổng hợp tại M là:  $A = 2a \left| \cos\left[\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{2}\right] \right|$

Thay số:  $A = 2.1.5 \left| \cos\left[\pi \frac{10 - 17}{4} - \frac{\pi}{2}\right] \right| = 3 \left| \cos\left[-\frac{9\pi}{4}\right] \right| = 1,5\sqrt{2}$  cm  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 3:** Hai điểm  $S_1, S_2$  trên mặt một chất lỏng dao động cùng pha với pha ban đầu bằng 0, biên độ 1,5cm và tần số  $f = 20\text{Hz}$ . Vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là 1,2m/s. Điểm M cách  $S_1, S_2$  các khoảng lần lượt bằng 30 cm và 36 cm dao động với phương trình:

- A.  $u = 1,5 \cos(40\pi t - 11\pi)$  (cm).      B.  $u = 3 \cos(40\pi t - 11\pi)$  (cm).  
 C.  $u = -3 \cos(40\pi t + 10\pi)$  (cm).      D.  $u = 3 \cos(40\pi t - 10\pi)$  (cm).

**Hướng dẫn:**

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{120}{20} = 6$  cm

Euôn có:  $u_M = 2a \cos\left[\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda} + \frac{\Delta\phi}{2}\right] \cos\left[\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda} + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right]$

Trong bài này, do 2 nguồn cùng pha và pha ban đầu bằng 0 nên:

$u_M = 2a \cos\left[\pi \frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right] \cos\left[\omega t - \pi \frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right]$ . Thay số:

$u_M = 2.1.5 \cos\left[\pi \frac{36 - 30}{6}\right] \cos\left[2\pi.20t - \pi \frac{30 + 36}{6}\right] = 2.1.5 \cos(\pi) \cos(40\pi t - 11\pi)$

$u_M = -3 \cos(40\pi t - 11\pi) = 3 \cos(40\pi t - 10\pi)$  cm  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 4:** Tại hai điểm A và B trên mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng cùng phương  $u_A = 4 \cos \omega t$  (cm) và  $u_B = 2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right)$  (cm), coi biên độ sóng không đổi khi truyền đi. Biên độ sóng tổng hợp tại trung điểm của đoạn AB là

- A. 0.      B. 5,3 cm.      C. 4 cm.      D. 6 cm.

**Hướng dẫn:**

Nguồn  $\begin{cases} u_A = 4 \cos \omega t \\ u_B = 2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \end{cases}$  lan truyền tới M  $\begin{cases} u_{AM} = 4 \cos\left(\omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda}\right) \\ u_{BM} = 2 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3} - \frac{2\pi d_2}{\lambda}\right) \end{cases}$

Điểm M thực hiện 2 dao động thành phần, theo lý thuyết về tổng hợp dao động ta

$$\text{có biên độ } A_M = \sqrt{4^2 + 2^2 + 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi}{\lambda}(d_1 - d_2)\right)} = 5,3\text{cm} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 5:** Hai nguồn sóng cơ  $O_1$  và  $O_2$  cách nhau 20 cm dao động theo phương trình  $u_1 = u_2 = 1,5\cos 40\pi t$  (cm) lan truyền trong một môi trường với  $v = 1,2$  m/s. Điểm M trên đoạn  $O_1O_2$  và cách  $O_1$  đoạn 9,5 cm dao động với tốc độ cực đại bằng

- A.  $60\pi\sqrt{3}$  cm/s. B.  $60\pi\sqrt{2}$  cm/s. C.  $60\pi$  cm/s. D. 0.

*Hướng dẫn:*

+ Tần số góc  $\omega = 40\pi$  rad/s  $\Rightarrow f = 20$  Hz  $\Rightarrow$  bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{120}{20} = 6$  cm

+ Phương trình dao động tại M:  $u_M = 2\cos\left[\pi\frac{d_2 - d_1}{\lambda}\right]\cos\left[\omega t - \pi\frac{d_1 + d_2}{\lambda}\right]$

$$u_M = 2 \cdot 1,5 \cdot \cos\left[\pi\frac{10,5 - 9,5}{6}\right] \cos\left[40\pi t - \pi\frac{20}{6}\right] = 2 \cdot 1,5 \cdot \cos\left[\frac{\pi}{6}\right] \cos\left[40\pi t - \pi\frac{10}{3}\right]$$

$$\Rightarrow u_M = 1,5\sqrt{3} \cdot \cos\left[40\pi t - \pi\frac{10}{3}\right] \text{ cm}$$

+ Vận tốc dao động cực đại của M:  $v_{\max} = \omega \cdot A = 40\pi \cdot 1,5\sqrt{3} = 60\pi\sqrt{3}$  cm/s

$\Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 6:** Trong một thí nghiệm giao thoa trên mặt nước, hai nguồn kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  dao động cùng pha với tần số  $f = 15$  Hz. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước là 30 cm/s. Gọi  $d_1$  và  $d_2$  lần lượt là khoảng cách từ điểm đang xét đến  $S_1$  và  $S_2$ . Tại điểm nào sau đây dao động sẽ có biên độ cực đại?

- A.  $d_1 = 25$  cm ;  $d_2 = 20$  cm. B.  $d_1 = 24$  cm ;  $d_2 = 21$  cm.  
C.  $d_1 = 25$  cm ;  $d_2 = 21$  cm. D.  $d_1 = 26$  cm ;  $d_2 = 27$  cm.

*Hướng dẫn:*

Bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{30}{15} = 2$  cm

Điểm có hiệu khoảng cách tới hai nguồn bằng một số nguyên của bước sóng thì ở đó sẽ có biên độ cực đại. Nhận thấy chỉ có trường hợp C là thỏa mãn, vì  $d_1 - d_2 = 25 - 21 = 4$  cm =  $2 \cdot \lambda$   $\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 7:** Trong thí nghiệm giao thoa của sóng nước, hai nguồn sóng kết hợp tại A và B dao động cùng pha với tần số  $f = 15$  Hz. Tại điểm M cách A và B lần lượt là  $d_1 = 23$  cm và  $d_2 = 26,2$  cm sóng có biên độ dao động cực đại, giữa M và đường trung trực của AB còn có một dãy cực đại. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước là

- A. 18 cm/s. B. 21,5 cm/s. C. 24 cm/s. D. 25 cm/s.

**Hướng dẫn:**

Tại M sóng có biên độ cực đại nên thỏa mãn phương trình  $d_2 - d_1 = k\lambda$ .

Giữa M và đường trung trực của AB ( $k = 0$ ) còn có một dãy cực đại nữa nên cực đại đi qua M ứng với  $k = 2 \Rightarrow 26,2 - 23 = 2\lambda \Rightarrow \lambda = 1,6$  cm.

$\Rightarrow$  Vận tốc truyền sóng  $v = \lambda f = 1,6 \cdot 15 = 24$  cm/s  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 8:** Trong thí nghiệm giao thoa sóng nước, hai nguồn kết hợp A và B dao động cùng pha với tần số 20 Hz. Người ta thấy điểm M dao động cực đại và giữa M với đường trung trực của AB có một đường không dao động. Hiệu khoảng cách từ M đến A, B là 2 cm. Vận tốc truyền sóng trên mặt nước bằng

- A. 10 cm/s.      B. 20 cm/s.      C. 30 cm/s.      D. 40 cm/s.

**Hướng dẫn:**

Tại M sóng có biên độ cực đại nên  $d_2 - d_1 = k\lambda$ .

Vì giữa M và đường trung trực của AB có một dãy không dao động (dãy cực tiêu) nên cực đại đi qua M ứng với  $k = 1 \Rightarrow 2 = 1\lambda \Rightarrow \lambda = 2$  cm.

Vậy vận tốc truyền sóng là  $v = \lambda f = 2 \cdot 20 = 40$  cm/s  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 9:** Trên mặt chất lỏng có hai tâm dao động  $S_1$  và  $S_2$  cùng phương, cùng phương trình dao động  $u = \cos 2\pi ft$ . Khoảng cách giữa hai điểm liên tiếp trên đoạn  $S_1S_2$  dao động với biên độ cực đại là

- A.  $\lambda$ .      B.  $2\lambda$ .      C.  $\frac{\lambda}{2}$ .      D.  $\frac{\lambda}{4}$ .

**Hướng dẫn:**

Gọi N là một điểm thuộc  $S_1S_2$ , ta có  $d_2 + d_1 = S_1S_2$

Ngoài ra, vì tại N có biên độ cực đại nên  $d_2 - d_1 = k\lambda$

Cộng vế với vế của hai phương trình trên ta được:  $2d_2 = S_1S_2 + k\lambda$

$$\Rightarrow d_2 = \frac{S_1S_2}{2} + k \frac{\lambda}{2}$$

Khoảng cách giữa 2 cực đại lân cận bậc k và bậc (k-1) là

$$\Delta d = \left[ \frac{S_1S_2}{2} + k \frac{\lambda}{2} \right] - \left[ \frac{S_1S_2}{2} + (k-1) \frac{\lambda}{2} \right] = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Ghi nhớ:** Khoảng cách giữa 2 cực đại lân cận hoặc khoảng cách giữa 2 cực tiêu lân cận đều bằng  $\frac{\lambda}{2}$ . Giữa cực đại và cực tiêu lân cận là  $\frac{\lambda}{4}$ .

**Câu 10:** Xét hiện tượng giao thoa sóng trên mặt chất lỏng với hai nguồn  $O_1$  và  $O_2$  có cùng phương trình dao động  $u_0 = 2\cos 20\pi t$  (cm), đặt cách nhau  $O_1O_2 = 15$  cm. Vận tốc truyền sóng trên mặt chất lỏng là  $v = 60$  cm/s. Số đường dao động cực đại cắt đường nối giữa hai nguồn là

- A. 4.      B. 6.      C. 7.      D. 5.

**Hướng dẫn:**

Tần số góc  $\omega = 20\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = 10\text{Hz} \Rightarrow$  bước sóng  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{60}{10} = 6 \text{ cm}$

Gọi M là một điểm thuộc  $O_1O_2$ , ta có  $d_2 + d_1 = O_1O_2$  (1)

Vì tại M có biên độ cực đại nên  $d_2 - d_1 = k\lambda$  (2)

Từ (1) và (2) thu được:  $2d_2 = O_1O_2 + k\lambda \Rightarrow d_2 = \frac{O_1O_2}{2} + k\frac{\lambda}{2} = 7,5 + k \cdot 3 \text{ (cm)}$

vì  $0 < d_2 < O_1O_2 \Rightarrow 0 < 7,5 + 3k < 15 \Rightarrow -2,5 < k < 2,5$

Do k nguyên  $\Rightarrow k = 0, \pm 1, \pm 2$ .

Có 5 giá trị của k, vậy có 5 dãy cực đại qua đoạn  $O_1O_2 \Rightarrow$  Chọn D.

**Giải nhanh:** Có  $f = 10\text{Hz}$  và  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{60}{10} = 6 \text{ cm}$ . Vì hai nguồn cùng pha nên

số cực đại  $N_{\max} = 2\left[\frac{\ell}{\lambda}\right] + 1 = 2\left[\frac{15}{6}\right] + 1 = 2[2,5] + 1 = 2.2 + 1 = 5 \Rightarrow$  Chọn D.

**Lưu ý thêm:** Hai nguồn cùng pha có vân trung tâm là cực đại và là vân đối xứng, chính vì vậy số cực đại tính được trên đường nối hai nguồn bao giờ cũng là số lẻ.

**Câu 11:** Hai nguồn sóng cơ  $O_1$  và  $O_2$  cách nhau 20 cm dao động theo phương trình  $x_1 = x_2 = 2\cos 40\pi t$  (cm) lan truyền với  $v = 1,2 \text{ m/s}$ . Số điểm không dao động trên đoạn thẳng nối  $O_1O_2$  là

A. 4.

B. 5.

C. 6.

D. 7.

**Hướng dẫn:**

Tần số góc  $\omega = 40\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = 20 \text{ Hz} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{f} = \frac{120}{20} = 6 \text{ cm}$

Gọi N là 1 điểm thuộc  $O_1O_2$ , ta có  $d_2 + d_1 = O_1O_2$  (1)

Vì tại N có biên độ cực tiêu nên có  $d_2 - d_1 = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$  (2)

Từ (1) và (2) được:  $2d_2 = O_1O_2 + (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

$\Rightarrow d_2 = \frac{O_1O_2}{2} + (2k+1)\frac{\lambda}{4} = 10 + (2k+1).1,5$

vì  $0 \leq d_2 \leq O_1O_2$  nên  $0 \leq 10 + (2k+1).1,5 \leq 20 \Rightarrow -10 \leq (2k+1).1,5 \leq 10$

$\Rightarrow -3,83 \leq k \leq 2,83$ . Vì  $k \in \mathbb{Z}$  nên k chỉ nhận các giá trị:  $-3, -2, -1, 0, 1, 2$ .

Có 6 giá trị của k, vậy có 6 dãy cực tiêu qua đoạn  $O_1O_2 \Rightarrow$  Chọn C.

**Giải nhanh:** Có  $f = 20\text{Hz}$  và  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{120}{20} = 6 \text{ cm}$ . Vì hai nguồn cùng pha nên

số cực tiêu  $N_{\min} = 2\left[\frac{\ell}{\lambda} + 0,5\right] = 2\left[\frac{20}{6} + 0,5\right] = 2[3,8] = 2.3 = 6 \Rightarrow$  Chọn C.

**Lưu ý thêm:** Hai nguồn cùng pha có vân trung tâm là cực đại và là vân đối xứng, chính vì vậy số cực tiêu trên đường nối hai nguồn bao giờ cũng là số chẵn.

**Câu 12:** Ở bề mặt một chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  cách nhau 20cm. Hai nguồn này dao động theo phương thẳng đứng có phương trình lần lượt là  $u_1 = 5\cos 40\pi t$  (mm) và  $u_2 = 5\cos(40\pi t + \pi)$  (mm). Tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 80 cm/s. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn thẳng  $S_1S_2$  là

- A. 11.      B. 9.      C. 10.      D. 8.

### *Hướng dẫn:*

$$\text{Có: } \omega = 40\pi \text{ rad/s} \Rightarrow f = 20 \text{ Hz} \Rightarrow \text{bước sóng } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{80}{20} = 4 \text{ cm}$$

Đây là 2 nguồn ***ngược pha***, nên số cực đại được xác định qua ~~bất~~ đẳng thức:

$$\Rightarrow -\frac{\ell}{\lambda} - \frac{1}{2} < k < \frac{\ell}{\lambda} - \frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{20}{4} - \frac{1}{2} < k < \frac{20}{4} - \frac{1}{2} \Rightarrow -5,5 < k < 4,5$$

$\Rightarrow k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; -5.$

Có tất cả 10 giá trị nguyên của  $k \Rightarrow$  có 10 điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn thẳng  $S_1S_2 \Rightarrow$  Chọn C.

**Giải nhanh:** Có  $f = 20\text{Hz}$  và  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{80}{20} = 4\text{ cm}$ . Vì hai nguồn ngược pha nên

$$\text{số cột dài } N_{\max} = 2 \left[ \frac{c}{\lambda} + 0,5 \right] = 2 \left[ \frac{20}{4} + 0,5 \right] = 2[5,5] = 2,5 = 10 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Lưu ý thêm:** Hình ảnh giao thoa với hai nguồn ngược pha trái ngược với hai nguồn cùng pha, lúc này vân trung tâm là cực tiêu và là vân đối xứng, chính vì vậy số cực đại trên đường nối hai nguồn bao giờ cũng là số chẵn. Điều kiện và số cực đại cực tiêu cho trường hợp ngược pha tính ngược với cùng pha.

**Ví dụ 13:** Ở mặt thoảng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 20cm, dao động theo phương thẳng đứng với phương trình  $u_A = 2\cos 40\pi t$  và  $u_B = 2\cos(40\pi t + \pi)$  ( $u_A$  và  $u_B$  tính bằng mm,  $t$  tính bằng s). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s. Xét hình vuông AMNB thuộc mặt thoảng chất lỏng. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn BM là

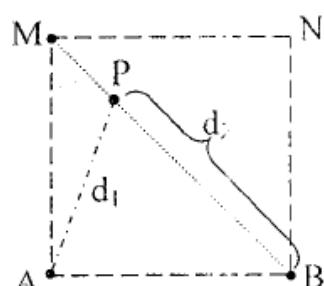
- A. 19.      B. 18.      C. 20.      D. 17.

#### Hướng dẫn:

$$+ \text{Bước sóng: } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{v \cdot 2\pi}{\omega} = \frac{30 \cdot 2\pi}{40\pi} = 1,5 \text{ (cm)}$$

+ Vì 2 nguồn ngược pha nên điều kiện để có cung đại

$$\text{lässt } d_2 - d_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{1,5}{2}$$



+ Vì chỉ xét điểm P trên đoạn MB nên ta có

$$d_{BP} - d_{AP} < d_{BM} - d_{AM}$$

$$-20 < d_{BP} - d_{AP} \leq 20(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow -20 < (2k+1)\frac{1,5}{2} \leq 20(\sqrt{2} - 1)$$

$\Rightarrow -13,8 < k \leq 5,02$  nhưng  $k \in \mathbb{Z}$  nên chỉ nhận:

$$k = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3; \pm 4; \pm 5; -6; -7; -8; -9; -10; -11; -12; -13$$

Có 19 giá trị của k, do đó trên đoạn BM có 19 cực đại đi qua  $\Rightarrow$  Đáp án A.

**Ví dụ 14:** Tại mặt nước nằm ngang có hai nguồn kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  cách nhau 18 cm dao động theo phương thẳng đứng với phương trình lần lượt là:

$$u_1 = \sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ cm} \text{ và } u_2 = \sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ cm. Biết vận tốc truyền sóng}$$

$v = 120 \text{ cm/s. Gọi } AB \text{ là 2 điểm trên mặt nước sao cho } ABS_1S_2 \text{ là hình vuông. Trên đoạn } AB, \text{số đường dao động cực tiêu là}$

A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

*Hướng dẫn:*

$$+ \text{Bước sóng } \lambda = \frac{v}{f} = \frac{v \cdot 2\pi}{\omega} = \frac{120 \cdot 2\pi}{40\pi} = 6 \text{ (cm)}$$

$$+ \text{Độ lệch pha giữa 2 dao động do 2 sóng gửi đến M: } \Delta\phi = 2\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{3}$$

Vì M là điểm dao động với biên độ cực tiêu nên buộc 2 dao động thành phần phải ngược pha nhau, tức là  $\Delta\phi = (2k+1)\pi$

Vậy:  $2\pi \frac{d_1 - d_2}{\lambda} + \frac{\pi}{3} = (2k+1)\pi$ . Từ đây suy ra điều kiện cực tiêu cho trường hợp

$$\text{hai nguồn có độ lệch pha } \frac{\pi}{3} \text{ này là: } d_1 - d_2 = \left(k + \frac{1}{3}\right)\lambda = \left(k + \frac{1}{3}\right)6$$

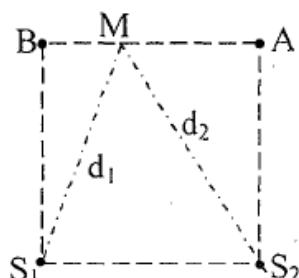
+ Vì chỉ xét M trên đoạn AB nên

$$d_{1B} - d_{2B} \leq d_1 - d_2 \leq d_{1A} - d_{2A}$$

$$\Rightarrow 18(\sqrt{2} - 1) \leq \left(k + \frac{1}{3}\right)6 \leq 18(\sqrt{2} - 1)$$

$$\Rightarrow -1,57 \leq k \leq 0,9 \Rightarrow k = -1; 0$$

Có tất cả 2 giá trị của k nên có 2 đường dao động cực tiêu trên đoạn AB.



**Ví dụ 15:** Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp  $S_1, S_2$  cách nhau 13 cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số  $f = 50\text{Hz}$ , vận tốc truyền sóng  $v = 2 \text{ m/s}$ . Một đường tròn bán kính  $R = 4\text{cm}$  có tâm tại trung điểm của  $S_1S_2$ , nằm trong mặt phẳng chứa các vân giao thoa. Số điểm dao động cực đại trên đường tròn là

A. 5

B. 8

C. 10

D. 12.

### Hướng dẫn:

Cần phải tính được số vân cực đại đi qua đoạn  $MN$ . Dễ dàng ta có:

$$-2R \leq k\lambda \leq 2R \Rightarrow -\frac{2R}{\lambda} \leq k \leq \frac{2R}{\lambda}$$

$$\Rightarrow -2 \leq k \leq 2 \Rightarrow k = 0; \pm 1; \pm 2$$

Có 5 giá trị nguyên của  $k$  trên đoạn  $MN$ , nghĩa là trên đoạn  $MN$  có 5 vân cực đại đi qua.

Theo hình vẽ, vân trung tâm và hai vân bậc 1 mỗi vân cắt đường tròn tại 2 điểm. Riêng vân bậc 2 tiếp xúc với đường tròn. Vì vậy tính trên chu vi của đường tròn chỉ có 8 điểm dao động với biên độ cực đại  $\Rightarrow$  Đáp án B.

**Bài tập vận dụng:** Tại hai điểm A, B cách nhau 13 cm trên mặt nước có hai nguồn sóng đồng bộ, tạo ra sóng mặt nước có bước sóng là 1,2 cm. M là điểm trên mặt nước cách A và B lần lượt là 12 cm và 5,0 cm. N đối xứng với M qua AB. Số hyperbol cực đại cắt đoạn MN là

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

**Ví dụ 16:** Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp  $S_1, S_2$  cách nhau 40cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số  $f = 10\text{Hz}$ , vận tốc truyền sóng  $v = 2 \text{ m/s}$ . Gọi M là điểm nằm trên đường thẳng vuông góc với  $S_1S_2$  tại  $S_1$  ở đó dao động với biên độ cực đại. Đoạn  $S_1M$  có giá trị lớn nhất là

A. 20cm

B. 30cm

C. 40cm

D. 50cm

### Hướng dẫn:

Theo hình vẽ, đường thẳng vuông góc với  $S_1S_2$  tại  $S_1$  cắt nhiều vân cực đại, nhưng để đoạn  $S_1M$  có giá trị lớn nhất thì M phải thuộc vân cực đại bậc 1 nên ta có:

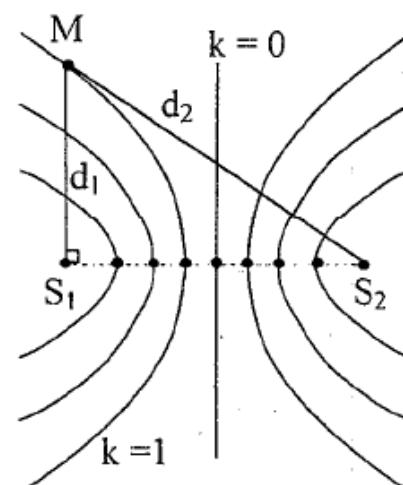
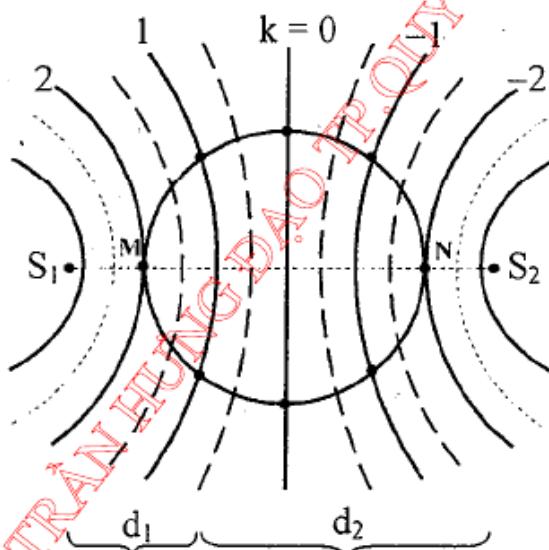
$$d_2 - d_1 = k\lambda = 1,20 = 20\text{cm} \quad (1)$$

Ngoài ra, do  $S_1MS_2$  là tam giác vuông tại  $S_1$  nên:

$$d_2 = S_2M = \sqrt{(S_1S_2)^2 + (S_1M)^2} = \sqrt{40^2 + d_1^2} \quad (2)$$

Thay (2) vào (1) ta được:  $\sqrt{40^2 + d_1^2} - d_1 = 20$

$$\Rightarrow d_1 = 30\text{cm} \Rightarrow$$
 Đáp án B.



**Bài tập vận dụng:** Trên bề mặt chất lỏng có hai nguồn phát sóng kết hợp  $S_1, S_2$  cách nhau 100cm dao động cùng pha. Biết sóng do mỗi nguồn phát ra có tần số  $f = 10\text{Hz}$ , vận tốc truyền sóng  $v = 3 \text{ m/s}$ . Gọi  $M$  là điểm nằm trên đường thẳng vuông góc với  $S_1S_2$  tại  $S_1$  ở đó dao động với biên độ cực đại. Đoạn  $S_1M$  có giá trị nhỏ nhất là

- A. 5,28 cm.      B. 10,56 cm.      C. 12cm.      D. 30cm.

**Câu 17:** Trong thí nghiệm giao thoa với hai nguồn phát sóng giống nhau tại  $A, B$  trên mặt nước. Khoảng cách hai nguồn là  $AB = 16 \text{ cm}$ . Hai sóng truyền đi có bước sóng 3 cm. Trên đường thẳng  $xx'$  song song với  $AB$ , cách  $AB$  một khoảng 8 cm, gọi  $C$  là giao điểm của  $xx'$  với đường trung trực của  $AB$ . Khoảng cách xa nhất từ  $C$  đến điểm dao động với biên độ cực đại nằm trên  $xx'$  là

- A. 22,8 cm      B. 20cm      C. 18,6cm      D. 24,3cm

**Hướng dẫn:**

Muốn CM lớn nhất thì điểm  $M$  phải thuộc vân cực đại bậc cao nhất:

$$k = \left[ \frac{AB}{\lambda} \right] = \left[ \frac{16}{3} \right] = 5$$

Lúc đó ta có:

$$d_1 - d_2 = 5\lambda = 15 \text{ cm}$$

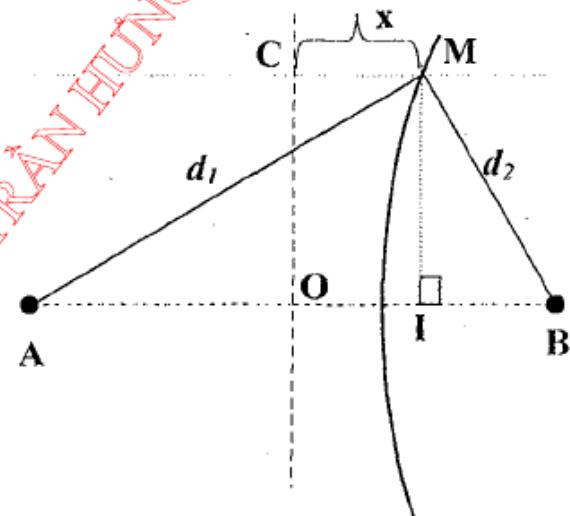
Hình học phẳng cho phương trình:

$$\sqrt{IA^2 + IM^2} - \sqrt{IB^2 + IM^2} = 15$$

$$\text{Hay: } \sqrt{(8+x)^2 + 8^2} - \sqrt{(8-x)^2 + 8^2} = 15$$

Bấm máy tính cầm tay: SHIFT CALC để chọn chế độ SOLVE giải phương trình,

nhập phương trình trên, máy tính sẽ cho kết quả  $x = 22,8 \text{ cm} \Rightarrow$  chọn A.



**Câu 18:** Trong hiện tượng giao thoa sóng nước, hai nguồn  $A, B$  cách nhau 20 cm dao động cùng biên độ, cùng pha, cùng tần số 50 Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 1,5 m/s. Xét các điểm trên mặt nước thuộc đường tròn tâm  $A$ , bán kính  $AB$ , điểm dao động với biên độ cực đại cách đường thẳng  $AB$  một đoạn gần nhất một đoạn bằng

- A. 16,84 mm      B. 19,97 mm      C. 18,63 mm      D. 26,73cm

**Hướng dẫn:**

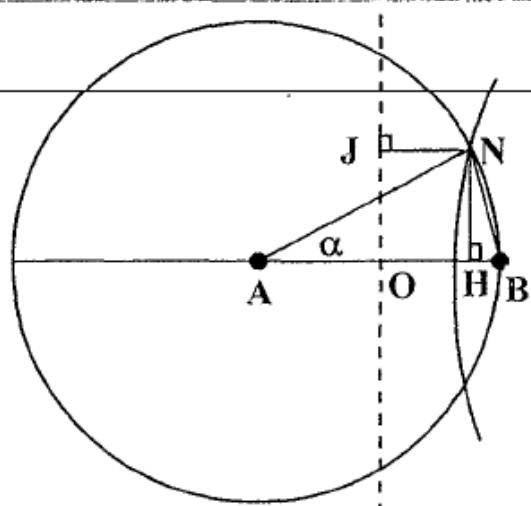
Muốn gần  $AB$  nhất thì điểm  $N$  phải gần  $B$  nhất như hình vẽ

$$k = \left[ \frac{AB}{\lambda} \right] = \left[ \frac{20}{3} \right] = 6$$

Lúc đó ta có:

$$d_1 - d_2 = 6\lambda = 18 \text{ cm} \Leftrightarrow NA - NB = 18$$

$$\Rightarrow NB = 2 \text{ (cm)}$$



Áp dụng định lí hàm số cosin trong tam giác NHB ta có:

$$NB^2 = NA^2 + AB^2 - 2NA \cdot AB \cdot \cos\alpha \Rightarrow 2^2 = 2 \cdot 20^2 - 2 \cdot 20^2 \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 0,995$$

$$\Rightarrow \text{Khoảng cách NH} = AN \cdot \sin \alpha = AN \cdot \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = 20 \cdot \sqrt{1 - 0,995^2} = 1,997 \text{ (cm)}$$

⇒ chọn B.

**Bài tập:** Trong hiện tượng giao thoa sóng nước, hai nguồn kết hợp A, B cách nhau 20 cm dao động điều hòa cùng pha, cùng tần số  $f = 40$  Hz. Tốc độ truyền sóng trên mặt nước là 1,2 m/s. Xét các điểm trên mặt nước thuộc đường tròn tâm A, bán kính AB, điểm nằm trên đường tròn dao động với biên độ cực đại cách xa đường trung trực của AB nhất một khoảng là

- A. 34,5 cm.      B. 26,1 cm.      C. 21,7 cm.      D. 19,7 cm.

**Câu 19:** Trên mặt nước, hai nguồn phát sóng A và B giống nhau cách nhau 12 cm đang dao động vuông góc với mặt nước tạo ra sóng có bước sóng 1,6 cm. Gọi C là điểm trên mặt nước cách đều hai nguồn và cách trung điểm O của đoạn AB một khoảng 8 cm. Số điểm dao động ngược pha so với nguồn ở trên đoạn CO là

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.

### Hướng dẫn:

+ Coi pha ban đầu của các nguồn bằng 0. Vì M thuộc đường trung trực nên các dao động thành phần đến M cùng pha nhau, điều này dẫn đến dao động tổng hợp tại M cũng cùng pha với các dao động thành phần. Vậy độ lệch pha giữa M và nguồn là  $2\pi \frac{d_1}{\lambda}$ .

+ Điểm M dao động ngược pha với nguồn  $\Rightarrow 2\pi \frac{d_1}{\lambda} = (2k+1)\pi$

$$\Rightarrow d_1 = (2k+1) \frac{\lambda}{2} = (2k+1) \frac{1,6}{2} = (2k+1) \cdot 0,8$$

Theo hình vẽ ta thấy  $AO \leq d_1 \leq AC$

$$\text{Suy ra } \frac{AB}{2} \leq (2k+1) \cdot 0,8 \leq \sqrt{\left(\frac{AB}{2}\right)^2 + OC^2}$$

$$\Rightarrow 6 \leq (2k+1) \cdot 0,8 \Leftrightarrow 3,25 \leq k \leq 5,75 \Rightarrow k \text{ chỉ nhận } 2 \text{ giá trị nguyên } 4 \text{ và } 5$$

⇒ Trên đoạn CO có 2 điểm dao động ngược pha so với nguồn ⇒ Chọn A.

**Câu 20:** Hai nguồn kết hợp  $S_1$ ,  $S_2$  trên mặt nước dao động cùng pha. Xét về một phía đường trung trực của  $S_1S_2$  thấy điểm M có  $MS_1 - MS_2 = 27$  mm và điểm N có  $NS_1 - NS_2 = 51$  mm nằm trên 2 vân giao thoa có cùng biên độ dao động. Biết rằng xen kẽ 2 vân này còn có 3 vân cùng loại. Hỏi vân giao thoa qua M là vân nào?

**Hướng dẫn:**

+ Giữa hai vân qua M, N còn có 3 vân cùng loại nên số bậc giao thoa qua 2 điểm này chênh nhau 4. Suy ra hiệu số của hiệu 2 khoảng cách của chúng bằng  $4\lambda$ , nên

$$\text{ta có } \lambda = \frac{51 - 27}{4} = 6 \text{ mm} \Rightarrow \frac{\lambda}{2} = 3 \text{ mm}$$

$$+ Vận qua M có thể viết  $MS_1 - MS_2 = 27 = 9 \cdot 3 = 9 \cdot \frac{\lambda}{2} = (2.4 + 1) \frac{\lambda}{2}$$$

Do hiệu khoảng cách tới hai nguồn bằng số lẻ của nửa bước sóng nên vận giao thoa qua M là vận cực tiêu, vận này ứng với  $k = 4 \Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 21:** Giao thoa giữa hai nguồn kết hợp  $S_1$  và  $S_2$  trên mặt nước có phương trình

lần lượt là  $u_1 = a_1 \cos \omega t$  và  $u_2 = a_2 \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right)$ . Trên đường nối hai nguồn, trong số những điểm có biên độ dao động cực đại thì điểm M gần đường trung trực nhất cách đường trung trực một khoảng bằng

- A. 1/8 bước sóng và M nằm về phía  $S_2$ .
- B. 1/8 bước sóng và M nằm về phía  $S_1$ .
- C. 1/16 bước sóng và M nằm về phía  $S_2$ .
- D. 1/16 bước sóng và M nằm về phía  $S_1$ .

**Hướng dẫn:**

$$\text{Từ } \begin{cases} u_1 = a_1 \cos(\omega t) \\ u_2 = a_2 \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{4} \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_{1M} = a_{1M} \cos \left( \omega t - \frac{2\pi d_1}{\lambda} \right) \\ u_{2M} = a_{2M} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{4} - \frac{2\pi d_2}{\lambda} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow Độ lệch pha \Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (d_1 - d_2) - \frac{\pi}{4} \text{ và cực đại gần nhất chỉ khi } \Delta\phi = 0 \text{ nên suy}$$

$$\text{ra } d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{8} \Rightarrow M \text{ nằm về phía nguồn } S_2, \text{ cách trung trực một đoạn } \frac{d_1 - d_2}{2} = \frac{\lambda}{16}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

**Bài tập:** Tương tự ví dụ 21 nhưng xác định điểm có biên độ cực tiêu gần trung trực nhất?

**Bài tập nâng cao:** Tại hai điểm A và B trên mặt nước cách nhau 33 cm có hai nguồn sóng kết hợp cùng pha, cùng biên độ 3 mm, phát sóng với bước sóng là 6 cm. Coi biên độ không đổi khi truyền đi. Hãy cho biết trên đoạn AB có bao nhiêu điểm dao động với biên độ bằng 5 mm?

**Câu 22:** Xét hiện tượng sóng dừng trên dây đàn hồi nhẹ AB. Đầu A dao động theo phương vuông góc sợi dây với biên độ a. Khi đầu B cố định, sóng phản xạ tại B

- A. cùng pha với sóng tới tại B.
- B. ngược pha với sóng tới tại B.
- C. vuông pha với sóng tới tại B.
- D. lệch pha  $\frac{\pi}{3}$  với sóng tới tại B.

**Hướng dẫn:**

Khi đầu B cố định, B là nút, sóng tới và sóng phản xạ ngược pha nhau  $\Rightarrow$  Chọn B.

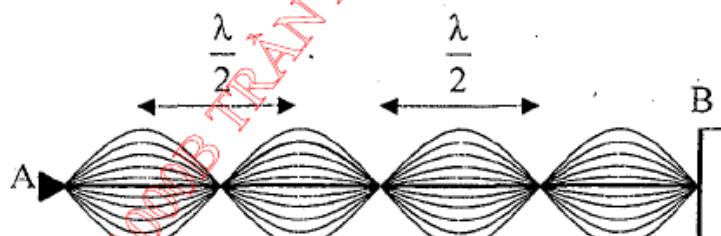
**Câu 23:** Trong hiện tượng sóng dừng trên một sợi dây mà hai đầu giữ cố định, bước sóng bằng

- A. một nửa độ dài của sợi dây.
- B. độ dài của sợi dây.
- C. khoảng cách giữa hai nút sóng hay hai bung sóng liên tiếp.
- D. hai lần khoảng cách giữa hai nút sóng hay hai bung sóng liên tiếp.

**Hướng dẫn:**

Khi có sóng dừng trên dây, khoảng cách giữa hai bung sóng liên tiếp hoặc khoảng cách giữa hai nút liên tiếp (cũng là chiều dài một múi sóng) bằng nửa bước sóng.

$\Rightarrow$  Chọn D.



**Câu 24:** Một sợi dây dài 1m, hai đầu cố định và rung với bốn múi. Bước sóng là

- A. 2 m.
- B. 1 m.
- C. 0,5 m.
- D. 0,25 m.

**Hướng dẫn:**

Điều kiện xảy ra sóng dừng cho ta  $l = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{2l}{n}$

Với 4 múi sóng ta có  $n = 4$ , lúc đó  $\lambda = \frac{2l}{n} = \frac{2l}{4} = 0,5 \text{ m} \Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 25:** Sóng dừng trên dây AB có chiều dài 32 cm với đầu B cố định. Tần số dao động của dây là 50 Hz, vận tốc truyền sóng trên dây là 4 m/s. Trên dây có

- A. 5 nút, 4 bung.
- B. 4 nút, 4 bung.
- C. 8 nút, 8 bung.
- D. 9 nút, 8 bung.

**Hướng dẫn:** Bước sóng  $\lambda = vT = \frac{v}{f} = \frac{4}{50} = 0,08 \text{ m} = 8 \text{ cm}$

Điều kiện sóng dừng với đầu B cố định cho ta  $l = n \cdot \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$  số múi sóng là  $n = \frac{2l}{\lambda}$

Thay số ta được  $n = \frac{2 \cdot 32}{8} = 8 \Rightarrow$  số bung sóng là 8 và số nút là 9  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 26:** Một dây đàn có chiều dài  $l = 80$  cm, khi gảy phát ra âm cơ bản tương ứng có tần số  $f$ . Muốn cho dây đàn này phát ra âm cơ bản  $f' = 1,2f$  thì phải bấm phím cho dây ngắn lại còn chiều dài  $l'$  bằng

- A. 66,7 cm.      B. 33,3 cm.      C. 44,4 cm.      D. 55,5 cm.

**Hướng dẫn:** Âm cơ bản do dây phát ra ứng với trường hợp trên dây chỉ có 1结 (bụng).

Theo điều kiện để có sóng dừng cho 2 đầu là nút ta có  $l = \frac{\lambda}{2} = \frac{v}{2f}$  (1)

Tương tự, để có tần số  $f'$  thì  $l' = \frac{\lambda'}{2} = \frac{v}{2f'}$  (2)

Từ (1) và (2) thu được  $l' = \frac{f}{f'} l = \frac{f}{1,2f} \cdot 80 = 66,7$  cm  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 27:** Người ta tạo sóng dừng trên một sợi dây căng ngang giữa hai điểm cố định. Sóng dừng được tạo ra trên dây lần lượt với hai tần số gần nhau nhất là 200 Hz và 300 Hz. Tần số kích thích nhỏ nhất mà vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là

- A. 50 Hz.      B. 100 Hz.      C. 150 Hz.      D. 200 Hz.

**Hướng dẫn:**

+ Theo điều kiện để có sóng dừng cho 2 đầu là nút  $l = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{v}{2f} \Rightarrow l = \frac{n}{f} \frac{v}{2}$ . Do

$l$  và  $v$  không đổi nên buộc  $\frac{n}{f} = \text{const}$ . Khi số bó sóng  $n$  ít nhất (tức  $n = 1$ ) thì tần

số  $f$  lúc đó sẽ nhỏ nhất. Vậy ta có  $f_{\min} = \frac{v}{2l}$  (1).

+ Theo đề ra, hai tần số gần nhau nhất là 200 Hz và 300 Hz sẽ ứng với số bó sóng liên tiếp là  $k$  và  $(k+1)$  nên ta có  $l = k \frac{v}{2.200}$  và  $l = (k+1) \frac{v}{2.300}$ . Từ hai phương

trình này sẽ thu được  $k = 2$  và  $l = \frac{v}{200}$  (2)

+ Thay (2) vào (1) ta được  $f_{\min} = 100$  Hz  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Giải nhanh:** Đây là dạng bài toán đặc biệt, có 2 tần số liên tiếp mà tỷ số tần số của chúng là 2 số nguyên liên tiếp  $\frac{f_1}{f_2} = \frac{200}{300} = \frac{2}{3}$  thì tần số nhỏ nhất vẫn tạo ra

sóng dừng trên dây là  $f_{\min} = |f_1 - f_2| = |200 - 300| = 100$  Hz.

**Một bài toán tương tự khác:** Sóng dừng được tạo ra trên dây giữa hai điểm cố định lần lượt với hai tần số gần nhau là 45 Hz và 54 Hz. Tìm tần số kích thích nhỏ nhất mà vẫn có thể tạo ra sóng dừng trên dây?

**Hướng dẫn:**

$$\text{Để thấy } \frac{f_1}{f_2} = \frac{45}{54} = \frac{5}{6}$$

5 là số bô sóng ứng với  $f_1 = 45 \text{ Hz}$ . Số nguyên liêp tiếp là 6 (ứng với  $f_2 = 54 \text{ Hz}$ ).

Vậy nhanh chóng chọn đáp án nào đó có  $f_{\min} = 54 - 45 = 9 \text{ Hz}$

Tuy nhiên, với trường hợp một đầu là nút, một đầu là bụng. Có 2 tần số liên tiếp mà tỉ số tần số của chúng là 2 số nguyên lẻ liên tiếp  $\frac{f_1}{f_2} = \frac{2n+1}{2n+3}$  thì tần số nhỏ nhất vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là

$f_{\min} = \frac{|f_1 - f_2|}{2}$ . Chẳng hạn: Một sợi dây có đầu trên nối với nguồn dao động, đầu dưới thả lỏng. Sóng dừng được tạo ra trên dây lần lượt với hai tần số gần nhau nhất  $200 \text{ Hz}$  và  $280 \text{ Hz}$ . Tần số kích thích nhỏ nhất mà vẫn tạo ra sóng dừng trên dây là

- A.  $80 \text{ Hz}$ .      B.  $40 \text{ Hz}$ .      C.  $240 \text{ Hz}$ .      D.  $20 \text{ Hz}$ .

$$\text{Để thấy } \frac{f_1}{f_2} = \frac{200}{280} = \frac{5}{7} \Rightarrow f_{\min} = \frac{280 - 200}{2} = 40 \text{ Hz} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 28:** Cho sợi dây AB chiều dài L, đầu A được nối với nguồn dao động (được xem gần đúng là nút khi tạo sóng dừng). Khi thay đổi tần số dao động của nguồn, thấy rằng tần số nhỏ nhất để tạo ra sóng dừng là  $50 \text{ Hz}$ , tần số liền kề để vẫn tạo ra sóng dừng là  $150 \text{ Hz}$ . Chọn câu đúng

- A. Đầu B cố định.  
 B. Trường hợp đề bài đưa ra không thể xảy ra.  
 C. Đầu B tự do.  
 D. Đề bài chưa đủ dữ kiện để kết luận.

**Hướng dẫn:**

+ Giả sử điểm B là cố định, khi đó điều kiện để có sóng dừng cho 2 đầu là nút  $L = n \frac{\lambda}{2} = n \frac{v}{2f} \Rightarrow f = n \frac{v}{2L} \Rightarrow f \sim n$ . Vì là nhỏ nhất và liền kề nên  $n = 1$  và  $n = 2$  suy ra tần số sau phải gấp tần số trước 2 lần, trong khi đó theo đề bài, hai tần số này lại hơn kém nhau 3 lần  $\Rightarrow$  giả sử B cố định là sai.

+ Giả sử điểm B là bụng sóng, khi đó điều kiện để có sóng dừng cho 1 đầu nút và 1 đầu bụng là  $L = (2n-1) \frac{\lambda}{4} = (2n-1) \frac{v}{4f} \Rightarrow f = (2n-1) \frac{v}{4L} \Rightarrow f \sim (2n-1)$ . Vì là nhỏ nhất và liền kề nên  $n = 1$  và  $n = 2$  suy ra hai tần số phải gấp 3 lần nhau, theo đề bài, hai tần số này thỏa mãn điều kiện trên  $\Rightarrow$  đầu B tự do.

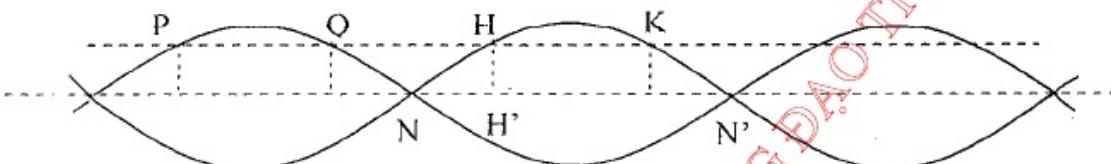
$\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 29:** Một sóng dừng trên sợi dây căng ngang với hai đầu cố định, bung sóng dao động với biên độ bằng  $2a$ . Người ta quan sát thấy những điểm có cùng biên độ ở gần nhau cách đều nhau  $12\text{ cm}$ . Bước sóng và biên độ dao động của những điểm cùng biên độ nói trên là

- A.  $48\text{ cm}$  và  $a\sqrt{2}$ .
- B.  $24\text{ cm}$  và  $a\sqrt{3}$ .
- C.  $24\text{ cm}$  và  $a$ .
- D.  $48\text{ cm}$  và  $a\sqrt{3}$ .

**Hướng dẫn:**

+ Theo hình vẽ, các điểm P, Q, H, K có cùng biên độ dao động và cách đều nhau  $PQ = QH = HK = 12\text{ cm}$



Mặt khác, theo tính chất của sóng dừng trên dây, ta có  $PH = \frac{\lambda}{2}$

$$\Rightarrow \lambda = 2.PH = 2(PQ + QH) = 2(12 + 12) = 48\text{ cm}$$

+ Từ công thức tính biên độ sóng dừng  $A = 2a \left| \cos \left( 2\pi \frac{d}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right) \right|$

- Tại nút thì biên độ bằng  $0 \Rightarrow d = k \frac{\lambda}{2}$

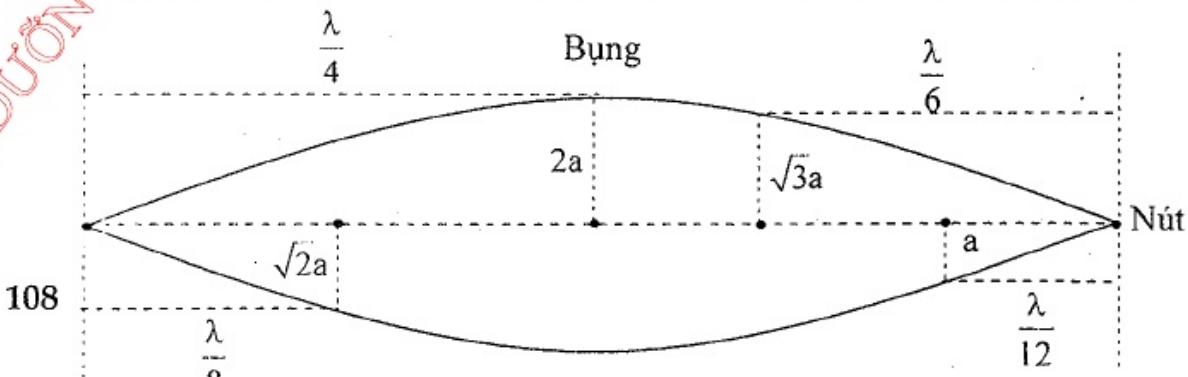
- Điểm H' cách nút N một khoảng  $NH' = \frac{QH}{2} = \frac{\lambda/4}{2} = \frac{\lambda}{8}$

Vậy tại H' có  $d = k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{8}$ , thay giá trị này vào biểu thức tính biên độ ta được

$$A = 2a \left| \cos \left( 2\pi \frac{k \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda}{8}}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right) \right| = 2a \left| \cos \left( k\pi + \frac{3\pi}{4} \right) \right| = 2a \frac{\sqrt{2}}{2} = a\sqrt{2} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

☞ **Chú ý quan trọng:** Từ công thức biên độ tại một điểm  $A = 2a \left| \cos \left( 2\pi \frac{d}{\lambda} + \frac{\pi}{2} \right) \right|$

Giả sử nếu  $d = \frac{\lambda}{8}$  thì ở đó dao động với biên độ  $\sqrt{2}a$  và ngược lại. Vậy ta có thể thống kê mối liên hệ giữa vị trí và biên độ của một số điểm đặc biệt theo hình vẽ sau:



Chúng ta nên nhớ các trường hợp đặc biệt trên để giải các bài toán xuôi ngược cho nhanh, chẳng hạn:

**Bài toán 1.** Một sợi dây đàn hồi AB có chiều dài  $\ell = 60\text{cm}$  hai đầu dây cố định. Khi được kích thích dao động, trên dây hình thành sóng dừng với 4 bó sóng và biên độ tại bụng sóng là  $4\text{cm}$ . Tại M gần nguồn phát sóng tới tại A nhất có biên độ dao động là  $2\sqrt{3}\text{cm}$ . Tính đoạn MA?

**Bài toán 2.** Một sóng dừng trên một sợi dây có dạng:

$$u = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) \text{ với } x \text{ đo bằng centimet, } t \text{ đo bằng giây.}$$

a) Tính vận tốc truyền sóng dọc theo sợi dây?

b) Xác định những vị trí trên dây có biên độ dao động bằng  $1\text{ cm}$ ?

Ở bài toán 2 này, ta làm ý a như sau:

$$\text{Từ biểu thức } u = 2 \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) \cos\left(20\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (\text{cm}) \Rightarrow \text{biên độ } A = 2 \left| \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) \right|$$

$$\text{Tại những điểm là nút thì } A = 0 \text{ nên } 2 \left| \sin\left(\frac{\pi}{4}x\right) \right| = 0 \Rightarrow \frac{\pi}{4}x = k\pi \Rightarrow x_k = 4k$$

$$\text{Vì khoảng cách giữa 2 nút liên tiếp là } \frac{\lambda}{2} \text{ nên: } \frac{\lambda}{2} = x_{k+1} - x_k = 4(k+1) - 4k = 4$$

$$\Rightarrow \lambda = 8\text{ cm}. \text{ Lại có } f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{20\pi}{2\pi} = 10\text{ Hz}. \text{ Vậy } v = \lambda \cdot f = 8 \cdot 10 = 80(\text{cm/s})$$

**Câu 30:** Sóng dừng trên một sợi dây có biên độ ở bụng là  $5\text{cm}$ . Hai điểm M, N có cùng biên độ  $2,5\text{cm}$  và ở cách nhau  $20\text{cm}$  giữa chúng có các điểm luôn dao động với biên độ nhỏ hơn  $2,5\text{cm}$ . Tìm bước sóng?

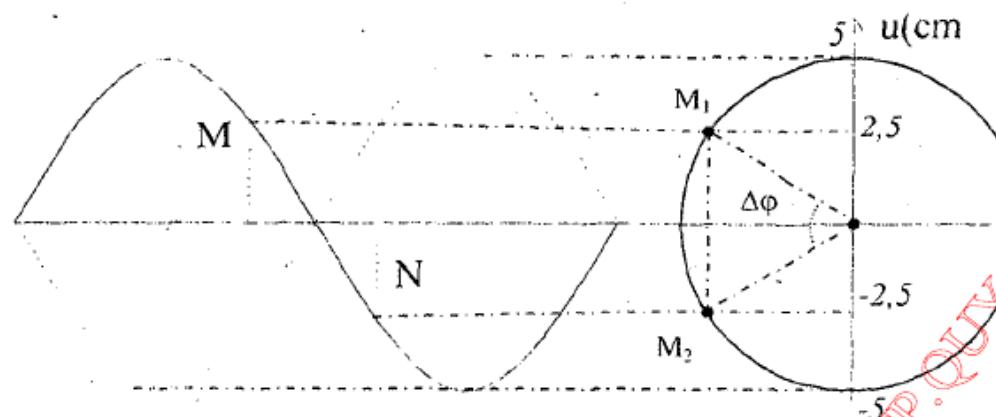
**Hướng dẫn:**

Do các điểm giữa M, N đều có biên độ nhỏ hơn biên độ dao động tại M, N nên chúng là hai điểm gần nhau nhất đối xứng qua một nút sóng.

**Cách 1:** Nếu nhớ mối liên hệ giữa vị trí và biên độ như ở chú ý trước, ta có ngay:

$$2 \cdot \frac{\lambda}{12} = 20 \Rightarrow \lambda = 120\text{ cm}$$

**Cách 2:** Coi như không có sóng dừng, chỉ là 1 sóng đơn thuần. Tại mỗi điểm, dao động của các phần tử trên dây là dao động điều hòa. Lúc đó độ lệch pha giữa M, N xác định theo công thức:  $\Delta\phi = 2\pi \frac{\Delta d}{\lambda}$



Mặt khác, theo hình vẽ, độ lệch pha giữa M và N dễ dàng tính được  $\Delta\phi = \frac{\pi}{3}$

Vậy ta có:  $2\pi \frac{\Delta d}{\lambda} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \lambda = 120 \text{ cm}$

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Tiến hành thí nghiệm giao thoa sóng trên mặt thoáng của một chất lỏng nhờ hai nguồn kết hợp cùng pha  $S_1$  và  $S_2$ . Tần số dao động của mỗi nguồn là  $f = 30 \text{ Hz}$ . Cho biết  $S_1S_2 = 10 \text{ cm}$ . Một điểm M nằm trên mặt thoáng của cách  $S_2$  một đoạn 8 cm và cách  $S_1$  một đoạn 4 cm. Giữa M và đường trung trực  $S_1S_2$  có một gợn lồi dạng hyperbol. Biên độ dao động của M là cực đại. Số điểm dao động cực tiêu trên  $S_1S_2$  là

- A. 12.      B. 11.      C. 10.      D. 9.

**Câu 2:** Hai nguồn  $O_1$  và  $O_2$  gây ra hai sóng dao động vuông góc với mặt phẳng chất lỏng có phương trình:  $u_1 = u_2 = \text{acos}\omega t$ . Bước sóng  $\lambda = 0,8 \text{ cm}$ . Một điểm M trên mặt chất lỏng cách hai nguồn những đoạn  $d_1 = 7 \text{ cm}$  và  $d_2 = 8 \text{ cm}$ . So sánh pha dao động của M với 2 nguồn

- A. Trễ pha  $\frac{\pi}{4}$ .      B. Trễ pha  $\frac{3\pi}{4}$ .      C. Nhanh pha  $\frac{\pi}{4}$ .      D. Nhanh pha  $\frac{3\pi}{4}$ .

**Câu 3:** Trên mặt thoáng của chất lỏng, hai nguồn kết hợp A và B dao động ngược pha cách nhau 10 cm. Sóng tạo thành trên mặt chất lỏng lan truyền với bước sóng 0,5 cm. Gọi O là điểm nằm trên đoạn AB sao cho  $OA = 3 \text{ cm}$  và M, N là hai điểm trên bờ mặt chất lỏng sao cho MN vuông góc với AB tại O và  $OM = ON = 4 \text{ cm}$ . Số điểm dao động với biên độ cực đại trên đoạn MN là

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.

**Câu 4:** Trên mặt thoáng của một chất lỏng có hai nguồn sóng kết hợp A và B cách nhau 20 cm, dao động theo phuong thẳng đứng với phuong trình  $u_A = 2\cos 40\pi t$  và  $u_B = 2\cos(40\pi t + \pi)$  ( $u_A$  và  $u_B$  tính bằng mm, t tính bằng s). Biết tốc độ truyền sóng trên mặt chất lỏng là 30 cm/s. Xét hình vuông AMNB thuộc mặt thoáng chất lỏng. Số điểm dao động với biên độ cực đại trên chu vi hình vuông AMNB là

- A. 27.      B. 26.      C. 52.      D. 54.

**Câu 5:** Trên mặt nước nằm ngang, có một hình chữ nhật ABCD. Gọi E, F là trung điểm của AD và BC. Trên đường thẳng EF đặt hai nguồn S<sub>1</sub> và S<sub>2</sub> dao động cùng pha theo phương thẳng đứng sao cho đoạn EF nằm trong đoạn S<sub>1</sub>S<sub>2</sub> và S<sub>1</sub>E = S<sub>2</sub>F. Bước sóng lan truyền trên mặt nước 1,4 cm. Biết S<sub>1</sub>S<sub>2</sub> = 10 cm; S<sub>1</sub>B = 8 cm và S<sub>2</sub>B = 6 cm. Trên chu vi của hình chữ nhật ABCD, số điểm dao động với biên độ cực đại là

- A. 7.      B. 8.      C. 11.      D. 10.

**Câu 6:** Một ống sáo có chiều dài 0,6 m được đóng kín ở một đầu. Biết tốc độ truyền âm trong không khí là 300 m/s. Hai tần số âm thấp nhất mà ống sáo phát ra là

- A. 150 Hz và 450 Hz.      B. 250 Hz và 725 Hz.  
C. 125 Hz và 375 Hz.      D. 250 Hz và 750 Hz.

**Câu 7:** Kích thích một sợi dây dao động điều hoà với biên độ 2 cm trên một sợi dây dài. Quan sát thấy có sóng dừng trên dây. Bề rộng của bụng sóng dừng là

- A. 2 cm.      B. 4 cm.      C. 8 cm.      D. 16 cm.

**Câu 8:** Điều nào sau đây **không** đúng khi nói về sóng dừng

- A. Sóng có các nút và bụng xen kẽ nhau, các nút cách nhau những khoảng cách đều đặn  
B. Có các phần tử môi trường ở hai bên một nút dao động ngược pha nhau  
C. Các điểm nằm giữa hai nút liên tiếp dao động cùng pha nhau  
D. Hình ảnh sóng dừng lặp lại sau mỗi nửa chu kì sóng.

**Câu 9:** Một sợi dây có chiều dài 1 m hai đầu cố định. Kích thích cho sợi dây dao động với tần số f thì trên dây xuất hiện sóng dừng. Biết tần số chỉ có thể thay đổi trong khoảng từ 300 Hz đến 450 Hz. Vận tốc truyền dao động là 320 m/s. Tần số f có giá trị bằng

- A. 320 Hz.      B. 300 Hz.      C. 400 Hz.      D. 420 Hz.

**Câu 10:** Sóng dừng trên một sợi dây dàn hồi dài 1,2m với hai đầu cố định, người ta quan sát thấy ngoài hai đầu dây cố định còn có hai điểm khác trên dây không dao động. Biết khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp sợi dây duỗi thẳng là 0,05s. Tốc độ truyền sóng trên dây là

- A. 12 m/s.      B. 8 m/s.      C. 4 m/s.      D. 16 cm/s.

**Bài tập cuối chủ đề 4:** Trên sợi dây dài 0,9 m với hai đầu A, B cố định có sóng dừng  $u = 2a \sin\left(\frac{\pi}{\lambda}x\right) \cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{2}\right)$  (cm)

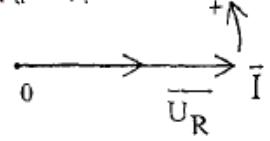
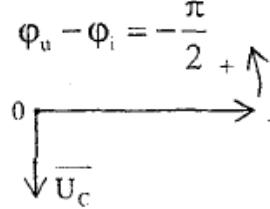
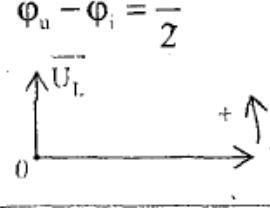
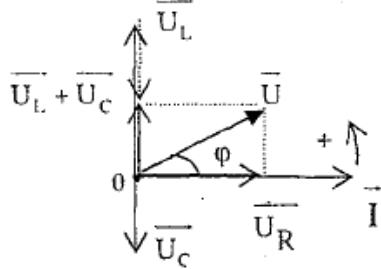
- 1) Thấy rằng nếu f tăng thêm 3 Hz thì số nút trên dây tăng thêm 18 nút. Hãy tính tốc độ truyền sóng?
- 2) Biết khoảng thời gian hai lần liên tiếp sợi dây duỗi thẳng là 0,1 s và tại điểm cách nút 1 cm có biên độ sóng 2 cm. Tính a?
- 3) Thị nghiệm cũng cho thấy những điểm trên dây có cùng biên độ  $\Lambda_0$  (với  $\Lambda_0 < \Lambda_{\text{bung}}$ ) thì nằm cách đều nhau một khoảng  $\Delta x$ . Hãy tính các giá trị  $\Lambda_0$ ,  $\Delta x$  và tìm số điểm trên dây có biên độ bằng  $0,5 \Lambda_0$ .
- 4) Tìm điểm gần nút nhất và điểm gần bụng nhất có biên độ dao động 2 cm.

## Chủ đề 5: DÒNG ĐIỆN XOAY CHIỀU. MẠCH RLC

### A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN

#### CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

#### I. Định luật Ôm cho các loại đoạn mạch

Đoạn mạch		Quan hệ giữa dòng điện và hiệu điện thế	Quan hệ về pha Gián đố vectơ	Công suất
Chỉ có điện trở R	Điện trở R	Cực đại $I_0 = \frac{U_0}{R}$ Hiệu dụng $I = \frac{U}{R}$	$\Phi_u - \Phi_i = 0$ 	$P = I^2 R$
Chỉ có Tụ điện C	Dung kháng $Z_C = \frac{1}{\omega C}$	Cực đại $I_0 = \frac{U_0}{Z_C}$ Hiệu dụng $I = \frac{U}{Z_C}$	$\Phi_u - \Phi_i = -\frac{\pi}{2}$ 	$P = 0$
Chỉ có cuộn cảm	Cảm kháng $Z_L = \omega L$	Cực đại $I_0 = \frac{U_0}{Z_L}$ Hiệu dụng $I = \frac{U}{Z_L}$	$\Phi_u - \Phi_i = \frac{\pi}{2}$ 	$P = 0$
Gồm 3 phần từ R, L, C nối tiếp		$I_0 = \frac{U_0}{Z}$ ; $I = \frac{U}{Z}$ Tổng trở: $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$ $\Phi_u - \Phi_i = \phi$ ; $\tan \phi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$ Công suất: $P = UI \cos \phi$		

## II. Các dạng bài tập thường gặp

II.1. Cho dòng điện xoay chiều  $i = I_0 \cos(\omega t + \phi_i)$ . Cần tìm số lần dòng điện đổi chiều sau một khoảng thời gian  $t$  nào đó

Cách làm: + Trung bình, trong mỗi giây dòng điện đổi chiều  $2f$  lần.  
+ Tính số lần đổi chiều sau khoảng thời gian  $t$ :  $2f t$  lần.

II.2. Khi đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t + \phi_u)$  vào hai đầu bóng đèn huỳnh quang, biết đèn chỉ sáng lên khi hiệu điện thế tức thời đặt vào đèn  $|u| \geq U_1$ . Cần tính thời gian đèn sáng (tối) trong một chu kỳ.

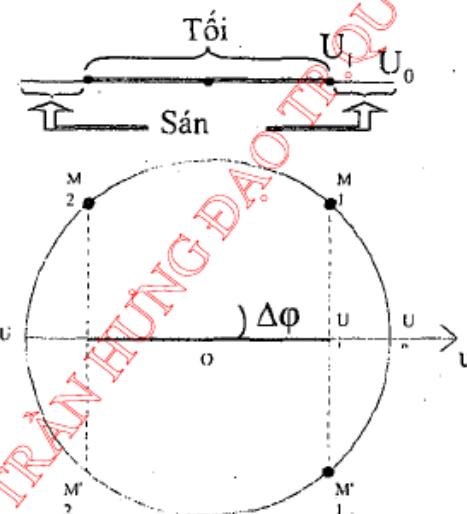
Cách làm: Sử dụng mối liên hệ giữa dao động điều hòa và chuyển động tròn đều.

$$+ \text{Tính } \cos \Delta\phi = \frac{U_1}{U_0} \Rightarrow \Delta\phi$$

$$+ \text{Tìm thời gian sáng trong } \frac{1}{2} T : t_1 = \frac{2\Delta\phi}{\omega}$$

$$+ \text{Tìm thời gian sáng trong cả chu kỳ: } t = 2t_1$$

II.3. Bài trắc nghiệm yêu cầu chọn biểu thức đúng – sai liên quan đến tính chất của đoạn mạch xoay chiều  $R, L, C$  mắc nối tiếp



Biểu thức đúng	Biểu thức sai
Tức thời $i = i_R = i_L = i_C$	$i = i_R + i_L + i_C$
Hiệu dụng $I = I_R = I_L = I_C$	
Cực đại $I_0 = I_{0R} = I_{0L} = I_{0C}$	
Tức thời $u = u_R + u_L + u_C$	$u = u_R = u_L = u_C$
Hiệu dụng $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$	$U = U_R + U_L + U_C$
Véc tơ $\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C$	
$i = \frac{u_R}{R}; I_{0R} = \frac{U_{0R}}{R}; I_{0L} = \frac{U_{0L}}{Z_L}; I_{0C} = \frac{U_{0C}}{Z_C}; I_0 = \frac{U_0}{Z}; I = \frac{U}{Z}$ $-\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \frac{\pi}{2}$	$U < U_R$ $i = \frac{u_L}{Z_L}; i = \frac{u_C}{Z_C}$ $-\pi \leq \phi \leq \pi$

## II.4. Viết biểu thức hiệu điện thế $u$ hoặc cường độ dòng điện $i$

Bài toán điện xoay chiều thường cho biểu thức  $u$ , cần tìm biểu thức  $i$  hoặc ngược lại. Để giải quyết bài toán loại này, cần nắm được các công thức liên hệ sau:

Nếu  $u = U_0 \cos(\omega t + \phi_u)$  thì  $i = I_0 \cos(\omega t + \phi_i)$

$$\text{Với: } + I_0 = \frac{U_0}{Z} \text{ trong đó } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$+ \phi_u - \phi_i = \phi \text{ mà } \tan \phi = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

Chú ý: Loại bài toán này dùng máy tính cầm tay Casio fx 570 - ES sẽ rất nhanh

## II.5. Bài toán cộng hưởng điện (Khi $R = \text{const}$ ; mạch có $L, C$ hoặc $\omega$ biến thiên)

Nếu thấy trong mạch có một trong các dấu hiệu như  $Z_L = Z_C$ ,  $\omega^2 = \frac{1}{LC}$ ;  $u_{AB}$  cùng

pha  $i$ ;  $[\cos \phi]_{\max} = 1$ ;  $u_R$  cùng pha  $u_{AB}$ ;  $U_R = U_{AB}$ ;  $P_{\max} = I^2 R = \frac{U_{AB}^2}{R}$ ;  $I_{\max} = \frac{U_{AB}}{R}$ ; ...

thì sẽ kết luận trong mạch có cộng hưởng điện và sử dụng một trong các dấu hiệu còn lại để suy ra biểu thức chứa ẩn cần tìm.

## II.6. Các bài toán liên quan đến cực trị của công suất

a) Nếu  $R, U = \text{const}$ . *Thay đổi  $L$  hoặc  $C$ , hoặc  $\omega$ . Tìm điều kiện nào đó để  $P_{\max}$*

Cách làm: Từ  $P = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} R$

$\Rightarrow P = P_{\max} = \frac{U^2}{R} \Leftrightarrow Z_L = Z_C$  (Đây là bài toán cộng hưởng điện quen thuộc, hệ số công suất  $\cos \phi = 1$ ).

b) Nếu  $L, C, \omega, U = \text{const}$ . *Thay đổi  $R$ , tìm  $R$  để  $P_{\max}$*

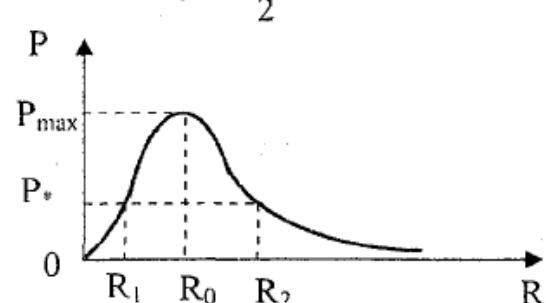
Cách làm: Từ  $P = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} R$ , dùng bất đẳng thức Côsi cho  $P_{\max} = \frac{U^2}{2R}$

$$\Leftrightarrow R = |Z_L - Z_C|. Lúc này hệ số công suất của mạch  $\cos \phi = \frac{\sqrt{2}}{2}$$$

c) Mạch  $R - r - L - C$  khi có  $R$  biến đổi

$$\bullet P_{AB\max} = \frac{U^2}{2(R+r)} \Leftrightarrow (R+r) = |Z_L - Z_C|$$

$$\bullet P_{R\max} = \frac{U^2}{2(R+r)} \Leftrightarrow R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$



d) Mạch R - L - C khi **R biến đổi** có 2 giá trị  $R_1 \neq R_2$  đều cho công suất  $P < P_{max}$

Cách làm: Từ  $P = I^2R = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} R \Rightarrow PR^2 - U^2R + P(Z_L - Z_C)^2 = 0$

Theo Vi-ét  $\Rightarrow \boxed{R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P}}$  và  $\boxed{\sqrt{R_1 R_2} = |Z_L - Z_C|}$

e) Mạch R - r - L - C khi **R biến đổi** có 2 giá trị  $R_1 \neq R_2$  đều cho công suất  $P_o < P_{max}$

Cũng theo Vi-ét có 
$$\begin{cases} R_1 + R_2 + 2r = \frac{U^2}{P_o} \\ (R_1 + r)(R_2 + r) = (Z_L - Z_C)^2 \end{cases}$$

f) Tính nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở R? Cách làm: Dùng công thức  $Q = I^2Rt$

Công thức trên còn để tính cường độ dòng điện hiệu dụng cho những bài toán đơn giản, còn trong tình huống khác phức tạp hơn, dòng điện có biểu thức  $i = I_0 \cos \omega t$

thì giá trị hiệu của nó phải tính theo tích phân  $I = \sqrt{\frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} i^2 dt}$

## II.7. Mạch L - R - C có C biến đổi. Bài toán tìm C để

a)  $Z_{min}$ ,  $I_{max}$ ,  $U_{Rmax}$ ,  $U_{Lmax}$ ,  $U_{RLmax}$ ,  $P_{ABmax}$ ,  $\cos \phi$  cực đại,  $u_R$  cùng pha  $u_{AB}$ , ...?

Tất cả các trường hợp trên đều liên quan đến công hưởng điện, chúng đều có kết quả  $Z_C = Z_L$ .

b)  $U_{Cmax}$ ?

Cách làm: Dùng phương pháp đại số hoặc phương pháp giàn đồ véc to đều cho

kết quả: 
$$\boxed{Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L}} ; \boxed{U_{Cmax} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}} ; \text{ khi đó } \boxed{\bar{U}_{RL} \perp \bar{U}_{AB}} \text{ và } U_{AB}$$

chậm pha hơn i.

c)  $U_{RC} = U_{RC}^{max} = ?$  và  $U_{RC} = U_{RC}^{min} = ?$

Cách làm: Triển khai  $U_{RC} = IZ_{RC}$  rồi dùng phương pháp đạo hàm để khảo sát, sau khi cho đạo hàm bằng không ta có phương trình  $Z_C^2 - Z_L Z_C - R^2 = 0$ , lập bảng

xét dấu ta sẽ thấy ứng với  $Z_C = \frac{Z_L + \sqrt{Z_L^2 + 4R^2}}{2}$  thì  $U_{RC}^{max} = \frac{U \cdot 2R}{\sqrt{Z_L^2 + 4R^2} - Z_L}$

Cũng từ bảng biến thiên ta thấy khi  $Z_C = 0$  tức  $C = \infty$  thì  $U_{RC}^{min} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}$

d)  $\vec{U}_{RL} = I\sqrt{R^2 + Z_L^2}$  luôn không đổi với mọi giá trị của R (mạch có R ở giữa L và C)?

Cách làm: Biến đổi đại số để thu được  $Z_C(Z_C - 2Z_L) = 0 \Rightarrow Z_C = 2Z_L$

e)  $\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}_{RC}$  (có R ở giữa L và C)?

Cách làm: Dùng biểu thức  $\tan\phi_1 \cdot \tan\phi_2 = -1$  hoặc vẽ giản đồ véc tơ, cuối cùng cho kết quả:  $Z_L \cdot Z_C = R^2$

f)  $\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}_{RC}$  và  $U_{RL} = a$ ,  $U_{RC} = b$ . Tìm  $U_R$ ,  $U_L$ ,  $U_C$ ?

$$\text{PP: } + \text{ Từ } \begin{cases} U_L \cdot U_C = U_R^2 \\ U_R^2 + U_L^2 = U_L(U_C + U_L) = a^2 \Rightarrow \frac{U_L}{U_C} = \left(\frac{a}{b}\right)^2 \text{ và } U_R = U_C \cdot \frac{a}{b} = U_L \cdot \frac{b}{a} \\ U_R^2 + U_C^2 = U_C(U_L + U_C) = b^2 \end{cases}$$

+ Hoặc dùng giản đồ véc tơ sẽ cho kết quả nhanh nhất.

### II.8. Mạch C – R – L có L biến đổi

Tương tự như bài toán C biến đổi, tìm L để:

a)  $Z_{min}$ ,  $I_{max}$ ,  $U_{Rmax}$ ,  $U_{Cmax}$ ,  $U_{RCmax}$ ,  $P_{ABmax}$ ,  $\cos\phi$  cực đại,  $u_C$  trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_{AB}$ ?

Tất cả các trường hợp trên đều liên quan đến công hưởng điện  $\Rightarrow Z_L = Z_C$ .

b)  $\vec{U}_{RL} \perp \vec{U}_{RC}$  (có R ở giữa L và C)?

Cách làm: Dùng phương pháp giản đồ hoặc  $\tan\phi_1 \cdot \tan\phi_2 = -1 \Rightarrow Z_L \cdot Z_C = R^2$

c)  $U_L = I \cdot Z_L$  cực đại?

Cách làm: Giống như bài C biến thiên, có nhiều phương pháp, chúng đều cho kết quả:

$$Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}, U_L = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}, \text{ khi đó } \vec{U}_{RC} \perp \vec{U}_{AB} \text{ và } U_{AB} \text{ nhanh pha hơn } i.$$

d)  $U_{RL} = U_{RL}^{max} = ?$  và  $U_{RL} = U_{RL}^{min} = ?$

Cách làm: Triển khai  $U_{RL} = I \cdot Z_{RL}$  rồi dùng phương pháp đạo hàm để khảo sát, sau khi cho đạo hàm bằng không ta có phương trình  $Z_L^2 - Z_C \cdot Z_L - R^2 = 0$ , lập bảng

$$\text{xét dấu ta sẽ thấy ứng với } Z_L = \frac{Z_C + \sqrt{Z_C^2 + 4R^2}}{2} \text{ thì } U_{RL}^{max} = \frac{U \cdot 2R}{\sqrt{Z_C^2 + 4R^2} - Z_C}$$

$$\text{Cũng từ bảng biến thiên ta thấy khi } Z_L = 0 \text{ tức } L = 0 \text{ thì } U_{RL}^{min} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$

## II.9. Khoá K mắc // với C hoặc L, khi đóng hay mở thì $I_{mở} = I_{đóng}$

a) Khoá K/C:  $Z_{mở} = Z_{đóng} \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_L^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_C = 0 \\ Z_C = 2Z_L \end{cases}$

b) Khoá K/L:  $Z_{mở} = Z_{đóng} \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_C)^2 = R^2 + Z_C^2 \Rightarrow \begin{cases} Z_L = 0 \\ Z_L = 2Z_C \end{cases}$

## II.10. Mạch R – L – C có C biến đổi

♣ Có hai giá trị  $C_1$  và  $C_2$  cho độ lệch pha giữa dòng điện và hiệu điện thế trong hai trường hợp như nhau.

Cách làm: Từ  $\cos\phi_1 = \cos\phi_2 \Rightarrow Z_1 = Z_2 \Rightarrow R^2 + (Z_L - Z_{C_1})^2 = R^2 + (Z_L - Z_{C_2})^2$

$$\Rightarrow Z_L - Z_{C_1} = -(Z_L - Z_{C_2}) \Rightarrow Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}$$

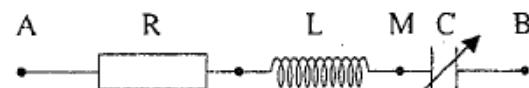
♣ Ngoài ra, khi gặp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị  $C_1, C_2$  làm cho hoặc  $I_1 = I_2$  hoặc  $P_1 = P_2$  thì cảm kháng cũng được tính như trường hợp  $|\phi_1| = |\phi_2|$  tức là

$$Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}$$

♣ Khi  $C = C_1$  và  $C = C_2$  (giả sử  $C_1 > C_2$ ) thì  $i_1$  và  $i_2$  lệch pha nhau  $\Delta\phi$

Gọi  $\phi_1$  và  $\phi_2$  là độ lệch pha của  $u_{AB}$  so với  $i_1$  và  $i_2$  thì có  $\phi_1 > \phi_2 \Rightarrow \phi_1 - \phi_2 = \Delta\phi$

Nếu  $I_1 = I_2$  thì  $\phi_1 - \phi_2 = \frac{\Delta\phi}{2}$



Nếu  $I_1 \neq I_2$  thì tính  $\frac{\tan\phi_1 - \tan\phi_2}{1 + \tan\phi_1 \tan\phi_2} = \tan\Delta\phi$

♣ Khi gặp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị  $C_1, C_2$  làm cho hoặc là  $I_1 = I_2$  hoặc  $P_1 = P_2$  hay hoặc  $|\phi_1| = |\phi_2|$ . Tìm C để có công hưởng điện? Phương pháp giải:

Biến đổi toán học, thu được  $\frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$  hay  $C = \frac{2C_1 C_2}{(C_1 + C_2)}$

♣ Khi gặp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị  $C_1, C_2$  làm cho hiệu điện thế trên tụ trong hai trường hợp bằng nhau. Tìm C để hiệu điện thế trên tụ đạt cực đại thì C

phải thỏa mãn  $C = \frac{C_1 + C_2}{2}$

### II.11. Mạch R – L – C với L biến đổi, có hai giá trị $L_1$ và $L_2$

- Khi gặp bài toán L biến thiên, có 2 giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một cường độ dòng điện, hoặc cho công suất tiêu thụ trong 2 trường hợp bằng nhau, hay cho cùng độ lớn của sự lệch pha giữa  $u$  và  $i$  thì dung kháng  $Z_C$  tính được bao giờ cũng bằng

trung bình cộng của cảm kháng  $Z_L$  theo biểu thức 
$$Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$$

- Khi gặp bài toán L biến thiên, có 2 giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một cường độ dòng điện, hoặc cho công suất tiêu thụ trong 2 trường hợp bằng nhau, hoặc cho cùng độ lớn của sự lệch pha giữa  $u$  và  $i$ . Tìm  $L$  để có công hưởng điện ( $I = I_{\max}; \varphi_u = \varphi_i; \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0; (\cos\varphi)_{\max} = 1; P = P_{\max}; U_R = U_{R\max}; \dots$ ) thì bao giờ cũng thu

$$L = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

- Khi gặp bài toán cuộn dây thuận cảm với L biến thiên, có 2 giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một hiệu điện thế trên cuộn dây. Để hiệu điện thế trên cuộn dây đạt cực đại

$$L = \frac{2L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} \text{ hay } \frac{1}{L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$$

### II.12. Mạch có $u$ và $i$ vuông pha, chặng hạn mạch chỉ chứa tụ C hoặc cuộn dây thuận cảm

Sử dụng công thức: 
$$\left( \frac{i}{I_0} \right)^2 + \left( \frac{u}{U_0} \right)^2 = 1 \quad (*)$$
 cho 2 loại bài toán thường gặp sau:

- Nếu gặp bài toán cho hai cặp giá trị tức thời của  $u$  và  $i$ , nếu thay vào  $(*)$  ta sẽ thu được hệ 2 phương trình 2 ẩn chứa  $U_0, I_0$ . Giải hệ  $\Rightarrow U_0, I_0$ , từ đó tính được  $Z_C$  theo  $Z_C = \frac{U_0}{I_0} \Rightarrow C$ .

- Nếu gặp bài toán cho 1 cặp giá trị tức thời của  $u$  và  $i$ , cho thêm  $Z_C$ , cần tìm  $U_0, I_0$  thì sử dụng thêm hệ thức  $U_0 = I_0 Z_C$  rồi thay vào phương trình  $(*)$  ta sẽ có phương trình 1 ẩn chứa  $I_0$  (hoặc  $U_0$ ) từ đó tìm được  $I_0$  (hoặc  $U_0$ ).

**Chú ý:** Các bài toán đối với cuộn dây thuận cảm L cũng làm tương tự như 2 bài toán về tụ C nói trên.

### II.13. Bài toán f biến thiên có yếu tố cộng hưởng

Lúc đầu tần số  $f$ , khi cộng hưởng tần số  $f'$ .

Nếu  $Z_L > Z_C \Rightarrow$  khi cộng hưởng  $Z'_L = Z'_C \Leftrightarrow Z'_L$  giảm  $\Rightarrow f > f'$

$Z_L < Z_C \Rightarrow$  khi cộng hưởng  $Z'_L = Z'_C \Leftrightarrow Z'_L$  tăng  $\Rightarrow f < f'$

### II.14. Mạch R - L - C có tần số $f$ thay đổi. Tìm $f$ để:

a)  $Z_{min}$ ;  $I_{max}$ ;  $U_{Rmax}$ ;  $P_{ABmax}$ ;  $\cos\phi$  cực đại ...?  $\Rightarrow$  cộng hưởng điện  $\Rightarrow Z_L = Z_C$

$$\Rightarrow \omega_{CH}^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

b)  $U_C = IZ_C$  cực đại?  $U_C^{max} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}} \Leftrightarrow \omega_C^2 = (2\pi f)^2 = \frac{1}{LC} - \frac{R^2}{2L}$

c)  $U_L = IZ_L$  cực đại?  $U_L^{max} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - R^2C^2}}$   
 $\Leftrightarrow \omega_L^2 = (2\pi f)^2 = \frac{2}{2LC - R^2C^2}$

d) Mọi liên hệ giữa 3 tần số góc ở trên là:  $\omega_{CH} = \sqrt{\omega_L \cdot \omega_C}$

e) Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì công suất của đoạn mạch bằng nhau. Để công suất của đoạn mạch cực đại thì tần số góc  $\omega$  phải bằng  $\omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

f) Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện có cùng một giá trị. Khi  $\omega = \omega_C$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai bản tụ điện đạt cực đại. Hệ thức liên hệ giữa  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  và  $\omega_C$  là  $\omega_C^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$

g) Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây thuần cảm có cùng một giá trị. Khi  $\omega = \omega_L$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai cuộn dây đạt cực đại. Hệ thức liên hệ giữa  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  và  $\omega_L$  là  $\frac{1}{\omega_L^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$

h) Thay đổi  $f$  có hai giá trị  $f_1 \neq f_2$  biết  $f_1 + f_2 = a$  thì  $I_1 = I_2$ ?

Cách làm: Ta có  $Z_1 = Z_2 \Leftrightarrow (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2 \Rightarrow$  hệ  $\begin{cases} \omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} = \omega_{CH}^2 \\ \omega_1 + \omega_2 = 2\pi a \end{cases}$

### II.15. Bài toán nếu có 2 cuộn dây hoặc 2 tụ điện

Cách làm: Tính giá trị tương đương của chúng

$$+ L_1 \text{ nt } L_2 \Leftrightarrow 1 \text{ cuộn dây có } L = L_1 + L_2 \Rightarrow Z_L = Z_{L_1} + Z_{L_2}$$

$$+ L_1 // L_2: \frac{1}{L} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \Rightarrow \frac{1}{Z_L} = \frac{1}{Z_{L_1}} + \frac{1}{Z_{L_2}} \text{ hoặc } Z_L = \frac{Z_{L_1} \cdot Z_{L_2}}{Z_{L_1} + Z_{L_2}}$$

$$- C_1 \text{ nt } C_2: \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow Z_C = Z_{C_1} + Z_{C_2}$$

$$- C_1 // C_2: C = C_1 + C_2 \Rightarrow \frac{1}{Z_C} = \frac{1}{Z_{C_1}} + \frac{1}{Z_{C_2}} \text{ hoặc } Z_C = \frac{Z_{C_1} \cdot Z_{C_2}}{Z_{C_1} + Z_{C_2}}$$

**II.16. Hai đoạn mạch AM gồm  $R_1L_1C_1$  nối tiếp và đoạn mạch MB gồm  $R_2L_2C_2$  nối tiếp mắc nối tiếp với nhau mà có đặc điểm  $U_{AB} = U_{AM} + U_{MB}$  thì  $u_{AB}$ ,  $u_{AM}$  và  $u_{MB}$  cùng pha  $\Rightarrow \tan u_{AB} = \tan u_{AM} = \tan u_{MB}$**

**2.17. Hai đoạn mạch  $R_1L_1C_1$  và  $R_2L_2C_2$  có hiệu điện thế lệch pha nhau  $\Delta\phi$**

$$\text{Từ: } \tan \phi_1 = \frac{Z_{L_1} - Z_{C_1}}{R_1} \text{ và } \tan \phi_2 = \frac{Z_{L_2} - Z_{C_2}}{R_2}$$

$$\text{Viết } \phi_1 - \phi_2 = \Delta\phi \Rightarrow \frac{\tan \phi_1 - \tan \phi_2}{1 + \tan \phi_1 \tan \phi_2} = \tan \Delta\phi$$

Trường hợp đặc biệt  $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$  (vuông pha nhau) thì  $\tan \phi_1 \cdot \tan \phi_2 = -1$ .

### II.18. Lưu ý chung

Bài toán điện xoay chiều thường có 3 cách giải, tùy theo dữ kiện bài toán, đọc đề bắt buộc ta phải biết nên đi theo con đường nào. Cách giải dùng máy tính cầm tay là nhanh nhất nhưng chỉ áp dụng cho những bài toán có biên độ và pha đầy đủ. Cách giải bằng giàn đồ vectơ khi đọc đề thấy liên quan đến điện áp đoạn mạch này lệch pha với điện áp đoạn mạch khác hoặc bài toán có nhiều giá trị điện áp. Còn không thấy những dữ kiện như trên thì chỉ còn cách là đại số, tức là phải lập các phương trình hay hệ phương trình liên hệ giữa đại lượng đã cho và đại lượng cần tìm. Tất nhiên, có những bài toán mà ta chỉ cần hiểu và nhớ công thức, áp dụng vào là có kết quả nhanh chóng, chẳng hạn  $P = P_{\max} \cdot \cos^2 \phi$  hay  $I = I_{\max} \cdot \cos \phi$   $U_R = U_{R_{\max}} \cdot \cos \phi$ , và nhiều công thức khác nữa, vì vậy trong quá trình học ta phải nhớ và biết cách vận dụng một cách linh hoạt.

### III. Một số kiến thức toán học cần vận dụng khi gặp các dạng bài tìm cực trị

Trong phần điện xoay chiều, chúng ta thường gặp bài toán tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của một đại lượng vật lí khi có một yếu tố biến thiên, tùy vào từng bài toán cụ thể, ta sẽ chọn một trong các phương pháp sau đây:

#### Phương pháp 1: Dùng bất đẳng thức Côsi

+ Áp dụng cho 2 số dương  $a, b$

$$a + b \geq 2\sqrt{a.b} \Rightarrow \begin{cases} (a+b)_{\min} = 2\sqrt{a.b} \\ (\sqrt{a.b})_{\max} = \frac{a+b}{2} \end{cases} \text{ dấu "=" xảy ra khi } a = b$$

#### Phương pháp 2:

+ Dùng định lí hàm số sin trong tam giác:  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

+ Định lí hàm số cosin trong tam giác:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2.b.c.\cos A$

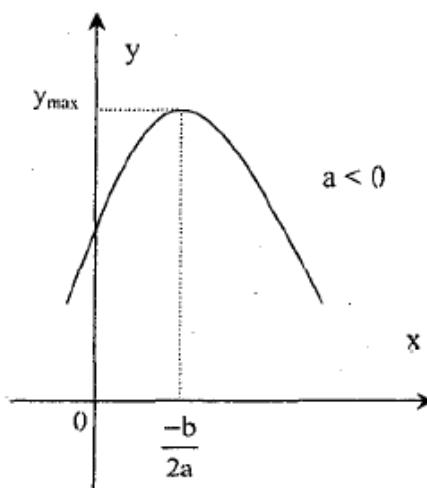
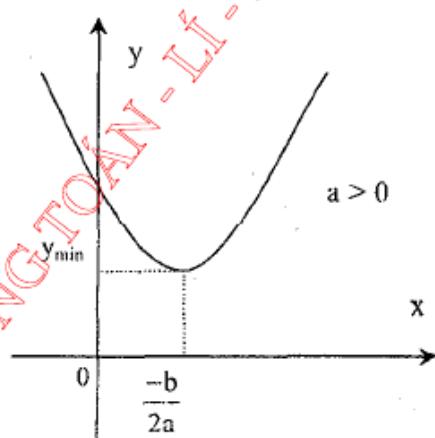
$$(\cos \alpha)_{\max} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 0^\circ; (\sin \alpha)_{\max} = 1 \Leftrightarrow \alpha = 90^\circ$$

#### Phương pháp 3: Dựa vào hàm số bậc 2: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ ( $a \neq 0$ )

+  $a > 0$  thì tại đỉnh Parabol  $x = \frac{-b}{2a}$  có  $y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$

+  $a < 0$  thì  $y_{\max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{4ac - b^2}{4a}$  khi  $x = \frac{-b}{2a}$

+ Đồ thị:



#### Phương pháp 4: Dùng đạo hàm

Nội dung: + Hàm số  $y = f(x)$  có cực trị khi  $f'(x) = 0$

+ Giải phương trình  $f'(x) = 0$

+ Lập bảng biến thiên tìm cực trị.

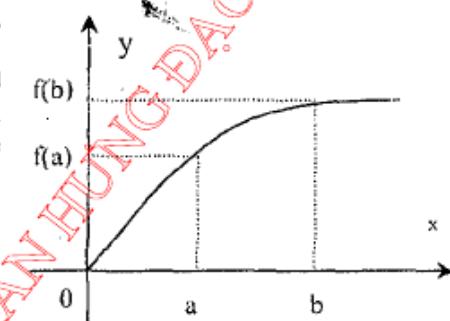
+ Vẽ đồ thị nếu để bài yêu cầu khảo sát sự biến thiên.

Ngoài các phương pháp trên còn có một số phương pháp khác để tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của một đại lượng vật lí. Tùy theo biểu thức của đại lượng vật lí có dạng hàm số nào mà áp dụng bài toán để giải.

Có những hàm số không có cực trị, chỉ có tính đồng biến hoặc nghịch biến ta tìm được giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trong miền nào đó.

Trong đoạn  $[a,b]$ :  $f(b)$  lớn nhất khi  $x = b$

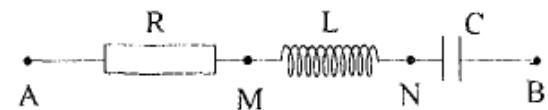
$f(a)$  nhỏ nhất khi  $x = a$ .



*Dưới đây là một số bài toán kiểu tự luận để mô tả cho các phương pháp trên*

(Bạn đọc chỉ nên xem phần này sau khi đã hiểu được một số bài toán mở đầu cơ bản ở phần ví dụ)

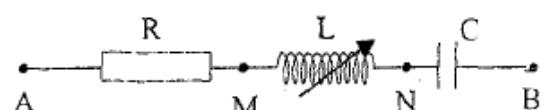
**Bài toán 1:** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ:



1. Với  $R = \text{const}$ . Thay đổi  $L$  hoặc  $C$  hoặc  $\omega$  để công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AB cực đại, tìm công suất cực đại và đại lượng nào đó.

Cách làm: Công suất tiêu thụ trên mạch

$$P = (R + r)I^2 = \frac{(R + r)U^2}{(R + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$



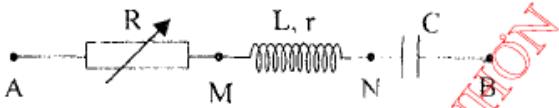
Các đại lượng biến thiên đều nằm trong số hạng  $(Z_L - Z_C)^2$  và vì  $(Z_L - Z_C)^2 \geq 0$

nên  $P = P_{\max} = \frac{U^2}{R + r}$  khi hiệu  $Z_L - Z_C = 0$ , tức mạch xảy ra cộng hưởng điện

⇒ Tính được  $L$  hoặc  $C$  hoặc  $\omega$ .

## 2. Giữ L, C và $\omega$ không đổi. Thay đổi R, tìm R để:

- Công suất tiêu thụ trên mạch AB cực đại.
- Công suất tiêu thụ trên R cực đại.
- Công suất tiêu thụ trên cuộn dây cực đại.



Cách làm:

- Tìm R để công suất toàn mạch lớn nhất,  $P_{max} = ?$

$$\text{Ta có: } P = \frac{(R+r) \cdot U^2}{(R+r) + (Z_L - Z_C)^2}$$

Thấy rằng  $(R+r)$  có cả trên tử số lẫn mẫu số nên với bài toán này, chia tử và mẫu cho  $(R+r)$  ta thu được  $P = \frac{U^2}{(R+r) + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R+r}}$  và dùng bất đẳng thức Côsi cho

$$\text{mẫu số} \Rightarrow P_{max} = \frac{U^2}{2(R+r)} \Leftrightarrow R+r = |Z_L - Z_C| \Rightarrow R = |Z_L - Z_C| - r$$

- Tìm R để công suất riêng trên R lớn nhất,  $P_{Rmax} = ?$

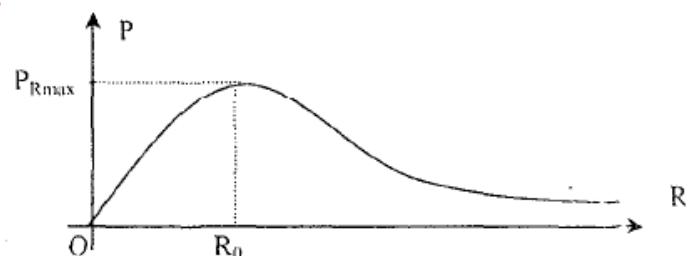
$$\text{Ta có: } P_R = R \cdot I^2 = \frac{R \cdot U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$\text{Chia tử số và mẫu số cho } R \text{ ta được: } P_R = \frac{\frac{U^2}{R+r^2 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}}{\left[ R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} \right] + 2r}$$

Chỉ cần áp dụng bất đẳng thức Côsi cho số hạng  $\left[ R + \frac{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R} \right]$  sẽ thu

$$\text{được } P_{Rmax} = \frac{U^2}{2(R+r)} \Leftrightarrow R = \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \quad (\text{Đặt giá trị này là } R_0).$$

Dạng đồ thị:



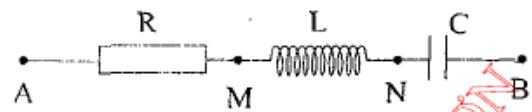
- Tính R để công suất riêng trên cuộn dây không thuần cảm lớn nhất,  $P_{rmax} = ?$

$$\text{Ta có: } P_r = r \cdot I^2 = \frac{r \cdot U^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

Để dễ dàng nhận thấy  $(R+r)^2 \geq 0$  nên  $P_r = P_{rmax} = \frac{r \cdot U^2}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \Leftrightarrow R = 0$ .

**Bài toán 2:** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ

- Tìm  $R$  để  $U_R$  cực đại.
- Tìm  $L$  để  $U_L$  cực đại.
- Tìm  $C$  để  $U_C$  cực đại.
- Tìm  $\omega$  lần lượt để  $U_R$  cực đại,  $U_L$  cực đại,  $U_C$  cực đại.



Cách làm:

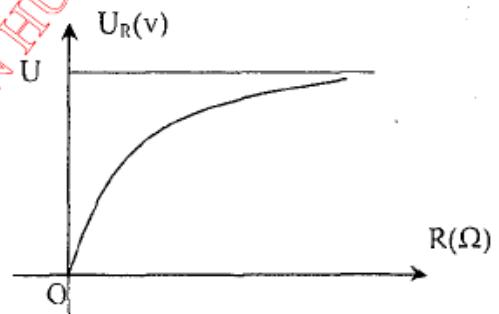
a) Tìm  $R$  để  $U_R$  cực đại? Ta có  $U_R = I \cdot R = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R^2}}}$

Dễ thấy:  $U_{R_{\max}} = U \Leftrightarrow R = \infty$

b) Tìm  $L$  để  $U_L$  cực đại? Có 3 cách giải sau:

Cách 1: Dùng phương pháp đại số – Biến đổi ra hàm bậc 2 rồi lấy cực trị theo tọa độ định

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } U_L &= I \cdot Z_L = \frac{U \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \\ &= \frac{U \cdot Z_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}. \end{aligned}$$



Chia tử và mẫu cho  $Z_L$  và rút gọn ta được:  $U_L = \frac{U}{\sqrt{(R^2 + Z_C^2) \frac{1}{Z_L^2} - \frac{2Z_C}{Z_L} + 1}} = \frac{U}{\sqrt{y}}$

Theo biểu thức trên, muốn  $U_{L_{\max}}$  thì  $y_{\min}$

Đặt  $x = \frac{1}{Z_L}$ , ta sẽ có hàm  $y = ax^2 + bx + 1$  với  $\begin{cases} a = R^2 + Z_C^2 \\ b = -2Z_C \end{cases}$  (\*)

Vì  $a > 0$  nên  $y_{\min} = -\frac{\Delta}{4a}$  khi  $x = -\frac{b}{2a}$ . (\*\*)

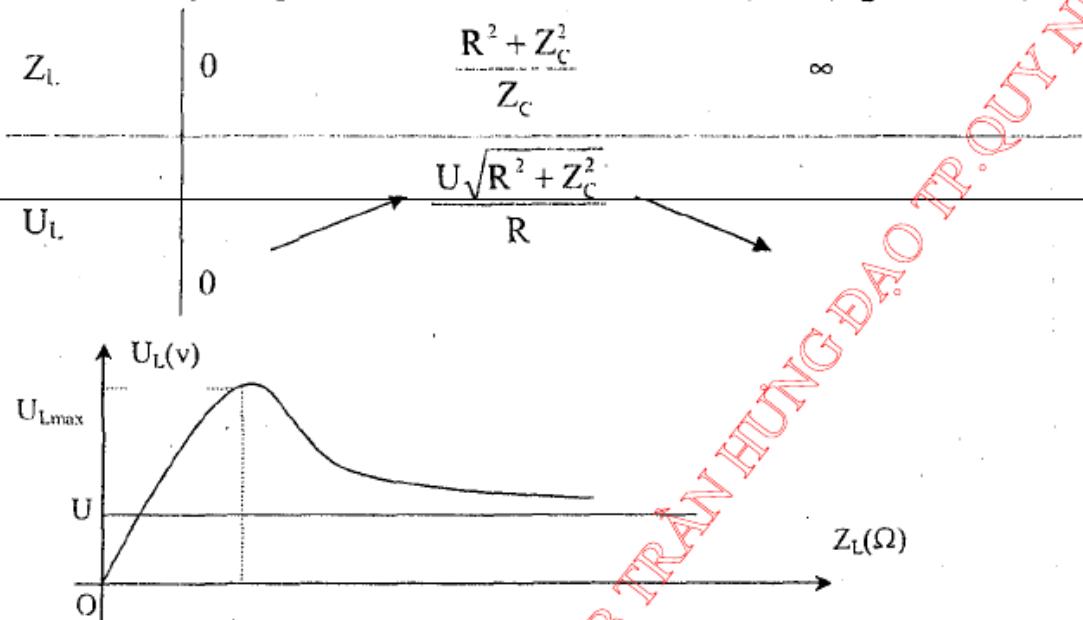
Thay  $a, b$  ở (\*) vào (\*\*) ta được:  $\frac{1}{Z_L} = \frac{2Z_C}{2(R^2 + Z_C^2)} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow L$

và  $y_{\min} = -\frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{R^2}{R^2 + Z_C^2} \Rightarrow U_L^{\max} = \frac{U \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$

Cách 2: Dùng phương pháp đạo hàm như toán học, khảo sát  $U_L$  theo  $Z_L$ .

$$\text{Ta có: } U_L = LZ_L \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 - 2Z_L Z_C + Z_C^2}}$$

Lấy đạo hàm, lập bảng biến thiên ta sẽ thu được cực trị và dạng của đồ thị.



Cách 3: Vẽ giàn đồ vectơ rồi dựa vào phép tính hình học để khảo sát:

$$\text{Ta có: } u_{AB} = u_{AM} + u_{MN} + u_{NB}$$

$$\text{Hay dạng vectơ: } \overrightarrow{U_{AB}} = \overrightarrow{U_{AM}} + \overrightarrow{U_{MN}} + \overrightarrow{U_{NB}}$$

Theo cách vẽ các vectơ nối tiếp với nhau thì ở giàn đồ này độ dài các cạnh là điện áp tương ứng

$$AB = U_{AB} = U$$

$$AM = U_R$$

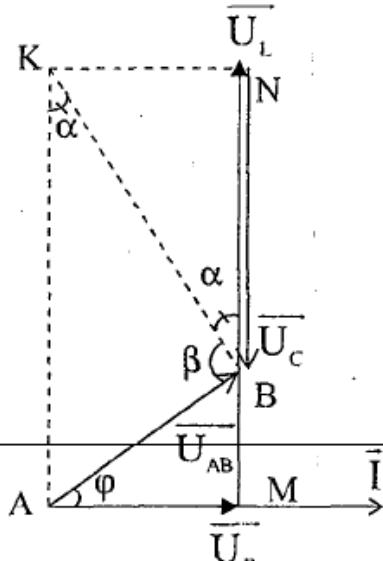
$$MN = AK = U_L$$

$$NB = U_C$$

Áp dụng định lí hàm số sin trong  $\Delta ABK$  ta có:

$$\frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AK}{\sin \beta} \Leftrightarrow \frac{U}{\sin \alpha} = \frac{U_L}{\sin \beta} \Rightarrow U_L = \frac{U \cdot \sin \beta}{\sin \alpha}$$

$$\text{Trong } \Delta KBN \text{ vuông tại } N \text{ ta có: } \sin \alpha = \frac{KN}{KB} = \frac{U_R}{U_{R,C}} = \frac{IR}{I\sqrt{R^2 + Z_C^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}$$



$$\text{Nên } U_L = \frac{U \cdot \sin \beta}{\sin \alpha} = \frac{U \cdot \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \cdot \sin \beta$$

Lúc này ta thấy  $U_L$  chỉ còn phụ thuộc vào  $\sin \beta$ . Vậy nếu  $\sin \beta = 1$  thì:

$$U_L = U_L^{\max} = \frac{U \cdot \sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R}$$

Và khi  $\sin \beta = 1 \Rightarrow \beta = 90^\circ \Rightarrow \alpha = \varphi$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \tan \varphi \Rightarrow \frac{R}{Z_C} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow L$$

☞ **Chú ý:** Trong 3 cách giải được giới thiệu ở trên, tùy vào khả năng và tư duy toán học, các em nên lựa chọn cho mình một cách giải thích hợp. Tuy nhiên các em cần lưu ý rằng khi  $U_L = U_L^{\max}$  thì điện áp toàn mạch vuông pha với điện áp trên đoạn mạch chứa RC ( $\bar{U} \perp \bar{U}_{RC}$ ) vì vậy có thêm các biểu thức liên hệ  $U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2$ ;  $U_R^2 = U_C(U_L - U_C)$  và  $U^2 = U_L(U_L - U_C)$

c) Tìm C để  $U_C$  cực đại?

Làm tương tự như bài toán tìm L để  $U_L$  cực đại, dù cách nào, đều thu được kết quả:  $U_{C\max} = \frac{U \cdot \sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \Leftrightarrow Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow C$

☞ **Chú ý:**

+ Biểu thức tính  $U_L^{\max}$  và  $U_C^{\max}$ ;  $Z_L$  và  $Z_C$  của 2 bài toán trên có dạng tương tự, chỉ đổi vai trò của  $Z_L$  và  $Z_C$  cho nhau. Vì vậy chỉ cần nhớ trường hợp L biến thiên thì sẽ suy ra trường hợp với C biến thiên.

+ Khi  $U_C^{\max}$  ta cũng có  $\bar{U} \perp \bar{U}_{RL}$  nên có thêm:  $U_C^2 = U^2 + U_R^2 + U_L^2$ ;

$$U_R^2 = U_L(U_C - U_L) \text{ và } U^2 = U_C(U_C - U_L)$$

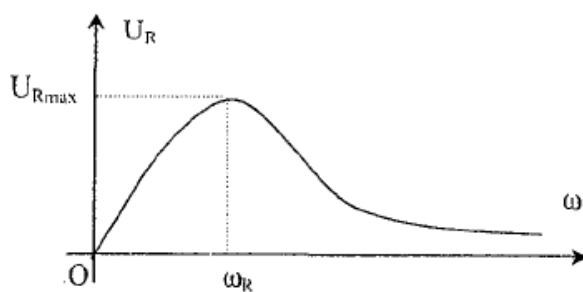
d) Tìm  $\omega$  để:

\*  $U_R$  cực đại:

$$\text{Ta có: } U_R = I \cdot R = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + (L\omega - \frac{1}{C\omega})^2}}$$

$$\Rightarrow U_R = U_{R\max} = U \Leftrightarrow L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}} \text{ (mạch có cộng hưởng điện)}$$

Dạng đồ thị:



\*  $U_L$  cực đại

$$\text{Ta có: } U_L = IZ_L = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{UZ_L}{\sqrt{R^2 + Z_L^2 + Z_C^2 - 2Z_L Z_C}}$$

$$U_L = \frac{UL\omega}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2 + \frac{1}{C^2\omega^2} - 2\frac{L}{C}}} = \frac{UL}{\sqrt{\frac{1}{C^2\omega^4} + (R^2 - \frac{2L}{C})\frac{1}{\omega^2} + L^2}} = \frac{UL}{\sqrt{y}}$$

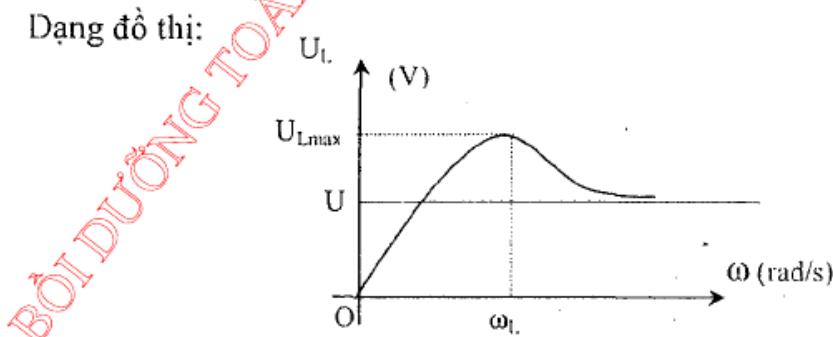
Đặt  $x = \frac{1}{\omega^2} \Rightarrow y = ax^2 + bx + d$  với  $\begin{cases} a = \frac{1}{C^2} \\ b = R^2 - \frac{2L}{C} \\ d = L^2 \end{cases}$  (\*)

Để thấy  $U_{L\max} \Leftrightarrow y_{\min}$ . Vì vì  $a > 0$  nên  $y_{\min} = \frac{-\Delta}{4a}$  khi  $x = \frac{-b}{2a}$  (\*\*)

Thay a, b, d ở (\*) vào (\*\*) ta được:

$$U_{L\max} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}} \Leftrightarrow \omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{1}{L - \frac{R^2}{C^2}}} \text{ với điều kiện } \frac{2L}{C} > R^2$$

Dạng đồ thị:



\*  $U_C$  cực đại

$$\text{Ta có: } U_C = IZ_C = \frac{UZ_C}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{C\omega\sqrt{R^2 + L^2\omega^2 + \frac{1}{C^2\omega^2} - \frac{2L}{C}}}$$

$$U_C = \frac{U}{C\sqrt{L^2\omega^4 + (R^2 - \frac{2L}{C})\omega^2 + \frac{1}{C^2}}} = \frac{U}{C\sqrt{y}}$$

Đặt  $\omega^2 = x \Rightarrow y = ax^2 + bx + d$  với  $a = L^2$ ;  $b = R^2 - \frac{2L}{C}$ ;  $d = \frac{1}{C^2}$

Dễ thấy  $U_{C_{\max}}$  khi  $y_{\min}$ . Vì  $a > 0$  nên  $y_{\min} = \frac{-D}{4a}$  khi  $x = \frac{-b}{2a}$

Thay a, b, d vào ta được:

$$U_{C_{\max}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}} \text{ khi } \omega_C = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \text{ với điều kiện } \frac{2L}{C} > R^2$$

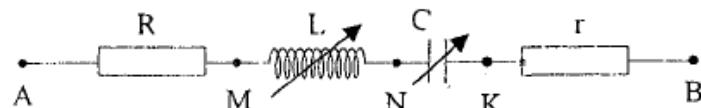
☞ **Chú ý:** Qua các bài toán với  $\omega$  biến thiên cho điện áp trên các phần tử lớn nhất ta thấy:

$$+ U_{L_{\max}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}} \text{ và } U_{C_{\max}} = \frac{2UL}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}} \text{ tức là } U_{L_{\max}} = U_{C_{\max}}$$

$$+ \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}; \quad \omega_L = \frac{1}{C}\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \quad \text{và} \quad \omega_C = \frac{1}{L}\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}. \text{ Dễ dàng thấy rằng giữa}$$

chúng có mối liên hệ  $\omega_R^2 = \omega_L \omega_C$ .

**Bài toán 3:** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ.



Hiệu điện thế hai đầu đoạn

mạch A/B là  $u = 85\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V); Biết  $R = 70\Omega$ ;  $r = 80\Omega$ , cuộn dây có L thay đổi được, tụ điện có C biến thiên.

a) Điều chỉnh  $L = \frac{3}{2\pi}$  H rồi thay đổi điện dung C. Tìm C để  $U_{MB}$  cực tiểu.

b) Điều chỉnh  $C = \frac{1}{7\pi} \cdot 10^{-3}$  F rồi thay đổi L. Tìm độ cảm L để  $U_{AN}$  cực đại.

Cách làm:

a) Tìm C để  $U_{MB}$  cực tiểu?

$$\text{Ta có: } U_{MB} = IZ_{MB} = \frac{U\sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\frac{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

$$\Rightarrow U_{MB} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}, \text{ dễ dàng thấy rằng } U_{MB\min} \Leftrightarrow (Z_L - Z_C)^2 = 0$$

$$\Rightarrow Z_C = Z_L = 150 \Omega \Leftrightarrow C = \frac{1}{15\pi} \cdot 10^{-3} F.$$

b) Tìm L để  $U_{AN}$  max?

$$\text{Có: } U_{AN} = IZ_{AN} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U\sqrt{\frac{R^2 + Z_L^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = U\sqrt{y}$$

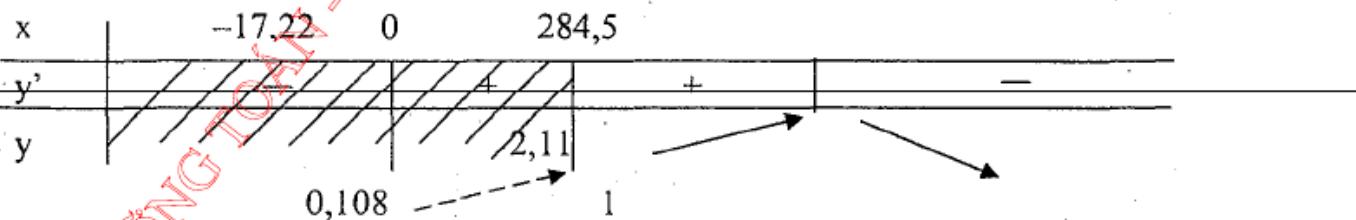
$$\Rightarrow U_{AN} \text{ max} \Leftrightarrow y_{\max}$$

$$\text{Trong đó: } y = \frac{R^2 + Z_L^2}{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{70^2 + x^2}{150^2 + (x-150)^2} \quad \text{với } x = Z_L \quad (x > 0)$$

$$\text{Lấy đạo hàm rồi rút gọn ta được: } y' = \frac{-300x^2 + 80200x + 70^2 \cdot 300}{[150^2 + (x-150)^2]^2}$$

$$\text{Cho } y' = 0 \Leftrightarrow -300x^2 + 80200x + 1470000 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -17,22 \\ x = 284,55 \end{cases}$$

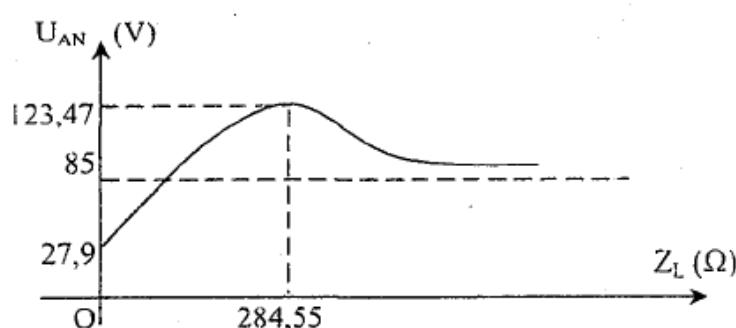
Bảng biến thiên:



Theo bảng biến thiên ta thấy  $y_{\max} = 2,11$  khi  $x = 284,55$  tức là khi  $Z_L = 284,55 \Omega$

(hay  $L = \frac{Z_L}{\omega} = 0,906 \text{ H}$ ) thì  $U_{AN\max} = U\sqrt{y_{\max}} = 85\sqrt{2,11} = 123,47 \text{ V}$

Dạng đồ thị:



## B. VÍ DỤ MINH HỌA

### 1. Các bài toán mở đầu, làm quen.

**Câu 1:** Dòng điện xoay chiều có cường độ  $i = 2\cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A). Dòng điện này có

- A. tần số là 50 Hz.
- B. cường độ hiệu dụng của dòng điện là  $\sqrt{2}$  A.
- C. số lần đổi chiều trung bình trong 1 s là 100.
- D. chu kì dòng điện là 0,02 s.

*Hướng dẫn:*

Từ biểu thức dòng điện xoay chiều  $i = 2\cos\left(50\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A) ta có:

- Cường độ dòng điện cực đại  $I_0 = 2$  A  $\Rightarrow$  cường độ hiệu dụng  $I = \sqrt{2}$  A.
  - Tần số góc  $\omega = 50\pi$  rad/s  $\Rightarrow$  tần số  $f = 25$  Hz và chu kỳ  $T = 0,04$ s
  - Trong 1 chu kỳ, dòng điện đổi chiều 2 lần. Vì tần số dòng điện là 25 Hz nên trong 1 s sẽ có 25 chu kỳ xảy ra  $\Rightarrow$  số lần đổi chiều là  $2,25 \times 50$  lần
- $\Rightarrow$  Chọn B

**Câu 2:** Cường độ dòng điện trong một đoạn mạch có biểu thức  $i = 4\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (A). Ở thời điểm  $t = \frac{1}{50}$  s, cường độ dòng điện tức thời trong mạch có giá trị

- |                                |                                |
|--------------------------------|--------------------------------|
| A. cực đại.                    | B. $2\sqrt{2}$ A và đang giảm. |
| C. $2\sqrt{2}$ A và đang tăng. | D. cực tiểu.                   |

**Hướng dẫn:**

Thay  $t = \frac{1}{50}$  s vào biểu thức có:  $i = 4\sqrt{2} \cos(2\pi + \frac{\pi}{3}) = 4\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{3} = 2\sqrt{2}$  (A)

Ngay sau thời điểm này, pha sẽ lớn hơn  $(2\pi + \frac{\pi}{3}) \Rightarrow i$  giảm  $\Rightarrow$  Chọn B.

→ Bài toán trên chỉ như là một bài toán dao động cơ học đơn giản, tuy nhiên chúng ta cần nắm vững làm cơ sở để ta xử lý với các đại lượng khác như điện áp, điện tích,... và làm tiếp các bài toán tổng hợp, phức tạp sau này.

**Câu 3:** Một đèn ống huỳnh quang được đặt dưới hiệu điện thế xoay chiều có giá cực đại  $127V$  và tần số  $f$ . Biết đèn chỉ sáng lên khi hiệu điện thế tức thời đặt vào đèn  $|u| \geq 90V$ . Tính trung bình thời gian đèn sáng trong mỗi phút là

- A. 30 s.      B. 40 s.      C. 20 s.      D. 10 s.

**Hướng dẫn:**

+ Vùng đèn sáng nằm trên 2 đoạn:

$[90, 127]$  và  $[-90, -127]$ . Tương tự bài toán

tìm thời gian trong dao động điều hòa ở phần

cơ học, khoảng thời gian đèn sáng trong

$$\text{chu kỳ } T \text{ là } t = 4.t_{90 \rightarrow 127} = 4.t_{A\sqrt{2} \rightarrow A} = 4 \cdot \frac{T}{8} = \frac{T}{2}$$

+ Coi  $T = 1$  phút = 60s thì thời gian đèn sáng trong 1 phút là:  $t = \frac{T}{2} = \frac{60}{2} = 30s$

→ Chọn A.

→ Qua bài toán, chúng ta có thể làm tiếp được các bài toán tương tự khác như:

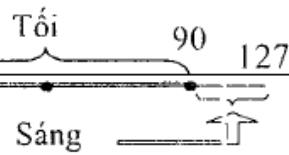
Tìm thời gian đèn tối.

Tìm tỉ số giữa thời gian đèn sáng và thời gian đèn tối.

Hoặc các bài toán ngược lại, cho thời gian sáng tối, tìm lại giá trị khác như điều kiện để sáng, tìm giá trị cực đại hay giá trị hiệu dụng kiểu như: Một bóng đèn ống được mắc vào mạng điện xoay chiều tần số  $f = 50$  Hz. Biết rằng đèn chỉ sáng khi điện áp giữa hai cực của đèn đạt giá trị  $|u| \geq 110\sqrt{2}$  V. Trong 2 s thời gian đèn sáng là  $4/3$ s.

Điện áp hiệu dụng ở hai đầu bóng đèn là

- A. 220V.      B.  $220\sqrt{3}$  V.      C.  $220\sqrt{2}$  V.      D. 200 V.



**Câu 4:** Một tụ điện được nối vào một nguồn điện xoay chiều. Nếu giá trị hiệu điện thế hiệu dụng giữ không đổi nhưng tần số tăng lên thì

- A. I tăng lên.
- B. độ lệch pha giữa u, i thay đổi.
- C. I giảm xuống.
- D. I tăng lên và độ lệch pha giữa u, i giảm.

**Hướng dẫn:**

Giá trị của  $Z_C$  không ảnh hưởng đến độ lệch pha giữa u và i.

Khi tần số f tăng làm  $\omega$  tăng  $\Rightarrow$  dung kháng của tụ  $Z_C = \frac{1}{\omega C}$  giảm.

Lúc đó cường độ dòng điện hiệu dụng  $I = \frac{U}{Z_C}$  sẽ tăng  $\Rightarrow$  Chọn A.

☞ Bài toán ở trên chỉ là một ví dụ để các em tự duy cho những đoạn mạch khác, chẳng hạn mạch chí chứa R, mạch chí chứa L, mạch chứa R và C, mạch chứa R và L, ...

**Câu 5:** Trong mạch điện xoay chiều gồm R, L, C mắc nối tiếp thì tổng trở Z phụ thuộc vào

- A. L, C và  $\omega$ .
- B. R, L và C.
- C. R, L, C và  $\omega$ .
- D.  $\omega$ .

**Hướng dẫn:**

$$\text{Tổng trở } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

☞ Bài toán trên tuy đơn giản, nhưng qua đó ta cần hiểu rằng, mỗi khi 1 trong 4 yếu tố R, L, C,  $\omega$  thay đổi sẽ làm tổng trở Z thay đổi, từ đó làm cho dòng điện I thay đổi, điều này kéo theo một loạt các thay đổi khác, như điện áp trên từng phần tử, công suất của mạch, vv... Đó cũng là sơ sở để ta xét các bài toán biến thiên và cực trị về sau.

☞ Bàn thêm: Độ lớn của độ lệch pha thì phụ thuộc vào những yếu tố nào? Câu trả lời đương nhiên cũng phụ thuộc vào 4 yếu tố R, L, C và  $\omega$  vì  $\varphi$  tính qua

$$\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}. \text{ Nhưng nếu hỏi sự nhanh pha hay trễ pha của điện áp u so với cường độ dòng điện i (dấu của } \varphi \text{) thì chi phụ thuộc 3 đại lượng L, C và } \omega \text{ thôi vì tử số } \omega L - \frac{1}{\omega C} \text{ quyết định dấu.}$$

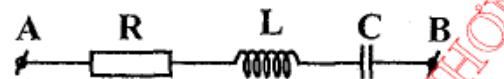
Khi  $\varphi > 0$  tức  $Z_L > Z_C$  thì ta nói mạch điện có tính cảm kháng và ngược lại.

Khi  $\varphi < 0$  tức  $Z_L < Z_C$  thì ta nói mạch điện có tính dung kháng và ngược lại.

Câu 6: Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch R, L, C nối tiếp có biểu thức:  $u = 400 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$  (V). Biết

$$R = 100 \Omega, L = 0,318 \text{ H} \text{ và } C = 15,9 \mu\text{F}$$

Biểu thức cường độ dòng điện qua đoạn mạch là



A.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A).      B.  $i = 4\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (A).

C.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (A).      D.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right)$  (A).

**Hướng dẫn:**

**Cách 1: Làm để hiểu vật lí**

- Tần số góc  $\omega = 100\pi$  rad/s.

- Cảm kháng  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot 0,318 = 100 \Omega$ .

- Dung kháng  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{100\pi \cdot 15,9 \cdot 10^{-6}} = 200 \Omega$ .

- Tổng trở  $Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{100^2 + (100 - 200)^2} = 100\sqrt{2} \Omega$ .

- Biểu thức dòng điện trong mạch có dạng  $i = I_0 \cos(100\pi t + \varphi_i)$ .

+ Về giá trị cực đại  $I_0$ , ta có  $I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{400}{2\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \text{ A}$ .

+ Về độ lệch pha, có  $\tan \varphi = \frac{Z_L - Z_C}{R} = \frac{100 - 200}{100} = -1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{4}$

Mặt khác  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i \Rightarrow \varphi_i = \varphi_u - \varphi = -\frac{\pi}{12} - \left(-\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{6}$

Vậy biểu thức dòng điện trong mạch là  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A)  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Cách 2: Dùng máy tính Casio fx 570 – ES để giải nhanh như đã hướng dẫn ở**

**phần cuối của chủ đề này**, có ngay:  $i = \frac{u}{Z} = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)i} = \frac{400 \angle -\frac{\pi}{12}}{100 + (100 - 200)i}$

Bấm máy tính:  $\frac{400 \angle -\frac{\pi}{12}}{100 + (100 - 200)i}$  thu được  $2\sqrt{2} \angle \frac{1}{6}\pi$   $\Rightarrow$  Chọn A.

Bài toán vừa xét thuộc dạng cho các phan tử RLC, cho biểu thức của  $u$ , tìm biểu thức của  $i$ , và chúng ta thường giải theo 2 cách trên. Từ bài toán cơ bản đó, ta có thể làm được một loạt các bài toán khác, cụ thể là:

- + Bài toán ngược, cho các phan tử RLC, cho biểu thức của  $i$ , tìm biểu thức của  $u$ . Hoặc là bài toán cho cả biểu thức  $u$  và  $i$  nhưng bắt đi tìm các phan tử  $R, L, C$ .
  - + Bài toán nâng cao, cho các phan tử RLC, cho biểu thức  $u$  của đoạn mạch này, tìm biểu thức của  $u$  của đoạn mạch khác. Chẳng hạn: Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch  $R, L, C$  nối tiếp có biểu thức:
- $$u = 400 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right) \text{ (V)}.$$



Biết:  $R = 100 \Omega$ ,  $L = 0,318 \text{ H}$  và  $C = 15,9 \mu\text{F}$ . Biểu thức điện áp trên tụ điện  $C$  là

- A.  $u_C = 565,6 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) \text{ (V)}$ .
- B.  $u_C = 500 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}$ .
- C.  $u_C = 565,6 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right) \text{ (V)}$ .
- D.  $u_C = 500 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}$ .

**Bài giải:**

Trước hết tính  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot 0,318 = 100 \Omega$ . và  $Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200 \Omega$ .

Sau đó lập biểu thức:  $u_C = i \bar{Z}_C = \frac{u}{\bar{Z}} \bar{Z}_C = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)i} \bar{Z}_C$

Rồi bấm máy:  $\frac{400 \angle -\frac{\pi}{12}}{100 + (100 - 200)i} \cdot (-200i)$  thu được  $565,6 \angle -\frac{1}{3}\pi \Rightarrow$  Chọn C.

Hoặc một bài toán khác: Một cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = \frac{0,4}{\pi} \text{ (H)}$  mắc

nối tiếp với tụ  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} \text{ F}$  rồi mắc vào nguồn điện xoay chiều thì cường độ dòng điện

có phương trình  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (A)}$ . Nếu mắc thêm vào mạch một điện trở

$R = 80\Omega$  thì phương trình cường độ dòng điện tính theo đơn vị Ampe sẽ là

- A.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$ .
- B.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{5}\right)$ .
- C.  $i = 1,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{26}\right)$ .
- D.  $i = 1,2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$ .

Với bài toán này, đầu tiên ta tìm  $Z_L = 40 \Omega$  và  $Z_C = 100 \Omega$ .

Từ biểu thức i ta suy ra biểu thức u bằng máy tính cầm tay:

$$u = i \cdot Z = (I_0 \angle \phi_i) \cdot [(Z_L - Z_C)i] = \left(2\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{3}\right) \cdot [(40 - 100)i] = 120\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{6}$$

Sau đó lấy u này chia cho tổng trở phức mới ta được dòng điện mới

$$i = \frac{u}{Z'} = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)i} = \frac{120\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{6}}{80 - 60i} = 1,2\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{26} \rightarrow \text{Chọn C}$$

*Trước khi tiếp tục với các ví dụ tiếp theo, đối với các bạn mới bắt đầu học phần điện xoay chiều, chúng ta cần làm quen thêm một vài tình huống sau:*

**Tình huống 1:** Một đoạn mạch gồm một điện trở thuần mắc nối tiếp với một tụ điện. Biết hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu mạch là 100 V, ở hai đầu điện trở là 60 V. Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu tụ điện bằng

- A. 40 V.      B. 36 V.      C. 80 V.      D. 100 V.

**Lời giải:** Vì mạch chỉ chứa R và C, không chứa L nên tổng trở của mạch là:

$$Z = \sqrt{R^2 + (0 - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + Z_C^2}$$

Để xuất hiện các điện áp, nhân hai vế với I, ta được:  $I \cdot Z = \sqrt{I^2 (R^2 + Z_C^2)}$

$$\Rightarrow U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2} \Rightarrow U_C = \sqrt{U^2 - U_R^2} = \sqrt{100^2 - 60^2} = 80 \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Tình huống 2:** Khi mắc lần lượt một điện trở thuần, một tụ điện và một cuộn dây thuần cảm vào một điện áp xoay chiều (có điện áp hiệu dụng U và tần số f) thì cường độ dòng điện hiệu dụng chạy trong các phần tử đó có giá trị lần lượt là 5A; 1,25A và 2,5A. Nếu đặt vào đoạn mạch gồm điện trở thuần, tụ điện và cuộn dây đó mắc nối tiếp điện áp xoay chiều kể trên thì dòng điện chạy trong mạch có giá trị hiệu dụng là

- A. 1,6A.      B.  $\sqrt{5}$ A.      C.  $2\sqrt{5}$ A.      D.  $\sqrt{10}$ A.

$$\text{Lời giải: Ta có } I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{U}{\sqrt{\left(\frac{U}{5}\right)^2 + \left(\frac{U}{2,5} - \frac{U}{1,25}\right)^2}} = \sqrt{5} \text{ A}$$

**Tình huống 3:** Đoạn mạch xoay chiều nối tiếp gồm điện trở thuần R, tụ điện C và cuộn cảm thuần L. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều ổn định thì điện áp hiệu dụng trên R, L và C lần lượt là 60 V, 120 V và 60 V. Thay C bởi tụ điện C' thì điện áp hiệu dụng trên tụ là 40 V, khi đó điện áp hiệu dụng trên R là

- A. 53,09 V.      B. 13,33 V.      C. 40 V.      D.  $20\sqrt{2}$  V.

*Lời giải:* Lúc đầu ta có:  $120 = 2 \cdot 60 \Rightarrow U_L = 2U_R$  và điện áp toàn mạch

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} = \sqrt{60^2 + (120 - 60)^2} = 60\sqrt{2}\text{V}$$

Về sau vẫn có  $U_L = 2U_R$  (Do  $Z_L$  và  $R$  không đổi). Ngoài ra còn có  $U' = U$

$$\text{nên } U' = \sqrt{(U_R')^2 + (U_L' - U_C')^2} \text{ được viết thành } U = \sqrt{(U_R')^2 + (2U_R' - U_C')^2}$$

$$\text{Thay số: } 60\sqrt{2} = \sqrt{(U_R')^2 + (2U_R' - 40)^2} \Rightarrow U_R' = 53,09\text{V} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Tình huống 4:** Đặt hiệu điện thế xoay chiều  $u = 120\sqrt{2}\cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (V) vào

hai đầu của một cuộn dây không thuần cảm thấy dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 2\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$  (A). Điện trở thuần  $r$  có giá trị bằng

- A.  $60\Omega$ .      B.  $85\Omega$ .      C.  $100\Omega$ .      D.  $120\Omega$ .

$$\text{Lời giải: Tổng trở } Z = \frac{U_0}{I_0} = \frac{120\sqrt{2}}{2} = 60\sqrt{2}\Omega$$

$$\text{Độ lệch pha } \varphi \text{ giữa } u \text{ và } i \text{ là } \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Từ } \cos\varphi = \frac{r}{Z} \Rightarrow \text{Điện trở thuần } r = Z\cos\varphi = 60\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{4} = 60\Omega \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Tình huống 5:** Hiệu điện thế giữa hai đầu đoạn mạch xoay chiều và cường độ dòng điện qua mạch lần lượt có biểu thức là  $u = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (V) và

$i = 4\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$  (A). Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là

- A.  $200\text{W}$ .      B.  $400\text{W}$ .      C.  $600\text{W}$ .      D.  $100\text{W}$ .

$$\text{Lời giải: Độ lệch pha } \varphi \text{ giữa } u \text{ và } i: \varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{6} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{3}.$$

$$\text{Công suất tiêu thụ: } P = UI\cos\varphi = UI\cos\varphi = 100 \cdot 4 \cdot \cos\frac{\pi}{3} = 200\text{W} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Tình huống 6:** Dòng điện xoay chiều  $i = \sqrt{5} \cos(100\pi t + \phi)$  (A) chạy qua một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{3}{\pi}$  H. Cuộn dây tiêu thụ công suất là

- A. 10 W      B. 5 W      C. 2 W      D. 0.

*Lời giải:* Chọn D vì  $P = UI \cos \phi = UI \cos \frac{\pi}{2} = 0$ .

Như vậy ở mạch xoay chiều, cuộn dây thuần cảm không tiêu thụ điện. Chúng ta hãy tự duy và trả lời cho câu hỏi tương tự đối với mạch chứa tụ điện C hay điện trở R.

**Tình huống 7:** Mạch điện gồm điện trở R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C mắc nối tiếp. Hiệu điện thế ở hai đầu mạch  $u = 50\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu cuộn cảm là  $U_L = 30$  V và hai đầu tụ điện là  $U_C = 60$  V. Hệ số công suất của mạch bằng

- A.  $\cos \phi = \frac{6}{5}$       B.  $\cos \phi = \frac{5}{5}$       C.  $\cos \phi = \frac{4}{5}$       D.  $\cos \phi = \frac{3}{5}$

*Lời giải:* Ta có  $\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{I \cdot R}{I \cdot Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{U_R}{50}$

Như vậy để tìm được  $\cos \phi$  ta cần phải xác định trước  $U_R$

Rõ ràng đọc đề bài toán ta thấy đã có  $U = 50V$ ,  $U_L = 30V$  và  $U_C = 60V$  nên để tìm  $U_R$  ta chỉ cần xuất phát từ  $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$

$$\Rightarrow U_R = \sqrt{U^2 - (U_L - U_C)^2} = \sqrt{50^2 - (30 - 60)^2} = 40 V$$

$$\text{Lúc đó } \cos \phi = \frac{U_R}{U} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Tình huống 8:** Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi vào hai đầu đoạn mạch gồm biến trở R mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung C. Gọi điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện, giữa hai đầu biến trở và hệ số công suất của đoạn mạch khi biến trở có giá trị  $R_1$  lần lượt là  $U_{C1}, U_{R1}$  và  $\cos \phi_1$ ; khi biến trở có giá trị  $R_2$  thì các giá trị tương ứng nói trên là  $U_{C2}, U_{R2}$  và  $\cos \phi_2$ .

Biết  $U_{C1} = 2U_{C2}$ ,  $U_{R2} = 2U_{R1}$ . Giá trị của  $\cos \phi_1$  và  $\cos \phi_2$  là

- A.  $\cos \phi_1 = \frac{1}{\sqrt{3}}, \cos \phi_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$       B.  $\cos \phi_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \phi_2 = \frac{1}{\sqrt{3}}$   
 C.  $\cos \phi_1 = \frac{1}{\sqrt{5}}, \cos \phi_2 = \frac{2}{\sqrt{5}}$       D.  $\cos \phi_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}}, \cos \phi_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

**Lời giải:** Điện áp toàn mạch là không đổi nên viết cho 2 trường hợp ta có:

$$U = U_{R1}^2 + U_{C1}^2 = U_{R2}^2 + U_{C2}^2$$

$$\text{Theo đề ra thì } U_{R1}^2 + U_{C1}^2 = 4U_{R1}^2 + \frac{U_{C1}^2}{4}$$

$$\text{Rút ra: } U_{C1} = 2U_{R1}$$

$$\text{Lúc đó } U = \sqrt{U_{R1}^2 + U_{C1}^2} = U_{R1}\sqrt{5} \Rightarrow U_{R1} = \frac{U}{\sqrt{5}} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \frac{U_{R1}}{U} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\text{Do } U_{R2} = 2U_{R1} \text{ nên } \cos \varphi_2 = \frac{U_{R2}}{U} = \frac{2U_{R1}}{U} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

⇒ Chọn C.

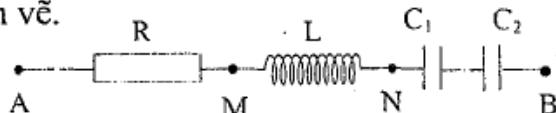
**Tình huống 9:** Trong các dụng cụ tiêu thụ điện như quạt, tủ lạnh, động cơ... người ta phải nâng cao hệ số công suất nhằm

- A. tăng công suất tiêu thụ.
- B. giảm công suất tiêu thụ.
- C. thay đổi tần số của dòng điện.
- D. tăng hiệu suất của việc sử dụng điện.

**Lời giải:** Công suất tiêu thụ  $P = UI\cos\varphi$  bao gồm công suất hữu ích (dưới dạng cơ năng, hoá năng...) và một phần hao phí dưới dạng nhiệt (trừ trường hợp bếp điện, bàn là).

- + Phần công suất hữu ích là do nhu cầu tiêu dùng nên có giá trị xác định.
- + Phần hao phí do tỏa nhiệt  $I^2R$  phụ thuộc vào I, mà  $I = \frac{P}{U\cos\varphi}$ , với P và U xác định, nếu  $\cos\varphi$  nhỏ thì I lớn làm công suất tiêu hao vì nhiệt  $I^2R$  sẽ lớn và dễ cháy đường dây, ngược lại, nếu  $\cos\varphi$  lớn thì dòng điện I sẽ nhỏ, điều này dẫn tới hao phí năng lượng trên đường dây sẽ nhỏ ⇒ làm tăng hiệu suất của việc sử dụng điện ⇒ Chọn D.

**Tình huống 10:** Cho đoạn mạch như hình vẽ.



Tổng trở của đoạn mạch là

$$\text{A. } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{C_2}{\omega C_1}\right)^2}$$

$$\text{B. } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}$$

$$\text{C. } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2}\right)^2}$$

$$\text{D. } Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega(C_1 + C_2)}\right)^2}$$

Lời giải:

Vì 2 tụ ghép nối tiếp nên điện dung tương đương được tính:  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

$$\Rightarrow \text{Dung kháng tương đương } Z_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{\omega} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right)$$

$$\Rightarrow \text{Tổng trở: } Z = \sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C_1} - \frac{1}{\omega C_2} \right)^2} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 7:** Một cuộn dây có điện trở thuần r, độ tự cảm L. Mắc cuộn dây vào hiệu điện thế một chiều  $U = 10$  V thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là 0,4 A. Khi mắc cuộn dây vào hiệu điện thế xoay chiều  $u = 100\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V) thì cường độ hiệu dụng qua cuộn dây là 1 A. Độ tự cảm L của cuộn dây có giá trị

- A. 0,308 H.      B. 0,968 H.      C. 0,488 H.      D. 0,729 H.

Hướng dẫn:

♦ Nguồn một chiều không có sự dao động nên tần số  $f = 0 \Rightarrow Z_L = 2\pi f L = 0$  vì vậy tổng trở chỉ có r, theo định luật Ôm ta có:  $r = \frac{U_{DC}}{I_{DC}} = \frac{10}{0,4} = 25 \Omega \quad (1)$

♦ Với nguồn xoay chiều có  $f \neq 0$  nên tổng trở  $Z = \sqrt{r^2 + Z_L^2} \quad (2)$

$$\text{Mặt khác } Z = \frac{U}{I} = \frac{100}{1} = 100 \Omega.$$

(3)

♦ Từ (1), (2) và (3)  $\Rightarrow 100 = \sqrt{25^2 + Z_L^2} \Rightarrow Z_L = \sqrt{100^2 - 25^2} = \sqrt{9365} = 96,8 \Omega$

$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{96,8}{100\pi} = 0,308 \text{ H} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Nếu bài toán trên không tìm L mà hỏi công suất tiêu thụ của cuộn dây khi mắc cuộn dây vào điện áp xoay chiều thì làm thế nào? Trả lời: Ta chỉ cần tính r như trên rồi tính P theo biểu thức  $P = I^2 \cdot r = 1^2 \cdot 25 = 25W$

## 2. Các bài toán liên quan đến cộng hưởng điện.

**Câu 8:** Trong mạch điện xoay chiều gồm R, L, C mắc nối tiếp. Khi hiện tượng cộng hưởng xảy ra thì điều nào **sai**?

- A.  $U < U_R$ .
- B.  $Z_L = Z_C$ .
- C.  $\phi = 0$ .
- D. Công suất tiêu thụ trong mạch lớn nhất.

**Hướng dẫn:**

Trong mạch xoay chiều, khi một trong các phần tử L, C hoặc  $\omega$  biến thiên sẽ có khả năng xảy ra cộng hưởng điện.

Khi xảy ra cộng hưởng điện, có một loạt các biểu thức sau:  $Z_L = Z_C$ ;  $Z_{\min} = R$ ;  $U = U_R$ ;  $I = I_{\max}$ ;  $\phi_u = \phi_i$ ;  $\phi = \phi_u - \phi_i = 0$ ;  $(\cos\phi)_{\max} = 1$ ;  $P = P_{\max}$ ; ...  $\Rightarrow$  Chọn A.

Bài toán trên mở đầu cho chúng ta tiếp cận các bài toán về cộng hưởng điện. Có thể nói cộng hưởng điện là một trong những bài toán đơn giản, nhưng nó lại là bài toán rất cơ bản, có nắm vững được bài toán này thì ta mới giải quyết được các bài toán tổng hợp và phức tạp về sau. Để dễ hình dung, ta xét từng đại lượng biến thiên, để xem có những dấu hiệu nào là cộng hưởng điện.

**Mạch RCL có L biến thiên:**

$$Z_{\min}, Z_L = Z_C, \omega^2 = \frac{1}{LC}, I_{\max} = \frac{U}{R}, U_{R\max} = U, U_{C\max}, U_{RL\max}, P_{\max} = I_{\max}^2 R = \frac{U^2}{R},$$

$$[\cos\phi]_{\max} = 1, \phi_u = \phi_i, \phi = \phi_u - \phi_i = 0; i = \frac{u}{Z}, u_C trễ pha \frac{\pi}{2} so với u toàn mạch,$$

$u_L$  nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với u,  $u_R$  cùng pha với u.

**Mạch RLC có C biến thiên:**

$$Z_{\min}, Z_L = Z_C, \omega^2 = \frac{1}{LC}, I_{\max} = \frac{U}{R}, U_{R\max} = U, U_{L\max}, U_{RL\max}, P_{\max} = I_{\max}^2 R = \frac{U^2}{R},$$

$$[\cos\phi]_{\max} = 1, \phi_u = \phi_i, \phi = \phi_u - \phi_i = 0; i = \frac{u}{Z}, u_C trễ pha \frac{\pi}{2} so với u toàn mạch,$$

$u_L$  nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với u,  $u_R$  cùng pha với u.

### Mạch RLC có ω biến thiên:

$$Z_{\min}, Z_L = Z_C, \omega^2 = \frac{1}{LC}, I_{\max} = \frac{U}{R}, U_{R\max} = U, P_{\max} = I_{\max}^2 R = \frac{U^2}{R}, [\cos\phi]_{\max} = 1,$$

$\varphi_u = \varphi_i, \varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0; i = \frac{u}{Z}, u_C$  trễ pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u$  toàn mạch,  $u_L$  nhanh pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u, u_R$  cùng pha với  $u$ .

Với tư duy như vậy, Tùy từng sự biến thiên, đọc đề thấy một trong những dấu hiệu trên thì ta kết luận trong mạch xảy ra cộng hưởng điện và lấy các tính chất còn lại để suy ra cần tìm. Ta xét một số tình huống ví dụ sau:

**Tình huống 1:** Mắc nối tiếp một cuộn dây có

điện trở  $r = 50 \Omega$ , độ tự cảm  $L = \frac{\sqrt{3}}{2\pi} H$  với

một tụ điện có điện dung  $C$  có thể thay đổi

được. Mắc mạch trên vào hiệu điện thế  $u = 200\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) V$ . Hỏi với

giá trị nào của điện dung  $C$  thì hiệu điện thế giữa hai đầu cuộn dây là cực đại?

Hãy cho biết giá trị cực đại đó. Tính  $P$  và viết biểu thức dòng điện qua mạch lúc đó.

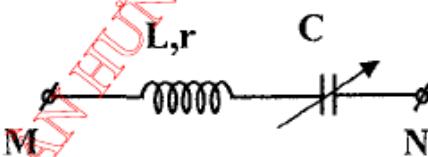
*Lời giải:*

**Phân tích để hiểu:** Do tổng trở của cuộn dây  $Z_{cd} = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \text{const}$  nên hiệu điện thế trên hai đầu cuộn dây  $U_{cd} = I Z_{cd}$  chỉ đạt cực đại khi  $I = I_{\max} \Rightarrow$  trong

mạch xảy ra cộng hưởng điện  $\Rightarrow Z_C = Z_L \Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(100\pi)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\pi}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{3} \cdot \pi} F$

**Làm tắt:** Đây là bài toán C biến thiên cho điện áp trên đoạn mạch không chứa C đạt cực đại thì trong mạch lúc đó phải xảy ra cộng hưởng điện  $\Rightarrow Z_C = Z_L$

$$\Rightarrow C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(100\pi)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2\pi}} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{3} \cdot \pi} F$$



Tiếp theo ta tính các đại lượng còn lại:

$$+ U_{cd}^{\max} = I^{\max} \cdot Z_{cd} = \frac{U}{r} \cdot \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \frac{200}{50} \cdot \sqrt{50^2 + (50\sqrt{3})^2} = 400V$$

$$+ P_{\max} = I^{\max}_2 r = \frac{U^2}{r} = \frac{200^2}{50} = 800W$$

$$+ i = \frac{u}{Z} = \frac{u}{r} = \frac{200\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})}{50} = 4\sqrt{2} \cos(100\pi t + \frac{\pi}{6})(A)$$

**Tình huống 2:** Đặt hiệu điện thế  $u = 100\sqrt{2}\cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch RLC không phân nhánh với C, R có độ lớn không đổi và  $L = \frac{1}{\pi}$  H. Khi đó hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu mỗi phần tử R, L và C có độ lớn như nhau. Công suất tiêu thụ của đoạn mạch là

- A. 350 W.      B. 100 W.      C. 200 W.      D. 250 W.

*Lời giải:*

$$\text{Do } U_C = U_L \text{ nên trong mạch lúc đó xảy ra cộng hưởng điện} \Rightarrow P_{\max} = \frac{U^2}{R} = \frac{100^2}{R}$$

Ta cần phải tìm R, tìm ở đâu? Trong đề ta thấy có dữ kiện  $U_R = U_L$

$$\Rightarrow R = Z_L = \omega L = 100\Omega \text{ nên } P_{\max} = \frac{100^2}{R} = \frac{100^2}{100} = 100W \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Tình huống 3:** Mạch RLC mắc nối tiếp, lúc đầu trong mạch đang xảy ra cộng hưởng điện. Về sau tăng tần số góc lên 3 lần, hãy cho biết lúc đó điện áp trên cuộn dây thuần cảm gấp mấy lần điện áp trên tụ?

*Trả lời:* Lúc đầu đang xảy ra cộng hưởng điện nên  $Z_{IL} = Z_{IC}$  và  $U_{IL} = U_{IC}$

$$\text{Về sau, do tăng tần số góc lên 3 lần nên} \begin{cases} Z_{2L} = 3 \cdot Z_{IL} \\ Z_{2C} = \frac{Z_{IC}}{3} \end{cases} \Rightarrow Z_{2L} = 9 \cdot Z_{2C}$$

Từ đó ta có  $U_{2L} = 9 \cdot U_{2C}$

Tổng quát: lúc đầu đang cộng hưởng điện, nếu tần số tăng hay giảm n lần thì sự chênh lệch giữa cảm kháng và dung kháng là  $n^2$ . Chúng ta sẽ áp dụng điều này cho bài toán ngược sau: Trong mạch RLC nối tiếp, người ta đo được hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai bìa tụ  $U_C = 45V$  và hiệu điện thế hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây thuần cảm  $U_L = 5V$ . Để có cộng hưởng điện, tần số phải

- A. tăng lên 3 lần.    B. giảm đi 9 lần.    C. tăng lên 9 lần.    D. tăng lên 6 lần.

Chắc chắn phương án đúng phải là A.

**Tình huống 4:** Trong mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp,  $R = 50\Omega$ . Khi xảy ra cộng hưởng ở tần số  $f_1$  thì  $I = 1A$ . Tăng tần số của mạch điện lên gấp đôi, nhưng giữ nguyên hiệu điện thế hiệu dụng và các thông số khác của mạch, thì  $I' = 0,8A$ . Cảm kháng của cuộn dây khi còn ở tần số  $f_1$  là

- A.  $50\Omega$ .      B.  $25\Omega$ .      C.  $37,5\Omega$ .      D.  $75\Omega$ .

*Lời giải:*

Ở tần số  $f_1$  do đang có cộng hưởng điện nên  $\begin{cases} Z_{IL} = Z_{LC} \\ I = \frac{U}{R} \end{cases}$

Ở tần số  $f_2 = 2f_1$  có:  $\begin{cases} Z_{2L} = 2Z_{ll} \\ Z_{2C} = \frac{Z_{LC}}{2} = \frac{Z_{ll}}{2} \text{ nên:} \end{cases}$

$$I' = \frac{U}{Z'} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_{2L} - Z_{2C})^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(2Z_{ll} - \frac{Z_{ll}}{2}\right)^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{3Z_{ll}}{2}\right)^2}}$$

Từ 2 biểu thức dòng điện rút ra:  $\frac{I}{I'} = \frac{\sqrt{R^2 + \left(\frac{3Z_{ll}}{2}\right)^2}}{R}$

$$\Rightarrow \frac{1}{0,8} = \frac{\sqrt{50^2 + \left(\frac{3Z_{ll}}{2}\right)^2}}{50} \Rightarrow Z_{ll} = 25\Omega \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Tình huống 5:** Cho mạch điện xoay chiều gồm 3 phần tử RLC ghép nối tiếp, trong đó  $R = 50\Omega$ , cuộn dây thuần cảm  $L = \frac{1}{4\pi}(H)$ . Mắc mạch trên vào hiệu điện

thế  $u = 90 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)(V)$ . Khi  $\omega = \omega_1$  thì dòng điện qua mạch  $i_1 = \sqrt{2} \cos\left(240\pi t - \frac{\pi}{12}\right)(A)$ . Cho tần số thay đổi đến giá trị để trong mạch xảy ra cộng hưởng điện thì biểu thức điện áp trên tụ lúc đó là

- A.  $u_C = 45\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(V)$ .      B.  $u_C = 45\sqrt{2} \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(V)$ .  
 C.  $u_C = 60 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(V)$ .      D.  $u_C = 60 \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{3}\right)(V)$ .

Lời giải:

+ Từ biểu thức của dòng điện  $i_1$  ta biết được  $\omega = \omega_1 = 240\pi \text{ rad/s}$ . Ở tần số góc này ta tìm được 1 loạt các đại lượng sau:

$$Z_{ll} = \omega_1 L = 240\pi \cdot \frac{1}{4\pi} = 60\Omega$$

$$\text{Độ lệch pha giữa } u \text{ và } i \text{ lúc đó: } \varphi = \varphi_u - \varphi_i = \frac{\pi}{6} - \left( -\frac{\pi}{12} \right) = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{Nên } \tan \frac{\pi}{4} = \frac{Z_{ll} - Z_{lc}}{R} = 1 \Rightarrow Z_{ll} - Z_{lc} = R$$

$$\Rightarrow Z_l = \sqrt{R^2 + (Z_{ll} - Z_{lc})^2} = \sqrt{R^2 + R^2} = R\sqrt{2}$$

$$\text{Mà } Z_l = \frac{U}{I_l} = \frac{45\sqrt{2}}{1} = 45\sqrt{2}\Omega \text{ từ đó suy ra } R\sqrt{2} = 45\sqrt{2} \Rightarrow R = 45\Omega$$

$$\text{và } Z_{lc} = Z_{ll} - R = 60 - 45 = 15\Omega \Rightarrow C = \frac{1}{\omega Z_{lc}} = \frac{1}{240\pi \cdot 15} = \frac{1}{3600\pi} \text{ F}$$

+ Khi mạch xảy ra cộng hưởng điện thì  $Z_{2l} = Z_{2c} \Rightarrow \omega_2 \cdot L = \frac{1}{\omega_2 \cdot C}$

$$\Rightarrow \omega_2 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{3600\pi}}} = 120\pi \text{ rad/s}$$

$$\text{Đến đây, dễ dàng ta tính được: } Z_{2c} = \frac{1}{\omega_2 \cdot C} = 30\Omega; I_2 = \frac{U}{R} = \frac{45\sqrt{2}}{45} = \sqrt{2}A;$$

$$U_{2c} = 30\sqrt{2}V \Rightarrow U_{02c} = 60V$$

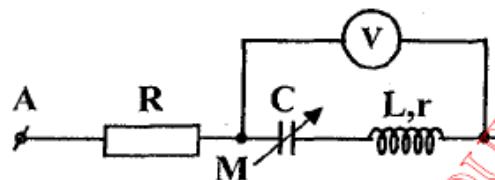
Điện áp  $u_c$  chậm pha so với  $i_2$  góc  $\frac{\pi}{2}$  nên chậm với  $u$  góc  $\frac{\pi}{2}$  do đó pha của  $u_c$  là

$$\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, -\frac{\pi}{3}$$

$$\text{Vậy: } u_c = 60 \cos \left( 120\pi t - \frac{\pi}{3} \right) (V) \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Tình huống 6:** Cho mạch điện có  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) với tụ điện C biến thiên, thấy rằng khi  $C = \frac{10^{-4}}{\pi}$  (F) thì vôn kế chỉ giá trị nhỏ nhất. Giá trị của L là

- A.  $\frac{1}{\pi}$  (H)      B.  $\frac{2}{\pi}$  (H)  
 C.  $\frac{3}{\pi}$  (H)      D.  $\frac{4}{\pi}$  (H)



*Lời giải:*

Số chỉ Vôn kế chính là điện áp trên đoạn mạch MB. Ta có:

$$U_{MN} = IZ_{MN} = \frac{U}{Z} Z_{MN} = \frac{U}{\sqrt{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot \sqrt{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}$$

$$U_{MN} = \frac{U}{\sqrt{\frac{(R+r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2}}}$$

Ta thấy  $U_{MN}$  nhỏ nhất khi  $\left[ 1 + \frac{R^2 + 2Rr}{r^2 + (Z_L - Z_C)^2} \right]$  lớn nhất, muốn vậy

$r^2 + (Z_L - Z_C)^2$  phải nhỏ nhất, điều này xảy ra khi  $(Z_L - Z_C)^2 = 0 \Rightarrow Z_L = Z_C$

$$\Rightarrow L = \frac{1}{\omega^2 C} = \frac{1}{\pi} \text{ H} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Chú ý:** Gặp mạch R, C, (L,r) trong đó L biến thiên. Khi điện áp trên mạch chứa C, (L,r) nhỏ nhất, làm tương tự cũng có  $Z_L = Z_C$ .

**Tình huống 7:** Hai đoạn mạch nối tiếp RLC khác nhau: mạch 1 và mạch 2, cộng hưởng với dòng điện xoay chiều có tần số góc lần lượt là  $\omega_0$  và  $2\omega_0$ . Biết độ tự cảm của mạch 2 gấp ba độ tự cảm của mạch 1. Nếu mắc nối tiếp hai đoạn mạch đó với nhau thành một mạch thì nó sẽ cộng hưởng với dòng điện xoay chiều có tần số góc là

- A.  $1,5\omega_0$ .      B.  $\sqrt{3}\omega_0$ .      C.  $\sqrt{13}\omega_0$ .      D.  $0,5\sqrt{13}\omega_0$ .

*Lời giải:*

Với các mạch riêng rẽ, từ điều kiện cộng hưởng điện  $Z_L = Z_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$

$\Rightarrow \frac{1}{C} = \omega^2 L$ . Viết cho 2 mạch ta được:  $\frac{1}{C_1} = \omega_0^2 L_1$  và  $\frac{1}{C_2} = (2\omega_0)^2 L_2$

Với mạch ghép chung, điều kiện cộng hưởng điện cũng là  $\sum Z_L = \sum Z_C$ , nên:

$$Z_{L_1} + Z_{L_2} = Z_{C_1} + Z_{C_2} \Rightarrow \omega L_1 + \omega L_2 = \frac{1}{\omega C_1} + \frac{1}{\omega C_2}$$

$$\Rightarrow \omega^2 (L_1 + L_2) = \omega_0^2 L_1 + \omega_0^2 L_2$$

$$\Rightarrow \omega^2 \cdot 4L_1 = \omega_0^2 L_1 + 4\omega_0^2 \cdot 3L_1 \Rightarrow \omega = 0,5\omega_0 \sqrt{13} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Tình huống 8:** Cho một đoạn mạch xoay chiều RLC<sub>1</sub> mắc nối tiếp (cuộn dây thuần cảm). Biết tần số dòng điện là 50 Hz,  $R = 40$  ( $\Omega$ ),  $L = \frac{1}{5\pi}$  (H),  $C_1 = \frac{10^{-3}}{5\pi}$  (F). Muốn dòng điện trong mạch cực đại thì phải ghép thêm với tụ điện  $C_1$  một tụ điện có điện dung  $C_2$  bằng bao nhiêu và ghép thế nào?

- A. Ghép nối tiếp và  $C_2 = \frac{3}{\pi} \cdot 10^{-4}$  (F)    B. Ghép song song và  $C_2 = \frac{5}{\pi} \cdot 10^{-4}$  (F)  
 C. Ghép nối tiếp và  $C_2 = \frac{5}{\pi} \cdot 10^{-4}$  (F)    D. Ghép song song và  $C_2 = \frac{3}{\pi} \cdot 10^{-4}$  (F)

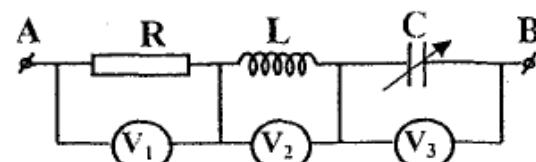
*Lời giải:*

+ Muốn dòng điện trong mạch cực đại thì  $Z_{C_b} = Z_L \Rightarrow C_b = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{10^{-3}}{2\pi}$  (F)

+ Vì  $C_b > C_1$  nên  $\left\{ \begin{array}{l} C_2 // C_1 \\ C_b = C_1 + C_2 \Rightarrow C_2 = C_b - C_1 = \frac{3}{\pi} \cdot 10^{-4} \end{array} \right.$  (F)  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Tình huống 9:** Cho mạch điện xoay R,L,C không phân nhánh. Vôn kế  $V_1$  đo  $U_R$ , vôn kế  $V_2$  đo  $U_L$ , vôn kế  $V_3$  đo  $U_C$ . Điện dung C có giá trị thay đổi được và cuộn dây thuần cảm. Điều chỉnh giá trị của C và ghi lại số chỉ lớn nhất trên từng vôn kế thì thấy  $U_{Cmax} = 3U_{Lmax}$ . Khi đó  $U_{Cmax}$  gấp bao nhiêu lần  $U_{Rmax}$ ?

- A.  $3/\sqrt{8}$     B.  $\sqrt{8}/3$     C.  $4\sqrt{2}/3$     D.  $3/4\sqrt{2}$



Bài toán trên là 1 trong số những bài tổng hợp nhiều kiến thức, chúng ta chưa nên giải bài toán này ngay ở đây, mà ta cần học thêm các kiến thức khác nữa. Trong cuộc sống, có những việc không nên để dành, nhưng việc học là cả một quá trình, chúng ta cứ chuẩn bị và nắm bắt được mọi dạng bài thì những bài toán kiểu tổng hợp phức tạp như trên sẽ trở thành đơn giản.

### 3. Các bài toán tìm cường độ dòng điện hiệu dụng.

**Câu 9:** Hiệu điện thế giữa hai đầu điện trở  $R = 100\Omega$  có biểu thức  $u = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Nhiệt lượng tỏa ra trên điện trở R trong 1 phút là  
 A. 300 J.      B.  $600\sqrt{2}$  J.      C. 6000 J.      D.  $300\sqrt{2}$  J.

*Hướng dẫn:*

$$\text{Cường độ dòng điện hiệu dụng } I = \frac{U}{R} = \frac{100}{100} = 1 \text{ A.}$$

Theo định luật Jun – Lenxơ, nhiệt lượng tỏa ra là  $Q = I^2 R t = 1^2 \cdot 100 \cdot 60 = 6000 \text{ J}$   
 ⇒ Chọn C.

Bài toán là cơ sở để ta tính giá trị cường độ dòng điện hiệu dụng

**Tình huống 1:** Mạch gồm điện trở  $R = 100\Omega$  mắc nối tiếp với cuộn dây thuận cảm  $L = \frac{1}{\pi} H$ . Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch có dạng  $u = 400 \cos^2(50\pi t)$  (V). Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch có giá trị bằng

- A. 1 A.      B. 3,26 A.      C.  $(2 + \sqrt{2})$  A.      D.  $\sqrt{5}$  A.

*Lời giải:*

+ Có thể viết  $u = 400 \cos^2(50\pi t) = 200 + 200 \cos(100\pi t)$ .

+ Nhiệt lượng tỏa ra trong cả chu kì có thể tính gồm 2 phần:  $Q_T = Q_+ + Q_-$ .

$$I^2 R t = I_+^2 R t + I_-^2 R t \Rightarrow I^2 = I_+^2 + I_-^2$$

$$+ \text{ Thành phần dòng xoay chiều } I_+ = \frac{U_+}{Z_+} = \frac{U_+}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{100\sqrt{2}}{\sqrt{100^2 + 100^2}} = 1A$$

$$+ \text{ Thành phần dòng một chiều } I_- = \frac{U_-}{Z_-} = \frac{U_-}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{200}{\sqrt{100^2 + 0^2}} = 2A$$

$$+ \text{ Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch là } I = \sqrt{I_+^2 + I_-^2} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} A$$

⇒ Đáp án D.

**Tình huống 2:** Đặt một điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos 60t$  (V) vào hai đầu một điện trở thuần  $R$  thì trong mạch có dòng điện với cường độ hiệu dụng  $I$ . Nếu đặt điện áp đó vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp với một diode bán dẫn có điện trở thuận bằng không và điện trở ngược rất lớn thì cường độ hiệu dụng của dòng điện trong mạch bằng

A.  $2I$

B.  $I\sqrt{2}$

C.  $I$

D.  $I/\sqrt{2}$

*Lời giải:*

Do diode chặn  $1/2$  thời gian dòng điện chạy qua nên nếu xét cùng khoảng thời gian thì nhiệt lượng tỏa ra khi đoạn mạch chứa diode chỉ bằng một nửa khi không chứa diode  $Q_2 = \frac{1}{2}Q_1 \Rightarrow I_2^2 R t_0 = \frac{1}{2} I_1^2 R t_0 \Rightarrow I_2^2 = \frac{1}{2} I_1^2 \Rightarrow I_2 = \frac{I_1}{\sqrt{2}} = \frac{I}{\sqrt{2}}$   $\Rightarrow$  Đáp án D.

**Tình huống 3:** Dòng điện  $i = 4\cos^2 \omega t$  (A) qua mạch chứa  $R$  có giá trị hiệu dụng là

A.  $\sqrt{6}$  A.

B.  $2\sqrt{2}$  A.

C.  $(2 + \sqrt{2})$  A.

D.  $\sqrt{2}$  A.

*Lời giải:*

*Cách 1:*

$$Q = \int_0^T i^2(t)Rdt = \int_0^T I_0^2 \left( \frac{1 + \cos(2\omega t)}{2} \right)^2 Rdt = \int_0^T I_0^2 \frac{1 + 2\cos(2\omega t) + \cos^2(2\omega t)}{4} Rdt$$

$$Q = \frac{I_0^2 R}{4} T + \frac{I_0^2 R}{8} T = \frac{3 I_0^2 R}{8} T \quad (1)$$

Gọi  $I$  là giá trị hiệu dụng của dòng điện trên thì cũng trong một chu kỳ ta có

$$Q = I^2 R T \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta được: } I^2 R T = \frac{3 I_0^2 R}{8} T \Rightarrow I^2 = \frac{3 I_0^2}{8} = \frac{3 \cdot 4^2}{8} = 6$$

$$\Rightarrow I = \sqrt{6} A$$

*Cách 2:* Hạ bậc  $i = 4\cos^2 \omega t = 2 + 2\cos 2\omega t$ .

$$\text{Lúc đó } I = \sqrt{I_e^2 + I_m^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{6} A$$

#### 4. Các bài toán có hai đại lượng biến thiên vuông pha, ngược pha.

Phương pháp giải:

Hai đại lượng x và y vuông pha thì:  $\left(\frac{x}{X_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{Y_0}\right)^2 = 1$ .

Hai đại lượng x và y ngược pha thì:  $\frac{x}{X_0} = -\frac{y}{Y_0}$ .

**Câu 10:** Cho mạch điện xoay chiều chỉ chứa tụ điện. Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch có dạng  $u = U_0 \sin 2\pi ft$  (V). Tại thời điểm  $t_1$  giá trị tức thời của cường độ dòng điện qua tụ và hiệu điện thế 2 đầu đoạn mạch là  $(2\sqrt{2}$  A,  $60\sqrt{6}$  V). Tại thời điểm  $t_2$  giá trị tức thời của cường độ dòng điện qua tụ và hiệu điện thế 2 đầu đoạn mạch là  $(2\sqrt{6}$  A,  $60\sqrt{2}$  V). Dung kháng của tụ điện bằng

- A.  $20\sqrt{3}$  Ω.      B.  $20\sqrt{2}$  Ω.      C. 30 Ω.      D. 40 Ω.

Hướng dẫn:

Do mạch chứa chí tụ, u và i vuông pha nên có:  $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1$ . Áp dụng cho 2 thời điểm ta được hệ:

$$\begin{cases} \left(\frac{i_1}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u_1}{U_0}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{i_2}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u_2}{U_0}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left(\frac{2\sqrt{2}}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{60\sqrt{6}}{U_0}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{2\sqrt{6}}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{60\sqrt{2}}{U_0}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = 120\sqrt{2}V \\ I_0 = 4\sqrt{2}A \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{Dung kháng } Z_C = \frac{U_0}{I_0} = \frac{120\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} = 30 \Omega \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 11:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})$  (V) vào hai đầu một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = \frac{1}{2\pi}$  (H). Ở thời điểm điện áp giữa hai đầu cuộn cảm là  $100\sqrt{2}$  V thì cường độ dòng điện qua cuộn cảm là 2A. Biểu thức của cường độ dòng điện qua cuộn cảm là

A.  $i = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (A)      B.  $i = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A)

C.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A)      D.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (A)

**Hướng dẫn:**

- ♦ Vì trên đoạn mạch chứa cuộn dây thuận cảm cường độ dòng điện  $i$  chậm pha  $\frac{\pi}{2}$  so với hiệu điện thế nên biểu thức cường độ dòng điện  $i$  có dạng:

$$i = I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = I_0 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$$

- ♦ Ta cần đi tìm  $I_0$  dựa vào biểu thức  $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1$  (\*)

Thay  $\begin{cases} i = 2 \text{ A} \\ u = 100\sqrt{2} \text{ V} \\ U_0 = I_0 \cdot Z_L = I_0 \cdot \omega L = I_0 \cdot 100\pi \frac{1}{2\pi} = 50I_0 \end{cases}$  vào (\*) thu được  $I_0 = 2\sqrt{3} \text{ A}$

Vậy  $i = 2\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (A)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$

**Câu 12:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos\left(2\pi ft + \frac{\pi}{4}\right)$  vào hai đầu một cuộn dây thuận cảm có độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi} H$ . Ở thời điểm  $t_1$  điện áp giữa hai đầu cuộn cảm là  $50\sqrt{2} \text{ V}$  thì cường độ dòng điện qua cuộn dây là  $\frac{\sqrt{2}}{2} \text{ A}$ . Còn ở thời điểm  $t_2$  khi điện áp giữa hai đầu cuộn dây là  $80 \text{ V}$  thì cường độ dòng điện qua nó là  $0,6 \text{ A}$ . Tần số  $f$  của dòng điện xoay chiều bằng

- A. 40 Hz      B. 50 Hz      C. 60 Hz      D. 120 Hz

**Hướng dẫn:**

- ♦ Dựa vào biểu thức  $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1$  viết cho 2 thời điểm, ta được hệ 2

phương trình:  $\begin{cases} \left(\frac{\sqrt{2}/2}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{50\sqrt{2}}{U_0}\right)^2 = 1 \\ \left(\frac{0,6}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{80}{U_0}\right)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_0 = 100 \text{ V} \\ I_0 = 1 \text{ A} \end{cases} \Rightarrow Z_L = \frac{U_0}{I_0} = 100 \Omega$

$$\Rightarrow f = \frac{Z_L}{2\pi L} = 50 \text{ Hz} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 13:** Cho mạch điện xoay chiều R, L, C mắc nối tiếp theo thứ tự đó (cuộn cảm thuần). Điện áp hiệu dụng ở hai đầu điện trở R là 200 V. Khi điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch là  $100\sqrt{2}$  V thì điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và cuộn cảm đều là  $-100\sqrt{6}$  V. Hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch AB là

- A.  $100\sqrt{2}$  V.      B. 582 V.      C. 615 V.      D. 200 V.

**Hướng dẫn:**

Ở đoạn mạch L thì  $u$  và  $i$  vuông pha nên ta có  $\left(\frac{i_L}{I_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 = 1$

Vì  $i_L = i_R = \frac{u_R}{R}$  và  $I_{0L} = I_{0R} = \frac{U_{0R}}{R}$  nên biểu thức trên trở thành

$$\left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_L}{U_L\sqrt{2}}\right)^2 = 1$$

Thay số  $\left(\frac{-100\sqrt{6}}{200\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{-100\sqrt{6}}{U_L\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_L = 200\sqrt{3}$  V

Từ  $u = u_R + u_L + u_C \Rightarrow u_C = 100(\sqrt{2} + 2\sqrt{6})$  V

Với tụ C, tương tự ta có  $\left(\frac{u_R}{U_R\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{u_C}{U_C\sqrt{2}}\right)^2 = 1$

Thay số:  $\left(\frac{-100\sqrt{6}}{200\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{100(\sqrt{2} + 2\sqrt{6})}{U_C\sqrt{2}}\right)^2 = 1 \Rightarrow U_C = 200(1 + 2\sqrt{3})$  V

Khi đó  $U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \approx 582$  (V)  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 14:** Đặt điện áp xoay chiều  $u$  vào mạch RCL, cuộn dây thuần cảm và  $Z_C = 2Z_L$ . Tại thời điểm t thấy  $u_R = 60$  V,  $u_C = 30$  V. Lúc đó điện áp tức thời  $u$  toàn mạch bằng

- A. 105V      B. 61,8V      C. 75V      D. 105V hoặc 75V

**Hướng dẫn:**

Ta có giá trị tức thời:  $u = u_R + u_L + u_C = 60 + u_L + 30$

Như vậy để tìm được  $u$ , trước hết phải tìm được  $u_L$ , tìm như thế nào? Đọc đề ta thấy có quan hệ  $Z_C = 2Z_L$ , mặt khác ta biết  $u_L$  và  $u_C$  ngược pha nên áp dụng quan

$$\text{hệ ngược pha: } \frac{u_{L_0}}{U_{0L}} = -\frac{u_C}{U_{0C}} \Rightarrow \frac{u_L}{I_0 Z_L} = -\frac{u_C}{I_0 Z_C}$$

$$\Rightarrow u_L = -\frac{Z_L}{Z_C} \cdot u_C = -\frac{u_C}{2} = -\frac{30}{2} = -15V$$

Lúc đó:  $u = 60 + u_L + 30 = 60 - 15 + 30 = 75V \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Câu 15:** Đặt điện áp  $u = 240\sqrt{2} \cos(100\pi t)$  (V) vào hai đầu đoạn mạch RLC mắc nối tiếp. Biết  $R = 60\Omega$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 1,2/\pi$  H và tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-3}}{6\pi}$  F. Khi điện áp tức thời giữa hai đầu cuộn cảm bằng 240V thì giá trị tuyệt đối của điện áp tức thời giữa hai đầu điện trở và giữa hai bìa tụ điện lần lượt bằng

- A. 120 V và  $120\sqrt{3}$  V.      B. 240 V và 0 V.  
 C.  $120\sqrt{2}$  V và  $120\sqrt{3}$  V.      D.  $120\sqrt{3}$  V và 120 V.

**Hướng dẫn:**

Các giá trị của đề bài giúp ta tính được tổng trở  $Z = 60\sqrt{2}\Omega$  nên cường độ dòng cực đại  $I_0 = \frac{U_0}{Z} = 4A$

Từ đó tính được tiếp:  $\begin{cases} U_{0R} = I_0 R = 240V \\ U_{0L} = I_0 Z_L = 480V \\ U_{0C} = I_0 Z_C = 240V \end{cases}$

Do  $u_L, u_C$  ngược pha nên  $\frac{u_L}{U_{0L}} = -\frac{u_C}{U_{0C}} \Leftrightarrow u_C = -120V$ .

Và do  $u_L, u_R$  vuông pha nên  $\left(\frac{u_L}{U_{0L}}\right)^2 + \left(\frac{u_R}{U_{0R}}\right)^2 = 1 \Rightarrow u_R = \pm 120\sqrt{3} V$ .

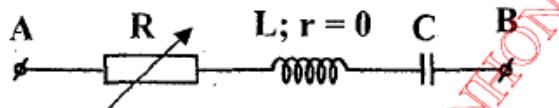
$\Rightarrow$  Chọn D.

**Bài tập tổng hợp sau đây, nếu các em làm luôn được thì tốt, còn không thì phải học tiếp phần C biến thiên cho  $U_{C_{max}}$ : xem có thêm tính chất nào nữa nhé:** Cho mạch điện RLC, tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi. Điều chỉnh điện dung sao cho điện áp hiệu dụng của tụ đạt giá trị cực đại, khi đó điện áp hiệu dụng trên R là 75V. Khi điện áp tức thời hai đầu mạch là  $75\sqrt{6}$  V thì điện áp tức thời của đoạn mạch RL là  $25\sqrt{6}$  V. Điện áp hiệu dụng của đoạn mạch là

- A.  $75\sqrt{6}$  V.      B.  $75\sqrt{3}$  V.      C. 150 V.      D.  $150\sqrt{2}$  V.

## 5. Các bài toán có R biến thiên.

Câu 16: Hiệu điện thế xoay chiều  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)$  đặt vào hai đầu đoạn mạch AB gồm các phần tử R, L, C ghép nối tiếp. Biết giá trị của điện trở trong mạch thay đổi được. Để công suất của mạch đạt cực đại thì giá trị điện trở phải bằng bao nhiêu? Tìm công suất cực đại và hệ số công suất của mạch lúc đó.



Hướng dẫn:

$$\text{Ta có thể viết } P = I^2 R = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} R = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}}$$

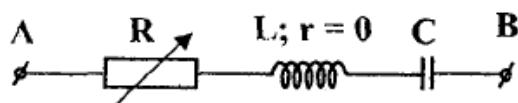
$$\text{Theo bất đẳng thức Côsi thì } P = \frac{U^2}{R + \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R}} \leq \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|}$$

$$\Rightarrow P = P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} \Leftrightarrow R = \frac{(Z_L - Z_C)^2}{R} \Rightarrow R = |Z_L - Z_C|$$

Hệ số công suất của mạch:

$$\cos\varphi = \frac{R}{Z} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + R^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Câu 17: Cho mạch điện như hình vẽ. Hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch  $u_{AB} = 100\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V).



Khi  $R_1 = 18 \Omega$  hoặc  $R_2 = 32 \Omega$  thì công suất tiêu thụ trên đoạn mạch là như nhau. Công suất P của mạch ứng với hai giá trị điện trở đó là

- A. 40 W.      B. 120 W.      C. 200 W.      D. 300 W.

Hướng dẫn:

$$\text{Từ } P = I^2 R = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} R \Rightarrow PR^2 - U^2 R + P(Z_L - Z_C)^2 = 0.$$

Đây là phương trình bậc 2 đối với R, theo định lý Vi-ét, hai nghiệm phải thỏa

$$\text{mãn } R_1 + R_2 = -\frac{b}{a} \text{ nên } R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \Rightarrow P = \frac{U^2}{R_1 + R_2} = \frac{100^2}{18 + 32} = 200 \text{ W}$$

⇒ Chọn C.

**Cần nhớ:** Khi  $P < P_{\max}$  thì

$$R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P}$$

$$R_1 R_2 = (Z_L - Z_C)^2$$

và để  $P_{\max}$  thì  $R = \sqrt{R_1 R_2}$

Rõ ràng nếu nhớ được quan hệ  $R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P}$  thì bài toán trên sẽ giải quyết rất nhanh. Sau đây ta xét thêm một ví dụ khác nữa: Mạch điện gồm một biến trở  $R$  mắc nối tiếp với cuộn dây thuận cảm. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều ổn định  $u = U_0 \cos 100\pi t (V)$ . Thay đổi  $R$  ta thấy với hai giá trị  $R_1 = 45\Omega$  và  $R_2 = 80\Omega$  thì mạch tiêu thụ công suất đều bằng 80 W. Khi thay đổi  $R$  thì công suất tiêu thụ trên mạch đạt cực đại bằng

- A. 250 W.      B.  $80\sqrt{2}$  W.      C. 100 W.      D.  $\frac{250}{3}$  W.

*Lời giải:*

Ta có:  $\begin{cases} R_1 + R_2 = \frac{U^2}{P} \\ (Z_L - Z_C)^2 = R^2 = R_1 R_2 \Rightarrow P_{\max} = \frac{(R_1 + R_2)P}{2\sqrt{R_1 R_2}} = \frac{250}{3} W \\ P_{\max} = \frac{U^2}{2|Z_L - Z_C|} \end{cases}$

**Câu 18:** Mạch điện gồm một biến trở  $R$  mắc nối tiếp với cuộn dây không thuận cảm  $r = 10 \Omega$  và tụ điện  $C$ . Thay đổi  $R$  ta thấy với hai giá trị  $R_1 = 15\Omega$  và  $R_2 = 39\Omega$  thì mạch tiêu thụ công suất như nhau. Để công suất tiêu thụ trên mạch đạt cực đại thì  $R$  bằng

- A.  $25 \Omega$ .      B.  $27 \Omega$ .      C.  $32 \Omega$ .      D.  $36 \Omega$ .

*Hướng dẫn:*

Tương tự bài toán trên, mở rộng cho bài toán cuộn dây có  $r$ , ta có:

$$(R + r) = \sqrt{(R_1 + r)(R_2 + r)} \text{ hay } (R + 10)^2 = (15 + 10)(39 + 10)$$

$$\Rightarrow R = 25 \Omega \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Đối với bài toán có r, khi R thay đổi, có hai giá trị của R cho cùng công suất toàn mạch, cách làm tương tự, ta cũng có mối liên hệ:

$$(R_1 + r)(R_1 + r) = (Z_L - Z_C)^2$$

$$\Rightarrow (Z_L - Z_C)^2 = (80+10)(150+10) = 14400 = 120^2$$

Khi  $R = R_1$  thì:  $\cos \varphi_1 = \frac{R_1 + r}{\sqrt{(R_1 + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{80+10}{\sqrt{90^2 + 120^2}} = 0,6$

Khi  $R = R_2$  thì:  $\cos \varphi_2 = \frac{R_2 + r}{\sqrt{(R_2 + r)^2 + (Z_L - Z_C)^2}} = \frac{150+10}{\sqrt{160^2 + 120^2}} = 0,8$

⇒ Đáp án D.

**Câu 20:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, L có điện trở thuần r, còn R là biến trở. Đặt vào hai đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều ổn định. Điều chỉnh lần lượt biến trở R có giá trị  $R_1 = 50\Omega$  và  $R_2 = 10\Omega$  thì lần lượt công suất tiêu thụ trên biến trở cực đại  $P_{Rmax}$  và trên đoạn mạch cực đại  $P_{max}$ . Tỉ số  $P_{Rmax}/P_{max}$  bằng

A. 2

B.  $1/2$

C. 5

D.  $1/5$ .

**Phân tích và hướng dẫn giải:**

Dễ dàng ta có:

$$\begin{cases} R_1^2 = r^2 + (Z_L - Z_C)^2 \\ R_2 + r = (Z_L - Z_C) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} r = 30 \\ |Z_L - Z_C| = 40 \end{cases} \Rightarrow P_{Rmax}/P_{max} = 1/2 \Rightarrow \text{Đáp án B}$$

**Câu 21:** Mạch điện xoay chiều gồm biến trở mắc nối tiếp với cuộn dây thuần cảm và tụ điện. Mắc vào mạch điện này một hiệu điện thế xoay chiều ổn định. Người ta điều chỉnh giá trị của biến trở đến khi công suất của mạch điện là  $100\sqrt{3}$  (W) thì khi đó dòng điện trễ pha so với hiệu điện thế 2 đầu đoạn mạch góc  $\pi/3$ . Tiếp tục điều chỉnh giá trị của biến trở tới khi công suất mạch đạt giá trị cực đại. Giá trị cực đại đó bằng

A. 250W

B. 300W

C.  $100\sqrt{3}$  W

D. 200W

**Câu 19:** Cho mạch điện xoay chiều RLC nối tiếp, trong đó cuộn dây không thuần cảm với điện trở  $r = 10\Omega$ , R là biến trở. Thay đổi biến trở R thấy tồn tại hai giá trị  $R_1 = 80\Omega$  hoặc  $R_1 = 150\Omega$  làm công suất toàn mạch bằng nhau. Hệ số công suất toàn mạch tương ứng với hai giá trị  $R_1$  và  $R_2$  của biến trở là

A.  $\cos \varphi_1 = 0,83; \cos \varphi_2 = 0,62$ .      B.  $\cos \varphi_1 = 0,8; \cos \varphi_2 = 0,6$ .

C.  $\cos \varphi_1 = 0,62; \cos \varphi_2 = 0,83$ .      D.  $\cos \varphi_1 = 0,6; \cos \varphi_2 = 0,8$ .

**Phân tích và hướng dẫn giải:**

### Phân tích và hướng dẫn giải:

$$+ \text{Ta có } \tan \frac{\pi}{3} = \frac{Z_L - Z_C}{R} \Rightarrow Z_L - Z_C = \sqrt{3}R$$

$$+ P = I^2 R = \frac{U^2 R}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} = \frac{U^2}{4R} \Rightarrow U^2 = 4RP$$

$$+ \text{Theo kết quả của các bài toán trước } P_{\max} = \frac{U^2}{2R_m} \text{ với } R_m = Z_L - Z_C = \sqrt{3}R$$

$$\text{Thay vào ta được } P_{\max} = \frac{4RP}{2\sqrt{3}R} = 200W \Rightarrow \text{Đáp án D}$$

### 6. Các bài toán giải bằng gián đồ véc tơ.

Đọc đề thấy có dữ kiện điện áp u đoạn mạch này lệch pha với điện áp đoạn mạch kia, hoặc bài toán có nhiều giá trị hiệu dụng của điện áp trên từng đoạn mạch.

**Câu 22:** Cho một mạch điện L, R, C nối tiếp theo thứ tự trên với cuộn dây thuần cảm.

Biết  $I_0 = \frac{1,0}{\pi} H$ ,  $C = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} F$ , R thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức  $u_{AB} = U_0 \cos 100\pi t$  (V). Để  $u_C$  chậm pha  $\frac{2\pi}{3}$  so với  $u_{AB}$  thì giá trị điện trở

- A.  $R = 50 \Omega$ .    B.  $R = 50\sqrt{3} \Omega$ .    C.  $R = 100 \Omega$ .    D.  $R = \frac{50\sqrt{3}}{3} \Omega$ .

**Hướng dẫn:**

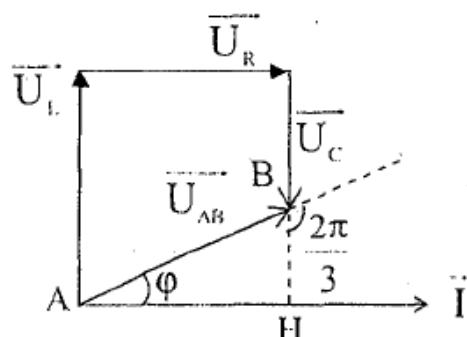
$$\omega = 100\pi \text{ rad/s}, Z_L = \omega L = 100 \Omega, Z_C = \frac{1}{\omega C} = 50 \Omega$$

Theo gián đồ véc tơ thấy ngay  $\phi = \frac{\pi}{6}$ .

Trong tam giác vuông HAB có:

$$\tan \phi = \frac{HB}{HA} = \frac{U_L - U_C}{U_R} = \frac{Z_L - Z_C}{R}$$

$$\Rightarrow R = \frac{Z_L - Z_C}{\tan \phi} = \frac{100 - 50}{\tan \frac{\pi}{6}} = 50\sqrt{3} \Omega$$



**Câu 23:** Mạch điện xoay chiều gồm tụ điện và cuộn dây mắc nối tiếp. Điện trở thuần và cảm kháng của cuộn dây có giá trị bằng nhau. Điện áp ở hai đầu tụ điện là  $40\sqrt{2}$  V và chệch pha so với điện áp của mạch là  $\frac{\pi}{4}$ . Điện áp của mạch có giá trị

A. 80 V.

B. 60 V.

C.  $40\sqrt{2}$  V.

D. 40 V.

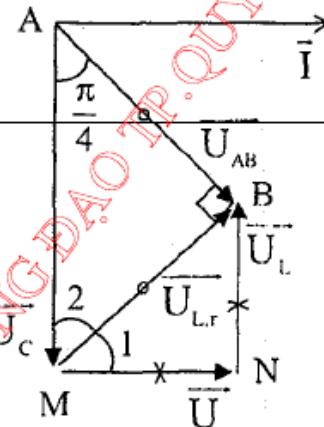
**Hướng dẫn:**

$$\rightarrow \text{Vì } U_L = U_r \text{ nên } \Delta MNB \text{ vuông cân} \Rightarrow \widehat{M_1} = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \widehat{M_2} = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \Delta AMB \text{ vuông cân tại B}$$

$$\rightarrow \text{Theo Pitago ta có } U_C^2 = U_{AB}^2 + U_{Lr}^2 = 2U_{AB}^2$$

$$\Rightarrow U_{AB} = \frac{U_C}{\sqrt{2}} = \frac{40\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 40V \Rightarrow \text{Chọn D}$$



**Câu 24:** Điện áp đoạn mạch xoay chiều  $u = 120\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V). Mạch điện gồm cuộn dây không thuần cảm mắc nối tiếp tụ điện. Biết độ tự cảm cuộn dây là 0,1 H. Điện áp ở hai đầu cuộn dây và tụ điện lần lượt là 160 V và 56 V. Điện trở thuần có giá trị

A.  $7,5 \Omega$ .

B.  $23,5 \Omega$ .

C.  $40 \Omega$ .

D.  $104 \Omega$ .

**Hướng dẫn:**

Gián đồ véc tơ của mạch điện như hình vẽ.

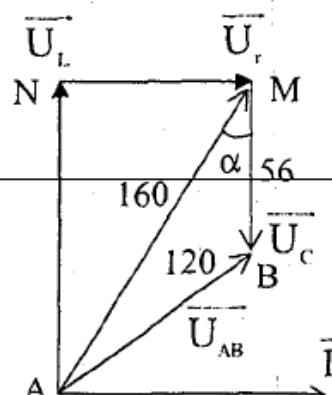
Áp dụng định lí hàm số cosin cho  $\Delta AMB$  có:

$$U^2 = U_{Lr}^2 + U_C^2 - 2U_{Lr}U_C \cos\alpha$$

$$\Rightarrow \cos\alpha = \frac{U_{Lr}^2 + U_C^2 - U^2}{2U_{Lr}U_C} = \frac{160^2 + 56^2 - 120^2}{2 \cdot 160 \cdot 56} = 0,8$$

$$\text{Trong } \Delta ANM \text{ có } \tan\alpha = \frac{U_r}{U_L} = \frac{I_r}{IZ_L} = \frac{r}{Z_L}$$

$$\Rightarrow r = Z_L \cdot \tan\alpha = \omega L \cdot \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = \omega L \cdot \frac{\sqrt{1-\cos^2\alpha}}{\cos\alpha} = 23,5 \Omega \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Câu 25:** Đặt điện áp giữa hai đầu mạch AB là  $u = 120\sqrt{2} \cos \omega t$  (V).

Khi G là ampe kế lý tưởng thì nó chỉ  $\sqrt{3}$  A. Khi thay G bằng vôn kế lý tưởng thì nó chỉ 60 V, lúc đó điện áp giữa hai đầu MB lệch pha  $60^\circ$  so với điện áp giữa hai đầu AB. Tông trở của cuộn dây là

- A.  $40 \Omega$ .      B.  $40\sqrt{3} \Omega$ .      C.  $20\sqrt{3} \Omega$ .      D.  $60 \Omega$ .

**Hướng dẫn:**

+ Khi G là ampe kế lý tưởng thì cuộn dây bị nối tắt, mạch chỉ còn RC nên

$$\sqrt{R^2 + Z_C^2} = \frac{U}{I} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 40\sqrt{3} \Omega$$

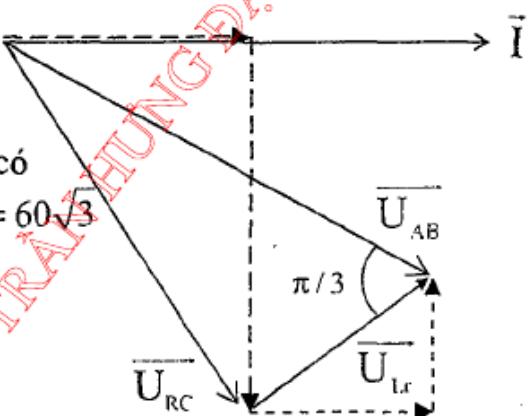
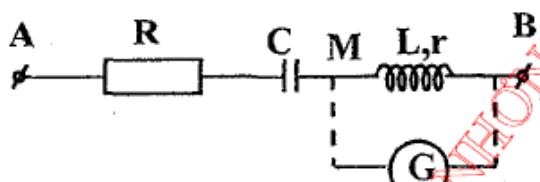
+ Khi G là vôn kế lý tưởng

Từ giản đồ, áp dụng định lý hàm số cosin ta có

$$U_{RC}^2 = U_{AB}^2 + U_{LR}^2 - 2U_{AB}U_{LR}\cos 60^\circ \Rightarrow U_{RC} = 60\sqrt{3}$$

$$\text{Đòng điện lúc này } I = \frac{U_{RC}}{Z_{RC}} = \frac{60\sqrt{3}}{40\sqrt{3}} = 1,5A$$

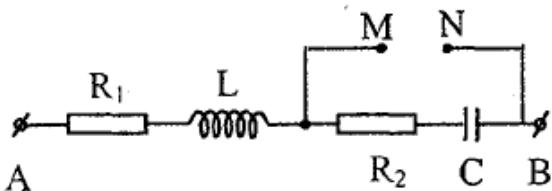
$$\Rightarrow Z_{LR} = \frac{U_{LR}}{I} = \frac{60}{1,5} = 40\Omega \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Câu 26:** Cho mạch điện như hình vẽ trong đó cuộn dây thuần cảm. Điện áp hai đầu mạch  $u_{AB} = U_0 \cos 100\pi t$  (V).

+ Khi mắc ampe kế lí tưởng vào hai điểm M, N thì ampe kế chỉ 0,3A, dòng điện trong mạch lệch pha  $60^\circ$  so với  $u_{AB}$  và công suất toả nhiệt trong mạch là 18W.

+ Khi thay ampe kế trên bằng vôn kế lí tưởng thì vôn kế chỉ 60V, hiệu điện thế trên vôn kế trễ pha  $60^\circ$  so với  $u_{AB}$ . Tìm  $U_0$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $L$  và  $C$ ?



**Phân tích và hướng dẫn giải:**

+ Khi mắc ampe kế lí tưởng vào M, N thì đoạn mạch chứa  $R_2$  và  $C$  bị nối tắt, mạch AB chỉ còn lại  $R_1$  nối tiếp  $L$ .

$$\text{Từ } P = UI \cos \phi \Rightarrow U = \frac{P}{I \cos \phi} = \frac{18}{0,3 \cos 60^\circ} = 120(V) \Rightarrow U_0 = 120\sqrt{2}(V)$$

$$\text{Mặt khác: } P = I^2 R_1 = 18 \Rightarrow R_1 = \frac{P}{I^2} = \frac{18}{0,3^2} = 200(\Omega).$$

$$\text{Từ: } \tan \phi = \frac{Z_L}{R_1} \Rightarrow Z_L = R_1 \tan \phi = 200\sqrt{3}(\Omega) \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{200\sqrt{3}}{100\pi} = \frac{2\sqrt{3}}{\pi}(\text{H})$$

+ Khi thay ampe kế trên băng vôn kế lí tưởng thì mạch có đầy đủ 4 phần tử, đọc đề thấy bài toán có dữ kiện hai điện áp lệch nhau góc  $60^\circ$  nên ta sẽ dùng giàn đồ vectơ để giải. Áp dụng định lí hàm số cosin trong tam giác AMB ta có:

$$U_{AM} = \sqrt{U^2 + U_{MB}^2 - 2UU_{MB} \cos MBA}$$

$$\text{Thay số được } U_{AM} = 60\sqrt{3}(\text{V})$$

Cường độ dòng điện lúc này

$$I' = \frac{U_{AM}}{Z_{AM}} = \frac{U_{AM}}{\sqrt{R_1^2 + Z_c^2}} = \frac{60\sqrt{3}}{\sqrt{(200)^2 + (200\sqrt{3})^2}} = 0,15\sqrt{3}(\text{A})$$

$$\text{và ta có hệ: } \begin{cases} Z_{MB} = \sqrt{R_2^2 + Z_c^2} = \frac{U_{MB}}{I'} = \frac{60}{0,15\sqrt{3}} = \frac{400}{\sqrt{3}}(\Omega) \\ Z_{AB} = \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (Z_c - Z_c)^2} = \frac{U}{I'} = \frac{120}{0,15\sqrt{3}} = \frac{800}{\sqrt{3}}(\Omega) \end{cases}$$

$$\text{từ đó thu được } \begin{cases} R_2 = 200(\Omega) \\ Z_c = \frac{200}{\sqrt{3}}(\Omega) \Rightarrow C = \frac{\sqrt{3} \cdot 10^{-4}}{2\pi}(\text{F}) \end{cases}$$

**Câu 27:** Cho đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở R ghép nối tiếp với cuộn dây không thuần cảm. Biết  $u_{AB} = 200\sqrt{2}\cos(100\pi t + \frac{\pi}{3})(\text{V})$ ,

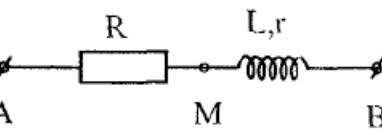
$U_{AM} = 70\text{V}$ ,  $U_{MB} = 150\text{V}$ . Hộp số công suất của đoạn mạch MB bằng

A. 0,5.

B. 0,6.

C. 0,7.

D. 0,8.



**Hướng dẫn:**

Giản đồ véc tơ của mạch điện như hình vẽ.

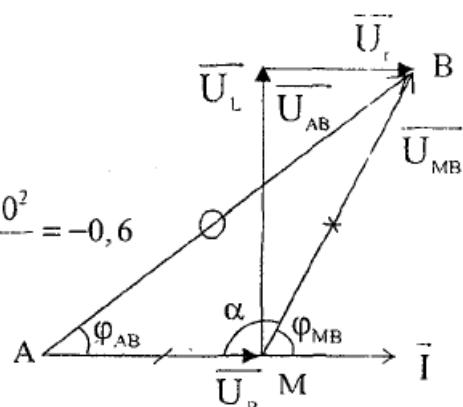
Áp dụng định lí hàm số cosin cho  $\Delta AMB$  có:

$$U_{AB}^2 = U_{AM}^2 + U_{MB}^2 - 2U_{AM}U_{MB} \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{U_{AM}^2 + U_{MB}^2 - U_{AB}^2}{2U_{AM}U_{MB}} = \frac{70^2 + 150^2 - 200^2}{2 \cdot 70 \cdot 150} = -0,6$$

Theo hình vẽ  $\varphi_{MB} + \alpha = \pi$

$$\Rightarrow \cos \varphi_{MB} = -\cos \alpha = 0,6 \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Câu 28:** Đặt một điện áp  $u = 80\cos\omega t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch nối tiếp gồm điện trở  $R$ , cuộn dây không thuần cảm và tụ điện  $C$  thì thấy công suất tiêu thụ của mạch là  $40W$ , điện áp hiệu dụng  $U_R = U_{LR} = 25V$ ;  $U_C = 60V$ . Điện trở thuần  $r$  của cuộn dây có giá trị là

A.  $15\Omega$

B.  $25\Omega$

C.  $20\Omega$

D.  $40\Omega$

**Hướng dẫn:**

Giản đồ véc tơ của mạch điện như hình vẽ.

Gọi  $U_r = X$

Trong tam giác vuông HMN có

$$U_L = \sqrt{25^2 - X^2}$$

nên chiều dài đoạn HB là  $60 - \sqrt{25^2 - X^2}$

Trong tam giác vuông HAB có

$$(40\sqrt{2})^2 = (25 + X)^2 + [60 - \sqrt{25^2 - X^2}]^2$$

Dùng máy tính cầm tay giải ra ta được  $X = 15 \Rightarrow U_r = 15V$

$$\text{Lúc đó } \cos\phi = \frac{U_R + U_r}{U} = \frac{25 + 15}{40\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\text{Từ } P = UI \cos\phi \Rightarrow I = \frac{P}{U \cos\phi} = \frac{40}{40\sqrt{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}} = 1A$$

$$\text{Vậy } r = \frac{U_r}{I} = \frac{15}{1} = 15\Omega$$

**Câu 29:** Mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp, trong đó cuộn dây không thuần cảm, còn điện trở  $R$  thay đổi được. Khi  $R$  biến thiên thấy có một giá trị làm  $P_R = P_{R\max}$ , lúc đó  $U = 1,5U_R$ . Hệ số công suất của mạch bằng

A. 0,67.

B. 0,75.

C. 0,5.

D. 0,71.

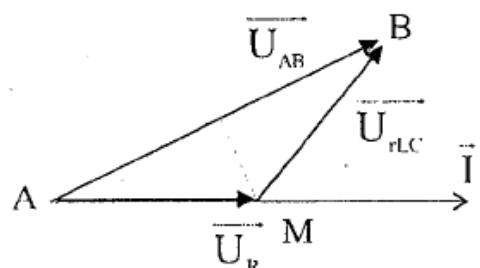
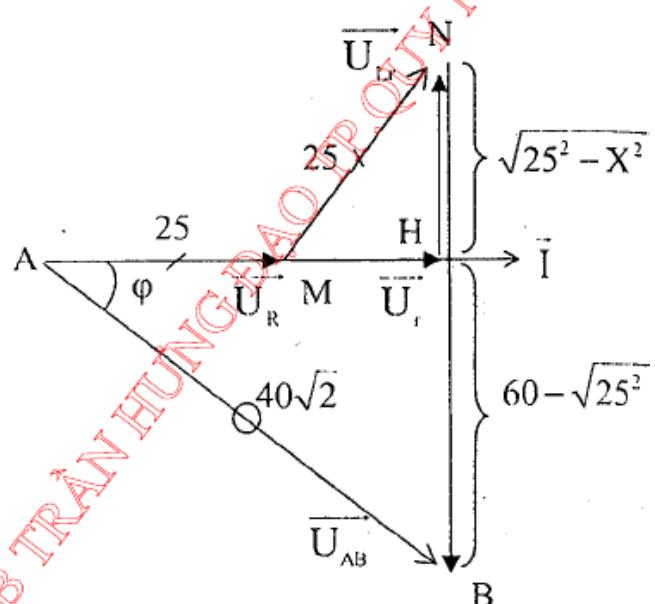
**Phân tích và hướng dẫn giải:**

Đây là bài toán R biến thiên cho công suất chỉ trên R lớn nhất, theo phương pháp khảo sát cực trị ở phần đầu, ta thấy khi  $P_R = P_{R\max}$  thì

$$R = Z_{RLC} \Rightarrow U_R = U_{RLC}$$

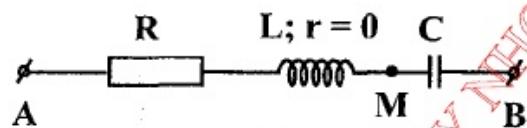
Từ giản đồ véc tơ cho ta:

$$\cos\phi = \frac{0,5U}{U_R} = \frac{0,5 \cdot 1,5U_R}{U_R} = 0,75 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$



**Câu 30:** Mạch điện xoay chiều được mắc như hình vẽ. So với cường độ dòng điện, điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB

lệch pha góc  $\varphi_{AB}$  với  $\cos \varphi_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , còn điện áp ở hai đầu đoạn mạch AM lệch pha góc với  $\cos \varphi_{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ . Nếu pha ban đầu của dòng điện là  $15^\circ$  thì pha ban đầu của điện áp ở hai đầu đoạn mạch AB là  
 A.  $-45^\circ$ .      B.  $-30^\circ$ .      C.  $45^\circ$ .      D.  $30^\circ$ .



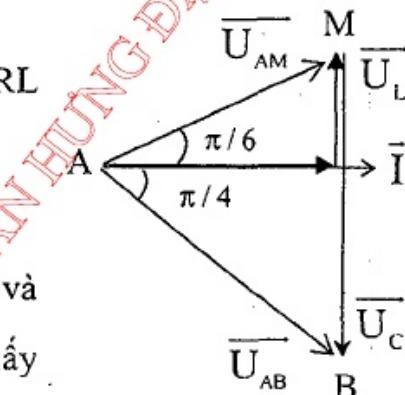
**Hướng dẫn:**

Vì  $\cos \varphi_{AM} = \frac{\sqrt{3}}{2}$  và đoạn mạch AM chỉ có RL

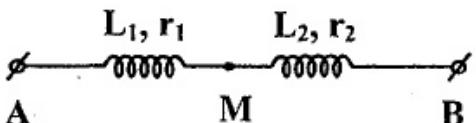
$$\text{nên } \varphi_{AM} = \frac{\pi}{6}$$

Từ  $\cos \varphi_{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \varphi_{AB} = \pm \frac{\pi}{4}$ . Do  $|\varphi_{AB}| > |\varphi_{AM}|$  và từ M đến B chỉ còn tụ điện C nên chỉ có thể lấy  $\varphi_{AB} = -\frac{\pi}{4}$ . Giản đồ véc tơ của mạch điện như hình vẽ.

$$\text{Vậy } \varphi_{u_{AB}} - \varphi_i = -\frac{\pi}{4} \Rightarrow \varphi_{u_{AB}} = \varphi_i - \frac{\pi}{4} = 15^\circ - 45^\circ = -30^\circ \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Câu 31:** Cho hai cuộn dây có điện trở thuần ( $L_1, r_1$ ) và ( $L_2, r_2$ ) mắc nối tiếp vào hai điểm AB. Gọi  $U_{AB}$  là hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu AB.  $U_{AM}, U_{MB}$  lần lượt là hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu cuộn dây 1 và cuộn dây 2. Để  $U_{AB} = U_{AM} + U_{MB}$  cần có điều kiện nào sau đây?



- A.  $L_1 r_1 = L_2 r_2$ .      B.  $L_1 r_2 = L_2 r_1$ .      C.  $L_1 L_2 = r_1 r_2$ .      D.  $L_1 + L_2 = r_1 + r_2$ .

**Hướng dẫn:**

$$\text{Luôn có } \bar{U}_{AB} = \bar{U}_{AM} + \bar{U}_{MB}$$

Để có  $\bar{U}_{AB} = \bar{U}_{AM} + \bar{U}_{MB}$  thì hai vectơ  $\bar{U}_{AM}, \bar{U}_{MB}$  thành phần ở trên phải cùng phương cùng chiều, lúc đó chúng sẽ cùng lệch so với trục dòng điện I một góc như nhau, tức là  $\varphi_{AM} = \varphi_{MB} \Rightarrow \tan \varphi_{AM} = \tan \varphi_{MB} \Rightarrow \frac{Z_{L_1}}{r_1} = \frac{Z_{L_2}}{r_2} \Rightarrow \frac{L_1}{r_1} = \frac{L_2}{r_2}$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 32:** Cho một mạch điện LRC nối tiếp theo thứ tự trên với cuộn dây thuận cảm. Biết R thay đổi được,  $L = \frac{1}{\pi} H$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} F$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức:  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V). Để  $u_{RL}$  lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_{RC}$  thì

- A.  $R = 50 \Omega$ .      B.  $R = 100 \Omega$ .      C.  $R = 100\sqrt{2} \Omega$ .      D.  $R = 100\sqrt{3} \Omega$ .

**Hướng dẫn:**

$$\omega = 100\pi \text{ rad/s}, Z_L = \omega L = 100 \Omega, Z_C = \frac{1}{\omega C} = 200 \Omega$$

**Cách 1:**

$$\text{Vì } u_{RL} \text{ vuông pha so với } u_{RC} \Rightarrow \tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi_{RC} = -1 \Rightarrow \frac{Z_L}{R} \cdot \left( \frac{-Z_C}{R} \right) = -1$$

$$\Rightarrow R = \sqrt{Z_L \cdot Z_C} = 100\sqrt{2} \Omega \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Cách 2:**

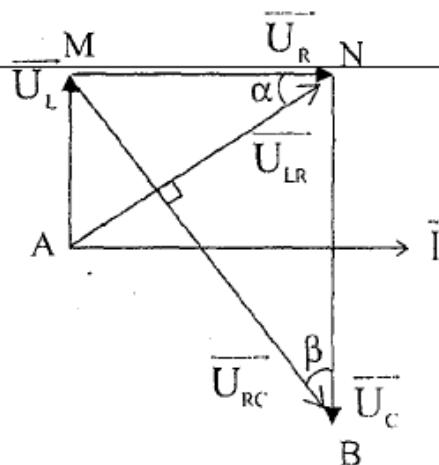
Vì  $u_{RL}$  lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_{RC}$  nên trên giàn đồ

véc tơ thì  $\overrightarrow{U_{LR}} \perp \overrightarrow{U_{RC}}$  ~~⇒ α = β~~ (góc có cạnh tương ứng vuông góc) ⇒ ~~tanα = tanβ~~

$$\text{Trong tam giác vuông MAN có } \tan \alpha = \frac{U_L}{U_R} = \frac{Z_L}{R}$$

$$\text{Trong tam giác vuông NMB có } \tan \beta = \frac{U_R}{U_C} = \frac{R}{Z_C}$$

$$\Rightarrow \frac{Z_L}{R} = \frac{R}{Z_C} \Rightarrow R = \sqrt{Z_L \cdot Z_C} = 100\sqrt{2} \Omega$$



**Chú ý:**

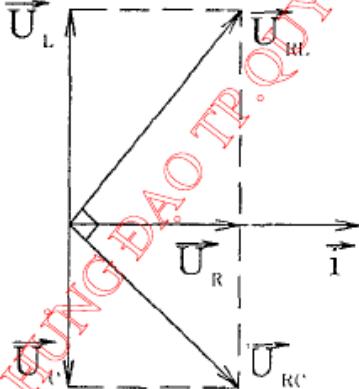
+ Vì bài toán này có sự vuông pha (hai véc tơ vuông góc) nên sử dụng phương trình  $\tan \varphi_{RL} \cdot \tan \varphi_{RC} = -1$  ở cách 1 cho kết quả nhanh hơn, tuy nhiên nếu gặp bài toán với độ lệch pha bất kì (khác  $\frac{\pi}{2}$ ) thì phương pháp giàn đồ véc tơ ở cách 2 cho phép giải toán bằng hình học sẽ đơn giản và hiệu quả hơn rất nhiều.

+ Thông thường, hầu hết các bài toán ta nên vẽ các véc tơ nối tiếp nhau như các ví dụ đã trình bày sẽ cho hình vẽ đơn giản nên dễ nhìn và dễ giải quyết, tuy nhiên, với những loại bài toán mà điện trở  $R$  nằm giữa đoạn mạch mà có sự bắt chéo của các điện áp qua  $R$  thì nên vẽ các véc tơ chung gốc nhau.

Rõ ràng nếu bài toán này ta vẽ chung gốc, sử dụng tính chất  $h^2 = b' \cdot c'$  trong tam giác vuông thì sẽ có ngay  $U_R^2 = U_L \cdot U_C$

$$\Rightarrow R = \sqrt{Z_L \cdot Z_C} = 100\sqrt{2} \Omega$$

Để khẳng định tính ưu việt của cách vẽ chung gốc cho những bài toán đặc thù này, ta xét thêm các ví dụ sau:



**Câu 33:** Cho một đoạn mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết điện áp trên các đoạn mạch:

$$u_{AN} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (V)}.$$

$$u_{MB} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (V)}.$$

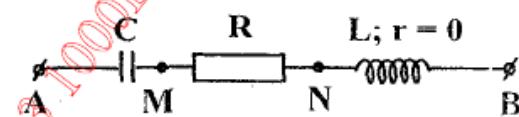
$u_{AB} = U_0 \cos(100\pi t + \varphi_u)$  (V). Hãy chọn giá trị đúng của  $\varphi_u$ ?

A. 0.

B.  $-\frac{\pi}{3}$ .

C.  $\frac{\pi}{3}$ .

D.  $\frac{\pi}{6}$ .



**Hướng dẫn:**

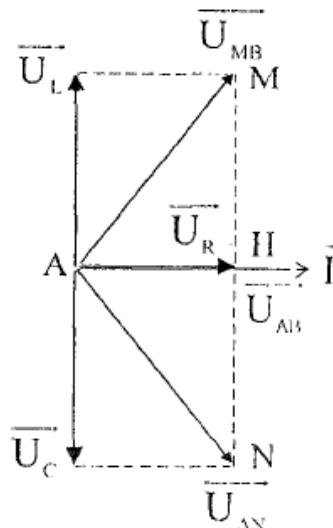
Biểu thức của  $u_{AN}$  và  $u_{MB}$  cho ta biết:

+ Độ lệch pha giữa chúng là  $\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{2\pi}{3}$  nên

$\overline{U_{MB}}$  hợp với  $\overline{U_{AN}}$  góc  $\frac{2\pi}{3}$ .

+ Chúng có cùng biên độ, chúng đều chứa phần tử

$R$  nên  $U_I = U_C \Rightarrow \overline{U_{AB}}$  trùng với  $\overline{U_R}$ .



Nhận thấy  $\overrightarrow{U_{AB}}$  là phân giác của  $\widehat{NAM} \Rightarrow \widehat{HAM} = \frac{\pi}{3}$

$$\Rightarrow \varphi_{u_{MB}} - \varphi_{u_{AN}} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \varphi_{u_{AB}} = \varphi_{u_{MB}} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 34:** Cho một đoạn mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết hiệu điện thế hiệu dụng trên các đoạn mạch  $U_{AN} = 200V$ ,  $U_{MB} = 150V$  và biểu thức hiệu điện thế của hai đoạn mạch này lệch nhau  $90^\circ$ . Cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức

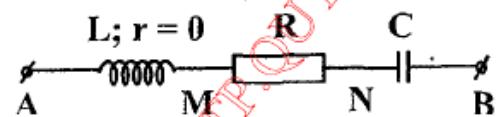
$$i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{ (A). Điện trở R và độ tự cảm L nhận các giá trị là}$$

A.  $R = 60 \Omega; L = \frac{1,6}{\pi} H$

B.  $R = 60 \Omega; L = \frac{0,8}{\pi} H$

C.  $R = 120 \Omega; L = \frac{1,6}{\pi} H$

D.  $R = 120 \Omega; L = \frac{0,8}{\pi} H$



**Hướng dẫn:**

+ Khi R nằm giữa đoạn mạch và có sự vuông pha giữa hai hiệu điện thế, để bài toán đơn giản, ta biểu diễn giản đồ véc tơ chung gốc như hình vẽ. Lúc đó, sử dụng

tính chất  $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$  trong tam giác vuông APQ ta có

$$\frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{U_{AN}^2} + \frac{1}{U_{MB}^2} \quad \text{Thay số: } \frac{1}{U_R^2} = \frac{1}{150^2} + \frac{1}{200^2}$$

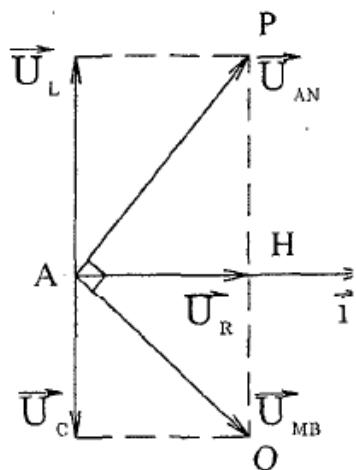
$$\Rightarrow U_R = 120V \text{ vậy } R = \frac{U_R}{I} = \frac{120}{2} = 60 \Omega \quad (1)$$

+ Theo Pitago, trong tam giác vuông HAP ta có

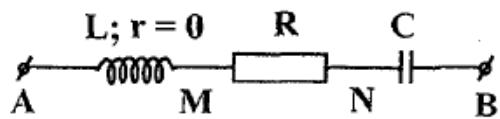
$$U_L = \sqrt{U_{AN}^2 - U_R^2} = \sqrt{200^2 - 120^2} = 160V$$

$$Z_L = \frac{U_L}{I} = \frac{160}{2} = 80 \Omega \Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{80}{100\pi} = \frac{0,8}{\pi} H \quad (2)$$

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  Chọn B.



**Câu 35:** Cho một đoạn mạch điện xoay chiều như hình vẽ. Biết cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = I_0 \cos 100\pi t$  (A). Điện áp trên đoạn



mạch AN có dạng  $u_{AN} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (V) và lệch pha  $90^\circ$  so với điện

áp của đoạn mạch MB. Biểu thức điện áp  $u_{MB}$  và hệ số công suất của mạch là

- A.  $u_{MB} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (V),  $\cos\varphi = \sqrt{\frac{5}{7}}$

B.  $u_{MB} = 100\sqrt{3} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (V);  $\cos\varphi = \sqrt{\frac{2}{7}}$

C.  $u_{MB} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (V);  $\cos\varphi = \sqrt{\frac{3}{7}}$

D.  $u_{MB} = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (V);  $\cos\varphi = \sqrt{\frac{6}{7}}$

### Hướng dẫn:

+ Vì điện áp trên đoạn mạch MB lệch pha  $90^\circ$  so với điện áp của đoạn mạch AN nên biểu thức có dạng  $u_{MB} = U_{0MB} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{2}\right) = U_{0MB} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$

Trong tam giác vuông APQ có

$$U_{0MB} = U_{0AN} \cdot \tan \hat{P} = 100\sqrt{2} \cdot \tan \frac{\pi}{6} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} V$$

$$\text{Vậy } u_{MB} = 100\sqrt{\frac{2}{3}} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right) V$$

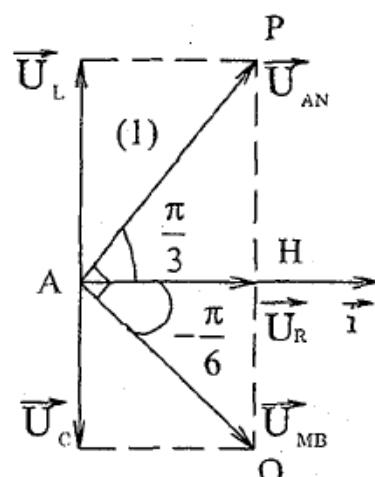
Cũng từ giản đồ ~~véc tơ~~, dễ dàng tính được:

$$U_R = U_{AN} \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 100 \cdot \frac{1}{2} = 50V$$

$$U_L = U_R \cdot \tan \frac{\pi}{3} = 50\sqrt{3} \text{ V}; \quad U_C = U_{MB} \cdot \sin \frac{\pi}{6} = \frac{50}{\sqrt{3}} \text{ V}$$

$$\text{Lúc đó } \cos \varphi = \frac{R}{Z} = \frac{U_R}{U} = \frac{U_R}{\sqrt{U_R^2 + [U_L - U_C]^2}} = \sqrt{\frac{3}{7}} \quad (2)$$

~~Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  Đáp án C.~~



**Câu 36:** Mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây thuần cảm, điện trở thuần và tụ điện mắc nối tiếp. Biết điện áp  $u_{LR} = 150 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{3}\right)$  (V) và  $u_{RC} = 50\sqrt{3} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$  (V). Cho  $R = 25 \Omega$ . Cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch bằng

- A.  $3\sqrt{2}$ A.      B.  $3\sqrt{3}$ A.      C.  $1,5\sqrt{2}$ A..      D. 3A.

**Hướng dẫn:**

Đọc đề thấy bài toán có dữ kiện hai điện áp lệch nhau góc  $75^\circ$  nên ta sẽ dùng giàn đồ vectơ để giải. Nhưng bài toán này ta vẽ chung gốc như hình vẽ.

Áp dụng định lí hàm số cosin cho  $\Delta AMN$  có:

$$(U_L + U_C)^2 = U_{RL}^2 + U_{RC}^2 - 2U_{RL}U_{RC} \cdot \cos\alpha$$

$$(U_L + U_C)^2 = (75\sqrt{2})^2 + (50\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 75\sqrt{2} \cdot 50\sqrt{3} \cdot \cos 75^\circ$$

$$\Rightarrow U_L + U_C = 118 \text{ V} \quad (1)$$

Theo hình vẽ ta có

$$\begin{cases} U_R^2 = U_{RL}^2 - U_L^2 \\ U_R^2 = U_{RC}^2 - U_C^2 \end{cases}$$

Suy ra  $U_{RL}^2 - U_L^2 = U_{RC}^2 - U_C^2$

$$\Rightarrow U_L^2 - U_C^2 = U_{RL}^2 - U_{RC}^2$$

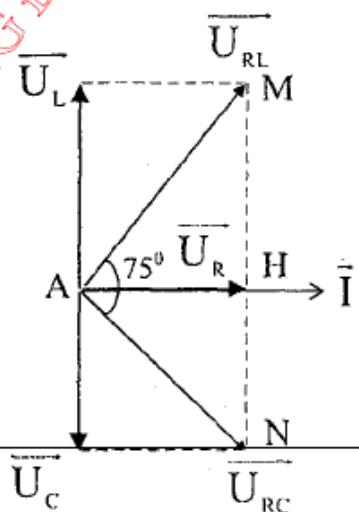
$$\Rightarrow (U_L - U_C)(U_L + U_C) = U_{RL}^2 - U_{RC}^2$$

$$\Rightarrow (U_L - U_C) = \frac{U_{RL}^2 - U_{RC}^2}{U_L + U_C} = \frac{(75\sqrt{2})^2 - (50\sqrt{3})^2}{118} = 32 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) có:  $\begin{cases} U_L + U_C = 118 \text{ V} \\ U_L - U_C = 32 \end{cases} \Rightarrow U_L = 75 \text{ V}$

Lúc đó  $U_R = \sqrt{U_{RL}^2 - U_L^2} = \sqrt{(75\sqrt{2})^2 - (75)^2} = 75 \text{ V}$

Vậy:  $I = \frac{U_R}{R} = \frac{75}{25} = 3 \text{ A} \Rightarrow \text{Chọn D.}$



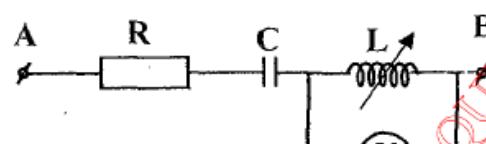
## 7. Bài toán L biến thiên cho $U_{L_{\max}}$ , và C biến thiên cho $U_{C_{\max}}$

Câu 37: Cho đoạn mạch xoay chiều gồm ba phần tử: Điện trở R, tụ điện C và cuộn dây thuần cảm L mắc nối tiếp, giá trị của L có thể thay đổi được. Biết hiệu điện thế giữa hai đầu mạch AB là

$$u = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (V),$$

$R = 100 \Omega$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$  F, vôn kế lí tưởng. Khi thay đổi L, thấy có một giá trị làm cho vôn kế chỉ cực đại, giá trị của L là

- A.  $\frac{2,5}{\pi}$  H.      B.  $\frac{1,5}{\pi}$  H.      C.  $\frac{\pi}{2,5}$  H.      D.  $\frac{\pi}{1,5}$  H.



*Hướng dẫn:*

Vôn kế chỉ cực đại khi điện áp trên cuộn dây lớn nhất. Dạng bài toán này đã trình bày ở bài toán số 2 khi khảo sát cực trị bằng nhiều con đường, vì là bài toán đặc biệt, nên phải nhớ  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C}$ , thay số ta được  $Z_L = 250 \Omega$

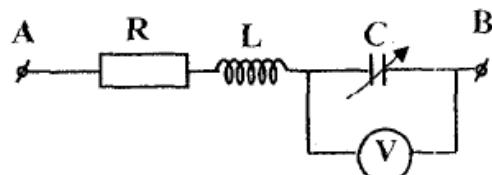
$$\Rightarrow L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{250}{100\pi} = \frac{2,5}{\pi} \text{ H} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

Câu 38: Cho đoạn mạch xoay chiều như

hình vẽ. Cuộn dây thuần cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  H.

Điện áp đặt vào hai đầu đoạn mạch AB

có dạng  $u = U\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (V)$ .



Khi cho tụ điện C biến thiên, thấy có một giá trị  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi}$  F làm số chỉ vôn kế cực đại bằng 150V. Giá trị điện trở R và điện áp hiệu dụng U của mạch lần lượt là

- A.  $R = 150\Omega$ ;  $U = 75V$ .      B.  $R = 100\Omega$ ;  $U = 75\sqrt{2}V$ .  
C.  $R = 100\Omega$ ;  $U = 150V$ .      D.  $R = 150\Omega$ ;  $U = 200V$ .

**Hướng dẫn:** Chọn B vì

+ Cảm kháng  $Z_L = \omega L = 100\pi \cdot \frac{1}{\pi} = 100 \Omega$ , dung kháng  $Z_C = \frac{1}{100\pi \frac{10^{-4}}{2\pi}} = 200 \Omega$ .

+ Đây là bài toán C biến thiên cho  $U_{C_{max}}$ , tương tự như bài toán L biến thiên cho  $U_{L_{max}}$ , sử dụng phương pháp đại số hoặc phương pháp giản đồ véc tơ đều cho kết

$$\text{qua } Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \text{ và } U_{C_{max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R}$$

+ Từ  $Z_C = \frac{R^2 + Z_L^2}{Z_L} \Rightarrow R = \sqrt{Z_C \cdot Z_L - Z_L^2} = \sqrt{200 \cdot 100 - 100^2} = 100\Omega$ .

+ Từ  $U_{C_{max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_L^2}}{R} \Rightarrow U = \frac{U_{C_{max}} \cdot R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{150 \cdot 100}{\sqrt{100^2 + 100^2}} = 75\sqrt{2}V$

**Câu 39:** Đặt một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ , điện trở thuần  $R$  và tụ điện có điện dung  $C$  mắc nối tiếp theo thứ tự trên. Gọi  $U_L$ ,  $U_R$  và  $U_C$  lần lượt là các điện áp hiệu dụng giữa hai đầu mỗi phần tử. Biết điện áp giữa hai đầu đoạn mạch AB lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch NB (đoạn mạch NB gồm  $R$  và  $C$ ). Hệ thức đúng là

A.  $U^2 = U_R^2 + U_C^2 + U_L^2$       B.  $U_C^2 = U_R^2 + U_L^2 + U^2$ .

C.  $U_L^2 = U_R^2 + U_C^2 + U^2$       D.  $U_R^2 = U_C^2 + U_L^2 + U^2$

**Hướng dẫn:**

Giản đồ véc tơ theo cách vẽ nối tiếp cho đoạn mạch LRC với các dữ kiện bài toán như hình vẽ.

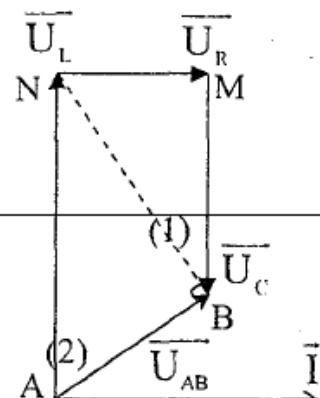
Theo định lí Pitago cho tam giác vuông BAN ta có:

$$U_L^2 = U^2 + U_{NB}^2$$

Cũng từ định lí Pitago áp dụng cho tam giác vuông MNB ta lại có:  $U_{NB}^2 = U_R^2 + U_C^2$

Từ (1) và (2) ta được:  $U_L^2 = U^2 + U_R^2 + U_C^2$

$\Rightarrow$  Chọn C.



Câu 40: Mạch điện xoay chiều gồm R, C, L ghép nối tiếp. Đặt điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng  $U = 100\sqrt{3}$  V vào hai đầu đoạn mạch. Khi L biến thiên, có một giá trị của L làm  $U_L^{\max}$ , lúc đó thấy  $U_C = 200$  V. Hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm đạt cực đại bằng

- A. 100 V.      B. 200 V.      C. 300 V.      D.  $200\sqrt{3}$  V.

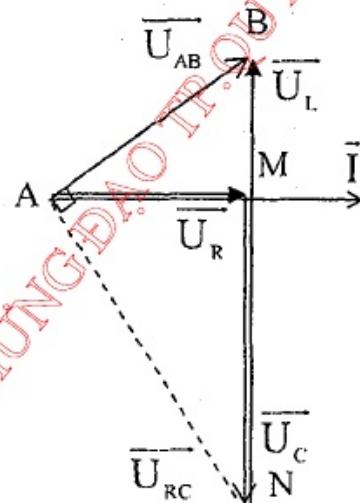
Hướng dẫn:

Đây là bài toán L biến thiên cho  $U_L^{\max}$ , theo các phương pháp khảo sát cực trị ở phần đầu, nếu vẽ giản đồ vectơ thì lúc đó  $\overline{U}_{RC} \perp \overline{U}$  nên  $AB^2 = MB \cdot NB$

$$\Rightarrow U^2 = (U_L - U_C) \cdot U_L \Rightarrow U_L^2 - U_C U_L - U^2 = 0$$

$$\text{Thay số: } U_L^2 - 200U_L - 3 \cdot 10^4 = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} U_L = -1 \\ U_L = 300 \end{cases} \Rightarrow U_L^{\max} = 300 \text{ V} \Rightarrow \text{Đáp án C.}$$



## 8. Các bài toán có R không đổi, sử dụng các công thức tính nhanh

$$P = P_{\max} \cdot \cos^2 \varphi \text{ hay } I = I_{\max} \cdot \cos \varphi; U_R = U_{R\max} \cdot \cos \varphi, \text{ vv...}$$

+ Trước hết ta xây dựng công thức  $P = P_{\max} \cdot \cos^2 \varphi$

Ai chẳng biết rằng  $P = UI \cos \varphi$ , biến đổi một chút ta có

$$P = UI \cos \varphi = U \cdot \frac{U}{Z} \cos \varphi = \frac{U^2}{Z} \cdot \cos \varphi = \frac{U^2}{R} \cdot \frac{R}{Z} \cdot \cos \varphi = P_{\text{CHD}} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \varphi = P_{\max} \cdot \cos^2 \varphi$$

+ Tiếp theo, từ biểu thức đã xây dựng  $P = P_{\max} \cdot \cos^2 \varphi$  ta chỉ cần viết:

$$I^2 \cdot R = I_{\max}^2 \cdot R \cdot \cos^2 \varphi \Rightarrow I^2 = I_{\max}^2 \cos^2 \varphi \Rightarrow I = I_{\max} \cdot \cos \varphi$$

+ Tiếp theo nữa, từ  $I = I_{\max} \cdot \cos \varphi$  nhân cả 2 vế với R ta được  $U_R = U_{R\max} \cdot \cos \varphi$

Nếu gặp bài toán có C biến thiên thì  $Z_L$  không đổi, ta còn có  $U_L = U_{L\max} \cdot \cos \varphi$  và

$$U_{RL} = U_{RL\max} \cdot \cos \varphi, \text{ vv...}$$

**Câu 41:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu mạch gồm điện trở  $R$  nối tiếp với cuộn dây không thuần cảm và tụ điện có điện dung thay đổi. Thấy rằng với giá trị  $C_1$  thì  $\cos\varphi_1 = 0,5$  và mạch tiêu thụ công suất  $P_1 = 150W$ . Với giá trị  $C_2$  thì  $\cos\varphi_2 = 0,8$  và mạch tiêu thụ công suất  $P_2$ . Giá trị của  $P_2$  là

- A.  $150\sqrt{3}$  W.      B. 384W.      C. 240W.      D.  $100\sqrt{2}$  W.

**Hướng dẫn:**

Đây là bài toán có  $R$  không đổi nên được dùng công thức  $P = P_{\max} \cdot \cos^2\varphi$ , áp dụng cho hai trường hợp ta có:  $\begin{cases} P_1 = P_{\max} \cdot \cos^2\varphi_1 \\ P_2 = P_{\max} \cdot \cos^2\varphi_2 \end{cases} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{\cos^2\varphi_2}{\cos^2\varphi_1}$

$$\Rightarrow P_2 = \left( \frac{\cos\varphi_2}{\cos\varphi_1} \right)^2 \cdot P_1 = \left( \frac{0,8}{0,5} \right)^2 \cdot 150 = 384W \Rightarrow \text{Đáp án B}$$

→ Rút kinh nghiệm: Cần lưu ý quan hệ  $\frac{P_2}{P_1} = \frac{\cos^2\varphi_2}{\cos^2\varphi_1}$ , nếu bài toán cứ cho 3 đại lượng dù trực tiếp hay gián tiếp thì sẽ suy ra 1 còn lại, kiểu như cho  $P_1$ ,  $|\varphi_1|$  và  $P_2$  tìm  $|\varphi_2|$ , ... thì sẽ tìm rất nhanh.

**Câu 42:** Một đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần  $R_1$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C$ , đoạn mạch MB gồm điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$ . Đặt điện áp xoay chiều có tần số và giá trị hiệu dụng không đổi vào hai đầu đoạn mạch AB. Khi đó đoạn mạch AB tiêu thụ công suất bằng 120 W và có hệ số công suất bằng 1. Nếu nối tắt hai đầu tụ điện thì điện áp hai đầu đoạn mạch AM và MB có cùng giá trị hiệu dụng nhưng lệch pha nhau  $\frac{\pi}{3}$ , công suất tiêu thụ trên đoạn mạch AB trong trường hợp này bằng

- A. 180 W.      B. 160 W.      C. 90 W.      D. 75 W.

**Hướng dẫn:**

Lúc đầu hệ số công suất của mạch bằng 1, mạch đang có cộng hưởng điện nên công suất 120 W chính là công suất cực đại  $P_{\max} = 120W$ .

Để tìm công suất sau khi nối tắt tụ điện ta dùng công thức  $P = P_{max} \cdot \cos^2 \varphi = 120 \cdot \cos^2 \varphi$

Nhìn biểu thức này ta thấy để tìm được  $P$  ta cần phải tìm được  $\cos\phi$ .

Đọc đề bài toán ta thấy có sự lệch pha giữa các điện áp nên ta sẽ dùng giàn đồ véc tơ để tìm  $\cos\varphi$  cho nhanh. Theo đề bài thì tam giác MAB cân tại M, dễ dàng thấy góc  $\varphi = \frac{\pi}{6}$  do đó ta được

$$P = 120 \cdot \cos^2 \frac{\pi}{6} = 120 \cdot \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = 90 \text{W} \Rightarrow \text{Dáp án C.}$$

*Hiểu ngắn gọn cách giải bài toán trên: Bài toán đã cho  $P_{\max}$ , để tìm  $P$  ta cần tìm  $\cos\phi$  dựa vào giản đồ véc tơ.*

**Bài toán cùng loại:** Đoạn mạch gồm một cuộn dây có điện trở  $R$  và độ tự cảm  $L$  nối tiếp với một tụ điện biến đổi có điện dung thay đổi được. Điện áp xoay chiều ở hai đầu đoạn mạch  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  (V). Khi  $C = C_1$  thì công suất mạch là  $P = 200W$  và cường độ dòng điện qua mạch là  $i = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \pi/3)$  (A). Khi  $C = C_2$  thì công suất cực đại. Công suất của mạch khi  $C = C_2$  là

- A. 400 W.      B. 200 W.      C. 800 W.      D. 600 W.

### *Lời giải:*

Bài toán này đã cho P, cho  $\phi$ , vậy để tìm  $P_{\max}$  ta xuất phát từ  $P = P_{\max} \cdot \cos^2 \phi$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{P}{\cos^2 \varphi} = \frac{200}{\cos^2 \frac{\pi}{3}} = 800 \text{ W}$$

**Đây cũng là bài tương tự nhưng đã diễn đạt theo cách khác:** Trong đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở  $R$ , tụ điện có điện dung  $C$  biến đổi được và cuộn dây chỉ có độ tự cảm  $L$  mắc nối tiếp với nhau. Điện áp trong mạch là  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V). Ban đầu độ lệch pha giữa  $u$  và  $i$  là  $60^\circ$  thì công suất tiêu thụ của mạch là  $50W$ . Thay đổi tụ  $C$  để  $u_{AB}$  cùng pha với  $i$  thì mạch tiêu thụ công suất là

- A. 200W      B. 50W      C. 100W      D. 120W

Rõ ràng bài toán đã cho  $P$ , cho  $\varphi$ , chỉ một phép tính có thể chọn ngay đáp án A.

**Câu 43:** Đặt điện áp xoay chiều vào hai đầu mạch gồm điện trở  $R$  nối tiếp với cuộn dây thuần cảm và tụ điện có điện dung thay đổi. Thấy rằng với giá trị  $C_1$  thì  $U_R = U_L = U_C = 100V$ . Với giá trị  $C_2$  thì  $U'_R = U'_L = \frac{1}{2}U'_C$ . Điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa  $R$  và  $L$  là

A.  $50V$

B.  $50\sqrt{2}V$

C.  $50\sqrt{3}V$

D.  $100V$

**Hướng dẫn:**

Lúc đầu: vì  $U_L = U_C$  nên trong mạch có cộng hưởng

$$\text{điện} \Rightarrow U_{RL}^{\max} = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = 100\sqrt{2}V$$

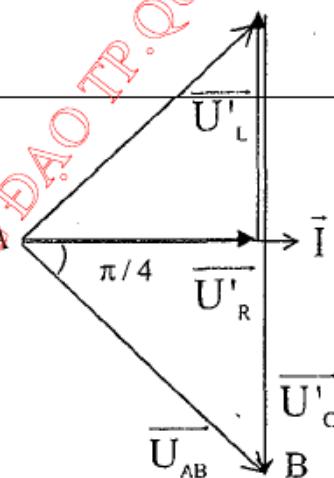
Về sau: từ giàn đồ véc tơ dễ dàng thấy ngay u lệch i góc  $\frac{\pi}{4}$  nên điện áp hiệu dụng trên đoạn mạch chứa  $R$  và  $L$  lúc này là  $U_{RL} = U_{RL}^{\max} \cdot \cos\varphi = 100\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 100V$

$\Rightarrow$  Đáp án D.

**Hiểu ngắn gọn cách giải:** Bài toán trên đã cho  $U_{RL}^{\max}$

một cách gián tiếp, để tìm được  $U_{RL}$  trước hết ta đã dùng giàn đồ véc tơ để tìm  $\cos\varphi$

### 8. Các bài toán L, C hoặc biến thiên có 2 giá trị cho cùng dòng điện.



**Câu 44:** Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch RLC, biết cuộn dây thuần cảm và giá trị  $L$  thay đổi được. Khi  $L = L_1 = \frac{2,5}{\pi} H$  hoặc  $L = L_2 = \frac{1,5}{\pi} H$  thì cường độ dòng điện trong mạch trong hai trường hợp bằng nhau. Để công suất tiêu thụ trong mạch đạt cực đại thì  $L$  phải bằng

A.  $L = \frac{4}{\pi} H$

B.  $L = \frac{2}{\pi} H$

C.  $L = \frac{1}{\pi} H$

D.  $L = \frac{0,5}{\pi} H$

**Hướng dẫn:**

+ Theo đề ra  $I_1 = I_2 \Rightarrow I_1^2 = I_2^2 \Rightarrow Z_1^2 = Z_2^2$

$$\Rightarrow R^2 + (Z_{L_1} - Z_C)^2 = R^2 + (Z_{L_2} - Z_C)^2 \Rightarrow (Z_{L_1} - Z_C)^2 = (Z_{L_2} - Z_C)^2$$

$$\Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$$

(1)

+ Vì là bài toán L biến thiên cho công suất của mạch cực đại nên trong mạch lúc đó xảy ra cộng hưởng điện  $\Rightarrow Z_L = Z_C$  (2)

+ Đổi chiều (2) và (1) ta được  $Z_L = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} \Rightarrow L = \frac{L_1 + L_2}{2}$

Áp dụng bằng số cho bài toán này,  $L = \frac{\frac{2,5}{\pi} + \frac{1,5}{\pi}}{2} = \frac{2}{\pi}$  H  $\Rightarrow$  Chọn B.

☞ **Chú ý:**

+ Nếu bài toán cho thêm tần số f, tìm C thì ta sẽ tìm dựa theo biểu thức số (1):

$$Z_C = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}$$

+ Khi gấp bài toán L biến thiên, có 2 giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một cường độ dòng điện (theo cách biến đổi trên thì lúc đó cũng sẽ có cùng công suất tiêu thụ, cùng độ lớn của sự lệch pha giữa u và i, cùng điện áp trên phần tử không đổi, vv...). Tìm L để có cộng hưởng điện ( $I = I_{max}$ ;  $\varphi_u = \varphi_i$ ;  $\varphi = \varphi_u - \varphi_i = 0$ ;  $(\cos\varphi)_{max} = 1$ ;

$P = P_{max}; U_R = U_{R max}$ ; ) thì bao giờ cũng thu được  $Z_L = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2}$  từ đây suy ra

$$L = \frac{L_1 + L_2}{2}$$

+ Tương tự, khi gấp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị  $C_1, C_2$  làm cho hoặc là

$I_1 = I_2$  hoặc  $P_1 = P_2$  hay hoặc là  $|\varphi_1| = |\varphi_2|, \dots$  thì sẽ có quan hệ  $Z_L = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2}$ .

Nếu tìm C để có cộng hưởng điện thì cách làm tương tự và bao giờ cũng thu được

$$Z_C = \frac{Z_{C_1} + Z_{C_2}}{2} \text{ từ đây suy ra } \frac{1}{C} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \text{ hay } C = \frac{2C_1 C_2}{(C_1 + C_2)}$$

**Ví dụ:** Cho đoạn mạch RLC mắc nối tiếp, tụ có điện dung C thay đổi được. Khi

$C_1 = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi}$  F hoặc  $C_2 = \frac{10^{-4}}{1,5\pi}$  F thì công suất của mạch có giá trị bằng nhau. Để

điện áp trên cuộn dây cực đại thì giá trị của C phải bằng

- A.  $\frac{2 \cdot 10^{-4}}{3\pi}$  F      B.  $\frac{10^{-4}}{2\pi}$  F      C.  $\frac{3 \cdot 10^{-4}}{2\pi}$  F      D.  $\frac{10^{-4}}{\pi}$  F

**Hướng dẫn:** Chọn D vì  $C = \frac{2C_1 C_2}{(C_1 + C_2)} = \frac{2 \cdot \frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} \cdot \frac{10^{-4}}{1,5\pi}}{\left(\frac{2 \cdot 10^{-4}}{\pi} + \frac{10^{-4}}{1,5\pi}\right)} = \frac{10^{-4}}{\pi} F$

**Câu 45:** Cho đoạn mạch RLC có L thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều có tần số 50 Hz. Khi  $L = L_1 = \frac{3}{\pi} H$  hoặc  $L = L_2 = \frac{1}{\pi} H$  thì dòng điện tức thời  $i_1, i_2$  tương ứng đều lệch pha một góc  $\frac{\pi}{3}$  so với hiệu điện thế ở hai đầu đoạn mạch. Giá trị điện trở R trong mạch bằng

- A.  $100\sqrt{2} \Omega$       B.  $100\sqrt{3}\Omega$       C.  $\frac{100}{\sqrt{3}}\Omega$       D.  $200 \Omega$

**Hướng dẫn:**

+  $\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 50 = 100\pi \text{ rad/s}$

+ Cảm kháng  $Z_{L_1} = \omega L_1 = 100\pi \frac{3}{\pi} = 300 \Omega$

$$Z_{L_2} = \omega L_2 = 100\pi \frac{1}{\pi} = 100 \Omega$$

+ Vì cùng pha nên sẽ cùng dòng điện ( $I_1 = I_2$ )  $\Rightarrow Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} = 200 \Omega$

+ Từ  $\tan \phi = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{R} \Rightarrow R = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{\tan \phi} = \frac{300 - 200}{\tan \frac{\pi}{3}} = \frac{100}{\sqrt{3}} \Omega \Rightarrow$  Chọn C.

**Tương tự:** Cho đoạn mạch RLC có L thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch hiệu điện thế xoay chiều có tần số 50 Hz. Khi  $L = L_1 = \frac{3}{\pi} H$  hoặc  $L = L_2 = \frac{1}{\pi} H$  thì dòng điện trong mạch có giá trị hiệu dụng như nhau nhưng hai dòng điện này lệch pha nhau một góc  $\frac{\pi}{3}$ . Giá trị điện trở R trong mạch bằng

- A.  $100\sqrt{2} \Omega$       B.  $100\sqrt{3}\Omega$       C.  $\frac{100}{\sqrt{3}}\Omega$       D.  $200 \Omega$

Gợi ý lời giải: Bài toán này vẫn có  $Z_C = \frac{Z_{L_1} + Z_{L_2}}{2} = 200 \Omega$ , hai dòng điện đối

xứng nhau qua trực điện áp  $U$  nên mỗi dòng điện chỉ lệch với điện áp góc

$$\frac{\pi}{3} : 2 = \frac{\pi}{6} \Rightarrow R = \frac{Z_{L_1} - Z_C}{\tan \varphi} = \frac{300 - 200}{\tan \frac{\pi}{6}} = 100\sqrt{3}\Omega$$

Câu 46: Cho đoạn mạch RLC có L thay đổi được. Đặt vào hai đầu đoạn mạch

hiệu điện thế xoay chiều có tần số  $f$ . Khi  $L = L_1 = \frac{2}{\pi} H$  hoặc  $L = L_2 = \frac{3}{\pi} H$  thì  
hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm này là như nhau. Muốn hiệu điện thế trên  
cuộn dây đạt cực đại thì L phải bằng

- A.  $L = \frac{2,4}{\pi} H$       B.  $L = \frac{2,5}{\pi} H$       C.  $L = \frac{1}{\pi} H$       D.  $L = \frac{5}{\pi} H$

Hướng dẫn:

+ Đây là bài toán L biến thiên, để hiệu điện thế trên cuộn dây thuần cảm đạt cực

$$\text{đại thì } Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \rightarrow L = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega Z_C} = \frac{R^2 + Z_C^2}{\omega L} = \frac{[R^2 + Z_C^2]C}{\omega C} \quad (1).$$

$$\text{Theo đề ra ta có: } U_{L_1} = U_{L_2} \Rightarrow I_1 Z_{L_1} = I_2 Z_{L_2} \Rightarrow \frac{U}{Z_1} \cdot Z_{L_1} = \frac{U}{Z_2} \cdot Z_{L_2}$$

$$\text{Biến đổi ta được: } (L_1 + L_2) [R^2 + Z_C^2] = \frac{2}{C} L_1 L_2 \Rightarrow [R^2 + Z_C^2] C = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} \quad (2)$$

$$\text{Đối chiếu (2) và (1) suy ra } L = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)} = \frac{\frac{2}{\pi} \cdot \frac{3}{\pi}}{\left(\frac{2}{\pi} + \frac{3}{\pi}\right)} = \frac{2,4}{\pi} H \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

☞ Chú ý:

+ Khi gặp bài toán cuộn dây thuần cảm với L biến thiên, có 2 giá trị  $L_1, L_2$  cho cùng một hiệu điện thế trên cuộn dây. Để hiệu điện thế trên cuộn dây đạt cực đại

thì L sẽ được tính theo  $L = \frac{2 L_1 L_2}{(L_1 + L_2)}$  hay  $\frac{1}{L} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right)$ . Ta nên nhớ kết quả

của bài toán này để làm bài thi trắc nghiệm cho nhanh.

+ Tương tự, khi gấp bài toán C biến thiên, có 2 giá trị  $C_1, C_2$  làm cho hiệu điện thế trên tụ trong hai trường hợp bằng nhau. Tìm C để hiệu điện thế trên tụ đạt cực đại thì C sẽ được tính theo công thức  $C = \frac{C_1 + C_2}{2}$ . Chẳng hạn: Cho mạch điện RLC nối tiếp, tụ có điện dung C thay đổi được. Khi  $C_1 = \frac{10^{-4}}{\pi} F$  hoặc  $C_2 = \frac{3.10^{-4}}{\pi} F$  thì hiệu điện thế hiệu dụng hai đầu tụ điện có giá trị bằng nhau. Để hiệu điện thế hiệu dụng ở hai đầu tụ điện đạt giá trị cực đại thì điện dung của tụ điện phải bằng

- A.  $\frac{2.5.10^{-4}}{\pi} F$       B.  $\frac{2.10^{-4}}{\pi} F$       C.  $\frac{1.5.10^{-4}}{\pi} F$       D.  $\frac{4.10^{-4}}{\pi} F$

$$\text{Chọn B vì } C = \frac{C_1 + C_2}{2} = \frac{\frac{10^{-4}}{\pi} + \frac{3.10^{-4}}{\pi}}{2} = \frac{2.10^{-4}}{\pi} F.$$

**Câu 47:** Đoạn mạch xoay chiều gồm điện trở thuần R, cuộn thuần cảm L và tụ điện C nối tiếp. Đặt vào mạch điện một điện áp xoay chiều có hiệu điện thế hiệu dụng không đổi còn tần số góc  $\omega$  thay đổi được. Khi  $\omega = \omega_1 = 200\pi$  rad/s hoặc  $\omega = \omega_2 = 50\pi$  rad/s thì công suất của đoạn mạch bằng nhau. Để công suất của đoạn mạch cực đại thì tần số góc  $\omega$  phải bằng

- A.  $125\pi$  rad/s      B.  $40\pi$  rad/s      C.  $100\pi$  rad/s      D.  $200\pi$  rad/s

*Hướng dẫn:*

- ♦ Theo đề ra  $P_1 = P_2 \Rightarrow I_1^2 R = I_2^2 R \Rightarrow I_1^2 = I_2^2 \Rightarrow Z_L^2 = Z_C^2$   
 $\Rightarrow R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = R^2 + (Z_{L2} - Z_{C2})^2 \Rightarrow (Z_{L1} - Z_{C1})^2 = (Z_{L2} - Z_{C2})^2$   
Biến đổi được:  $LC = -\frac{1}{\omega_1 \omega_2}$  hoặc  $LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}$ . Nhưng chỉ lấy  $LC = \frac{1}{\omega_1 \omega_2}$  (1)
- ♦ Vì  $R = \text{const}$ , muốn công suất  $P = I^2 R$  đạt cực đại thì  $I_{\max}$  tức là trong mạch phải xảy ra cộng hưởng điện, lúc đó  $Z_L = Z_C \Rightarrow \omega L = \frac{1}{\omega C}$  hay  $\omega^2 = \frac{1}{LC}$  (2)
- ♦ Từ (2) và (1) có  $\omega^2 = \omega_1 \omega_2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} = \sqrt{200\pi \cdot 50\pi} = 100\pi$  rad/s  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 48:** Lần lượt đặc các điện áp xoay chiều  $u_1 = U\sqrt{2} \cos(120\pi t + \varphi_1)$ ;  $u_2 = U\sqrt{2} \cos(120\pi t + \varphi_2)$  và  $u_3 = U\sqrt{2} \cos(110\pi t + \varphi_3)$  vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp thì cường độ dòng điện trong đoạn mạch có biểu thức tương ứng là:

$i_1 = I\sqrt{2} \cos 100\pi t$ ;  $i_2 = I\sqrt{2} \cos(120\pi t + \frac{2\pi}{3})$  và  $i_3 = I'\sqrt{2} \cos(110\pi t - \frac{2\pi}{3})$ . So sánh I và  $I'$ , ta có:

- A.  $I > I'$ .      B.  $I < I'$ .      C.  $I = I'$ .      D.  $I = I'\sqrt{2}$ .

**Hướng dẫn:**

**Cách 1:** Nhận thấy  $(110\pi)^2 \approx 100\pi \cdot 120\pi$  tức là  $\omega_3^2 = \omega_1\omega_2 \Rightarrow \omega_3$  là tần số góc xảy ra cộng hưởng điện, tức là dòng điện  $I'$  lúc đó lớn nhất  $\Rightarrow I < I' \Rightarrow$  Chọn B.

**Cách 2:** Cùng điện áp u, trường hợp 1 và 2 có cùng giá trị hiệu dụng, chúng tờ tổng trở trong 2 trường hợp đó bằng nhau  $Z_1 = Z_2$

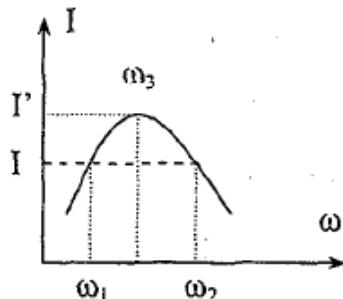
$$\Rightarrow \sqrt{R^2 + \left(100\pi L - \frac{1}{100\pi C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(120\pi L - \frac{1}{120\pi C}\right)^2}$$

$$\Rightarrow 100\pi L - \frac{1}{100\pi C} = -\left(120\pi L - \frac{1}{120\pi C}\right)$$

$$\Rightarrow 12000\pi^2 LC = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{LC} = 12000\pi^2 \Rightarrow \omega_{CH}^2 = 12000\pi^2 \Rightarrow \omega_{CH} \approx 110\pi$$

$$\Rightarrow I' \approx I_{max} \Rightarrow I < I' \Rightarrow$$
 Chọn B.



**Cách 3:** Vẽ đồ thị, vì  $\omega_1 < \omega_3 < \omega_2$ ;  $I_1 = I_2 = I$ ;

U như nhau  $\Rightarrow I < I' \Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 49:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần có độ tự cảm L và tụ điện có điện dung C mắc nối tiếp. Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn dây có cùng một giá trị. Khi  $\omega = \omega_L$  thì điện áp hiệu dụng giữa hai cuộn dây đạt cực. Hệ thức liên hệ giữa  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  và  $\omega_L$  là

A.  $\omega_L = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$

B.  $\omega_L^2 = \frac{1}{2}(\omega_1^2 + \omega_2^2)$

C.  $\omega_L = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$

D.  $\frac{1}{\omega_L^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right)$

**Hướng dẫn:**

Do  $U_{1L} = U_{2L}$   $\Rightarrow \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1}\right)^2}} \cdot L\omega_1 = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2}\right)^2}} \cdot L\omega_2$  và để  
điện áp giữa hai cuộn dây đạt cực thì  $\omega_L = \sqrt{\frac{2}{2LC - R^2C^2}} = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{\frac{2L}{C} - R^2}}$

Từ đó suy ra  $\frac{1}{\omega_L^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 50:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  có  $U_0$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch có  $R, L, C$  mắc nối tiếp. Thay đổi  $\omega$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $\omega = \omega_1$  bằng cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $\omega = \omega_2$ . Hệ thức đúng là

A.  $\omega_1 + \omega_2 = \frac{2}{LC}$

B.  $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC}$

C.  $\omega_1 + \omega_2 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$

D.  $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

**Hướng dẫn:**

Bằng phương pháp đánh giá kiểu hàm số như trong cuốn GIẢI TOÁN BẰNG NHIỀU CÁCH và MỘT CÁCH CHO NHIỀU BÀI TOÁN VẬT LÝ ta sẽ giải quyết rất nhanh một loạt các bài toán có một đại lượng biến thiên có 2 giá trị cho cùng I, cùng P,... như tất cả các bài đã mô tả ở trên.

Thực vậy, ta có  $I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$

Ta thấy I phụ thuộc và  $\omega$  theo kiểu hàm phân thức vì vậy có quan hệ phân thức

$\omega_0 = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  mà  $\omega_0$  là tần số góc để I lớn nhất  $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Từ đó suy ra  $\frac{1}{\sqrt{LC}} = \sqrt{\omega_1 \omega_2}$  hay  $\omega_1 \omega_2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow$  Chọn B.

## 9. Một số dạng bài toán khác và một số bài toán tổng hợp.

**Câu 51:** Một đoạn mạch gồm điện trở thuần R, cuộn cảm thuần L và tụ điện C mắc nối tiếp. Đặt vào hai đầu đoạn mạch trên điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$ , với  $\omega$  có giá trị thay đổi còn  $U_0$  không đổi. Khi  $\omega = \omega_R$  thì điện áp hiệu dụng trên R cực đại. Khi  $\omega = \omega_C$  thì điện áp hiệu dụng trên C cực đại. Khi  $\omega$  chỉ thay đổi từ giá trị  $\omega_R$  đến giá trị  $\omega_C$  thì điện áp hiệu dụng trên L

- A. tăng rồi giảm. B. luôn tăng. C. giảm rồi tăng. D. luôn giảm.

**Hướng dẫn:**

Xem lại phần III của chuyên đề này để cập đến các phương pháp khảo sát cực trị, với bài toán 2 mục d, với  $\omega$  biến thiên, ta thấy rằng để

$$U_R \text{ cực đại} \text{ thì } \omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

$$U_L \text{ cực đại} \text{ thì } \omega_L = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} \text{ với điều kiện } \frac{L}{C} > \frac{R^2}{2}$$

$$U_C \text{ cực đại} \text{ thì } \omega_C = \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}}$$

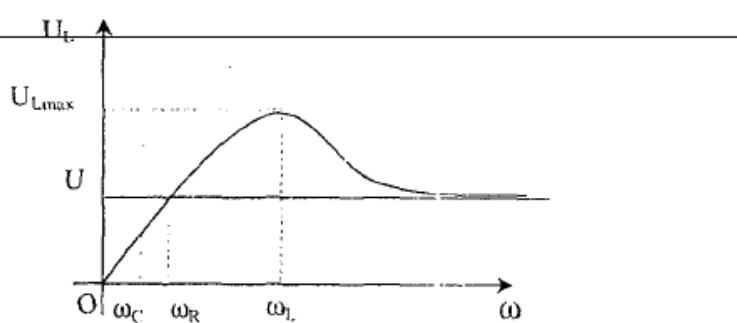
Với điều kiện có nghiệm  $\frac{L}{C} > \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow 1 > \frac{CR^2}{2L}$ , qua ba biểu thức trên ta dễ dàng thấy rằng:

$$\frac{1}{\sqrt{LC}} \sqrt{1 - \frac{CR^2}{2L}} < \frac{1}{\sqrt{LC}} < \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{\frac{CR^2}{2L}}}$$

$$\text{hay } \frac{1}{L} \sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{2}} < \frac{1}{\sqrt{LC}} < \frac{1}{C} \sqrt{\frac{1}{L} - \frac{1}{\frac{R^2}{2}}}$$

tức là  $\omega_C < \omega_R < \omega_L$ .

Qua đồ thị ta thấy ngay khi  $\omega$  chỉ thay đổi từ giá trị  $\omega_R$  đến giá trị  $\omega_C$  thì điện áp hiệu dụng trên L luôn giảm  $\Rightarrow$  Chọn D.



Rút kinh nghiệm cho bài toán khác: Bài toán trên còn cho ta biết khi  $\omega$  thay đổi từ 0 đến  $\infty$  thì thứ tự đạt cực đại sẽ là điện áp trên tụ, sau đó đến điện trở, cuối cùng là trên cuộn thuần cảm, tất nhiên khi  $\omega$  giảm liên tục từ  $\infty$  đến 0 thì thứ tự lại đảo ngược lại. Ta sẽ làm bài toán sau: Đặt một điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  ( $U_0$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào 2 đầu đoạn mạch gồm R, L, C mắc nối tiếp với các thông số của mạch thỏa mãn điều kiện  $CR^2 < 2L$ . Gọi  $V_1, V_2, V_3$  lần lượt là các vôn kế mắc vào 2 đầu R, L, C. Khi tăng dần tần số thì thấy trên mỗi vôn kế đều có 1 giá trị cực đại, thứ tự lần lượt các vôn kế chỉ giá trị cực đại khi tăng dần tần số là

- A.  $V_1, V_2, V_3$ .      B.  $V_3, V_2, V_1$ .      C.  $V_3, V_1, V_2$ .      D.  $V_1, V_3, V_2$ .

*Dương nhiên ta sẽ chọn ngay đáp án C.*

Một điều ta cũng không nên quên ở bài toán tự luận ở mục III là giữa 3 tần số góc liên hệ với nhau theo biểu thức  $\omega_R^2 = \omega_L \omega_C$ . Hãy nhớ để ta làm các bài toán liên quan kiểu như: Cho mạch xoay chiều không phân nhánh RLC có tần số dòng điện thay đổi được. Gọi  $f_0, f_1, f_2$  lần lượt là các giá trị của tần số dòng điện làm cho  $U_{R\max}, U_{L\max}, U_{C\max}$ . Liên hệ giữa các tần số là

- A.  $\frac{f_1}{f_0} = \frac{f_0}{f_2}$       B.  $f_0 = f_1 + f_2$       C.  $f_0 = \frac{f_1}{f_2}$       D.  $f_0 = \frac{f_2}{f_1}$

Ta sẽ chọn đáp án A cho bài toán trên.

**Câu 52:** Đoạn mạch LRC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, điện trở  $R = 40\Omega$ , tụ điện có điện dung C thay đổi được. Điện áp xoay chiều hai đầu đoạn mạch có biểu thức  $u = 200 \cos(\omega t - \frac{\pi}{7})V$ . Điều chỉnh C để  $U_{RC} = U_{RC}^{\max} = 200V$  và đạt giá trị cực tiểu  $U_{RC}^{\min}$ . Giá trị  $U_{RC}^{\min}$  là

- A.  $\frac{200}{\sqrt{3}}V$ .      B.  $30\sqrt{2}V$ .      C.  $60\sqrt{2}V$ .      D.  $50\sqrt{2}V$ .

**Hướng dẫn:**

Với bài toán C biến thiên này, theo phần lý thuyết, bằng phương pháp đạo hàm ta

có:  $U_{RC}^{\max} = \frac{U \cdot 2R}{\sqrt{Z_L^2 + 4R^2} - Z_L}$  rồi cho  $U_{RC}^{\max} = 200$  rút ra  $Z_L = 20\sqrt{2}\Omega$  để thay vào

$$U_{RC}^{\min} \text{ ta được: } U_{RC}^{\min} = \frac{U \cdot R}{\sqrt{R^2 + Z_L^2}} = \frac{100\sqrt{2} \cdot 40}{\sqrt{(40^2 + 800)}} = \frac{200}{\sqrt{3}}V.$$

Câu 53: Cho mạch điện xoay chiều không phân nhánh AD gồm hai đoạn mạch AM và MD. Đoạn mạch AM chứa cuộn dây không thuận cảm  $R = 40\sqrt{3}\Omega$  và độ tự cảm  $L = \frac{2}{5\pi} H$ . Đoạn mạch MD chứa tụ điện có điện dung  $C$  thay đổi được.

Đặt vào mạch điện áp  $u = 240 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (V)$ . Điều chỉnh  $C$  để điện áp  $(U_{AM} + U_{MD})$  cực đại. Giá trị cực đại đó bằng

A. 240V

B.  $240\sqrt{2}V$

C. 160V

D.  $160\sqrt{3}V$

Hướng dẫn:

Để dàng tính được:  $Z_L = 40\Omega$  và  $Z_{AM} = \sqrt{R^2 + Z_L^2} = \sqrt{(40\sqrt{3})^2 + (40)^2} = 80\Omega$

Để  $(U_{AM} + U_{MD})_{max}$  thì  $Y = (U_{AM} + U_{MD})^2 = Y_{max}$

Ta có:

$$Y = (U_{AM} + U_{MD})^2 = I^2 \cdot (Z_{AM} + Z_{MD})^2 = \frac{U^2}{Z^2} \cdot (Z_{AM} + Z_C)^2$$

$$Y = \frac{U^2}{R^2 + (Z_L - Z_C)^2} \cdot (Z_{AM} + Z_C)^2 = \frac{U^2}{(40\sqrt{3})^2 + (40 - Z_C)^2} \cdot (80 + Z_C)^2$$

$$Y = \frac{U^2 (Z_C^2 + 160Z_C + 6400)}{Z_C^2 - 80Z_C + 6400} = U^2 \left[ 1 + \frac{240Z_C}{Z_C^2 - 80Z_C + 6400} \right]$$

$$\text{hay } Y = U^2 \left[ 1 + \frac{\frac{240}{6400}}{\frac{Z_C}{Z_C + \frac{80}{Z_C}}} \right]$$

Theo bất đẳng thức Côsi  $Z_C + \frac{6400}{Z_C} \geq 2\sqrt{6400}$  nên  $Y \leq U^2 \left[ 1 + \frac{240}{2\sqrt{6400} - 80} \right]$

$$\Rightarrow Y_{max} = U^2 \left[ 1 + \frac{240}{2\sqrt{6400} - 80} \right] = (120\sqrt{2})^2 \left[ 1 + \frac{240}{80} \right] = (120\sqrt{2})^2 \cdot 4$$

Vậy  $(U_{AM} + U_{MD})_{max} = \sqrt{Y_{max}} = \sqrt{(120\sqrt{2})^2 \cdot 4} = 240\sqrt{2}V$  đạt được khi  $Z_C = 80\Omega$

**Câu 54:** Đặt điện áp  $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AN và NB mắc nối tiếp. Đoạn AN gồm biến trở R mắc nối tiếp với cuộn dây thuần có độ tự cảm L, đoạn NB chỉ có tụ điện với điện dung C. Đặt  $\omega_1 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}$ . Để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu đoạn mạch AN không phụ thuộc R thì tần số góc  $\omega$  bằng

A.  $\frac{\omega_1}{2\sqrt{2}}$ .

B.  $\omega_1\sqrt{2}$ .

C.  $\frac{\omega_1}{\sqrt{2}}$ .

D.  $2\omega_1$ .

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có: } U_{AN} = U_{RL} = IZ_{RL} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}} \cdot \sqrt{R^2 + Z_L^2}$$

$$U_{AN} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R^2 + (Z_L - Z_C)^2}{R^2 + Z_L^2}}} = \frac{U}{\sqrt{1 + \frac{Z_C^2 - 2Z_L Z_C}{R^2 + Z_L^2}}}$$

Để  $U_{AN}$  không phụ thuộc vào R khi R biến thiên thì  $Z_C^2 - 2Z_L Z_C = 0 \Rightarrow Z_C = 2Z_L$

$$\Rightarrow \frac{1}{\omega C} = 2\omega L \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{1}{2LC}} \text{ mà } \omega_1 = \frac{1}{2\sqrt{LC}}. \text{ Đổi chiều ta được } \omega = \omega_1\sqrt{2}$$

⇒ Chọn B.

**Câu 55:** Cho mạch điện xoay chiều RLC mắc nối tiếp. Tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} F$ , cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L thay đổi được. Hiệu điện thế xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch có giá trị hiệu dụng U và tần số  $f = 50Hz$ .

Khi  $L = \frac{5}{4\pi} H$  thì hiệu điện thế hiệu dụng trên cuộn dây đạt giá trị cực đại

$U_{L_{\max}} = 100V$ . Khi L thay đổi, công suất của mạch có thể đạt lớn nhất bằng

A. 100W.

B. 200W.

C. 40W.

D. 50W.

**Hướng dẫn:**

+ Lúc đầu, L biến thiên cho  $U_L$  cực đại nên  $Z_L = \frac{R^2 + Z_C^2}{Z_C} \Rightarrow 125 = \frac{R^2 + 100^2}{100}$

⇒  $R = 50\Omega$

$$\text{Và } U_{L_{\max}} = U \frac{\sqrt{R^2 + Z_C^2}}{R} \Rightarrow 100 = U \frac{\sqrt{50^2 + 100^2}}{50} \Rightarrow U = 20\sqrt{5}V$$

+ Về sau, L thay đổi cho công suất của mạch lớn nhất nên trong mạch xảy ra cộng hưởng  $P = \frac{U^2}{R} = 40 W \Rightarrow$  Chọn C.

Câu 56: Cho đoạn mạch RLC nối tiếp. Trong đó R, C không đổi, cuộn dây thuần cảm có L thay đổi. Mạch điện mắc vào nguồn xoay chiều có điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$ . Khi thay đổi lần lượt các giá trị L thì thấy điện áp hiệu dụng cực đại trên R và L chênh lệch nhau 2 lần. Hiệu điện thế cực đại trên tụ C là

- A.  $2U$       B.  $U\sqrt{3}$       C.  $\frac{U\sqrt{3}}{2}$       D.  $\frac{2U}{\sqrt{3}}$

*Hướng dẫn:*

+ Ta có  $U_R = IR$  và  $U_C = IZ_C \Rightarrow U_{R_{max}} = U_{C_{max}}$  khi  $I_{max}$  nên  $Z_L = Z_C$ , khi đó dễ dàng thu được  $U_{R_{max}} = U$  và  $U_{C_{max}} = \frac{UZ_c}{R}$

+ Ta biết rằng  $U_{L_{max}} = \frac{U\sqrt{R^2 + Z_c^2}}{R}$

+ \* Nếu  $\frac{U_{L_{max}}}{U_{R_{max}}} = 2$  thì ta có  $4Z_c^2 = -3R^2 \Rightarrow$  Loại

\* Nếu  $\frac{U_{L_{max}}}{U_{R_{max}}} = 2$  thì ta có  $Z_c = R\sqrt{3} \Rightarrow U_{C_{max}} = U\sqrt{3} \Rightarrow$  Đáp án B.

Câu 57: Cho đoạn mạch AB gồm 3 đoạn mạch AM, MN, NB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM chứa tụ điện có điện dung  $\frac{10^{-3}}{6\pi} F$ , đoạn MN chứa cuộn dây có điện trở thuần  $10\Omega$  và độ từ cảm  $\frac{3}{10\pi} H$ , đoạn NB chứa biến trở R. Đặt vào AB một điện áp xoay chiều có tần số thay đổi được. Khi cố định tần số bằng 50 Hz, thay đổi R thì điện áp trên đoạn AM đạt cực đại là  $U_1$ . Khi cố định  $R = 30\Omega$ , thay đổi tần số thì điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AM đạt giá trị cực đại  $U_2$ . Giá trị  $\frac{U_1}{U_2}$  bằng

- A. 1,58.      B. 3,15.      C. 0,79.      D. 6,29.

*Hướng dẫn:*

+ Lúc đầu, cố định tần số bằng 50 Hz, thay đổi R thì điện áp trên đoạn AM đạt cực đại là  $U_1 = \frac{U}{Z} \cdot Z_C = \frac{U}{Z} \cdot Z_C = \frac{3\sqrt{10}}{5} U$

+ Về sau, cố định  $R = 30 \Omega$ , thay đổi tần số thì điện áp hiệu dụng hai đầu đoạn mạch AM đạt giá trị cực đại  $U_2 = U_{C_{max}} = \frac{U.L}{R_{tm}C\sqrt{\frac{L}{C} - \frac{R^2}{4}}} = 1,2U$

$$\text{Vậy tỉ số } \frac{U_1}{U_2} = \frac{\frac{3\sqrt{10}}{5}U}{1,2U} = 1,58 \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

**Câu 58:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos(\omega t) V$  ( $U_0$  không đổi,  $\omega$  thay đổi được) vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R$ , cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $\frac{4}{5\pi} H$  và tụ điện mắc nối tiếp. Khi  $\omega = \omega_0$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua đoạn mạch đạt giá trị cực đại  $I_m$ . Khi  $\omega = \omega_1$  hoặc  $\omega = \omega_2$  thì cường độ dòng điện cực đại qua đoạn mạch bằng nhau và bằng  $I_m$ . Biết  $\omega_1 - \omega_2 = 200\pi \text{ rad/s}$ . Giá trị của  $R$  bằng

- A.  $150 \Omega$ .      B.  $200 \Omega$ .      C.  $160 \Omega$ .      D.  $50 \Omega$ .

**Hướng dẫn:**

Khi  $I = I_{max} = \frac{U}{R}$  thì hiện tượng cộng hưởng xảy ra nên  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$       (1)

Mà:  $I_1 = I_2 \Rightarrow Z_{L1} - Z_{C1} = -Z_{L2} + Z_{C2} \Rightarrow \omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{LC}$       (2)

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow \omega_1 \cdot \omega_2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Leftrightarrow \omega_2 \cdot L = \frac{1}{\omega_1 \cdot C} \Leftrightarrow Z_{2L} = Z_{1C}$

$$I_1^2 = \frac{U^2}{R^2 + (Z_{L1} - Z_{C1})^2} = \frac{U^2}{R^2 + (Z_{L1} - Z_{L2})^2} = \left( \frac{I_m}{\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{U^2}{2R^2}$$

$$\Leftrightarrow L^2 \cdot (\omega_1 - \omega_2)^2 = R^2 \Rightarrow R = L(\omega_1 - \omega_2) = 160\Omega$$

$\Rightarrow$  Đáp án C.

**Câu 59:** Cho mạch điện xoay chiều LRC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm, biết  $L = CR^2$ . Đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều với tần số góc thay đổi được. Khi  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2$  thì thấy hệ số công suất của mạch có giá trị bằng nhau, giá trị bằng nhau đó là

A.  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{|\omega_1 - \omega_2|}$ .

B.  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 + \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}}$ .

C.  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1 + \omega_2}$ .

D.  $\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \sqrt{\frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1 \omega_2 + \omega_2^2}}$ .

**Phân tích và hướng dẫn giải:**

+ Ta tính  $\cos \varphi_1$  ứng với  $\omega = \omega_1$ , có:  $\cos^2 \varphi_1 = \frac{R^2}{R^2 + \left( L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} \right)^2}$

Từ  $L = CR^2 \Rightarrow R^2 = \frac{L}{C}$  nên:

$$\cos^2 \varphi_1 = \frac{\frac{L}{C}}{\frac{L}{C} + L^2\omega_1^2 - 2\frac{L}{C} + \frac{1}{C^2\omega_1^2}} = \frac{\frac{L}{C}}{L^2\omega_1^2 - \frac{L}{C} + \frac{1}{C^2\omega_1^2}} \quad (1)$$

+ Khi  $\omega_1$  hoặc  $\omega_2$  thì thấy hệ số công suất của mạch có giá trị bằng nhau nên ta có

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( L\omega_1 - \frac{1}{C\omega_1} \right)^2}} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( L\omega_2 - \frac{1}{C\omega_2} \right)^2}} \Rightarrow \frac{1}{C} = L\omega_1\omega_2, \quad (2)$$

+ Thay (2) vào (1) ta được:

$$\cos^2 \varphi_1 = \frac{L^2\omega_1\omega_2}{L^2\omega_1^2 - L^2\omega_1\omega_2 + L^2\omega_2^2} = \frac{\omega_1\omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1\omega_2 + \omega_2^2} \Rightarrow \cos \varphi_1 = \sqrt{\frac{\omega_1\omega_2}{\omega_1^2 - \omega_1\omega_2 + \omega_2^2}}$$

$\Rightarrow$  Đáp án D.

**Chú ý 1:** Mạch có  $L = CR^2 \Leftrightarrow Z_L \cdot Z_C = R^2 \Leftrightarrow \frac{Z_L}{R} = \frac{R}{Z_C} \Leftrightarrow \tan \varphi_{RL} = \cot \tan \varphi_{RC}$

tức là trong mạch có sự vuông pha giữa  $u_{RL}$  và  $u_{RC}$ .

**Chú ý 2:** Tư duy để mở rộng cho các bài toán tương tự khác:

Kết quả của bài toán trên có thể viết lại thành:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\omega_1\omega_2}{\sqrt{\omega_1^2 - \omega_1\omega_2 + \omega_2^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} = \frac{(\cos \varphi)_{\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}}$$

Từ đó mở rộng cho bài toán có 2 giá trị của  $\omega$  cho cùng  $I$ , cùng  $U_R$ , cùng  $P$  thì các giá trị đó sẽ có biểu thức tương tự:

$$I = \frac{I_{\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \text{ vì } I = \frac{U}{Z} \text{ giống như } \cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$U_R = \frac{U_{R\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} \text{ vì } U_R = I.R = \frac{U.R}{Z} \text{ giống như } \cos\varphi = \frac{R}{Z}$$

$$\text{Nhưng } P = \frac{P_{\max}}{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2} \text{ vì } P = I^2.R = \frac{U^2.R}{Z^2} \text{ giống như } \cos^2\varphi = \frac{R^2}{Z^2}$$

**Vận dụng 1:** Cho mạch điện LRC nối tiếp, cuộn dây thuần cảm và  $L = CR^2$ . Hiệu điện thế hai đầu mạch có biểu thức  $u = 100\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \varphi)$  V. Thay đổi tần số của mạch thấy tần số  $f_1 = 20\text{Hz}$  hoặc  $f_2 = 50\text{Hz}$  thì công suất tiêu thụ trên mạch có giá trị bằng nhau và bằng  $200\text{W}$ . Cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch lúc đó là

- A.  $2\sqrt{1,2}\text{A}$ .      B.  $2\sqrt{1,9}\text{A}$ .      C.  $2\sqrt{1,7}\text{A}$ .      D.  $2\sqrt{1,6}\text{A}$ .

Áp dụng:  $\cos\varphi = \frac{(\cos\varphi)_{\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{2}{5}} - \sqrt{\frac{5}{2}} \right)^2}} = \frac{\sqrt{190}}{19}$

Từ  $P = UI\cos\varphi \Rightarrow I = \frac{P}{U\cos\varphi} = \frac{200}{100 \cdot \frac{\sqrt{190}}{19}} = 2,756\text{A} \Rightarrow \text{Chọn B}$

**Vận dụng 2:** Cho mạch điện xoay chiều LRC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm. Biết trong mạch có sự vuông pha giữa  $u_{RL}$  và  $u_{RC}$ . Đặt vào 2 đầu đoạn mạch điện áp xoay chiều với tần số thay đổi được. Khi tần số góc là  $\omega_0$  thì điện áp trên điện trở đạt lớn nhất và bằng  $100\text{V}$ . Khi  $\omega_1 = 60\pi(\text{rad/s})$  hoặc  $\omega_2 = 90\pi(\text{rad/s})$  thì điện áp trên điện trở có giá trị bằng nhau, giá trị bằng nhau đó là

- A.  $63,84\text{V}$ .      B.  $92,58\text{V}$ .      C.  $76,53\text{V}$ .      D.  $96,88\text{V}$ .

Tacó  $U_R = \frac{U_{R\max}}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} = \frac{100}{\sqrt{1 + \left( \sqrt{\frac{6}{9}} - \sqrt{\frac{9}{6}} \right)^2}} = 92,58\text{V} \Rightarrow \text{Chọn B}$

**Vấn đề 3:** Đặt điện áp xoay chiều  $u$  với  $\omega$  thay đổi được vào đoạn mạch nối tiếp AMB. Đoạn mạch AM gồm điện trở  $R$  nối tiếp tụ điện, đoạn mạch MB chứa cuộn dây có điện trở  $r$ . Biết  $L = CR^2$  và  $r = R$ . Với hai giá trị  $\omega = 100\pi \text{ rad/s}$  và  $\omega = 56,25\pi \text{ rad/s}$  thì mạch AB có cùng hệ số công suất và giá trị đó bằng

- A. 0,96.      B. 0,86.      C. 0,91.      D. 0,82.

Vì bài toán có  $r$  mà  $r = R$  nên:

$$\cos \varphi = \frac{2}{\sqrt{2^2 + \left( \sqrt{\frac{\omega_1}{\omega_2}} - \sqrt{\frac{\omega_2}{\omega_1}} \right)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2^2 + \left( \sqrt{\frac{100}{56,25}} - \sqrt{\frac{56,25}{100}} \right)^2}} = \frac{24}{25} = 0,96$$

**Câu 60:** Cho mạch điện xoay chiều gồm R,L,C mắc nối tiếp. Tần số của hiệu điện thế thay đổi được. Khi tần số là  $f_1$  và  $4f_1$  công suất trong mạch như nhau và bằng 80% công suất cực đại mà mạch có thể đạt được. Khi  $f = 3f_1$  thì hệ số công suất là:

- A. 0,8      B. 0,53      C. 0,6      D. 0,47

**Hướng dẫn:**

$$\mathcal{P} = \frac{U^2 R}{Z^2} = \frac{U^2}{R} \cos^2 \varphi = P_{\max} \cos^2 \varphi \Rightarrow \text{với } f_1 \text{ và } f_2 \text{ ta có } \cos^2 \varphi = 0,8$$

$$\omega_1 \omega_2 = 4\omega^2 = \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \Rightarrow 4\omega L = \frac{1}{\omega C}. \text{ Tức khi } f_1 = f \text{ thì } Z_C = 4Z_L \text{ và khi đó}$$

$$\cos^2 \varphi = 0,8 = \frac{R^2}{R^2 + (Z_L - 4Z_L)^2} \Rightarrow R^2 + 9Z_L^2 = 1,25R^2 \Rightarrow Z_L = \frac{R}{6} \Rightarrow Z_C = 2R/3$$

Khi  $f_3 = 3f$  thì  $Z_{3L} = 3Z_L = R/2$ ;  $Z_{3C} = Z_C/3 = 2R/9$

$$\text{Vậy } \cos \varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \left( \frac{R}{2} - \frac{2R}{9} \right)^2}} = \frac{18}{\sqrt{18^2 + 25}} = \frac{18}{\sqrt{349}} \approx 0,963$$

**Câu 61:** Cho mạch điện RLC mắc nối tiếp, cuộn dây thuần cảm có  $L = \frac{6,25}{\pi} \text{ H}$ ,

tụ điện có  $C = \frac{10^{-3}}{4,8\pi} \text{ F}$ . Đặt vào hai đầu mạch điện áp xoay chiều

$u = 220\sqrt{2} \cos \left( \omega t - \frac{\pi}{6} \right) \text{ V}$ , tần số  $\omega$  thay đổi được. Khi thay đổi  $\omega$ , thấy tồn tại

$\omega_1 = 60\pi\sqrt{2} \text{ rad/s}$  hoặc  $\omega_2 = 80\pi\sqrt{2} \text{ rad/s}$  thì điện áp hiệu dụng trên cuộn dây có giá trị bằng nhau. Thay đổi tiếp  $\omega$ , thấy  $U_L^{\max}$ , giá trị cực đại này bằng

- A. 200V.      B. 220,77V.      C. 180,68V.      D.  $150\sqrt{2}\text{V}$ .

### Phân tích và hướng dẫn giải:

+ Thay đổi  $\omega$  thấy tồn tại  $\omega_1$  và  $\omega_2$  cho điện áp hiệu dụng hai đầu  $U_L$  có giá trị bằng nhau, ta biết rằng để  $U_L$  sẽ đạt lớn nhất thì  $\omega$  phải được tính theo:

$$\frac{1}{\omega^2} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} \right) \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{2\omega_1^2\omega_2^2}{\omega_1^2 + \omega_2^2}} = \sqrt{\frac{2(60\sqrt{2}\pi)^2 (80\sqrt{2}\pi)^2}{(60\sqrt{2}\pi)^2 + (80\sqrt{2}\pi)^2}} = 96\pi \text{ rad/s (1)}$$

+ Ngoài ra, để  $U_L^{\max}$  thì:

$$\omega = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{2}{2L - R^2}} = \frac{1}{10^{-3}} \sqrt{\frac{2}{\frac{2 \cdot 6,25}{10^{-3}} - R^2}} = 4,8 \cdot 10^3 \pi \sqrt{\frac{2}{6 \cdot 10^4 - R^2}} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } 4,8 \cdot 10^3 \pi \sqrt{\frac{2}{6 \cdot 10^4 - R^2}} = 96\pi \Rightarrow \sqrt{\frac{2}{6 \cdot 10^4 - R^2}} = \frac{1}{50} \\ \Rightarrow R = 50\sqrt{22} \Omega$$

Rồi thay vào biểu thức  $U_L^{\max} = \frac{2L \cdot U}{R\sqrt{4LC - C^2R^2}}$  ta được:

$$U_L^{\max} = \frac{2 \cdot 6,25 \cdot 10^{-3} \pi}{50\sqrt{22} \sqrt{4 \cdot \frac{6,25 \cdot 10^{-3}}{\pi} - \left(\frac{10^{-3}}{4,8\pi}\right)^2 \cdot (50\sqrt{22})^2}} = 220,77V \Rightarrow Đáp án B.$$

**Câu 62:** Cho một đoạn mạch điện xoay chiều gồm hai trong ba phần tử: Điện trở  $R$ , cuộn dây thuận cảm  $L$ , hoặc tụ  $C$  mắc nối tiếp. Biết hiệu điện thế giữa hai đầu mạch có dạng  $u = 100\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{3}\right)$  (V), cường độ dòng điện trong mạch có biểu thức  $i = 2\sqrt{2}\cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (A).

- A. Hai phần tử đó là  $R$  và  $L$ .
- B. Hai phần tử đó là  $R$  và  $C$ .
- C. Hai phần tử đó là  $L$  và  $C$ .
- D. Mạch điện có hai phần tử thỏa mãn dữ kiện đề ra không tồn tại.

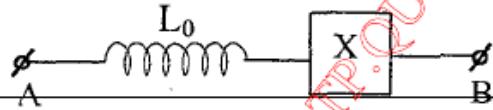
**Hướng dẫn:**

$$\text{Độ lệch pha } \varphi \text{ giữa } u_{AB} \text{ và } i \text{ là } \varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{3} - \left(-\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{\pi}{6}$$

Vì  $u$  chậm pha so với  $i$ ,  $-\frac{\pi}{2} < \varphi < 0$  nên hai phần tử đó là  $R$  và  $C \Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 63:** Cho mạch điện như hình vẽ. X là hộp kín. Phương trình cường độ dòng điện qua mạch và hiệu điện thế hai đầu

$$\text{đoạn mạch là } i = I_0 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{3}\right) \text{ (A)},$$



$u_{AB} = U_0 \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$  (V). X chứa những phần tử nào?

- A. R, L và C.      B. R và C.      C. R và L.      D. C.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Độ lệch pha } \varphi \text{ giữa } u_{AB} \text{ và } i \text{ là } \varphi = \varphi_u - \varphi_i = -\frac{\pi}{6} - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{2}$$

Vì  $u$  vuông pha so với  $i$  nên cả mạch AB sẽ không chứa  $R$ .

Cũng vì  $u$  chậm pha so với  $i$  nên mạch có tính dung kháng  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 64:** Cuộn dây không thuần cảm  $Z_{L_0} = 100\sqrt{3} \Omega$ ,  $r_0 = 100 \Omega$ . Đặt vào AB

điện áp xoay chiều. Tại thời điểm  $t_1$  thì  $u_{AM}$

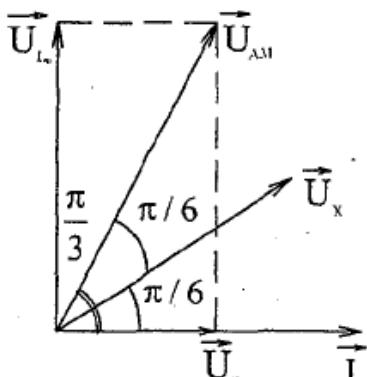
cực đại, tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{T}{12}$  thì  $u_{MB}$  đạt

cực đại. Hộp kín X chứa những phần tử nào?

- A. L và C.      B. R và C.      C. R và L.      D. L.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Trên đoạn mạch AM, có } \tan \varphi_{AM} = \frac{Z_{L_0}}{r_0} = \frac{100\sqrt{3}}{100} = \sqrt{3}$$



$\Rightarrow$  đoạn mạch này có hiệu điện thế nhanh pha so với cường độ dòng điện một góc  $\varphi_{AM} = \frac{\pi}{3}$ .

Hiệu điện thế trên đoạn mạch AM cực đại trước hiệu điện thế hai đầu hộp kín X nên hiệu điện thế trên hộp kín X chậm pha với hiệu điện thế AM một góc

$$\Delta\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{12} = \frac{\pi}{6}$$

Căn cứ vào 2 giá trị tính được ở trên, theo giản đồ vectơ, ta thấy hiệu điện thế hai đầu hộp kín X vẫn còn nhanh pha so với cường độ dòng điện một góc

$$\varphi_X = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}. \text{ Chứng tỏ hộp kín X phải chứa các phần tử thuộc đáp án C.}$$

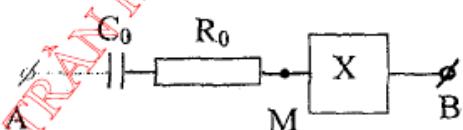
**Bài tập 1:** Trên hình vẽ, X chứa hai trong ba phần tử R, L, C. Đặt vào hai đầu A, B một hiệu điện thế xoay chiều thì  $u_{AM} = U_{0AM} \cdot \cos\left(\pi t - \frac{2\pi}{3}\right)$  và

$$u_{MB} = U_{0MB} \cdot \cos\left(\pi t - \frac{\pi}{6}\right). \text{ Hộp X chứa:}$$

- A. R và C.
- B. L và C.
- C. R và L.
- D. R và C hoặc L.



**Bài tập 2:** Đoạn mạch AM chứa tụ C<sub>0</sub> nối tiếp với đoạn mạch MB chứa hộp đèn X. Biết hộp X chỉ chứa một trong ba phần tử: điện trở thuần, cuộn dây, tụ điện. Khi đặt vào hai đầu AB một hiệu điện thế xoay chiều có giá trị hiệu dụng 220V, người ta đo được U<sub>AM</sub> = 120V và U<sub>MB</sub> = 260V. Hộp X chứa



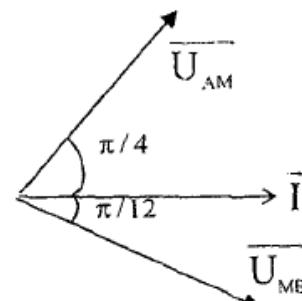
- A. cuộn dây không thuần cảm.
- B. điện trở thuần.
- C. tụ điện.
- D. cuộn dây thuần cảm.

**Câu 65:** Đoạn mạch AM chứa cuộn dây không thuần cảm có  $Z_{L_0} = 50\sqrt{2} \Omega$  và  $r_0 = 100 \Omega$  được mắc nối tiếp với đoạn mạch MB chứa hộp kín X. Điện áp xoay chiều đặt vào hai đầu đoạn mạch AB có dạng  $u = U_0 \cos(\omega t + \varphi)(V)$ . Tại thời điểm  $t_1$  thì thấy điện áp trên đoạn AM cực đại, tại thời điểm  $t_2 = t_1 + \frac{T}{6}$  thì điện áp trên đoạn MB đạt cực đại. Hộp kín X chứa

- A. L và C.
- B. R và C.
- C. R và L.
- D. R.

$$\text{Trên đoạn mạch AM, có } \tan \varphi_{AM} = \frac{Z_{L_0}}{r_0} = \frac{50\sqrt{2}}{100} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

⇒ đoạn mạch này có hiệu điện thế nhanh pha so với cường độ dòng điện một góc  $\varphi_{AM} = \frac{\pi}{4}$ .



Hiệu điện thế trên đoạn mạch AM cực đại trước hiệu điện thế hai đầu hộp kín X nên hiệu điện thế trên hộp kín X chệch pha với hiệu điện thế AM một góc

$$\Delta\phi = \omega t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{6} = \frac{\pi}{3}$$

Căn cứ vào 2 giá trị tính được ở trên, theo giản đồ vectơ, ta sẽ thấy hiệu điện thế hai đầu hộp kín X chệch pha so với cường độ dòng điện một góc  $\varphi_X = \frac{\pi}{12}$ . Chứng tỏ hộp kín X phải chứa các phần tử thuộc đáp án B.

**Câu 66:** Cuộn dây có điện trở thuần R, độ tự cảm L mắc vào điện áp xoay chiều  $u = 250\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua cuộn dây là 5A và i lêch pha so với u góc  $60^\circ$ . Mắc nối tiếp cuộn dây với đoạn mạch X thì cường độ dòng điện hiệu dụng qua mạch là 3A và điện áp hai đầu cuộn dây vuông pha với điện áp hai đầu X. Công suất tiêu thụ trên đoạn mạch X là

- A. 200W.      B. 300W.      C.  $200\sqrt{2}$  W.      D.  $300\sqrt{3}$  W.

Lúc đầu ta tính được tổng trở cuộn dây  $Z_{cd} = \frac{U}{I} = \frac{250}{5} = 50 \Omega$

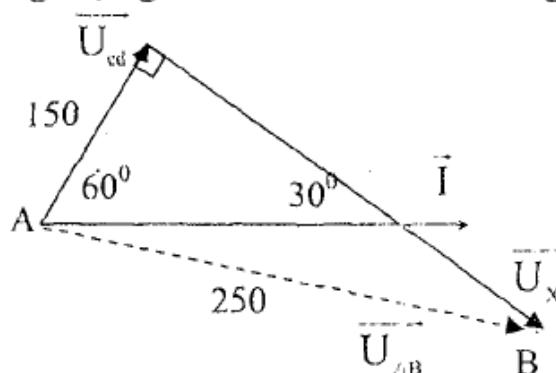
Về sau, mặc dù mắc với đoạn mạch X thì tổng trở cuộn dây vẫn là  $Z_{cd} = 50 \Omega$  và điện áp cuộn dây vẫn lệch với cường độ dòng điện góc  $60^\circ$  như hình vẽ nhưng điện áp trên cuộn dây lúc này là  $50 \cdot 3 = 150V$

Theo giản đồ, điện áp trên đoạn mạch X là

$$U_x = \sqrt{U^2 - U_{cd}^2} = \sqrt{250^2 - 150^2} = 200V$$

Công suất trên đoạn mạch X là

$$P_x = U_x \cdot I \cdot \cos \varphi_x = 200 \cdot 3 \cdot \cos 30^\circ = 300\sqrt{3}W$$



**Câu 67:** Một đoạn mạch gồm ba phần tử R, L, C mắc nối tiếp. Biết cường độ dòng điện qua mạch có biểu thức  $i = I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (A). Tính từ thời điểm

cường độ dòng điện qua mạch triệt tiêu, sau khoảng thời gian  $\frac{1}{4}$  chu kỳ thì điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của mạch là

- A. 0.      B.  $\frac{I_0}{100\pi}$  C.      C.  $\frac{I_0}{25\pi}$  C.      D.  $\frac{I_0}{50\pi}$  C.

**Hướng dẫn:**

+ Gọi  $t_1$  là thời điểm cường độ dòng điện qua mạch triệt tiêu, ta có:

$$0 = I_0 \cos\left(100\pi t_1 + \frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \left(100\pi t_1 + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t_1 = \frac{1}{300} \text{ s}$$

+ Thời điểm  $t_2$  sau  $t_1$  là:  $t_2 = t_1 + \frac{1}{4}T = \frac{1}{300} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2\pi}{100\pi} = \frac{1}{120} \text{ s}$

+ Điện lượng chuyển qua tiết diện thẳng của mạch từ thời điểm  $t_1$  đến  $t_2$  là

$$\Delta q = \int_{t_1}^{t_2} i dt = \int_{t_1}^{t_2} I_0 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) dt = I_0 \cdot \frac{1}{100\pi} \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \Big|_{t_1}^{t_2}$$

$$\Delta q = \frac{I_0}{100\pi} \left[ \sin\left(100\pi \cdot \frac{1}{120} + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(100\pi \cdot \frac{1}{300} + \frac{\pi}{6}\right) \right]$$

$$\Delta q = \frac{I_0}{100\pi} \left[ \sin(\pi) - \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \right] = -\frac{I_0}{100\pi} \text{ C} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Khi cho biểu thức cường độ dòng điện  $i = I_0 \cos(\omega t + \phi)$  qua mạch, ta

hoàn toàn biết được điện tích cực đại trên tụ  $Q_0 = C \cdot U_0 = C \cdot I_0 \cdot Z_C = C \cdot I_0 \cdot \frac{1}{\omega C} = \frac{I_0}{\omega}$ .

Trong mọi bài toán, điện lượng  $\Delta q$  chuyển qua tiết diện thẳng được tính qua tích phân xác định. Tuy nhiên, trong một số trường hợp đặc biệt, ta có thể tính thông qua biểu thức  $\Delta q = q_2 - q_1$  nếu biết được các giá trị  $q_1; q_2$  ứng với từng thời điểm  $t_1; t_2$ . Dưới đây là một số trường hợp đặc biệt cần nhớ:

+ Sau  $1T$  hoặc số nguyên lần chu kỳ thì  $\Delta q = q_2 - q_1 = q_1 - q_1 = 0$

+ Thời điểm  $t_1$  ứng với  $i_1 = 0$  (hoặc  $q_1 = -Q_0$ )

$$\text{Sau } \frac{T}{4} \text{ hoặc } \frac{3T}{4} \text{ thì } \Delta q = Q_0 = \frac{I_0}{\omega}$$

$$\text{Sau } \frac{T}{2} \text{ thì } \Delta q = 2Q_0 = 2 \frac{I_0}{\omega}$$

+ Thời điểm  $t_1$  ứng với  $i_1 = I_0$  (hoặc  $q_1 = 0$ )

$$\text{Sau } \frac{T}{4} \text{ hoặc } \frac{3T}{4} \text{ thì } \Delta q = Q_0 = \frac{I_0}{\omega}$$

$$\text{Sau } \frac{T}{2} \text{ thì } \Delta q = 0$$

### Vận dụng :

+ Bài toán trên,  $i_1 = 0$  nên sau  $\frac{T}{4}$  thì điện lượng  $\Delta q = Q_0 = \frac{I_0}{\omega} = \frac{I_0}{100\pi}$

+ Bài toán khác: Dòng điện  $i = 0,2\pi \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) A$  qua mạch RLC, sau nửa chu kỳ, điện lượng qua R bằng bao nhiêu?

*Bài giải :* Thấy rằng tại  $t = 0$  thì  $i = 0$  nên sau nửa chu kỳ

$$\Delta q = 2Q_0 = 2 \frac{I_0}{\omega} = 2 \frac{0,2\pi}{100\pi} = 4 \cdot 10^{-3} C$$

### ❷ Hướng dẫn sử dụng máy tính Casio fx 570 – ES để giải quyết một số bài toán điện xoay chiều một cách nhanh chóng

- Số phức có thể viết  $a + bi$  hoặc  $r \angle \phi$

- Có thể xem R như một số phức nhưng chỉ có phần thực  $a$  (vì nằm trên trục hoành).  $Z_L$  và  $Z_C$  là số phức chỉ có phần ảo  $b$  (vì nằm trên trục tung), do  $Z_L$  nằm ở phần dương nên được biểu diễn là  $bi$  còn  $Z_C$  nằm ở phần âm nên được biểu diễn là  $-bi$ .

$u$  hoặc  $i$  cũng được xem là một số phức nhưng viết dưới dạng tọa độ cực  $r \angle \phi$

Chẳng hạn:

- Mạch gồm  $R = 100 \Omega$ ,  $Z_L = 80 \Omega$ , để máy tính “hiểu” ta sẽ viết dưới dạng phức  $100 - 80i$

- Điện áp  $u = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right) (V)$  sẽ viết là  $100\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{6}$

Và, tất nhiên:

Khi máy tính hiển thị ở dạng đại số  $a + bi$ , thì chúng ta sẽ biết được phần thực và phần ảo của số phức.

Khi máy tính hiển thị ở dạng lượng giác  $A \angle \phi$  thì chúng ta sẽ biết được độ dài (modul) và góc  $\phi$  (argumen) của số phức.

+ Để thực hiện phép tính về số phức, bấm: **MODE** **2** màn hình xuất hiện **CMPLX**

- Chuyển từ dạng:  $a + bi$  sang dạng  $A \angle \phi$ , bấm **SHIFT** **2** **3** **=**

- Chuyển từ dạng  $A \angle \phi$  sang dạng:  $a + bi$ , bấm **SHIFT** **2** **4** **=**

- Để nhập ký hiệu ngăn cách  $\angle$  bấm: **SHIFT** **(-)**

- Để xuất hiện chữ  $i$ , bấm: **ENG**

Nhớ rằng trước khi nhập các số liệu thì phải thống nhất được đơn vị đo góc là độ hay radian

- Nếu chọn đơn vị đo là độ (D), bấm: SHIFT MODE [3] màn hình hiển thị chữ D
- Nếu đơn vị đo là Rad (R), bấm : SHIFT MODE [4] màn hình hiển thị chữ R

Chỉ cần dùng 1 công thức duy nhất  $i = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)i}$  áp dụng cho từng đoạn mạch để giải.

**Ví dụ 1:** Một đoạn mạch điện gồm điện trở  $R = 50\Omega$  mắc nối tiếp với cuộn thuần cảm  $L = \frac{1}{2\pi} H$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều

$u = 100\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (V)$ . Biểu thức của cường độ dòng điện qua đoạn mạch là

- A.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right) (A)$ .      B.  $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (A)$ .  
 C.  $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .      D.  $i = 2 \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{2}\right) (A)$ .

**Cách giải:**

+ Vẽ tư duy:  $i = \frac{u}{Z} = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)i} = \frac{u}{R + Z_L i} = \frac{100\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4}}{50 + 50i}$

+ Vẽ thực hành bấm máy, trình tự như sau:

bấm : SHIFT MODE [4] (Để chọn đơn vị đo góc là Rad)

bấm: MODE [2] (Để thực hiện phép tính về số phức)

Nhập vào máy biểu thức  $\frac{100\sqrt{2} \angle -\frac{\pi}{4}}{50 + 50i}$

(Sau đó bấm dấu  $\boxed{-}$  màn hình sẽ hiện  $-2i$ )

Ta chuyển sang tọa độ cực bằng cách bấm SHIFT [2] [3]  $\boxed{-}$

Lúc này màn hình hiển thị  $2 \angle -\frac{1}{2}\pi$  tức là  $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{2}\right) (A) \Rightarrow$  chọn B.

**Ví dụ 2:** (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2009) Khi đặt hiệu điện thế không đổi  $30V$  vào hai đầu đoạn mạch gồm điện trở thuần mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $\frac{1}{4\pi} (H)$  thì dòng điện trong đoạn mạch là dòng điện một chiều có

cường độ  $1A$ . Nếu đặt vào hai đầu đoạn mạch này điện áp  $u = 150\sqrt{2} \cos 120\pi t (V)$  thì biểu thức của cường độ dòng điện trong đoạn mạch là

A.  $i = 5\sqrt{2} \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .      B.  $i = 5 \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .

C.  $i = 5\sqrt{2} \cos\left(120\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .      D.  $i = 5 \cos\left(120\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .

**Bài giải:** Ta có:  $I_- = \frac{U_-}{Z_-} = \frac{U_-}{R} \Rightarrow R = \frac{U_-}{I_-} = 30\Omega$ ;  $Z_L = \omega L = 30 \Omega$

Lúc đó  $i = \frac{u}{Z} = \frac{u}{R + (Z_L - Z_C)i} = \frac{u}{R + Z_L i} = \frac{150\sqrt{2}}{30 + 30i}$

Bấm máy tính:  $\frac{150\sqrt{2}}{30 + 30i}$  thu được  $5\angle -\frac{1}{4}\pi \Rightarrow$  Chọn D.

**Ví dụ 3:** (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011) Đoạn mạch AB gồm hai đoạn mạch AM và MB mắc nối tiếp. Đoạn mạch AM gồm điện trở thuần

$R_1 = 40 \Omega$  mắc nối tiếp với tụ điện có điện dung  $C = \frac{10^{-3}}{4\pi} F$ , đoạn mạch MB gồm

điện trở thuần  $R_2$  mắc nối tiếp với cuộn cảm thuần. Đặt vào A, B điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng và tần số không đổi thì điện áp tức thời ở hai đầu đoạn mạch AM và MB lần lượt là:  $u_{AM} = 50\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{7\pi}{12}\right) (V)$  và  $u_{MB} = 150 \cos 100\pi t (V)$ .

Hệ số công suất của đoạn mạch AB là

- A. 0,86.      B. 0,84.      C. 0,95.      D. 0,71.

**Bài giải:**

Lập biểu thức:  $\bar{Z}_{AB} = \frac{u_{AB}}{i} = \frac{(u_{AM} + u_{MB})}{u_{AM}} = \left(1 + \frac{u_{MB}}{u_{AM}}\right) \bar{Z}_{AM}$

$$\bar{Z}_{AB} = \left(1 + \frac{150}{50\sqrt{2} \angle -\frac{7\pi}{12}}\right) \times (40 - 40i)$$

Bấm máy để nhập  $\left(1 + \frac{150}{50\sqrt{2}} \angle -\frac{7\pi}{12}\right) \times (40 - 40i)$  ta bấm tiếp SHIFT [2] [3] [=]

Lúc này màn hình hiện đầy đủ kết quả, tuy nhiên ta chỉ quan tâm đến góc  $\varphi$  nên bấm tiếp SHIFT [2] [1] [=]. Vì tính cos của nó nên bấm tiếp cos [=] thu được 0,842  
 $\Rightarrow$  Chọn B.

Qua các ví dụ trên, thấy rằng, muốn làm được bài toán vật lý đương nhiên phải nắm được các định luật, các tính chất, phải hiểu được các sự vật hiện tượng vật lý. Tuy nhiên, để làm nhanh bài thi trắc nghiệm, những kiến thức đó chưa đủ, mà cần sự hỗ trợ thêm của những thiết bị được phép mang vào phòng thi nếu chúng ta biết sử dụng và khai thác.

Bằng máy tính chúng ta cũng có thể tìm được các thành phần trong bài toán hộp đèn

Vì tính chất của số phức nên mạch R, L, C có thể chia thành 2 nhóm:

Nhóm 1: Điện trở R.

Nhóm 2: Cuộn cảm L và tụ điện C.

Sau khi lấy u chia i, máy tính sẽ hiển thị dưới dạng đại số, sẽ rơi vào một trong ba trường hợp sau:

a : thì kết luận đoạn mạch chỉ có điện trở R.

bi : Đoạn mạch chỉ có nhóm 2.

a + bi : Đoạn mạch có cả nhóm 1 và nhóm 2 (trong đó a là giá trị của điện trở, b là tổng trở của nhóm 2. Nếu nhóm 2 chỉ có 1 phần tử thì b là trở kháng của phần tử đó)

**Ví dụ 4:** Hộp đèn chỉ chứa 2 trong 3 phần tử R, L, C. Khi đặt điện áp xoay chiều

$u = 120\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$  (V) vào hai đầu hộp đèn thấy dòng điện qua hộp đèn

có biểu thức  $i = 2 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{12}\right)$  (A). Hai phần tử đó là gì, tìm giá trị của chúng?

Bài giải: Lập biểu thức và bấm máy:  $\bar{Z}_{AB} = \frac{u_{AB}}{i} = \frac{120\sqrt{2} \angle \frac{\pi}{6}}{2 \angle -\frac{\pi}{12}} = 60 + 60i$

Vậy hai phần tử đó là R và L với  $R = 60\Omega$  và  $L = \frac{Z_L}{\omega} = \frac{60}{100\pi} = \frac{0,6}{\pi}$  H.

**Áp dụng:** Hộp đèn X chỉ chứa 2 trong 3 phần tử. Phương trình cường độ dòng điện qua X là  $i = 2\sin(120\pi t + \frac{\pi}{6})$  (A) khi hiệu điện thế đặt vào hai đầu X là

$u = 120\sin(120\pi t - \frac{\pi}{6})$  (V). X có thể chứa gì? Tìm giá trị của chúng?

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Người ta đặt vào hai đầu một đèn sợi đốt một hiệu điện thế 200V, 50Hz. Biết rằng đèn chỉ sáng khi hiệu điện thế tức thời hai đầu dây tóc là  $100\sqrt{2}$  V. Tỉ số giữa thời gian đèn sáng và thời gian đèn tối là

- A. 1.      B. 0,5.      C. 2.      D. 3.

**Câu 2:** Tìm giá trị cực đại của cường độ dòng điện xoay chiều? Biết rằng khi cho nó qua một điện trở  $R = 10\Omega$  thì sau khoảng thời gian 1 giờ nó tỏa ra một nhiệt lượng là 72 kJ.

- A.  $\sqrt{2}$  A.      B.  $2\sqrt{2}$  A.      C. 2 A.      D. 1 A.

**Câu 3:** Cho dòng điện  $i = \sqrt{2} \sin(100\pi t + \psi)$  (A) chạy qua một tụ điện có điện dung  $C = \frac{3}{\pi}$  mF. Điện lượng chuyển qua tụ sau khoảng thời gian 2 giờ là

- A. 7200 C.      B. 3600 C.      C. 10 C.      D. 0.

**Câu 4:** Kết luận nào sau đây là đúng khi so sánh chu kì biến đổi  $T_1$  của công suất tỏa nhiệt tức thời của dòng điện xoay chiều với chu kì biến đổi  $T_2$  của dòng điện đó?

- A.  $T_1 < T_2$       B.  $T_1 = T_2$       C.  $T_2 = 2 T_1$       D.  $T_1 = 3 T_2$

**Câu 5:** Mắc vào hai đầu một ống dây không thuần cảm có  $R = 25\Omega$  một hiệu điện thế xoay chiều  $u = 100\sqrt{2} \sin\left(100\pi t - \frac{\pi}{6}\right)$  (V). Biết công suất tỏa nhiệt trên ống dây là 100 W. Giá trị của độ tự cảm là

- A.  $L = \frac{1}{\sqrt{3}\pi}$  H.      B.  $L = \frac{2}{\sqrt{3}\pi}$  H.      C.  $L = \frac{\sqrt{3}}{4\pi}$  H.      D.  $L = \frac{2}{\sqrt{2}\pi}$  H.

**Câu 6:** Trong trường hợp nào thì khi tăng dần điện dung C của tụ điện trong đoạn mạch R, L, C mắc nối tiếp, cường độ dòng điện hiệu dụng tăng rồi lại giảm? ✓

- A.  $Z_L = Z_C < R$ .   B.  $Z_L > Z_C$ .   C.  $Z_L < Z_C$ .   D.  $Z_L = Z_C = R$ .

**Câu 7:** Dòng điện xoay chiều trong đoạn mạch RLC có tần số  $f = 50\text{Hz}$ , cuộn dây thuần cảm  $L = \frac{1}{4\pi} \text{ H}$ . Tụ điện có điện dung biến thiên đang được điều chỉnh

Ở giá trị  $C_1 = \frac{4}{\pi} \cdot 10^{-4}$  F, Điện trở thuần R không đổi. Tăng dần điện dung của tụ điện từ giá trị  $C_1$  cường độ hiệu dung của dòng điện sẽ

- A. tăng.  
B. giảm.  
C. lúc đầu tăng sau đó giảm.  
~~D. lúc đầu giảm sau đó tăng.~~

**Câu 8:** Mạch RLC không phân nhánh gồm điện trở thuận R, cuộn thuận cảm có độ tự cảm  $L = \frac{1}{\pi}$  H và tụ điện có điện dung biến thiên măc vào hiệu điện thế xoay

chiều tần số 50Hz. Chỉnh điện dung tụ điện  $C = \frac{10^{-4}}{2\pi} F$  thì thấy công suất tỏa nhiệt của mạch chỉ bằng một nửa giá trị công suất khi xảy ra cộng hưởng. Điện trở của đoạn mạch là

- A.  $50\Omega$ . B.  ~~$100\Omega$~~  C.  $141,4\Omega$ . D.  $70,7\Omega$ .

**Câu 9:** Một đoạn mạch gồm một điện trở thuận  $R$  mắc nối tiếp với một tụ điện có điện dung  $C$ , điện áp hiệu dụng giữa hai đầu tụ điện có giá trị bằng  $60V$  và hệ số công suất của đoạn mạch là  $0,8$ . Điện áp hiệu dụng ở hai đầu đoạn mạch bằng

- A. 120 V. B. 80 V. C. 100 V. D. 40 V.

**Câu 10:** Làm thí nghiệm với cuộn dây không thuần cảm thì thấy rằng khi đặt hai đầu cuộn dây hiệu điện thế một chiều 100V thì số chỉ ampe kế trong mạch là 1A. Thay dòng điện trên bằng dòng điện xoay chiều 200V, 50Hz thì số chỉ ampe kế cũng 1A. Hệ số công suất của mạch điện lúc này là

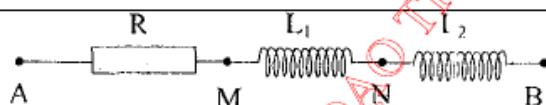
A.  $\cos\varphi = \frac{\sqrt{3}}{2}$       B.  $\cos\varphi = 0,5$       C.  $\cos\varphi = 1$       D.  $\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}$

**Câu 11:** Trong một hộp kín có chứa một mạch điện gồm hai phần tử mắc nối tiếp. Khi đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng là 100V thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu phần tử 1 là  $100\sqrt{2}$ V, giữa hai đầu phần tử 2 là 200V. Hai phần tử 1 và 2 tương ứng là

- A. tụ điện và cuộn dây thuần cảm.
- B. tụ điện và cuộn dây không thuần cảm.
- C. điện trở thuần và cuộn dây.
- D. điện trở thuần và tụ điện.

**Câu 12:** Mạch điện gồm một điện trở

thuần  $R = 40\Omega$  mắc nối tiếp với hai cuộn dây thuần cảm như hình bên. Độ tự cảm



$L_1 = \frac{0,1}{\pi} (H)$ ,  $L_2 = \frac{0,3}{\pi} (H)$ . Điện áp giữa

hai đầu đoạn mạch có biểu thức  $u = 160\sqrt{2} \cos 100\pi t (V)$ . Biểu thức cường độ dòng điện tức thời qua đoạn mạch là

- A.  $i = 2\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .
- B.  $i = 4\sqrt{2} \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .
- C.  $i = 4 \cos\left(100\pi t - \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .
- D.  $i = 4\sqrt{2} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right) (A)$ .

**Câu 13:** Mạch xoay chiều nối tiếp có tần số  $f = 50Hz$  gồm cuộn dây thuần cảm  $L$ , điện trở thuần  $R = 100\Omega$  và tụ điện  $C$ . Thay đổi điện dung ta thấy khi  $C = C_1$  và  $C = \frac{C_1}{2}$  thì mạch có cùng công suất nhưng cường độ dòng điện thì vuông pha với nhau. Độ tự cảm của cuộn dây  $L$  là

- A.  $L = \frac{2}{\pi} H$ .
- B.  $L = \frac{1}{\pi} H$ .
- C.  $L = \frac{3}{2\pi} H$ .
- D.  $L = \frac{3}{\pi} H$ .

**Câu 14:** Cho mạch điện xoay chiều gồm cuộn dây thuần cảm, tụ điện và điện trở thuần  $R$  mắc nối tiếp. Biểu thức của hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch là:

$u = 120\sqrt{2} \sin 100\pi t (V)$ . Cuộn dây có  $L = \frac{3}{\pi} H$ , điện trở  $R = 150\Omega$ . Hiệu điện thế

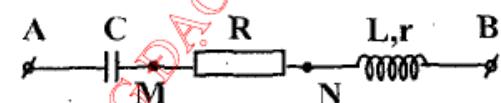
giữa hai đầu tụ điện trễ pha hơn hiệu điện thế hai đầu đoạn mạch một góc  $135^\circ$ . Tụ điện có điện dung bằng

- A.  $\frac{10^{-3}}{\pi} F$
- B.  $\frac{10^{-3}}{15\pi} F$
- C.  $\frac{10^{-4}}{15\pi} F$
- D.  $\frac{10^{-3}}{45\pi} F$

**Câu 15:** Cho một mạch điện LRC nối tiếp theo thứ tự trên với cuộn dây thuần cảm. Biết R thay đổi được,  $L = \frac{0,5}{\pi} H$ ,  $C = \frac{10^{-4}}{\pi} F$ . Đặt vào hai đầu đoạn mạch một hiệu điện thế xoay chiều có biểu thức:  $u = U_0 \cos 100\pi t$  (V). Để  $u_{RL}$  lệch pha  $\frac{\pi}{2}$  so với  $u_{RC}$  thì

- A.  $R = 50 \Omega$ .      B.  $R = 40 \Omega$ .      C.  $R = 50\sqrt{2} \Omega$ .      D.  $R = 50\sqrt{3} \Omega$ .

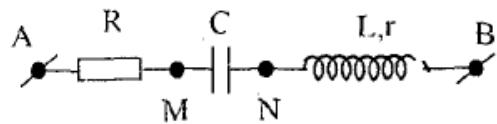
**Câu 16:** Một đoạn mạch điện xoay chiều có dạng như hình vẽ. Biết hiệu điện thế  $u_{AN}$  và  $u_{MB}$  lệch pha nhau  $90^\circ$ . Mỗi liên hệ giữa R, r, L và C là



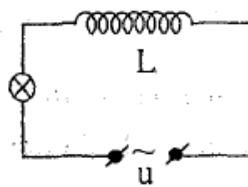
- A.  $R = C.r.L$ .      B.  $r = C.R.L$ .  
C.  $L = C.R.(R + r)$ .      D.  $C = L.R.r$ .

**Câu 17:** Cho mạch điện xoay chiều như hình vẽ: Cuộn dây không thuần cảm.  $R = 80\Omega$ ;  $u_{AB} = 240\sqrt{2} \sin \omega t$  (V); Cường độ dòng điện hiệu dụng  $I = \sqrt{3}$  (A). Biết  $u_{MB}$  nhanh pha  $30^\circ$  so với  $u_{AB}$  và  $u_{AN}$  vuông pha với  $u_{AB}$ . Cảm kháng và dung kháng của mạch là

- A.  $Z_L = 120\sqrt{3} \Omega$ ;  $Z_C = 80\sqrt{3} \Omega$   
B.  $Z_L = 120\sqrt{3} \Omega$ ;  $Z_C = 120\sqrt{3} \Omega$   
C.  $Z_L = 20\sqrt{3} \Omega$ ;  $Z_C = 80\sqrt{3} \Omega$   
D.  $Z_L = 80\sqrt{3} \Omega$ ;  $Z_C = 120\sqrt{3} \Omega$



**Câu 18:** Người ta làm thí nghiệm với mạch điện như hình vẽ. Đặt vào hai đầu đoạn mạch một điện áp xoay chiều thì bóng đèn sáng bình thường. Hiện tượng gì xảy ra khi cho thêm lõi sắt vào bên trong cuộn cảm?



- A. Độ sáng của bóng đèn giảm.  
B. Độ sáng của bóng đèn tăng.  
C. Bóng đèn sáng loé lên rồi tắt.  
D. Bóng đèn tắt.

**Câu 19:** Đặt điện áp  $u = U_0 \cos \omega t$  vào hai đầu đoạn mạch mắc nối tiếp gồm điện trở thuần  $R$ , tụ điện và cuộn cảm thuần có độ tự cảm  $L$  thay đổi được. Biết dung kháng của tụ điện bằng  $R\sqrt{3}$ . Điều chỉnh  $L$  để điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn cảm đạt cực đại, khi đó

- A. điện áp giữa hai đầu điện trễ lêch pha  $\pi/6$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.
- B. điện áp giữa hai đầu tụ điện lêch pha  $\pi/6$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.
- C. trong mạch có công hưởng điện.
- D. điện áp giữa hai đầu cuộn cảm lêch pha  $\pi/6$  so với điện áp giữa hai đầu đoạn mạch.

**Câu 20:** Đặt điện áp xoay chiều  $u = U_0 \cos \omega t$  có  $U_0$  không đổi và  $\omega$  thay đổi được vào hai đầu đoạn mạch có  $R$ ,  $L$ ,  $C$  mắc nối tiếp. Thay đổi  $\omega$  thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $\omega = \omega_1$  bằng cường độ dòng điện hiệu dụng trong mạch khi  $\omega = \omega_2$ . Hệ thức đúng là

- A.  $\omega_1 + \omega_2 = \frac{2}{LC}$ .
- B.  $\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{LC}$ .
- C.  $\omega_1 + \omega_2 = \frac{2}{\sqrt{LC}}$ .
- D.  $\omega_1 \cdot \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ .

**Bài tập cuối chuỗi 5:** Đặt điện áp  $u_{AB} = U\sqrt{2} \cos 100\pi t$  (V) vào hai đầu đoạn mạch gồm  $R$ ,  $L$ ,  $C$  ghép nối tiếp. Nếu dùng ampe kế lí tường nối với hai đầu cuộn dây thuần cảm thì ampe kế chỉ 1A và hệ số công suất của mạch là 0,8. Nếu thay ampe kế bằng vôn kế lí tường thì vôn kế chỉ 200V, hệ số công suất của mạch lúc đó là 0,6. Hãy tìm  $R$ ,  $L$ ,  $C$  và  $U$ ?

## Chủ đề 6: CÁC LOẠI MÁY ĐIỆN

### A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN

#### CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

##### 1. Máy phát điện xoay chiều một pha

###### a) Nguyên tắc hoạt động của máy phát điện xoay chiều

Máy phát điện xoay chiều kiểu cảm ứng hoạt động dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ.

###### b) Cấu tạo của máy phát điện xoay chiều

Gồm khung dây quay quanh trục  $x'$  trong từ trường đều.

Hai đầu A, B của khung nối với hai vành khuyên đặt đồng trục với khung dây, tì lên hai vành khuyên là hai chổi quét.

Khi khung dây quay, hai vành khuyên trượt trên hai chổi quét, dòng điện truyền qua vành khuyên và chổi quét ra mạch ngoài.

- Hệ thống vành khuyên và chổi quét gọi là bộ gộp.
- Phần tạo ra từ trường gọi là phần cảm.
- Phần tạo ra dòng điện gọi là phần ứng.

Phần cảm cũng như phần ứng có thể là bộ phận đứng yên hay chuyển động. Bộ phận đứng yên gọi là stato, còn bộ phận chuyển động gọi là rôto. Nếu máy phát mà phần ứng là stato thì không cần bộ gộp.

Tần số của dòng điện do máy phát điện xoay chiều phát ra được tính bởi công thức:  $f = \frac{np}{60}$ .

Trong đó:  $p$  là số cặp cực,  $n$  là tốc độ quay của rôto.

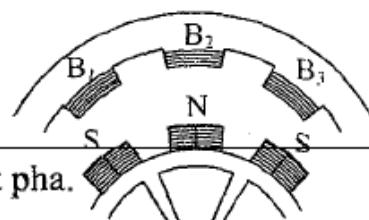
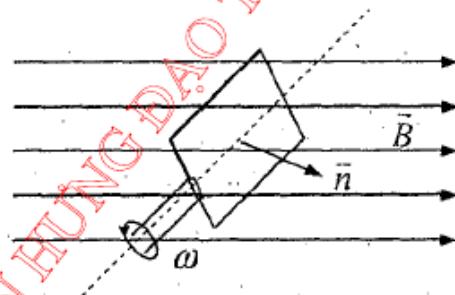
Máy phát điện một pha còn được gọi là máy dao điện một pha.

###### c) Các công thức

- Từ thông: Từ thông gửi qua một khung dây điện tích S gồm N vòng dây quay đều với vận tốc góc  $\omega$  quanh trục  $\Delta$  trong một từ trường đều  $\bar{B} \perp \Delta$  được tính:

$$\Phi = NBScos\alpha = \Phi_0 \cos(\omega t + \varphi) (Wb)$$

$\varphi$  là góc hợp bởi hai véc tơ  $\bar{n}$  và  $\bar{B}$  tại thời điểm ban đầu.



- **Suất điện động cảm ứng do máy phát tạo ra**

$$e = -\dot{\phi}_{(t)} = NBS\omega \sin(\omega t + \varphi) = E_0 \sin(\omega t + \varphi) \text{ (V)}$$

với  $E_0 = NBS\omega$  là suất điện động cực đại.

- **Hiệu điện thế cung cấp cho mạch ngoài:** Nếu bỏ qua điện trở trong của máy phát hoặc mạch ngoài để hỏi thì:  $u = e \Rightarrow u = U_0 \sin(\omega t + \varphi)$

## 2. Máy phát điện xoay chiều ba pha

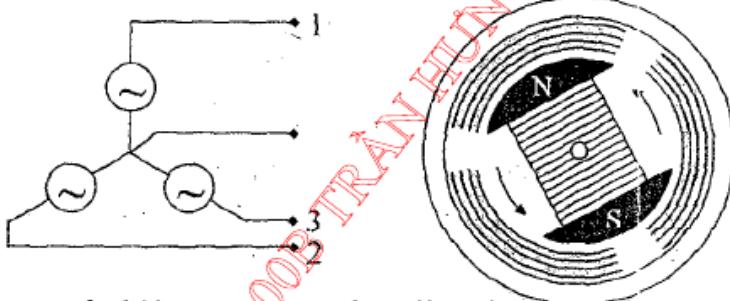
### a) Định nghĩa dòng điện xoay chiều ba pha

Là hệ thống gồm ba dòng điện xoay chiều gây bởi 3 suất điện động có cùng tần số, cùng biên độ nhưng lệch nhau về pha là  $\frac{2\pi}{3}$ , hay về thời gian là  $\frac{1}{3}$  chu kỳ.

$$e_1 = E_0 \cos \omega t$$

$$e_2 = E_0 \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3})$$

$$e_3 = E_0 \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$



b) Nguyên tắc hoạt động: Dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ.

c) Cấu tạo: Gồm hai phần chính:

+ Phần cảm: là rôto, thường là nam châm điện.

+ Phần ứng: là stato, gồm ba cuộn dây giống hệt nhau quấn quanh lõi thép, chúng được đặt lệch nhau  $\frac{1}{3}$  vòng tròn trên thân stato.

d) Cách mắc điện ba pha: 2 cách

\* **Mắc hình sao:** Mắc 4 dây gồm 3 dây pha (dây nóng) và một dây trung hòa (dây nguội). Tải tiêu thụ không cần đối xứng.

Công thức liên hệ:  $U_d = \sqrt{3} U_p$  và  $I_d = I_p$ .

\* **Mắc hình tam giác:** Mắc 3 dây. Tải tiêu thụ phải đối xứng.

Công thức liên hệ:  $U_d = U_p$  và  $I_d = \sqrt{3} I_p$ .

Dòng điện trong dây trung hòa được tính từ biểu thức vectơ  $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3$ .

e) Ưu điểm của dòng xoay chiều 3 pha

+ Tiết kiệm được số dây dẫn khi truyền tải điện năng từ nơi sản xuất đến nơi tiêu thụ.

+ Tạo từ trường quay để cho các động cơ công suất lớn hoạt động.

### 3. Động cơ không đồng bộ 3 pha

a) **Định nghĩa:** Là thiết bị điện biến điện năng của dòng điện xoay chiều thành cơ năng.

b) **Nguyên tắc hoạt động:** Dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ và sử dụng từ trường quay.

c) **Cách tạo từ trường quay:** 2 cách

\* Cho nam châm quay.

\* Dùng dòng xoay chiều 3 pha.

+ Cảm ứng từ do ba cuộn dây tạo ra tại O:

$$B_1 = B_m \cos \omega t \quad B_2 = B_m \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) \quad B_3 = B_m \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3})$$

+ Cảm ứng từ tổng hợp tại O:  $\bar{B} = \bar{B}_1 + \bar{B}_2 + \bar{B}_3$  có độ lớn  $B = \frac{3}{2} B_m$  và có

đầu mút quay xung quanh O với tốc độ góc  $\omega$ .

d) **Cấu tạo của động cơ không đồng bộ 3 pha:** gồm 2 phần

+ *Stato:* giống stator của máy phát điện xoay chiều 3 pha.

+ *Rotor:* dạng hình trụ có tác dụng như một cuộn dây cuốn quanh lõi thép.

### 4. Máy biến thế

a) **Định nghĩa**

Là thiết bị biến đổi một hiệu điện thế xoay chiều này thành một hiệu điện thế xoay chiều khác có cùng tần số.

b) **Cấu tạo:** gồm 2 phần

+ Một lõi thép gồm nhiều lá thép kẽ thuật mỏng ghiép cách điện để tránh dòng điện Phucô.

+ Hai cuộn dây làm bằng đồng, điện trở rất nhỏ, cuốn trên lõi thép. Số vòng của hai cuộn dây khác nhau.

Cuộn dây nối với mạng điện xoay chiều gọi là cuộn sơ cấp, có  $N_1$  vòng.

Cuộn dây nối với tải tiêu thụ gọi là cuộn thứ cấp, có  $N_2$  vòng dây.

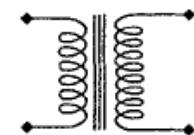
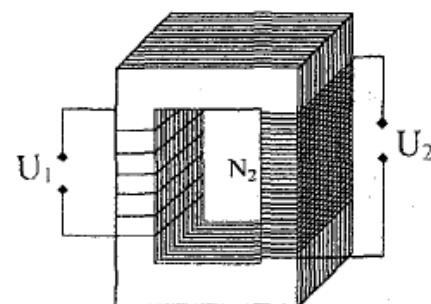
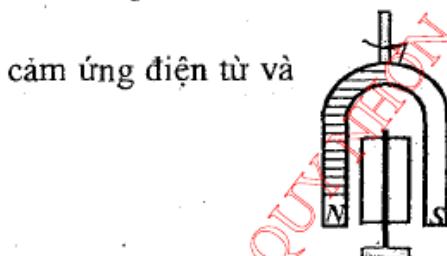
c) **Nguyên tắc hoạt động:** dựa trên hiện tượng cảm ứng điện từ.

d) **Sự biến đổi hiệu điện thế và cường độ dòng điện trong máy biến thế**

Gọi  $U_1, I_1, N_1, P_1$  lần lượt là hiệu điện thế, cường độ, số vòng dây, công suất của cuộn sơ cấp.

$U_2, I_2, N_2, P_2$ : Hiệu điện thế, cường độ, số vòng dây, công suất của cuộn thứ cấp.

$$P_1 = U_1 I_1; \quad P_2 = U_2 I_2$$



Hiệu suất của máy biến thế:  $H = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100\%$

Trường hợp lý tưởng  $H = 100\%$  thì  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$

+ Nếu  $N_1 < N_2 \Rightarrow U_1 < U_2$ : máy tăng thế.

+ Nếu  $N_1 > N_2 \Rightarrow U_1 > U_2$ : máy hạ thế.

e) Truyền tải điện năng đi xa: Từ  $P = UI\cos\phi \Rightarrow I = \frac{P}{U\cos\phi}$

$\Rightarrow$  Công suất hao phí trên đường dây:  $\Delta P = I^2 R = \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \phi} R$

Thường xét  $\cos\phi = 1$  khi đó  $\Delta P = \frac{P^2}{U^2} R$

Độ giảm thế trên đường dây tải điện:  $\Delta U = IR$

Hiệu suất trong việc truyền tải điện năng:  $H = \frac{P - \Delta P}{P} \cdot 100\%$

## B. VÍ DỤ MINH HỌA

Câu 1: Chọn câu sai khi nói về hoạt động của máy phát điện xoay chiều một pha.

A. Máy phát điện xoay chiều có rôto là phần ứng lấy điện ra mạch ngoài nhờ hai vành khuyên và hai chổi quét.

B. Hai vành khuyên và hai chổi quét có tác dụng làm các dây lấp dòng điện ra ngoài không bị xoắn lại.

C. Hai chổi quét nối với hai đầu mạch ngoài và trượt trên hai vành khuyên khi rôto quay.

D. Khi máy phát có phần cảm là rôto thì cần phải dùng bộ gốp điện để đưa điện ra mạch ngoài.

**Hướng dẫn:**

Khi máy phát có phần cảm là rôto  $\Rightarrow$  phần ứng tạo ra dòng điện sẽ đứng yên, có thể nối với mạch ngoài trực tiếp, không cần dùng bộ gốp điện  $\Rightarrow$  Chọn D.

Câu 2: Một khung dây dẫn có diện tích  $S = 50 \text{ cm}^2$  gồm 150 vòng dây quay đều với vận tốc 3000 vòng/phút trong một từ trường đều  $B$  vuông góc trực quay  $\Delta$  và có độ lớn  $B = 0,02 \text{ T}$ . Từ thông cực đại gửi qua khung dây là

- A. 0,015 Wb.      B. 0,15 Wb.      C. 1,5 Wb.      D. 15 Wb.

**Hướng dẫn:**

Từ thông cực đại gửi qua khung chứa N vòng là:

$$\phi_0 = NBS = 150 \cdot 0,02 \cdot 50 \cdot 10^{-4} = 150 \cdot 10^{-4} = 0,015 \text{ Wb} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 3:** Một khung dây dẫn quay đều quanh trục quay  $\Delta$  với vận tốc 150 vòng/phút trong một từ trường đều có cảm ứng từ  $\vec{B}$  vuông góc trục quay của khung. Từ thông cực đại gửi qua khung là  $\frac{10}{\pi}$  Wb. Suất điện động hiệu dụng trong khung bằng

- A. 25 V.      B.  $25\sqrt{2}$  V.      C. 50 V.      D.  $50\sqrt{2}$  V.

**Hướng dẫn:**

- Khung quay với vận tốc 150 vòng/phút tức là 2,5 vòng/giây  
 $\Rightarrow$  tần số cơ  $n = 2,5 \text{ Hz}$ . Máy phát kiều lý thuyết này có tần số dòng điện bằng tần số cơ nên  $f = n = 2,5 \text{ Hz} \Rightarrow$  tần số góc  $\omega = 2\pi f = 5\pi \text{ rad/s}$ .
- Từ biểu thức suất điện động cảm ứng do máy phát tạo ra

$$e = NBS\omega \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\Rightarrow \text{Suất điện động cực đại } E_0 = NBS\omega = \phi_0\omega = \frac{10}{\pi} \cdot 5\pi = 50 \text{ V.}$$

$$- \text{Suất điện động hiệu dụng } E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{50}{\sqrt{2}} = 25\sqrt{2} \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 4:** Máy phát điện xoay chiều có 10 cặp cực, phần ứng gồm 10 cuộn dây mắc nối tiếp, mỗi cuộn có 20 vòng dây. Từ thông cực đại do phần cảm sinh ra đi qua mỗi vòng dây có giá trị cực đại  $\frac{0,01}{\pi}$  Wb. Rotor quay với vận tốc 300 vòng/phút.

Suất điện động cực đại do máy phát tạo ra là

- A. 100 V.      B.  $100\sqrt{2}$  V.      C. 200 V.      D.  $200\sqrt{2}$  V.

**Hướng dẫn:**

Chọn C vì suất điện động cực đại:

$$E_0 = NBS\omega = N \cdot \phi_{01} \cdot 2\pi f = N \cdot \phi_{01} \cdot 2\pi \cdot \frac{np}{60} = 10 \cdot 20 \cdot \frac{0,01}{\pi} \cdot 2\pi \cdot \frac{300 \cdot 10}{60} = 200 \text{ V}$$

**Câu 5:** Một máy phát điện xoay chiều một pha 2 cặp cực với 4 cuộn dây có suất điện động hiệu dụng 220 V, tần số 50 Hz. Biết từ thông cực đại qua mỗi vòng dây là 5 mWb. Vận tốc quay của rôto và số vòng dây của mỗi cuộn dây trong phản ứng là

- A. 1500 vòng/phút và 49,5 vòng.      B. 25 vòng/giây và 99 vòng.  
 C. 50 vòng/giây và 99 vòng.      D. 3000 vòng/phút và 49,5 vòng.

**Hướng dẫn:**

+ Từ  $f = \frac{np}{60} \Rightarrow$  tốc độ quay  $n = \frac{60f}{p} = \frac{60 \cdot 50}{2} = 1500$  vòng/phút = 25 vòng/giây

+ Từ biểu thức suất điện động hiệu dụng của máy  $E = \frac{E_0}{\sqrt{2}} = \frac{NBS\omega}{\sqrt{2}}$  ta có số vòng

dây của cả máy phát  $N = \frac{\sqrt{2}E}{BS\omega} = \frac{\sqrt{2}E}{\phi_0 \cdot \omega} = \frac{\sqrt{2} \cdot 220}{5 \cdot 10^{-3} \cdot 2\pi \cdot 50} = 198$  vòng. Do máy có 4

cuộn dây giống nhau nên số vòng dây ở mỗi cuộn là  $N_1 = \frac{N}{4} = \frac{198}{4} = 49.5$  vòng

⇒ Đáp án A.

**Câu 6:** Từ thông qua một vòng dây dẫn là  $\Phi = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{\pi} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (Wb). Biểu

thức của suất điện động cảm ứng xuất hiện trong vòng dây này là

- A.  $e = -2 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (V).      B.  $e = 2\pi \sin 100\pi t$  (V).  
 C.  $e = -2 \sin 100\pi t$  (V).      D.  $e = 2 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (V).

**Hướng dẫn:**

Chọn D vì  $e = -\Phi_{(1)} = -\left[\frac{2 \cdot 10^{-2}}{\pi} \cos\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)\right]_{(1)} = 2 \sin\left(100\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$  (V).

**Câu 7:** Một khung dây dẫn hình chữ nhật có 100 vòng, diện tích mỗi vòng  $600 \text{ cm}^2$ , quay đều quanh trục đối xứng của khung với vận tốc góc 120 vòng/phút trong một từ trường đều có cảm ứng từ bằng  $0,2 \text{ T}$ . Trục quay vuông góc với các đường cảm ứng từ. Chọn gốc thời gian lúc vectơ pháp tuyến của mặt phẳng khung dây ngược hướng với vectơ cảm ứng từ. Biểu thức suât điện động cảm ứng trong khung là

- A.  $e = 48\pi \sin(40\pi t - \frac{\pi}{2}) (\text{V})$ .      B.  $e = 4,8\pi \sin(4\pi t + \pi) (\text{V})$ .  
 C.  $e = 48\pi \sin(4\pi t + \pi) (\text{V})$ .      D.  $e = 4,8\pi \sin(40\pi t - \frac{\pi}{2}) (\text{V})$ .

**Hướng dẫn:**

- +  $f = 2 \text{ Hz} \Rightarrow \omega = 4\pi \text{ rad/s}$   
 + Theo đề ra, từ thông qua mỗi vòng dây là  $\Phi = BS \cos(\omega t + \pi)$ .  
 + Suất điện động cảm ứng trong khung là  $e = -N \cdot \Phi'$   
 $\Rightarrow e = N\omega BS \cdot \sin(\omega t + \pi) = 4,8 \cdot \sin(4\pi t + \pi) (\text{V}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$

**Câu 8:** Một đoạn mạch gồm điện trở thuần  $R = 200 \Omega$  mắc nối tiếp với tụ điện  $C$ . Nối 2 đầu đoạn mạch với 2 cực của một máy phát điện xoay chiều một pha, bô qua điện trở các cuộn dây trong máy phát. Khi rôto của máy quay đều với tốc độ 200 vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là  $I$ . Khi rôto của máy quay đều với tốc độ 400 vòng/phút thì cường độ dòng điện hiệu dụng trong đoạn mạch là  $2\sqrt{2} I$ . Nếu rôto của máy quay đều với tốc độ 800 vòng/phút thì tổng trở mạch RC lúc đó bằng

- A.  $400\Omega$ .      B.  $270,7\Omega$ .      C.  $370,3\Omega$ .      D.  $212,1\Omega$ .

**Hướng dẫn:**

+ Như đã biết  $U = \frac{NBS\omega}{\sqrt{2}} = \frac{NBS2\pi f}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\pi NBS p}{60} n \Rightarrow U \sim n$

và  $Z_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{2\pi \frac{np}{60} \cdot C} = \frac{30}{\pi np C} \Rightarrow Z_C \sim \frac{1}{n}$

nên cả  $U$  và  $Z_C$  đều phụ thuộc vào tốc độ quay  $n$ .

+ Khi quay với tốc độ  $n = 200$  ta có:  $U_1^2 = I_1^2 (R^2 + Z_{C_1}^2) = I^2 (R^2 + Z_{C_1}^2)$  (1)

+ Khi quay với tốc độ  $400 = 2n$  thì  $U_2^2 = I_2^2 (R^2 + Z_{C_2}^2)$ , với  $U_2 = 2U_1$ ,  $Z_{C_2} = \frac{Z_{C_1}}{2}$

và theo đề ra  $I_2 = 2\sqrt{2}I$  nên có thể viết  $\Rightarrow 4U_1^2 = 8I^2 (R^2 + \frac{Z_{C_1}^2}{4})$  (2)

Từ (1) và (2) suy ra dung kháng ở tốc độ 200 vòng/ phút:  $Z_{C_1} = R\sqrt{2} = 200\sqrt{2}\Omega$

+ Khi quay với tốc độ 800 vòng/ phút, gấp 4 lần so với 200 vòng/ phút thì dung

$$\text{kháng phải nhỏ hơn 4 lần nên } Z_{C_2} = \frac{Z_{C_1}}{4} = \frac{200\sqrt{2}}{4} = 50\sqrt{2}\Omega$$

$$+ \text{Tổng trở của mạch R,C lúc đó: } Z = \sqrt{R^2 + Z_{C_2}^2} = \sqrt{200^2 + (50\sqrt{2})^2} = 212,13\Omega$$

⇒ Chọn D.

**Chú ý:** Nếu bài toán cho cụ thể giá trị của cường độ dòng điện  $I$  ứng với trường hợp nào đó (200 vòng/phút chẳng hạn) thì hoàn toàn tính tiếp được cường độ dòng điện, công suất của mạch, điện áp, độ lệch pha, ... ứng với các trường hợp bất kì.

**Câu 9:** Một con lắc đơn gồm một dây kim loại nhẹ có chiều dài của dây  $l = 1m$  đầu trên M giữ cố định, đầu dưới N treo quả cầu nhỏ bằng kim loại. Kéo vật ra khỏi vị trí cân bằng góc  $\alpha_0 = 0,1\text{ rad}$  rồi buông nhẹ cho vật dao động. Đặt con lắc trong từ trường đều  $B = 0,5T$  sao cho  $\vec{B}$  vuông góc với mặt phẳng dao động của con lắc. Điện áp cực đại giữa M và N là

- A. 0,111 V.      B. 0,039V.      C. 0,079 V.      D. 0,055 V.

**Hướng dẫn:**

+ Khi con lắc dao động, dây treo con lắc sẽ chuyển động cắt các đường cảm ứng từ, theo định luật cảm ứng điện từ, trong sợi dây sẽ xuất hiện suất điện động cảm ứng ⇒ giữa hai đầu M, N hờ có một điện áp.

Cũng có thể lập luận cách khác: Khi con lắc dao động, diện tích S của mặt phẳng dao động quét bởi con lắc thay đổi theo thời gian, từ thông qua diện tích S sẽ biến thiên ⇒ trong dây treo xuất hiện suất điện động cảm ứng.

+ Diện tích hình quạt  $S = \frac{\alpha_0 l^2}{2}$  nên

$$E_o = \omega NBS = \sqrt{\frac{g}{l}} NB \frac{\alpha_0 l^2}{2} = \sqrt{\frac{10}{1}} \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot \frac{0,1 \cdot 1}{2} = 0,079 (\text{V})$$

+ Vì mạch MN hờ nên  $U_0 = E_o = 0,079\text{V} \Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 10:** Ở một mạng điện ba pha mắc hình sao, hiệu điện thế giữa dây pha và dây trung hoà  $U_p = 127\text{ V}$ . Hiệu điện thế giữa hai dây pha ( $U_d$ ) bằng

- A. 381 V.      B. 220 V.      C. 73,3 V.      D. 127 V.

**Hướng dẫn:**

Trong cách mắc hình sao  $U_d = \sqrt{3}U_p \Rightarrow U_d = \sqrt{3}U_p = \sqrt{3} \cdot 127 = 220\text{ V} \Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 11:** Ở một mạng điện ba pha mắc hình tam giác, cường độ dòng điện dây là  $I_d = 6 \text{ A}$ . Cường độ dòng điện pha là

- A. 6 A.      B.  $6\sqrt{2}$  A.      C.  $6\sqrt{3}$  A.      D.  $2\sqrt{3}$  A.

**Hướng dẫn:**

Chọn D vì trong cách mắc hình tam giác  $I_d = \sqrt{3}I_p \Rightarrow I_p = \frac{I_d}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3} \text{ A}$

**Câu 12:** Người ta gọi là động cơ không đồng bộ ba pha vì

- A. pha của ba dòng điện trong ba cuộn dây là khác nhau.
- B. ba cuộn dây trong động cơ không giống nhau.
- C. tốc độ quay của rôto không bằng tốc độ quay của từ trường quay.
- D. dòng điện trong ba cuộn dây không đạt cực đại cùng một lúc.

**Hướng dẫn:**

Chọn C vì tốc độ quay của rôto không bằng tốc độ quay của từ trường quay.

**Câu 13:** Một động cơ không đồng bộ ba pha, có ba cuộn dây giống hệt nhau mắc hình sao. Mạch điện ba pha dùng để chạy động cơ này phải dùng số dây dẫn là

- A. 3 dây      B. 4 dây      C. 5 dây      D. 6 dây

**Hướng dẫn:**

Vì ba cuộn dây của tái giống nhau nên tạo thành mạch ba pha đối xứng  $\Rightarrow$  dòng điện trong dây trung hòa bằng không  $\Rightarrow$  không cần dây trung hòa  $\Rightarrow$  Chọn A.

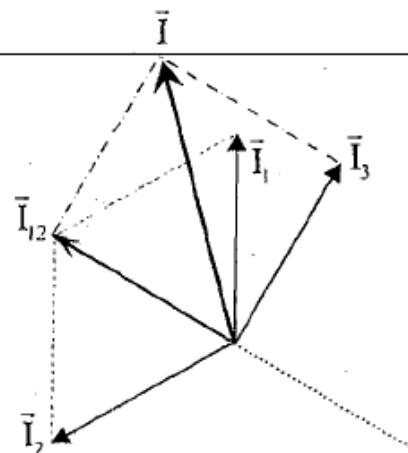
**Câu 14:** Một máy phát điện ba pha mắc hình sao có hiệu điện thế pha 100V. Các tái mắc theo hình sao, ở pha 1 và 2 cùng mắc một bóng đèn có điện trở  $100\Omega$ , pha thứ 3 mắc tụ điện có  $Z_C = 100\Omega$ . Dòng điện trong dây trung hoà nhận giá trị

- A. 0 (A).      B. 1,41 (A).      C. 1 (A).      D. 3 (A).

**Hướng dẫn:**

+ Về độ lớn của các dòng điện trong từng pha, thấy ngay:  $I_1 = I_2 = I_3 = 1 \text{ A}$

+ Nếu ba tái đối xứng thì các vectơ thành phần  $\bar{I}_1, \bar{I}_2, \bar{I}_3$  phải cùng cặp hợp với nhau  $120^\circ$  như lý thuyết, nhưng ở bài toán này, pha thứ 3 mắc tụ điện nên vectơ  $\bar{I}_3$  đã bị xoay đi  $90^\circ$  như hình vẽ.



+ Dòng điện trong dây trung hòa được tính từ biểu thức vectơ  
 $\bar{I} = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3 = (\bar{I}_{12} + \bar{I}_2) + \bar{I}_3 = \bar{I}_{12} + \bar{I}_3$

Từ hình vẽ, dễ dàng tìm được  $I_{12} = 1A$  và  $\bar{I}_{12}$  vuông góc với  $\bar{I}_3$ .

do đó  $I = \sqrt{I_{12}^2 + I_3^2} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} A \Rightarrow$  Đáp án B.

**Kinh nghiệm:** Khi gặp dạng bài toán này, bắt buộc phải tính được độ lớn dòng điện trong từng pha. Bám theo từng loại đối tượng ( $R$ ,  $L$  hay  $C$ ) của từng pha để vẽ các vectơ dòng tương ứng. Chọn 2 vectơ dòng tổng hợp trước rồi sau đó tổng hợp với vectơ dòng còn lại, độ lớn của vectơ dòng tổng hợp chính là cường độ dòng điện trong dây trung hòa cần tìm.

**Bài tập:** Một máy phát điện ba pha mắc hình sao có hiệu điện thế pha 100V. Các tải mắc theo hình sao, ở pha 1 mắc điện trở  $R = 100\Omega$ , ở pha 2 mắc tụ điện có  $Z_C = 100\Omega$ , ở pha 3 mắc một cuộn dây thuần cảm có  $Z_L = 100\Omega$ . Hãy tính cường độ dòng điện trong dây trung hòa?

**Câu 15:** Mắc một tải thuần trở 3 pha, đối xứng tam giác vào ba dây pha của mạng điện xoay chiều ba pha, toàn tải tiêu thụ công suất 600W. Nếu đứt một dây pha cấp điện, toàn tải tiêu thụ công suất

- A. 200W.      B. 400W.      C. 300W.      D. 500W.

+ Lúc đầu  $P = 3P_p = 3 \frac{U_p^2}{R} = 600$  nên  $\frac{U_p^2}{R} = 200$

+ Về sau, khi đứt một dây pha cấp điện, mạch gồm  $(R \parallel R) \parallel R$  nên tổng trở của mạch lúc đó là  $R' = \frac{2R.R}{2R+R} = \frac{2R}{3}$  và công suất sẽ là:

$$P' = \frac{U_p^2}{R'} = \frac{U_p^2}{\frac{2R}{3}} = \frac{3 U_p^2}{2R} = \frac{3}{2} \cdot 200 = 300W \Rightarrow$$
 Chọn C.

**Câu 16:** Một động cơ không đồng bộ ba pha đấu theo hình tam giác vào một mạng điện ba pha có hiệu điện thế dây 220 V. Biết dòng điện dây là 10 A và hệ số công suất  $\cos\phi = 0,8$ . Động cơ tiêu thụ công suất là

- A. 1760 W.      B.  $1,76\sqrt{3}$  kW.      C. 5,28 kW.      D. 2,64 kW.

**Hướng dẫn:**

Chọn B vì công suất tiêu thụ của động cơ:

$$P = 3U_p I_p \cos\phi = 3U_d \frac{I_d}{\sqrt{3}} \cos\phi = 3 \cdot 220 \cdot \frac{10}{\sqrt{3}} \cdot 0,8 = 1760\sqrt{3} W.$$

**Câu 17:** Một động cơ điện sản ra một công suất 16 kW cho bên ngoài sử dụng. Hiệu suất của động cơ là 80%. Trong một giờ điện năng tiêu thụ của động cơ là

- A. 16000 kJ.      B. 72000 kJ.      C. 80000 kJ.      D. 20000 kJ.

**Hướng dẫn:**

+ Động cơ cung cấp cho bên ngoài công suất cơ học 16 kW chỉ bằng 80% của công suất điện mà động cơ đã tiêu thụ. Vì vậy công suất điện mà động cơ đã tiêu thụ là  $P_u = \frac{P_{ci}}{H} \cdot 100\% = \frac{16}{80\%} \cdot 100\% = 20 \text{ kW}$

+ Từ  $P_u = \frac{A}{t}$  ta có điện năng mà động cơ tiêu thụ trong một giờ là :

$$A = P_u \cdot t = 20 \cdot 10^3 \cdot 3600 = 72 \cdot 10^6 \text{ W} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 18:** Động cơ điện tiêu thụ công suất 10 kW và cung cấp cho bên ngoài năng lượng 9000 J trong 1s. Dòng điện qua động cơ là 10 A. Điện trở thuần của cuộn dây trong động cơ là

- A. 100 Ω.      B. 10 Ω.      C. 90 Ω.      D. 9 Ω.

**Hướng dẫn:**

+ Công suất cơ học có ích mà động cơ cung cấp cho bên ngoài

$$P_{ci} = \frac{A_{ci}}{t} = \frac{9000}{1} = 9000 \text{ W}$$

+ Vì công suất tiêu thụ toàn phần của động cơ chuyển hóa thành công cơ học có ích và công suất hao phí  $P_{hp} = P_{ci} + P_{hp}$  nên ta tính được công suất hao phí vì nhiệt là  $P_{hp} = P_{tp} - P_{ci} = 10.000 - 9000 = 1000 \text{ W}$

+ Mặt khác, hao phí vì nhiệt  $P_{hp} = I^2 \cdot R$  nên điện trở thuần của cuộn dây trong

$$\text{động cơ là } R = \frac{P_{hp}}{I^2} = \frac{1000}{10^2} = 10 \Omega \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 19:** Một động cơ điện có ghi 220V – 176W,  $\cos\phi = 0,8$  được mắc vào mạch điện có điện áp hiệu dụng 380V. Để động cơ hoạt động bình thường, phải mắc nối tiếp động cơ với một điện trở thuần có giá trị là

- A. 180 Ω.      B. 300 Ω.      C. 220 Ω.      D. 176 Ω.

**Hướng dẫn:**

Giản đồ véc tơ cho mạch điện gồm điện trở R mắc nối tiếp với động cơ (L, r) như hình vẽ.

Chú ý trên hình vẽ :

+  $U_{AB}$  là điện áp đặt vào mạch nên  $U_{AB} = 380V$

+  $U_{MB}$  là điện áp đặt vào động cơ, để động cơ hoạt động bình thường thì  $U_{MB} = 220V$

+ Góc  $\alpha$  và  $\varphi_{MB}$  bù nhau  $\Rightarrow \cos\alpha = -\cos\varphi_{MB}$

Như vậy, theo giản đồ véc tơ này thì trong tam giác AMB đã biết hai cạnh  $U_{AB}$ ,  $U_{MB}$  và góc  $\alpha$ .

Áp dụng định lí hàm số cosin cho  $\Delta AMB$  ta có:

$$U_{AB}^2 = U_R^2 + U_{MB}^2 - 2U_R U_{MB} \cdot \cos\alpha$$

$$\Rightarrow 380^2 = U_R^2 + 220^2 - 2U_R 220.(-0,8)$$

$$\Rightarrow U_R = 180V. Để tính R ta cần tìm I.$$

$$\text{Điện áp qua R cũng là dòng qua động cơ } I = \frac{P}{U_{MB} \cos\varphi_{MB}} = \frac{176}{220 \cdot 0,8} = 1A$$

$$\text{Vậy điện trở thuần cần tìm } R = \frac{U_R}{I} = \frac{180}{1} = 180 \Omega \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 20:** Cuộn sơ cấp của máy biến thế lý tưởng có  $N_1 = 2200$  vòng mắc vào mạng điện 110V. Để có thể thấp sáng bình thường bóng đèn 3 V thì số vòng của cuộn thứ cấp phải là

A. 80.

B. 60.

C. 45.

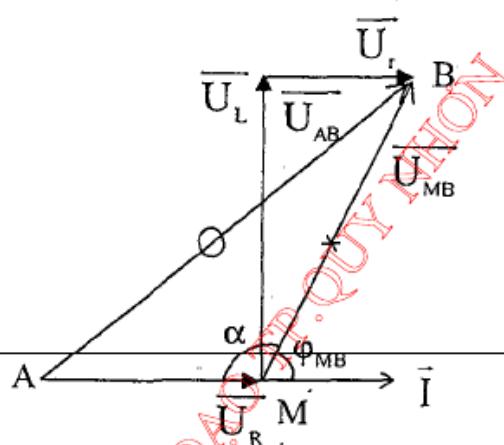
D. 50.

**Hướng dẫn:**

Muốn đèn sáng bình thường phải có  $U_2 = 3V$ .

$$\text{Từ công thức máy biến thế } \frac{U_1}{U_2} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

$$\Rightarrow \text{Số vòng của cuộn thứ cấp } N_2 = \frac{U_2}{U_1} N_1 = \frac{3}{110} \cdot 2200 = 60 \text{ vòng} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$



**Câu 21:** Một máy biến áp lý tưởng gồm một cuộn sơ cấp và hai cuộn thứ cấp. Cuộn sơ cấp có  $n_1 = 1320$  vòng, điện áp  $U_1 = 220V$ . Cuộn thứ cấp thứ nhất có  $U_2 = 10V$ ,  $I_2 = 0,5A$ . Cuộn thứ cấp thứ 2 có  $n_3 = 25$  vòng,  $I_3 = 1,2A$ . Cường độ dòng điện qua cuộn sơ cấp là

- A.  $I_1 = 0,035A$       B.  $I_1 = 0,045A$       C.  $I_1 = 0,023A$       D.  $I_1 = 0,055A$

**Hướng dẫn:**

+ Từ công thức máy biến thế  $\frac{U_1}{U_3} = \frac{N_1}{N_3}$  ta có điện áp ở cuộn thứ 3 của mạch thứ

$$\text{cấp là } U_3 = \frac{N_3}{N_1} \cdot U_1 = \frac{25}{1320} \cdot 220 = \frac{25}{6} V$$

+ Vì máy biến thế lý tưởng nên công suất ở mạch sơ cấp và thứ cấp bằng nhau:

$$P_{sc} = P_{tc} \Rightarrow U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 + U_3 \cdot I_3$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{U_2 \cdot I_2 + U_3 \cdot I_3}{U_1} = \frac{10 \cdot 0,5 + \frac{25}{6} \cdot 1,2}{220} = 0,045A \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 22:** Mắc cuộn thứ nhất của một máy biến áp vào một nguồn điện xoay chiều  $u = U\sqrt{2}\cos 100\pi t$  thì điện áp hiệu dụng trong cuộn thứ hai để hở là 20 V. Mắc cuộn thứ hai vào nguồn điện xoay chiều đó thì điện áp hiệu dụng trong cuộn thứ nhất để hở 7,2 V. Bỏ qua điện trở thuần trong các cuộn dây của máy biến áp. Điện áp hiệu dụng của nguồn điện bằng

- A. 144V      B. 12V      C. 5,2V      D. 13,6 V

**Hướng dẫn:**

Công thức máy biến thế  $\frac{U_2}{U_1} = \frac{N_2}{N_1}$  áp dụng cho

$$+ \text{Trường hợp đầu: } \frac{20}{U} = \frac{N_2}{N_1} \quad (1) \quad + \text{Trường hợp sau: } \frac{7,2}{U} = \frac{N'_2}{N'_1} = \frac{N_1}{N_2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) được  $U^2 = 7,2 \cdot 20 \Rightarrow U = 12V \Rightarrow \text{Chọn B.}$

**Câu 23:** Máy biến thế có 110 vòng ở cuộn sơ cấp và 220 vòng ở cuộn thứ cấp. Cuộn dây sơ cấp có điện trở thuần  $r = 3 \Omega$  và cảm kháng  $Z_L = 4 \Omega$ . Cuộn thứ cấp để hở. Nối hai đầu cuộn sơ cấp với hiệu điện thế 40 V thì hiệu điện thế hai đầu cuộn thứ là

- A. 80 V.      B. 72V.      C. 64V.      D. 32V.

**Hướng dẫn:**

Tổng trở của cuộn sơ cấp  $Z_1 = \sqrt{r^2 + Z_L^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \Omega$

Phân tích điện áp hiệu dụng ở cuộn sơ cấp làm hai thành phần  $U_{L1}$  và  $U_{r1}$ . Chính  $U_{L1}$  là suất điện động tự cảm  $e_1$  xuất hiện ở cuộn sơ cấp.

$$E_1 = I_1 \cdot Z_L = \frac{U_1}{Z} \cdot Z_L = \frac{40}{5} \cdot 4 = 32 \text{ V}$$

Do cuộn thứ cấp để hở nên  $U_2 = E_2 = E_1 \frac{N_2}{N_1} = 32 \cdot \frac{220}{110} = 64 \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Bài tập:** Một máy biến thế có  $N_1 = 1000$  vòng,  $N_2 = 2000$  vòng. Hiệu điện thế hiệu dụng của cuộn sơ cấp là  $U_1 = 110 \text{ V}$  và của cuộn thứ cấp khi để hở là  $U_2 = 216 \text{ V}$ . Tỉ số giữa điện trở thuần và cảm kháng của cuộn sơ cấp là

- A. 0,19.      B. 0,16.      C. 0,13.      D. 0,08.

**Câu 24:** Đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp của một máy biến áp lí tưởng (bỏ qua hao phí) một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu cuộn thứ cấp để hở là 100V. Ở cuộn thứ cấp, nếu giảm bớt  $n$  vòng dây thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của nó là  $U$ , nếu tăng thêm  $n$  vòng dây thì điện áp đó là  $2U$ . Nếu tăng thêm  $3n$  vòng dây ở cuộn thứ cấp thì điện áp hiệu dụng giữa hai đầu để hở của cuộn này bằng

- A. 100V.      B. 200V.      C. 220V.      D. 110V.

**Hướng dẫn:**

Từ công thức máy biến thế  $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} \Rightarrow U_2 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1$  viết cho các trường hợp có:

$100 = \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 \quad (1)$	$U = \frac{N_2 - n}{N_1} \cdot U_1 \quad (2)$
$2U = \frac{N_2 + n}{N_1} \cdot U_1 \quad (3)$	$U_{2x} = \frac{N_2 + 3n}{N_1} \cdot U_1 \quad (4)$

Từ (2) và (3) suy ra  $n = \frac{N_2}{3}$ , thay giá trị này vào (4) được  $U_{2x} = \frac{2N_2}{N_1} \cdot U_1$  rồi đổi chiều với (1) ta có  $U_{2x} = 2 \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot U_1 = 2 \cdot 100 = 200 \text{ V} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

**Câu 25:** (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011) Một học sinh quấn một máy biến áp với dự định số vòng dây của cuộn sơ cấp gấp hai lần số vòng dây của cuộn thứ cấp. Do sự suất nên cuộn thứ cấp bị thiếu một số vòng dây. Muốn xác định số vòng dây thiếu để quấn tiếp thêm vào cuộn thứ cấp cho đủ, học sinh này đặt vào hai đầu cuộn sơ cấp một điện áp xoay chiều có giá trị hiệu dụng không đổi, rồi dùng vôn kế xác định tỉ số điện áp ở cuộn thứ cấp để hở và cuộn sơ cấp. Lúc đầu tỉ số điện áp bằng 0,43. Sau khi quấn thêm vào cuộn thứ cấp 24 vòng dây thì tỉ số điện áp bằng 0,45. Bỏ qua mọi hao phí trong máy biến áp. Để được máy biến áp đúng như dự định, học sinh này phải tiếp tục quấn thêm vào cuộn thứ cấp

- A. 40 vòng dây.    B. 84 vòng dây.    C. 100 vòng dây.    D. 60 vòng dây.

**Hướng dẫn:**

Gọi số vòng cuộn sơ cấp là  $N_s$ , số vòng cuộn thứ cấp ban đầu là  $N_2$ , số vòng cần tìm của bài toán là  $x$ , theo đề ra ta có:  $N_s = \frac{N_2}{0,43} = \frac{N_2 + 24}{0,45} = \frac{N_2 + 24 + x}{0,5}$

Từ đó ta có hệ phương trình:  $\begin{cases} 0,45N_2 = 0,43N_2 + 10,32 \\ 0,5N_2 = 0,43N_2 + 10,32 + 0,43x \end{cases}$

Giải ra ta được  $x = 60 \Rightarrow$  Đáp án D.

**Câu 26:** Biện pháp nào sau đây thường được chọn để làm giảm hao phí điện năng trên đường dây khi tải điện đi xa?

- A. Tăng tiết diện của dây.    B. Giảm chiều dài của dây.  
C. Chọn dây có điện trở suất nhỏ.    D. Tăng hiệu điện thế ở nơi truyền đi.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Công suất hao phí trên đường dây } \Delta P = RI^2 = R \frac{P^2}{U^2 \cos^2 \phi}$$

– Điện trở thuần của đường dây  $R = \rho \cdot \frac{l}{S}$ .

– Việc giảm  $R$  bằng cách chọn dây có điện trở suất nhỏ, hoặc tăng tiết diện dây hoặc giảm chiều dài của dây sẽ tốn kém hoặc không thể thực hiện được. Cách phù hợp nhất để làm giảm hao phí điện năng trên đường dây là tăng hiệu điện thế  $U$  ở nơi truyền đi  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 27:** Với cùng công suất, khi tăng hiệu điện thế hiệu dụng ở nơi truyền đi lên 20 lần thì công suất hao phí điện năng trên đường dây giảm bao nhiêu lần?

- A. 20 lần.    B. 400 lần.    C. 100 lần.    D. 40 lần.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Công suất hao phí điện năng trên đường dây } \Delta P = R \frac{P^2}{U^2}$$

Nếu  $U$  tăng 20 lần thì  $\Delta P$  sẽ giảm 400 lần  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 28:** Máy phát điện xoay chiều có công suất 3 MW, dòng điện mà nó phát ra sau khi được tăng thế lên đến 100 kV và truyền đi xa bằng một đường dây có điện trở tổng cộng  $50 \Omega$ . Công suất hao phí điện năng trên đường dây là

- A. 600 W.      B.  $45.10^8$  W.      C. 4,5 kW.      D. 45 kW.

**Hướng dẫn:**

Chọn D vì công suất hao phí  $\Delta P = R \frac{P^2}{U^2} = 50 \frac{(3.10^6)^2}{(100.10^3)^2} = 45000$  W

**Câu 29:** Người ta cần tải đi một công suất 200 kW dưới hiệu điện thế 2 kV. Hiệu số chỉ của các công tơ điện ở trạm phát và ở nơi thu sau một ngày đêm lệch nhau 600 kWh. Hiệu suất của quá trình tải điện là

- A. 87,5%.      B. 92,5%.      C. 75%.      D. 80%.

**Hướng dẫn:**

+ Công suất hao phí trong quá trình tải điện:

$$\Delta P = \frac{\Delta A}{t} = \frac{600.10^3 \cdot 3600}{24.3600} = 25.10^3 \text{ W} = 25 \text{ kW}$$

+ Hiệu suất của quá trình tải điện:

$$H = \frac{P_{ci}}{P_{tp}} = \frac{P_{tp} - \Delta P}{P_{tp}} = \frac{200 - 25}{200} = 0,875 = 87,5\% \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 30:** Điện năng từ một máy phát điện được truyền đi dưới hiệu điện thế 2 kV. Hiệu suất của quá trình tải điện là 80%. Muốn hiệu suất tải điện tăng lên đến 95% thì phải tăng hiệu điện thế lên đến giá trị

- A. 2,5 kV.      B. 3 kV.      C. 4 kV.      D. 5 kV.

**Hướng dẫn:**

+ Ta có:  $H = \frac{P_{ci}}{P_{tp}} = \frac{P_{tp} - \Delta P}{P_{tp}} = 1 - \frac{\Delta P}{P_{tp}} = 1 - \frac{\frac{P_{tp}^2}{U^2} R}{P_{tp}} = 1 - \frac{P_{tp} \cdot R}{U^2}$ . Suy ra  $U^2 = \frac{P_{tp} \cdot R}{(1-H)}$ .

+ Viết cho 2 trường hợp ta có  $U_1^2 = \frac{P_{tp} \cdot R}{(1-H_1)}$  và  $U_2^2 = \frac{P_{tp} \cdot R}{(1-H_2)}$

$$\Rightarrow \frac{U_2^2}{U_1^2} = \frac{(1-H_1)}{(1-H_2)} \Rightarrow U_2 = U_1 \sqrt{\frac{(1-H_1)}{(1-H_2)}} = 2 \sqrt{\frac{(1-0,8)}{(1-0,95)}} = 2 \cdot 2 = 4 \text{ kV} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 31:** Hãy chọn phương án đúng. Trong quá trình truyền tải điện năng đi xa cần tăng điện áp của nguồn lên bao nhiêu lần để giảm công suất hao phí trên đường dây đi 100 lần. Giả thiết công suất nơi tiêu thụ nhận được không đổi, điện áp tức thời u cùng pha với dòng điện tức thời i. Biết ban đầu độ giảm điện thế trên đường dây bằng 15% điện áp của tải tiêu thụ.

- A. 10 lần.      B. 9,2 lần.      C. 8,7 lần.      D. 7,8 lần.

**Hướng dẫn:**

- Gọi  $U, U_1, \Delta U, I_1, \Delta P_1$  là điện áp nguồn, điện áp ở tải tiêu thụ, độ giảm điện áp trên đường dây, dòng điện hiệu dụng và công suất hao phí trên đường dây lúc đầu. Gọi  $U', U_2, \Delta U', I_2, \Delta P_2$  là điện áp nguồn, điện áp ở tải tiêu thụ, độ giảm điện áp trên đường dây, dòng điện hiệu dụng và công suất hao phí trên đường dây lúc sau.

$$\text{Theo đề ra ta có: } \frac{\Delta P_2}{\Delta P_1} = \left( \frac{I_2}{I_1} \right)^2 = \frac{1}{100} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \frac{1}{10} \Rightarrow \frac{\Delta U'}{\Delta U} = \frac{1}{10}$$

$$\text{và } \Delta U = 0,15 \cdot U_1 \Rightarrow \Delta U' = \frac{0,15 U_1}{10} \quad (1)$$

- Vì  $u$  và  $i$  cùng pha và công suất nơi tiêu thụ nhận được không đổi nên:

$$U_1 \cdot I_1 = U_2 \cdot I_2 \Rightarrow \frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = 10 \Rightarrow U_2 = 10U_1 \quad (2)$$

$$\bullet (1), (2) \text{ cho: } \begin{cases} U = U_1 + \Delta U = (0,15 + 1) \cdot U_1 \\ U' = U_2 + \Delta U' = (10 + \frac{0,15}{10}) \cdot U_1 \end{cases} \Rightarrow \frac{U'}{U} = \frac{10 + \frac{0,15}{10}}{0,15 + 1} = 8,7$$

⇒ Chọn C.

## C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Một khung dây hình chữ nhật, kích thước  $20\text{cm} \times 30\text{cm}$ , gồm 100 vòng dây, được đặt trong một từ trường đều có cảm ứng từ  $0,2\text{T}$ . Trục quay của khung dây vuông góc với vec tơ cảm ứng từ  $\vec{B}$ . Cuộn dây quay quanh trục với vận tốc  $1200$  vòng/phút. Chọn gốc thời gian là lúc mặt phẳng khung dây hợp với vec tơ cảm ứng từ góc  $30^\circ$ . Biểu thức của suất điện động cảm ứng trong cuộn dây là:

$$\text{A. } e = 40\pi \cos\left(40\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{V.} \quad \text{B. } e = 48\pi \cos\left(40\pi t - \frac{\pi}{6}\right) \text{V}$$

$$\text{C. } e = 40\pi \cos\left(40\pi t - \frac{5\pi}{6}\right) \text{V.} \quad \text{D. } e = 48\pi \cos\left(40\pi t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{V.}$$

Câu 2: Trong một máy phát điện xoay chiều ba pha, khi suất điện động ở một pha đạt giá trị cực đại  $e_1 = E_0$  thì các suất điện động kia đạt các giá trị nào?

- A.  $e_2 = -\frac{E_0}{2}$  và  $e_3 = -\frac{E_0}{2}$ .      B.  $e_2 = -0,866E_0$  và  $e_3 = -0,866E_0$ .
- C.  $e_2 = -\frac{E_0}{2}$  và  $e_3 = \frac{E_0}{2}$ .      D.  $e_2 = \frac{E_0}{2}$  và  $e_3 = \frac{E_0}{2}$ .

Câu 3: Gọi  $B_0$  là cảm ứng từ cực đại của một trong ba cuộn dây ở động cơ không đồng bộ ba pha, cảm ứng từ tổng hợp của từ trường quay tại tâm staton có trị số bằng bao nhiêu?

- A.  $B = 3B_0$ .      B.  $B = 1,5B_0$ .      C.  $B = B_0$ .      D.  $B = 0,5B_0$

Câu 4: Một máy phát điện xoay chiều ba pha mắc theo hình sao có hiệu điện thế pha là 220 V. Các tải tiêu thụ mắc theo hình tam giác, ở mỗi pha có điện trở thuận là  $12\Omega$  và cảm kháng là  $16\Omega$ . Cường độ dòng điện qua mỗi pha của tải tiêu thụ bằng

- A. 11 A.      B. 19 A.      C. 22 A.      D. 12,5 A.

Câu 5: Một máy biến áp có hiệu suất bằng 1, số vòng dây của cuộn sơ cấp và thứ cấp lần lượt là 1000 vòng và 50 vòng. Điện áp hiệu dụng ở cuộn sơ cấp 220V, cường độ dòng điện là 0,18A. Hệ số công suất của mạch sơ cấp và mạch thứ cấp lần lượt là 1 và 0,9. Cường độ hiệu dụng ở mạch thứ cấp là

- A. 6A.      B. 8A.      C. 2A.      D. 4A.

BỘI ĐƯỜNG TỔN - LÝ - HÓA

## Chủ đề 7: DAO ĐỘNG VÀ SÓNG ĐIỆN TỬ

### A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN

#### CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

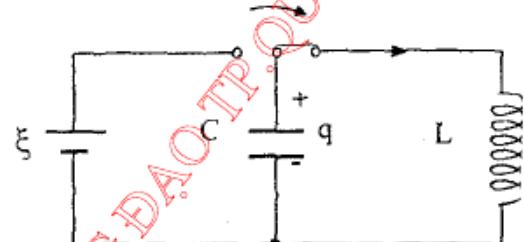
##### I. Dao động điện từ

###### 1. Sự biến thiên

a) **Điện tích.** Điện tích giữa hai bán tụ C biến thiên điều hoà theo phương trình:

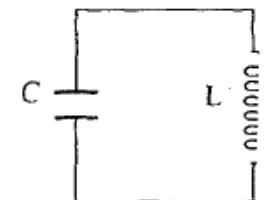
$$q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi).$$

Trong đó tần số góc  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$



b) **Suất điện động cảm ứng trong cuộn dây L thuần cảm**

$e = u = \frac{q}{C} = \frac{Q_0}{C} \cos(\omega t + \varphi)$ . Với  $u$  là hiệu điện thế tức thời giữa hai bán tụ.



###### c) **Cường độ dòng điện**

Cường độ dòng điện chạy trong cuộn dây L biến thiên điều hoà:

$$i = q' = -\omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi) = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi + \pi) = I_0 \sin(\omega t + \varphi + \pi)$$

Trong đó  $I_0 = \omega Q_0$  là cường độ dòng điện cực đại.

##### 2. Năng lượng trong mạch dao động

a) Chọn điều kiện ban đầu thích hợp ta có  $q = Q_0 \sin \omega t$

- Năng lượng điện trường trong tụ điện:

$$W_C = \frac{1}{2} Cu^2 = \frac{q^2}{2C} = \frac{Q_0^2}{2C} \cos^2 \omega t = \frac{Q_0^2}{4C} + \frac{Q_0^2}{4C} \cos(2\omega t)$$

- Năng lượng từ trường trong cuộn dây:

$$W_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{Q_0^2}{2C} \sin^2 \omega t = \frac{Q_0^2}{4C} - \frac{Q_0^2}{4C} \cos(2\omega t)$$

- Năng lượng điện từ trong mạch dao động:

$$W = W_L + W_C = \frac{Q_0^2}{2C} = \text{const}$$

BỘI DƯỜNG TỐI - LÝ HỌA CỰC TỐI - 3000B

### b) Kết luận

- Năng lượng của mạch dao động gồm năng lượng điện trường tập trung ở tụ điện, năng lượng từ trường tập trung ở cuộn cảm.
- Năng lượng điện trường và năng lượng từ trường biến thiên tuần hoàn cùng tần số  $\omega' = 2\omega \Rightarrow f' = 2f$  và  $T' = \frac{T}{2}$ .
- Tại mọi thời điểm, tổng năng lượng điện trường và năng lượng từ trường là không đổi. Năng lượng của mạch dao động được bảo toàn.

## II. Điện từ trường – sóng điện từ

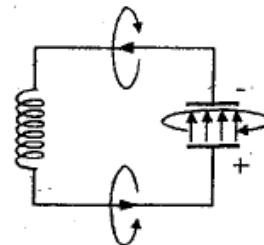
### 1. Điện từ trường

#### a. Giả thuyết của Macxoen

- Khi từ trường biến thiên theo thời gian, nó sinh ra điện trường xoáy có đường súc điện bao quanh đường cảm ứng từ (điện trường tĩnh có đường súc hờ).
  - Khi điện trường biến thiên theo thời gian, nó sinh ra từ trường có đường cảm ứng từ bao quanh đường súc điện.
- ⇒ Không thể có điện trường hoặc từ trường tồn tại riêng biệt, độc lập nhau. Điện trường và từ trường là hai mặt thể hiện khác nhau của một trường duy nhất là trường điện từ.

**b. Dòng điện dịch:** Khi tụ điện tích điện hoặc phóng điện, giữa hai bản cực có điện trường biến thiên sinh ra từ trường xoáy như dòng điện chạy trong dây dẫn đi qua tụ điện.

- Vậy dòng điện dịch là khái niệm chỉ sự biến thiên của điện trường giữa các bản tụ điện (nơi không có dây dẫn) tương đương với dòng chạy trong dây dẫn và cũng sinh ra từ trường biến thiên.
- Dòng điện dẫn và dòng điện dịch tạo thành dòng điện khép kín trong mạch.



### 2. Sóng điện từ

**a) Định nghĩa:** là quá trình lan truyền trong không gian của điện từ trường biến thiên hoàn toàn theo thời gian.

#### b) Tính chất

- \* Truyền trong mọi môi trường vật chất và cả chân không. Vận tốc trong chân không là  $c = 3.10^8$  m/s.
- \* Là sóng ngang. Các véc tơ  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền sóng  $\vec{V}$ . Ba véc tơ  $\vec{E}, \vec{B}, \vec{V}$  tại một điểm tạo thành tam diện thuận.

\* Trong sóng điện từ, tại một điểm dao động, điện trường và từ trường luôn đồng pha.

\* Cũng có các tính chất giống như sóng cơ học, chúng có thể phản xạ, khúc xạ, giao thoa...

\* Khi truyền trong không gian, sóng điện từ mang theo năng lượng tỉ lệ với lũy thừa bậc 4 của tần số.

c) **Sóng vô tuyến:** là sóng điện từ có tần số hàng nghìn Hz trở lên.

- Tầng điện ly: cách mặt đất khoảng 80km, chứa nhiều hạt tích điện.

+ Với sóng trung (bước sóng từ 1000 m xuống 100 m): Ban ngày bị hấp thụ mạnh nên không truyền đi xa. Ban đêm sóng ít bị hấp thụ, phản xạ tốt ở tầng điện ly nên sóng có thể truyền đi xa. Vì vậy ban đêm nghe đài sóng trung rõ hơn ban ngày.

+ Với sóng ngắn ( $\lambda$  từ 100 m xuống 10 m): có năng lượng lớn, bị tầng điện ly phản xạ mạnh xuống đất, rồi từ mặt đất phản xạ lên tầng điện ly, quá trình cứ tiếp tục như vậy. Do đó một đài phát sóng ngắn có công suất lớn có thể truyền sóng tới mọi điểm trên trái đất.

+ Với sóng cực ngắn ( $\lambda$  từ 10 m xuống 0,01 m): Không bị tầng điện ly hấp thụ hay phản xạ, nó xuyên qua tầng điện ly nên nó chủ yếu được dùng trong thông tin vũ trụ.

*Đặc biệt: Vô tuyến truyền hình dùng các sóng cực ngắn, không truyền được xa trên mặt đất, không bị tầng điện ly hấp thụ hay phản xạ, nó xuyên qua tầng điện ly.*

*Muốn truyền hình đi xa, người ta phải dài các đài tiếp sóng trung gian, hoặc dùng vệ tinh nhân tạo để thu rồi phát trở về trái đất.*

**Chú ý:** Sóng dài và cực dài (bước sóng 100km – 1km) năng lượng thấp, bị các vật trên mặt đất hấp thụ mạnh nhưng nước lại hấp thụ ít, do đó sóng dài và cực dài được dùng trong thông tin liên lạc dưới nước.

### 3. Phát và thu sóng điện từ

#### a. Mạch dao động kín và hở

- Mạch L – C là mạch dao động kín: không phát sóng điện từ.
- Nếu bán cực tự điện bị lệch: có sóng điện từ thoát ra.
- Thực tế dùng anten: ở giữa là cuộn dây, ở trên hở, đầu dưới nối đất.

#### b. Phát và thu sóng điện từ

- Phát sóng: kết hợp máy phát dao động điều hòa và anten. Mạch hoạt động gây ra điện từ trường biến thiên, anten phát sóng điện từ cùng tần số f.
- Thu sóng: kết hợp anten với mạch dao động có tụ điện điện dung thay đổi. Điều chỉnh C để mạch cộng hưởng tần số f cần có, gọi là chọn sóng.
- Bước sóng của sóng điện từ mà mạch phát ra hay thu được:

$$\lambda = c \cdot T = \frac{c}{f} = 2\pi c \sqrt{LC} \text{ với } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

### c. Nguyên tắc chung của việc thông tin truyền thanh bằng sóng vô tuyến

- Dùng micro để biến dao động âm thành dao động điện: sóng âm tần.

Đồ thị  $E(t)$  của sóng âm tần

- Dùng sóng vô tuyến điện từ cao tần có bước sóng vài m đến vài trăm m để tải các thông tin gọi là sóng mang.

Đồ thị  $E(t)$  của sóng mang chưa bị biến dạng

- Phải biến dạng sóng điện từ. Dùng mạch biến dạng để “trộn” sóng âm tần với sóng mang.

Đồ thị  $E(t)$  của sóng mang đã được biến dạng về biên độ

- Ở nơi thu, dùng mạch tách sóng để tách sóng âm tần ra khỏi sóng cao tần để đưa ra loa.
- Khi tín hiệu thu được có cường độ nhỏ, ta phải khuếch đại chúng bằng các mạch khuếch đại.

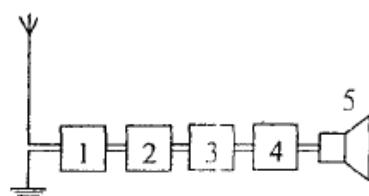
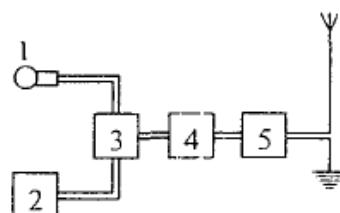
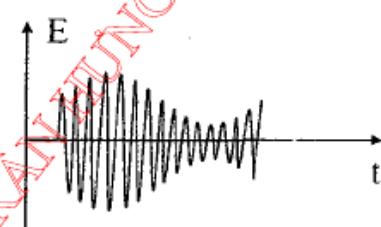
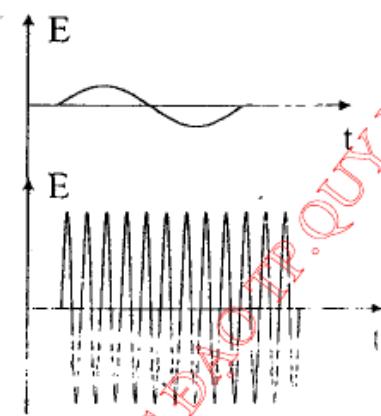
### d. Các bộ phận chính trong mạch phát – thu sóng vô tuyến.

- Sơ đồ khối của mạch phát sóng vô tuyến gồm 5 bộ phận cơ bản: micro; bộ phát sóng cao tần; mạch biến dạng; mạch khuếch đại và anten.

- (1): Tạo ra dao động điện từ âm tần.
- (2): Phát sóng điện từ có tần số cao (cở MHz).
- (3): Trộn dao động điện từ cao tần với dao động điện từ âm tần.
- (4): Khuếch đại dao động điện từ cao tần đã được biến dạng.
- (5): Tạo ra điện từ trường cao tần lan truyền trong không gian.

- Sơ đồ khối của một máy thu vô tuyến cũng gồm 5 bộ phận cơ bản: anten; mạch khuếch đại dao động điện từ cao tần; mạch tách sóng; mạch khuếch đại dao động điện từ âm tần và loa.

- (1): Thu sóng điện từ cao tần biến dạng.
- (2): Khuếch đại dao động điện từ cao tần từ anten gửi tới.
- (3): Tách dao động điện từ âm tần ra khỏi dao động điện từ cao tần.
- (4): Khuếch đại dao động điện từ âm tần từ mạch tách sóng gửi đến.
- (5): Biến dao động điện thành dao động âm.



### III. Các công thức và những điều cần lưu ý

#### 1. Các biểu thức quan hệ $U_0, I_0, u, i$ giúp tính nhanh

$$\text{Từ } W = W_L + W_C = W_{t,\max} = W_{C,\max} \Rightarrow \frac{Q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2} = \frac{CU_0^2}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{Tính nhanh năng lượng điện, năng lượng từ:} \quad & \left\{ \begin{array}{l} W_L = \frac{1}{2} Li^2 = \frac{C}{2} (U_0^2 - u^2) \\ W_C = \frac{1}{2} Cu^2 = \frac{L}{2} (I_0^2 - i^2) \end{array} \right. \\ & \left\{ \begin{array}{l} I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = \sqrt{i^2 + \frac{C}{L} u^2} \\ U_0 = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{u^2 + \frac{L}{C} i^2} \end{array} \right. \end{aligned}$$

Tính nhanh giá trị cực đại  $I_0, U_0$ :

$$\begin{cases} I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}} = \sqrt{i^2 + \frac{C}{L} u^2} \\ U_0 = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{u^2 + \frac{L}{C} i^2} \end{cases}$$

Tính nhanh giá trị tức thời  $u, q, i$ :

$$\left( \frac{i}{I_0} \right)^2 + \left( \frac{q}{Q_0} \right)^2 = 1$$

$$\left( \frac{i}{I_0} \right)^2 + \left( \frac{u}{U_0} \right)^2 = 1$$

$$u = \sqrt{\frac{L}{C} (I_0^2 - i^2)} = \sqrt{U_0^2 - \frac{L}{C} i^2}$$

$$i = \sqrt{\frac{C}{L} (U_0^2 - u^2)} = \sqrt{I_0^2 - \frac{C}{L} u^2}$$

$$\text{Do } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{I_0}{Q_0} \text{ nên chu kỳ có thể tính theo: } T = 2\pi \frac{Q_0}{I_0}$$

#### 2. Bộ tụ ghép

Mạch có  $L$  và  $C_1$ : phát ra  $f_1$

Mạch có  $L$  và  $C_2$ : phát ra  $f_2$

$$\boxed{C_1 \text{нт } C_2: f_{\text{nt}}^2 = f_1^2 + f_2^2} \text{ hoặc } \boxed{\frac{1}{T_{\text{nt}}^2} = \frac{1}{T_1^2} + \frac{1}{T_2^2}} \text{ và } \boxed{\lambda_{\text{nt}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}}$$

$$\boxed{C_1 // C_2: \frac{1}{f_{\text{nt}}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2}} \text{ hoặc } \boxed{T_{\text{nt}}^2 = T_1^2 + T_2^2} \text{ và } \boxed{\lambda_{\text{nt}} = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}}$$

### 3. Bộ tụ xoay

a.  $\lambda = cT = c2\pi\sqrt{LC} \rightarrow \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{C_{x_1}}{C_0} \rightarrow \begin{cases} \text{Nối tiếp: } C_{xt} < C_0 \Leftrightarrow \lambda_1 < \lambda_0 \\ \text{Song song: } C_{//} > C_0 \Leftrightarrow \lambda_1 > \lambda_0 \end{cases}$

Tụ xoay  $C_x // C_0$ :  $\left(\frac{\lambda_1}{\lambda_0}\right)^2 = \frac{C_{x_1} + C_0}{C_0}$

b. Công thức tính điện dung của tụ điện  $C_x = \frac{\epsilon S}{4\pi d}$  với  $d$  là khoảng cách giữa hai bán tụ. Có:  $C_x = a\phi + b$

- $\phi = \phi_{min} \Rightarrow C_x = a\phi_{min} + b$
- $\phi = \phi_{max} \Rightarrow C_x = a\phi_{max} + b$

$\Rightarrow C_x$  có giá trị biên thiên:  $(a\phi_{min} + b) \leq C_x \leq (a\phi_{max} + b)$

### B. VÍ DỤ MINH HỌA

**Câu 1:** Một mạch dao động điện từ LC lí tưởng gồm cuộn cảm thuận có độ tự cảm  $5\ \mu\text{H}$  và tụ điện có điện dung  $5\ \mu\text{F}$ . Trong mạch có dao động điện từ tự do. Khoảng thời gian giữa hai lần liên tiếp mà điện tích trên một bán tụ điện có độ lớn cực đại là

- A.  $5\pi \cdot 10^{-6}\text{s}$ .      B.  $2,5\pi \cdot 10^{-6}\text{s}$ .      C.  $10\pi \cdot 10^{-6}\text{s}$ .      D.  $10^{-6}\text{s}$ .

*Hướng dẫn:*

Chọn A vì khoảng thời gian giữa 2 lần liên tiếp điện tích trên tụ có độ lớn cực đại là nửa chu kỳ (tương tự như ở dao động cơ, là thời gian đi từ biên  $-A$  đến biên  $A$ ):

$$t = \frac{T}{2} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{2} = \pi\sqrt{LC} = \pi\sqrt{5 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-6}} = 5\pi \cdot 10^{-6}\text{s}.$$

**Câu 2:** Một mạch dao động điện từ LC lí tưởng. Lúc đầu tụ được tích điện cực đại  $Q_0 = 10^{-8}\text{C}$ . Thời gian ngắn nhất để tụ phóng hết điện tích là  $2\ \mu\text{s}$ . Cường độ dòng điện hiệu dụng phỏng qua cuộn dây là

- A.  $55,5\ \text{mA}$ .      B.  $5,55\ \text{mA}$ .      C.  $11,1\ \text{mA}$ .      D.  $22,2\ \text{mA}$ .

*Hướng dẫn:*

+ Giống như dao động cơ, thời gian đi từ vị trí biên về VTCB là  $\frac{T}{4}$  nên thời gian

ngắn nhất để từ  $q = Q_0$  đến lúc tụ phóng hết điện tích  $q = 0$  là  $\frac{T}{4} \Rightarrow T = 8 \cdot 10^{-6} \text{ s}$

+ Ta có  $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{\omega Q_0}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi Q_0}{\sqrt{2T}} = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{2 \cdot 8 \cdot 10^{-6}}} = 5,55 \cdot 10^{-3} \text{ A} = 5,55 \text{ mA}$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 3:** Trong mạch dao động LC lí tưởng. Biểu thức nào sau đây là đúng về mối liên hệ giữa  $U_0$  và  $I_0$ ?

- A.  $I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$ ; B.  $U_0 = I_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$ . C.  $U_0 = I_0 \sqrt{LC}$ . D.  $I_0 = U_0 \sqrt{LC}$ .

*Hướng dẫn:*

Trong mạch dao động LC, năng lượng điện trường và năng lượng từ biến thiên và

chuyển hóa cho nhau  $\Rightarrow W_{dmax} = W_{tmax} \Rightarrow \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} LI_0^2$

$\Rightarrow U_0 = I_0 \sqrt{\frac{L}{C}}$  hoặc  $I_0 = U_0 \sqrt{\frac{C}{L}}$   $\Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 4:** Một mạch dao động LC có cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 2 \text{ mH}$  và tụ điện có điện dung  $C = 5 \mu\text{F}$ . Biết hiệu điện thế cực đại giữa hai bán tụ là  $10 \text{ mV}$ . Năng lượng điện từ của mạch là

- A.  $25 \cdot 10^{-6} \text{ mJ}$ . B.  $2,5 \cdot 10^{-6} \text{ mJ}$ . C.  $0,25 \text{ mJ}$ . D.  $2,5 \cdot 10^{-7} \text{ mJ}$ .

*Hướng dẫn:*

Có  $W = W_d + W_t = W_{dmax} = W_{tmax}$ .

Vì bài toán cho biết C và hiệu điện thế cực đại  $U_0$  nên ta tính năng lượng điện từ của mạch thông qua năng lượng điện cực đại.

$$W = W_{dmax} = \frac{1}{2} CU_0^2 = \frac{1}{2} 5 \cdot 10^{-6} \cdot (10 \cdot 10^{-3})^2 = 2,5 \cdot 10^{-10} \text{ J} = 2,5 \cdot 10^{-7} \text{ mJ} \Rightarrow \text{Chọn D}$$

**Câu 5:** Mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung  $10 \mu F$  và một cuộn dây thuận cảm có độ tự cảm  $L = 0,1 H$ . Khi hiệu điện thế ở hai đầu tụ điện là  $4 V$  thì cường độ dòng điện trong mạch là  $0,02 A$ . Hiệu điện thế cực đại trên bán tụ là

- A.  $4 V$ .      B.  $5 V$ .      C.  $2\sqrt{5} V$ .      D.  $5\sqrt{2} V$ .

**Hướng dẫn:**

Vì  $W = W_d + W_t = W_{dmax} = W_{tmax}$  và bài toán cho biết  $C, U_0$  nên ta viết

$$W_d + W_t = W_{dmax} \Rightarrow \frac{1}{2}Cu^2 + \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}CU_0^2$$

$$\Rightarrow U_0 = \sqrt{u^2 + \frac{L}{C}i^2} = \sqrt{4^2 + \frac{0,1}{10 \cdot 10^{-6}}(0,02)^2} = 2\sqrt{5} (V) \Rightarrow \text{Chọn C}$$

**Câu 6:** Cho mạch dao động điện từ LC lý tưởng. Biết điện tích cực đại trên tụ là  $Q_0 = 2 \cdot 10^{-9} C$  và cường độ dòng điện qua cuộn dây  $I_0 = 10 mA$ . Khi điện tích tức thời trên tụ là  $q = 1,2 \cdot 10^{-9} C$  thì độ lớn cường độ dòng điện tức thời qua cuộn dây là

- A.  $2 mA$ .      B.  $4 mA$ .      C.  $6 mA$ .      D.  $8 mA$ .

**Hướng dẫn:**

Từ  $\begin{cases} q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ i = q' = -I_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$  hoặc  $q$  và  $i$  vuông pha  $\Rightarrow \left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{q}{Q_0}\right)^2 = 1$

Thay số ta có  $\left(\frac{i}{10}\right)^2 + \left(\frac{1,2 \cdot 10^{-9}}{2 \cdot 10^{-9}}\right)^2 = 1 \Rightarrow i = 8 mA \Rightarrow \text{Chọn D.}$

**Câu 7:** Cho mạch dao động điện từ LC lý tưởng. Biết hiệu điện thế cực đại giữa hai bán tụ  $U_0 = 4 V$  và cường độ dòng điện qua cuộn dây  $I_0 = 20 mA$ . Khi cường độ dòng điện tức thời qua cuộn dây là  $16 mA$  thì điện áp tức thời giữa hai bán tụ là

- A.  $2 V$ .      B.  $2,4 V$ .      C.  $3 V$ .      D.  $3,6$ .

**Hướng dẫn:**

Từ  $\begin{cases} u = U_0 \cos(\omega t + \varphi) \\ i = -I_0 \sin(\omega t + \varphi) \end{cases}$  hoặc  $u$  và  $i$  vuông pha suy ra:

$$\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left(\frac{16}{20}\right)^2 + \left(\frac{u}{4}\right)^2 = 1 \Rightarrow u = 2,4 V \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Bài tập:** Xét hai mạch dao động điện từ lí tưởng. Chu kì dao động riêng của mạch thứ nhất là  $T_1$ , của mạch thứ hai là  $T_2 = 2T_1$ . Ban đầu điện tích trên mỗi bìa tụ điện có độ lớn cực đại  $Q_0$ . Sau đó mỗi tụ điện phóng điện qua cuộn cảm của mạch. Khi điện tích trên mỗi bìa tụ của hai mạch đều có độ lớn bằng  $q$  ( $0 < q < Q_0$ ) thì tỉ số độ lớn cường độ dòng điện trong mạch thứ nhất và độ lớn cường độ dòng điện trong mạch thứ hai là

A. 2.

B. 4.

C.  $\frac{1}{2}$

D.  $\frac{1}{4}$

**Câu 8:** Một mạch dao động LC lí tưởng có chu kì dao động là  $T$ . Tại một thời điểm điện tích trên tụ điện bằng  $8 \cdot 10^{-7} C$  và đang có xu hướng giảm, sau đó một khoảng thời gian  $\Delta t = 3T/4$  thì cường độ dòng điện tức thời trong mạch bằng  $1,6\pi \cdot 10^{-3} A$ . Chu kì  $T$  của mạch dao động là

A.  $2\pi \cdot 10^{-3} s$ .

B.  $2 \cdot 10^{-3} s$ .

C.  $10^{-3} s$ .

D.  $10^{-4} s$ .

**Hướng dẫn:**

♦ Giá trị ở thời điểm ban đầu  $t_1$ , điện tích trên tụ có giá trị  $q_1$  ứng với điểm  $M_1$ . Ở thời điểm  $t_2$ , sau đó một khoảng thời gian  $\Delta t = \frac{3}{4}T$  bán kính đã quét một góc ở

tâm  $\Delta\phi = \omega\Delta t = \frac{2\pi}{T} \cdot \frac{3T}{4} = \frac{3\pi}{2}$  nên đến điểm  $M_2$ .

$$\Rightarrow \varphi_1 + \varphi_2 = 2\pi - \Delta\phi = \frac{\pi}{2}$$

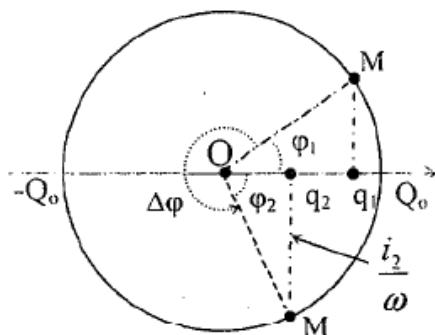
$$\Rightarrow \sin \varphi_2 = \cos \varphi_1 \quad (1)$$

$$♦$$
 Từ hình vẽ ta có:  $\cos \varphi_1 = \frac{q_1}{Q_0} \quad (2)$

$$♦$$
 Từ công thức  $Q_o^2 = q_2^2 + \frac{i_2^2}{\omega^2}$  và hình vẽ  $\Rightarrow \sin \varphi_2 = \frac{i_2}{\omega Q_o} \quad (3)$

$$♦$$
 Từ (1), (2) và (3) cho:  $\frac{i_2}{\omega Q_o} = \frac{q_1}{Q_0} \Rightarrow \omega = \frac{i_2}{q_1} = \frac{1,6\pi \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-7}} = 2000\pi \text{ rad/s}$

Vậy  $T = 10^{-3} s \Rightarrow$  Chọn C.



**Câu 9:** Trong mạch dao động LC lí tưởng, cứ sau những khoảng thời gian như nhau  $t_0$  thì năng lượng trong cuộn cảm và tụ điện lại bằng nhau. Chu kì dao động riêng của mạch là

- A.  $\frac{t_0}{2}$ .      B.  $\frac{t_0}{4}$ .      C.  $2t_0$ .      D.  $4t_0$ .

**Hướng dẫn:**

Trong một chu kì dao động điện từ, có bốn lần năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường. Khoảng thời gian giữa hai lần bằng nhau liên tiếp bằng một phần tư chu kì  $\Rightarrow T = 4t_0 \Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 10:** Mạch dao động LC lí tưởng với cuộn dây có  $L = 0,2H$ , tụ điện có điện dung  $C = 5\mu F$ . Giả sử thời điểm ban đầu tụ điện có điện tích cực đại  $Q_0$ . Hồi sau khoảng thời gian ngắn nhất bằng bao nhiêu thì năng lượng từ trường gấp 3 lần năng lượng điện trường?

- A.  $\frac{\pi \cdot 10^{-3}}{3} s$ .      B.  $\frac{\pi \cdot 10^{-3}}{6} s$ .      C.  $\frac{\pi \cdot 10^{-3}}{2} s$ .      D.  $\frac{\pi \cdot 10^{-3}}{4} s$ .

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Ta có: } W = W_d + W_t = 3W_t + W_t = 4W_d \Rightarrow \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = 4 \cdot \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} \Rightarrow q = \pm \frac{Q_0}{2}$$

Vậy thời gian ngắn nhất để năng lượng từ trường gấp 3 lần năng lượng điện trường chính là thời gian để điện tích của tụ biến thiên từ giá trị  $q = Q_0$  đến giá trị  $q = -\frac{Q_0}{2}$  lần đầu tiên, cũng tương tự như bài toán vật dao động điều hòa, thời gian

để vật từ A về  $\frac{A}{2}$  bằng  $\frac{T}{6}$  nên ta được

$$t = \frac{T}{6} = \frac{2\pi\sqrt{LC}}{6} = \frac{2\pi\sqrt{0,2 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}}{6} = \frac{\pi \cdot 10^{-3}}{3} (\text{s}) \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

**Câu 11:** Mạch dao động điện từ gồm một cuộn dây mắc với một tụ điện. Biết dòng điện cực đại qua cuộn dây là  $I_0$ . Nếu chỉ tính đến hao phí vì nhiệt do cuộn dây có điện trở R thì công suất cần cung cấp cho mạch để mạch hoạt động ổn định được tính theo biểu thức nào?

- A.  $P = \frac{1}{2} I_0^2 R$ .      B.  $P = I_0^2 R$ .      C.  $P = 2I_0^2 R$ .      D.  $P = \frac{1}{\sqrt{2}} I_0^2 R$ .

**Hướng dẫn:**

Để duy trì dao động trong mạch thì phải cung cấp cho mạch công suất đúng bằng công suất hao phí vì nhiệt  $P_{ct} = P_{hp} = I^2 R = \frac{I_0^2}{2} R \Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 12:** Nếu nối hai đầu đoạn mạch gồm cuộn cảm thuần L mắc nối tiếp với điện trở thuần  $R = 1\Omega$  vào hai cực của nguồn điện một chiều có suất điện động không đổi và điện trở trong  $r$  thì trong mạch có dòng điện không đổi cường độ  $I$ . Dùng nguồn điện này để nạp điện cho một tụ điện có điện dung  $C = 2 \cdot 10^{-6} F$ . Khi điện tích trên tụ điện đạt giá trị cực đại, ngắt tụ điện khỏi nguồn rồi nối tụ điện với cuộn cảm thuần L thành một mạch dao động thì trong mạch có dao động điện từ tự do với chu kì bằng  $\pi \cdot 10^{-6} s$  và cường độ dòng điện cực đại bằng  $8I$ . Giá trị của  $r$  bằng

- A.  $0,25 \Omega$ .      B.  $1 \Omega$ .      C.  $0,5 \Omega$ .      D.  $2 \Omega$ .

(Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011)

**Hướng dẫn:**

+ Khi cuộn dây nối với nguồn có suất điện động  $\varepsilon$ , theo định luật Ôm cho toàn mạch ta có:  $I = \frac{\varepsilon}{(R+r)} \Rightarrow \varepsilon = I(R+r)$

+ Khi dùng nguồn này nạp điện cho tụ thì điện tích cực đại của tụ điện:

$$Q_0 = C \cdot U_0 = C \cdot \varepsilon = C \cdot I(R+r)$$

+ Khi nối tụ với cuộn dây thành mạch dao động thì chu kì dao động:  $T = 2\pi \frac{Q_0}{I_0}$

Thay các giá trị đã cho, ta được:  $\pi \cdot 10^{-6} = 2\pi \cdot \frac{2 \cdot 10^{-6} \cdot I \cdot (1+r)}{8I} \Rightarrow 1 = \frac{(1+r)}{2}$

$$\Rightarrow r = 1\Omega \Rightarrow \text{Đáp án B.}$$

**Câu 13:** Một khung dao động gồm tụ điện có điện dung  $C = 10 \text{ pF}$  và cuộn dây thuần cảm có hệ số tự cảm  $L = 10 \text{ mH}$ . Tụ điện được tích điện đến hiệu điện thế 12 V. Sau đó cho tụ điện phóng điện trong mạch. Lấy  $\pi^2 = 10$  và gốc thời gian là lúc tụ điện bắt đầu phóng điện. Biểu thức điện tích trên tụ điện là

A.  $q = 1,2 \cdot 10^{-10} \sin(10^6 \pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (C)}$ .      B.  $q = 1,2 \cdot 10^{-7} \sin 10^6 \pi t \text{ (C)}$ .

C.  $q = 1,2 \cdot 10^{-7} \sin(10^6 \pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (C)}$ .      D.  $q = 1,2 \cdot 10^{-10} \sin 10^3 \pi t \text{ (C)}$ .

**Hướng dẫn:**

Điện tích giữa hai bản tụ điện biến thiên điều hòa nên phương trình có dạng:

$$q = Q_0 \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\text{Có } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-12}}} = \frac{10^7}{\sqrt{10}} = \pi \cdot 10^6 \text{ (rad/s)}$$

$$\text{và } Q_0 = CU_0 = 10 \cdot 10^{-12} \cdot 12 = 1,2 \cdot 10^{-10} \text{ C}$$

$$\text{lúc } t = 0 \text{ thì } q = Q_0 \sin(\varphi) = Q_0 \Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Vậy } q = 1,2 \cdot 10^{-10} \sin(10^6 \pi t + \frac{\pi}{2}) \text{ (C)} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 14:** Trong mạch dao động LC lí tưởng đang có dao động điện từ tự do, điện tích của một bản tụ điện và cường độ dòng điện qua cuộn cảm biến thiên điều hòa theo thời gian

- A. luôn ngược pha nhau.
- B. với cùng biên độ.
- C. luôn cùng pha nhau.
- D. với cùng tần số.

*Hướng dẫn:*

Nếu điện tích trên bản tụ là  $q = Q_0 \cos(\omega t + \varphi)$  thì cường độ dòng điện chạy qua cuộn dây L là:  $i = q' = -\omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi) = \omega Q_0 \sin(\omega t + \varphi + \pi) = \omega Q_0 \cos(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})$

⇒ trong các phương án trên, chỉ có phương án D là thỏa mãn ⇒ Chọn D.

**Câu 15:** Một mạch dao động gồm một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L và hai tụ điện có điện dung  $C_1$  và  $C_2$ . Khi mắc cuộn dây riêng với từng tụ  $C_1$ ,  $C_2$  thì chu kỳ dao động của mạch tương ứng là  $T_1 = 0,3$  ms và  $T_2 = 0,4$  ms. Chu kỳ dao động của mạch khi mắc đồng thời cuộn dây với  $C_1$  song song  $C_2$  là

- A. 0,5 ms.
- B. 0,7 ms.
- C. 1 ms.
- D. 0,24 ms.

*Hướng dẫn:*

$$\text{Vì } T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1} \text{ và } C_{\text{th}} = C_1 + C_2$$

$$\Rightarrow T_2 = 2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)} = 2\pi\sqrt{LC_1 + LC_2} = \sqrt{T_1^2 + T_2^2} = 0,5 \text{ ms} \Rightarrow \text{Chọn A}$$

**Ghi nhớ:** L ghép với các C thì  $\begin{cases} \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{f_{\text{th}}^2} \\ f_1^2 + f_2^2 = f_{\text{th}}^2 \end{cases}$

**Bài tập:** Trong một mạch dao động điện từ, khi cuộn cảm L ghép với bộ tụ ( $C_1$  nt  $C_2$ ) thì tần số dao động trong mạch  $f_{nt} = 10\text{kHz}$ , khi cuộn cảm L ghép với bộ tụ ( $C_1 // C_2$ ) thì tần số dao động trong mạch  $f_{nt} = 4,8\text{kHz}$ . Biết  $C_1 > C_2$ . Hỏi rằng khi cuộn cảm L ghép riêng với tụ  $C_1$  thì tần số dao động trong mạch nhận giá trị nào?

- A. 6 kHz.      B. 8 kHz.      C. 5,2 kHz.      D. 14,8 kHz.

**Câu 16:** Mạch dao động  $L_1C$  có tần số dao động  $f_1$ . Với mạch dao động  $L_2C$  thì tần số dao động là  $f_2$ . Khi mạch dao động gồm bộ cuộn cảm ( $L_1$  nối tiếp  $L_2$ ) mắc với tụ điện C thì tần số dao động sẽ tính theo biểu thức

$$\text{A. } f = f_1 + f_2 \quad \text{B. } \frac{1}{f^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \quad \text{C. } \frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad \text{D. } f^2 = f_1^2 + f_2^2$$

*Hướng dẫn:*

Với mạch dao động  $L_1C$  ta có:  $f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C}} \Rightarrow L_1C = \frac{1}{4\pi^2 f_1^2}$

Với mạch dao động  $L_2C$  ta có:  $f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C}} \Rightarrow L_2C = \frac{1}{4\pi^2 f_2^2}$

Với mạch dao động gồm ( $L_1$  nối tiếp  $L_2$ ) mắc với tụ C ta có:

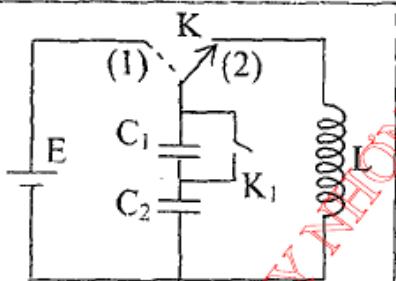
$$\begin{aligned} f_{nt} &= \frac{1}{2\pi\sqrt{L_{nt}C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{(L_1 + L_2)C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C + L_2C}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{1}{4\pi^2 f_1^2} + \frac{1}{4\pi^2 f_2^2}}} \\ &\Rightarrow \frac{1}{f_{nt}^2} = \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} \Rightarrow \text{Đáp án B.} \end{aligned}$$

**Ghi nhớ:** C ghép với các L thì  $\begin{cases} \frac{1}{f_1^2} + \frac{1}{f_2^2} = \frac{1}{f_{nt}^2} \\ f_1^2 + f_2^2 = f_{nt}^2 \end{cases}$

**Bài tập:** Trong mạch dao động, khi mắc cuộn dây có độ tự cảm  $L_1$  với tụ điện có điện dung C thì tần số dao động của mạch là  $f_1 = 120\text{ kHz}$ . Khi mắc cuộn dây có độ tự cảm  $L_2$  với tụ điện có điện dung C thì tần số dao động của mạch là  $f_2 = 160\text{ kHz}$ . Khi mắc  $L_1$  nối tiếp  $L_2$  rồi mắc với tụ điện có điện dung C thì tần số dao động của mạch lúc đó sẽ là

- A. 96 kHz.      B. 100 kHz.      C. 150 kHz.      D. 200 kHz.

**Câu 17:** Trong mạch dao động như hình vẽ, bộ tụ điện gồm 2 tụ  $C_1, C_2$  giống nhau được cấp năng lượng  $W_0 = 10^{-6} \text{ J}$  từ nguồn điện một chiều có suất điện động  $E = 4 \text{ V}$ . Chuyển K từ (1) sang (2). Cứ sau những khoảng thời gian như nhau  $t_1 = 10^{-6} \text{ s}$  thì năng lượng điện trường trong tụ điện và năng lượng từ trường trong cuộn cảm bằng nhau.



1. Xác định cường độ dòng điện cực đại trong cuộn dây.
2. Đóng  $K_1$  vào lúc cường độ dòng điện cuộn dây đạt cực đại. Tính lại hiệu điện thế cực đại trên cuộn dây.

**Hướng dẫn:**

1. Khoảng thời gian liên tiếp giữa 2 lần năng lượng điện trường và năng lượng từ trường bằng nhau  $t_1 = \frac{T}{4}$ , vậy chu kì của mạch LC là  $T = 4t_1 = 4.10^{-6} \text{ s}$

$$\text{Từ } W_0 = \frac{1}{2}CE^2 \Rightarrow C = \frac{2W_0}{E^2} = \frac{2.10^{-6}}{4^2} = 0,125.10^{-6} \text{ F}$$

Do  $C_1 = C_2$  và  $C_1 = C_2$  nên  $C_1 = C_2 = 2C = 0,25.10^{-6} \text{ F}$

$$\text{Từ } T = 2\pi\sqrt{LC} \Rightarrow L = \frac{T^2}{4\pi^2 C} = \frac{16.10^{-12}}{4\pi^2.0,125.10^{-6}} = 3,24.10^{-6} \text{ H}$$

$$\text{Mặt khác } W_0 = \frac{1}{2}LI_0^2 \Rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{2W_0}{L}} = \sqrt{\frac{2.10^{-6}}{3,24.10^{-6}}} = 0,785 \text{ A}$$

2. Do đóng  $K_1$  vào lúc cường độ dòng điện qua cuộn dây đạt cực đại nên năng lượng trên các tụ điện bằng không, mặc dù tụ  $C_1$  bị loại khỏi hệ dao động nhưng năng lượng của mạch không bị  $C_1$  lấy đi, vì vậy sau khi đóng  $K_1$  năng lượng điện từ của mạch mới vẫn bằng  $W_0$ .

$$\text{Do còn } C_2 \text{ nên } \frac{1}{2}C_2U_0^2 = W_0 \Rightarrow U_0 = \sqrt{\frac{2W_0}{C_2}} = \sqrt{\frac{2.10^{-6}}{0,25.10^{-6}}} = 2,83 \text{ V}$$

**Câu 18:** Hai tụ điện  $C_1 = 3C_0$  và  $C_2 = 6C_0$  mắc nối tiếp. Nối hai đầu bộ tụ với pin có suất điện động  $E = 3V$  để nạp điện cho các tụ rồi ngắt ra và nối với cuộn dây thuận cảm  $L$  tạo thành mạch dao động điện từ tự do. Tại thời điểm dòng điện qua cuộn dây có độ lớn bằng một nửa giá trị dòng điện cực đại, người ta dùng một dây dẫn điện để nối tắt hai cực của tụ  $C_1$ . Hiệu điện thế cực đại trên tụ  $C_2$  của mạch dao động sau đó là

- A.  $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ V}$       B.  $\sqrt{3} \text{ V}$       C.  $\frac{\sqrt{6}}{2} \text{ V}$       D.  $\sqrt{6} \text{ V}$

**Hướng dẫn:**

+ Năng lượng của mạch lúc đầu  $W = \frac{1}{2}C_b U_0^2 = \frac{1}{2} \cdot 2C_0 E^2 = C_0 E^2$

$$(vì C_1 nt C_2 nên C_b = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = 2C_0)$$

+ Từ  $\left(\frac{i}{I_0}\right)^2 + \left(\frac{u}{U_0}\right)^2 = 1$  nên khi  $i = \frac{1}{2}I_0$  ta có điện áp tức thời trên bộ tụ là:

$$u = U_0 \sqrt{1 - \left(\frac{i}{I_0}\right)^2} = \frac{U_0 \sqrt{3}}{2} = \frac{E \sqrt{3}}{2}$$

$$+ Từ hệ \begin{cases} u_1 + u_2 = u \\ q_1 = q_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = u \\ C_1 u_1 = C_2 u_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 + u_2 = \frac{E \sqrt{3}}{2} \\ 3C_0 u_1 = 6C_0 u_2 \end{cases} \Rightarrow u_1 = \frac{E \sqrt{3}}{3}$$

Năng lượng điện trường tức thời còn nằm trong tụ C<sub>1</sub> là:

$$W_1 = \frac{1}{2}C_1 u_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 3C_0 \cdot \left(\frac{E \sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{1}{2}C_0 E^2$$

+ Vì tụ C<sub>1</sub> bị loại bỏ khỏi mạch nên năng lượng còn lại của mạch là:

$$W' = W - W_1 = C_0 E^2 - \frac{1}{2}C_0 E^2 = \frac{1}{2}C_0 E^2$$

$$\text{Do còn } C_2 \text{ nên } W_2' = W' \Rightarrow W_2' = \frac{1}{2}C_0 E^2 \Rightarrow \frac{1}{2}C_2 U_{02}^2 = \frac{1}{2}C_0 E^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cdot 6C_0 U_{02}^2 = \frac{1}{2}C_0 E^2 \Rightarrow U_{02} = \frac{E}{\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2} V \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 19:** Chọn phát biểu sai khi nói về điện từ trường

A. Điện trường và từ trường là hai mặt thể hiện khác nhau của một loại trường duy nhất gọi là điện từ trường.

B. Điện trường biến thiên nào cũng sinh ra từ trường biến thiên và ngược lại.

C. Không thể có điện trường và từ trường tồn tại độc lập.

D. Nam châm vĩnh cửu là một trường hợp ngoại lệ ở đó chỉ có từ trường.

**Hướng dẫn:**

Nếu nam châm được coi là “chuyển động” trong một hệ quy chiếu nào đó thì xung quanh nam châm sẽ có điện từ trường  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 20:** Phát biểu nào sau đây là **sai** khi nói về sóng điện từ?

- A. Sóng điện từ là sóng ngang.
- B. Khi sóng điện từ lan truyền, vectơ cường độ điện trường luôn vuông góc với vectơ cảm ứng từ.
- C. Khi sóng điện từ lan truyền, vectơ cường độ điện trường luôn cùng phương với vectơ cảm ứng từ.
- D. Sóng điện từ lan truyền được trong chân không.

**Hướng dẫn:**

Chọn C vì sóng điện từ là sóng ngang. Các véc tơ  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  vuông góc với nhau và vuông góc với phương truyền sóng  $\vec{v}$  (Ba véc tơ  $\vec{E}, \vec{B}, \vec{v}$  tại một điểm tạo thành tam diện thuận).

**Câu 21:** Chọn phát biểu **sai** khi nói về sóng vô tuyến

- A. Trong thông tin vô tuyến, người ta sử dụng những sóng có tần số hàng nghìn hertz trở lên, gọi là sóng vô tuyến.
- B. Sóng dài và cực dài có bước sóng từ  $10^7$  m đến  $10^5$  m.
- C. Sóng trung có bước sóng từ  $10^3$  m đến  $10^2$  m.
- D. Sóng cực ngắn có bước sóng từ  $10^{-2}$  m đến  $10^{-3}$  m.

**Hướng dẫn:**

Chọn B vì sóng dài và cực dài có bước sóng từ 1km đến 100km .

**Câu 22:** Để thông tin liên lạc giữa các phi hành gia trên vũ trụ với trạm điều hành dưới mặt đất người ta đã sử dụng sóng vô tuyến có bước sóng thuộc khoảng

- A. 100km – 1km.
- B. 1000km – 100km.
- C. 100 m – 10 m.
- D. 10 m – 0,01 m.

**Hướng dẫn:**

Sử dụng sóng cực ngắn  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 23:** Một mạch dao động điện từ LC có điện tích cực đại trên bìa tụ là  $1\ \mu\text{C}$  và dòng điện cực đại qua cuộn dây là  $0,314\ \text{A}$ . Sóng điện từ do mạch dao động này phát ra thuộc loại

- |                         |                   |
|-------------------------|-------------------|
| A. sóng dài và cực dài. | B. sóng trung.    |
| C. sóng ngắn.           | D. sóng cực ngắn. |

**Hướng dẫn:**

Ta có  $I_o = \omega Q_o = 2\pi f Q_o \Rightarrow f = \frac{I_o}{2\pi Q_o}$  (1) và  $\lambda = cT = \frac{c}{f}$  (2).

Từ (1) và (2)  $\Rightarrow$  bước sóng điện từ  $\lambda = c \frac{2\pi Q_o}{I_o} = 3 \cdot 10^8 \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{0,314} = 6000\ \text{m}$ .

Giá trị tính được thuộc vùng sóng dài và cực dài  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 24:** Khi ghép tụ  $C_1$  với cuộn cảm  $L$  thì thu được bước sóng  $\lambda_1 = 100$  m, khi mắc tụ  $C_2$  thay cho tụ  $C_1$  vào mạch dao động thì thu được  $\lambda_2 = 75$  m. Vậy nếu mắc  $C_1$  nối tiếp  $C_2$  vào mạch dao động thì thu được bước sóng là

- A. 40 m.      B. 60 m.      C. 80 m.      D. 120 m.

**Hướng dẫn:**

Chọn B vì theo công thức tính nhanh:  $\lambda_{\text{nt}} = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{\sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2}} = \frac{100 \cdot 75}{\sqrt{100^2 + 75^2}} = 60$  m

**Câu 25:** Một mạch dao động LC gồm cuộn thuần cảm và một tụ điện có điện dung  $C = 12$  nF. Để bước sóng mà dao động tự do của mạch thu được giảm hai lần thì phải mắc thêm một tụ điện  $C_0$  như thế nào và có điện dung bao nhiêu?

- A.  $C_0 = 36$  nF, nối tiếp với C.      B.  $C_0 = 4$  nF, nối tiếp với C.  
 C.  $C_0 = 16$  nF, song song với C.      D.  $C_0 = 4$  nF, song song với C.

**Hướng dẫn:**

Với tụ C có  $\lambda = 2\pi c \sqrt{LC}$  và với bộ tụ  $C_b$  có  $\lambda_b = 2\pi c \sqrt{C_b}$

Vì  $\lambda_b = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow C_b = \frac{C}{4} \Rightarrow C_b < C \Rightarrow C_0$  ghép nối tiếp với C.

$$\frac{1}{C_b} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C_0} \Rightarrow C_0 = \frac{C \cdot C_b}{C - C_b} = 4 \text{ nF} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 26:** Một mạch dao động LC gồm cuộn thuần cảm và một bộ tụ điện. Bộ tụ điện gồm tụ có điện dung  $C_0$  ghép song song với một tụ xoay  $C_x$ . Khi điện dung  $C_x$  biến đổi từ  $10\text{pF}$  đến  $250\text{ pF}$  thì mạch bắt được sóng có bước sóng từ  $10\text{m}$  đến  $30\text{m}$ . Điện dung  $C_0$  và độ tự cảm của mạch là

- A.  $20\text{ pF}; 1,3\mu\text{H}$ .      B.  $30\text{ pF}; 0,925\mu\text{H}$ .  
 C.  $20\text{ pF}; 0,925\mu\text{H}$ .      D.  $30\text{ pF}; 1,3\mu\text{H}$ .

**Hướng dẫn:**

+ Vì  $C_0$  và  $C_x$  ghép song song nên  $C_1 = C_0 + C_{x1}$  và  $C_2 = C_0 + C_{x2}$

+ Từ biểu thức  $\lambda = 2\pi c \sqrt{LC}$  ta có  $\lambda_1 = 2\pi c \sqrt{LC_1}$  và  $\lambda_2 = 2\pi c \sqrt{LC_2}$

$$\text{suy ra } \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \Rightarrow \frac{30}{10} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 9 \Rightarrow \frac{C_0 + C_{x2}}{C_0 + C_{x1}} = 9$$

$$\Rightarrow 8C_0 = C_{x2} - 9C_{x1} \Rightarrow C_0 = 20\text{pF}$$

+ Từ  $\lambda_1 = 2\pi c \sqrt{LC_1} = 2\pi c \sqrt{L(C_0 + C_{x1})} \Rightarrow L = 0,925\mu\text{H} \Rightarrow \text{Chọn C.}$

**Câu 27:** Mạch chọn sóng của máy thu vô tuyến điện gồm cuộn dây thuần cảm và một tụ xoay. Tụ xoay từ góc  $0^\circ$  đến  $120^\circ$  thì điện dung biến thiên từ  $10\text{pF}$  đến  $250\text{pF}$ . Khi góc xoay của tụ ở  $8^\circ$  thì mạch thu được sóng điện từ có bước sóng là  $10\text{m}$ . Biết rằng điện dung của tụ tỉ lệ bậc nhất với góc xoay. Muốn bắt được sóng có bước sóng  $20\text{ m}$  thì tụ cần xoay thêm một góc

A.  $47^\circ$

B.  $39^\circ$

C.  $31^\circ$

D.  $55^\circ$

**Hướng dẫn:**

+ Điện dung C của tụ xoay tỉ lệ bậc nhất với góc xoay  $\alpha$  theo hệ số tỉ lệ k.

Khi ở  $0^\circ$  thì điện dung đã có giá trị  $C_0 = 10\text{pF}$  nên có thể viết  $C = 10 + k\alpha$

Thay  $C = 250\text{pF}$  ứng với  $\alpha = 120^\circ$  ta có  $250 = 10 + k120 \Rightarrow k = 2$ .

Vậy khi ở góc  $\alpha$  bất kỳ, giá trị điện dung là  $C = 10 + 2\alpha$

+ Từ biểu thức  $\lambda = 2\pi c \sqrt{LC}$  ta có  $\lambda_1 = 2\pi c \sqrt{LC_1}$  và  $\lambda_2 = 2\pi c \sqrt{LC_2}$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \Rightarrow \frac{20}{10} = \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \Rightarrow \frac{C_2}{C_1} = 4 \Rightarrow \frac{10 + 2\alpha_2}{10 + 2\cdot 8^\circ} = 4 \Rightarrow \alpha_2 = 47^\circ$$

+ Vậy tụ phải xoay thêm một góc  $\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1 = 47^\circ - 8^\circ = 39^\circ \Rightarrow$  Chọn B.

## C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Một mạch dao động gồm một tụ điện có điện dung  $C = 25\text{\mu F}$  và cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm L. Hiệu điện thế cực đại giữa hai bán tụ là  $U_0 = 5\text{ V}$ . Biết cường độ dòng điện cực đại trong mạch là  $1\text{ A}$ , tần số dao động của mạch là

- A.  $f = 4\text{ kHz}$ .      B.  $f = \frac{4}{\pi}\text{ kHz}$ .      C.  $f = \frac{1}{\pi}\text{ kHz}$ .      D.  $f = 1\text{ kHz}$ .

**Câu 2:** Một tụ điện của một mạch dao động có điện dung  $1800\text{ pF}$ ; cuộn cảm của mạch có độ tự cảm  $2\text{\mu H}$ . Để tạo ra dao động điện từ trong mạch, ban đầu người ta nạp điện cho tụ điện sao cho điện áp cực đại giữa hai bán tụ điện bằng  $1\text{ mV}$ . Bỏ qua điện trở của các dây nối và điện trở của cuộn cảm. Lấy góc thời gian là lúc điện áp trên tụ điện đạt giá trị cực đại. Phương trình của cường độ dòng điện trong mạch là

- A.  $i = 30\cos\left(1,6 \cdot 10^7 t\right)(\mu\text{A})$ .      B.  $i = 30\cos\left(1,6 \cdot 10^7 t + \frac{\pi}{3}\right)(\mu\text{A})$ .  
 C.  $i = 30\cos\left(1,6 \cdot 10^7 t + \frac{\pi}{2}\right)(\mu\text{A})$ .      D.  $i = 3\cos\left(1,6 \cdot 10^7 t - \frac{\pi}{6}\right)(\mu\text{A})$ .

**Câu 3:** Một mạch dao động gồm một cuộn cảm  $275 \mu\text{H}$  có điện trở thuần  $0,5 \Omega$  và một tụ điện  $4200 \text{ pF}$ . Bỏ qua mất mát do bức xạ sóng điện từ. Để duy trì dao động trong mạch với hiệu điện thế cực đại trên tụ điện là  $6\text{V}$  cần phải cung cấp cho mạch một công suất là

- A.  $572 \mu\text{W}$ .      B.  $1,4 \text{ mW}$ .      C.  $2,15 \text{ mW}$ .      D.  $137 \mu\text{W}$ .

**Câu 4:** Trong 1 mạch dao động điện từ, khi ghép tụ  $C_1$  với cuộn cảm  $L$  thì tần số dao động trong mạch là  $f_1 = 7,5 \text{ MHz}$ , khi mắc tụ  $C_2$  thay cho tụ  $C_1$  vào mạch dao động thì tần số dao động điện từ trong mạch là  $f_2 = 10 \text{ MHz}$ . Tần số dao động trong mạch khi mắc  $C_1$  song song  $C_2$  rồi mắc vào  $L$  là

- A.  $12,5 \text{ MHz}$ .      B.  $6 \text{ MHz}$ .      C.  $15 \text{ MHz}$ .      D.  $17,5 \text{ MHz}$ .

**Câu 5:** Mạch chọn sóng của một máy thu vô tuyến gồm cuộn cảm  $L = 0,4\text{mH}$  và một tụ xoay  $C_x$ . Biết rằng mạch này có thể thu được dải sóng ngắn có bước sóng từ  $\lambda_1 = 10\text{m}$  đến  $\lambda_2 = 60\text{m}$ . Miền biến thiên điện dung của tụ xoay  $C_x$  là

- A.  $0,14\text{pF} \leq C_x \leq 5,04\text{pF}$ .      B.  $0,07\text{pF} \leq C_x \leq 2,5\text{pF}$ .  
C.  $0,7\text{pF} \leq C_x \leq 25\text{pF}$ .      D.  $7\text{pF} \leq C_x \leq 252\text{pF}$ .

**Câu 6:** Một mạch chọn sóng của máy thu thanh gồm một cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 2,9 (\mu\text{H})$  và một tụ điện có điện dung  $C = 490(\text{pF})$ . Để máy thu thu được sóng có bước sóng từ  $10 (\text{m})$  đến  $50 (\text{m})$  thì phải mắc thêm tụ xoay  $C_V$

- A. nối tiếp với tụ  $C$  và có giá trị từ  $10 (\text{pF})$  đến  $490 (\text{pF})$ .  
B. song song với tụ  $C$  và có giá trị từ  $10 (\text{pF})$  đến  $490 (\text{pF})$ .  
C. song song với tụ  $C$  và có giá trị từ  $0 (\text{pF})$  đến  $490 (\text{pF})$ .  
D. nối tiếp với tụ  $C$  và có giá trị từ  $30 (\text{pF})$  đến  $90 (\text{pF})$ .

**Câu 7:** Mạch dao động của một máy thu vô tuyến điện với điện dung  $C$  và cuộn cảm có độ tự cảm  $L$ , thu được sóng điện từ có bước sóng  $20\text{m}$ . Để thu được sóng điện từ có bước sóng  $40\text{m}$ , người ta phải mắc song song với tụ điện của mạch dao động trên một tụ điện có điện dung  $C$  bằng

- A.  $2C$ .      B.  $4C$ .      C.  $3C$ .      D.  $C$ .

**Câu 8:** Trong “máy bắn tốc độ” xe cộ trên đường

- A. chỉ có máy phát sóng vô tuyến.  
B. chỉ có máy thu sóng vô tuyến.  
C. có cả máy phát và máy thu sóng vô tuyến.  
D. không có máy phát và máy thu sóng vô tuyến.

**Câu 9:** Chọn câu **sai** về tính chất của sóng điện từ

- A. Sóng điện từ truyền được cả trong chân không.
- B. Vận tốc truyền của sóng điện từ trong mọi môi trường bằng vận tốc ánh sáng trong chân không.
- C. Sóng điện từ là sóng ngang, các vectơ  $\vec{E}$  và  $\vec{B}$  luôn vuông góc nhau và vuông góc với phương truyền sóng.
- D. Sóng điện từ mang theo năng lượng.

**Câu 10:** Sóng trung là những sóng điện từ có tần số

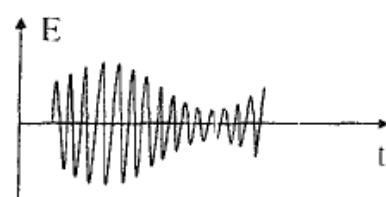
- A. từ 0,3 MHz đến 3 MHz.
- B. từ 3 MHz đến 30 MHz.
- C. 30 kHz đến 300 kHz.
- D. từ 30 MHz đến 300 MHz.

**Câu 11:** Một nguồn phát sóng vô tuyến đặt tại O, phát ra một sóng có tần số 10 MHz, biên độ 200 V/m. Vận tốc sóng là  $3 \cdot 10^8$  m/s. Vectơ điện trường tại O có phương song song với trục Oz; vectơ từ cảm có độ lớn  $2 \cdot 10^{-4}$  T và có phương song song với trục Ox của hệ tọa độ Oxyz vuông góc. Lấy pha dao động ban đầu bằng không. Phuong trình truyền của sóng điện từ theo phương Oy là

- A.  $E = 200 \cos 2\pi \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8} \right)$  (V/m) và  $B = 2 \cdot 10^{-4} \cos 2 \cdot 10^7 \pi \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8} \right)$  (T).
- B.  $E = 200 \cos 2 \cdot 10^7 \pi \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8} \right)$  (V/m) và  $B = 2 \cdot 10^{-4} \cos 2 \cdot 10^7 \pi \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8} \right)$  (T).
- C.  $E = 200 \cos 20\pi \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8} \right)$  (V/m) và  $B = 2 \cdot 10^{-4} \cos 20\pi \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8} \right)$  (T).
- D.  $E = 200 \cos 2 \cdot 10^7 \pi \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8} \right)$  (V/m) và  $B = 200 \cos 2 \cdot 10^7 \pi \left( t - \frac{y}{3 \cdot 10^8} \right)$  (T).

**Câu 12:** Trong việc truyền thanh bằng sóng trung 800 kHz, người ta sử dụng cách biến điệu biến độ. Số chu kì dao động điện cao tần trong một chu kì dao động điện âm tần 500 Hz là

- A. 1600 chu kì.
- B. 625 chu kì.
- C. 1,6 chu kì.
- D. 0,625 chu kì.



Câu 13: Chọn câu trả lời sai. Trong sơ đồ khói của máy thu vô tuyến điện, bộ phận có trong máy thu là

- A. mạch chọn sóng.
- B. mạch khuếch đại.
- C. mạch tách sóng.
- D. mạch biến điện.



Câu 14: Mạch dao động ở hình vẽ bên dùng để thu các sóng trung. Để có thể thu được các sóng dài thì phải:

- A. Mắc nối tiếp thêm một tụ điện với tụ cho sẵn.
- B. Thay tụ cho sẵn bằng một tụ có điện dung lớn hơn.
- C. Thay cuộn dây bằng một cuộn dây khác có số vòng ít hơn.
- D. Không cần thay đổi gì cả.

Câu 15: Mạch dao động LC dao động điều hoà, năng lượng tổng cộng được chuyển từ điện năng trong tụ điện thành từ năng trong cuộn cảm mất  $1,50 \mu\text{s}$ . Chu kỳ dao động của mạch là:

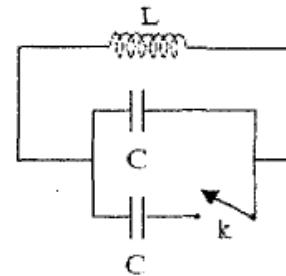
- A.  $1,5 \mu\text{s}$ .
- B.  $3,0 \mu\text{s}$ .
- C.  $0,75 \mu\text{s}$ .
- D.  $6,0 \mu\text{s}$ .

Câu 16: Mạch dao động LC dao động điều hoà với tần số góc  $7 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$ . Tại thời điểm ban đầu điện tích của tụ đạt giá trị cực đại. Thời gian ngắn nhất kể từ thời điểm ban đầu để năng lượng điện trường bằng năng lượng từ trường là:

- A.  $1,008 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ .
- B.  $1,008 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .
- C.  $1,12 \cdot 10^{-4} \text{ s}$ .
- D.  $1,12 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

Câu 17: Một mạch dao động gồm cuộn thuần cảm L và hai tụ C giống nhau mắc như hình vẽ. Mạch đang hoạt động thì ta đóng khóa k. Chu kỳ dao động của mạch sẽ

- A. không thay đổi.
- B. giảm 0,5 lần.
- C. tăng  $\sqrt{2}$  lần.
- D. giảm  $\sqrt{2}$  lần.



Câu 18: Mạch dao động LC lý tưởng, dao động điện từ tự do với tần số  $f$ . Mắc nối tiếp tụ  $C_1 = 3C$  với tụ  $C$  thì tần số dao động điện từ của mạch là

A.  $4f$ .

B.  $\frac{f}{2}$ .

C.  $\frac{2f}{\sqrt{3}}$ .

D.  $\frac{f}{4}$ .

Câu 19: Mạch chọn sóng của máy thu vô tuyến điện gồm cuộn dây thuần cảm  $L = 2 \cdot 10^{-5}$  (H) và một tụ điện xoay có điện dung biến thiên từ  $10\text{pF}$  đến  $500\text{pF}$  khi góc xoay biến thiên từ  $0^\circ$  đến  $180^\circ$ . Khi góc xoay của tụ bằng  $90^\circ$  thì mạch thu được sóng điện từ có bước sóng

A.  $107,522$  m

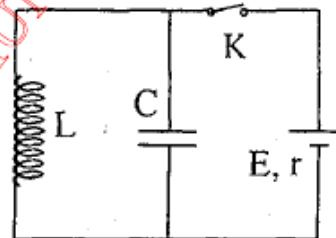
B.  $188,4$  m

C.  $134,544$  m

D.  $26,644$  m

**Bài tập cuối chủ đề 7:** Cho mạch điện như hình vẽ bên.

Cuộn dây thuần cảm có độ tự cảm  $L = 4 \cdot 10^{-3}$  H, tụ điện có điện dung  $C = 0,1\mu\text{F}$ , nguồn điện có suất điện động  $E = 6\text{mV}$  và điện trở trong  $r = 2\Omega$ . Ban đầu khóa k đóng, khi dòng điện đã chạy ổn định trong mạch, ngắt khóa k.



1. Tính cường độ dòng điện cực đại qua cuộn dây. Hãy so sánh hiệu điện thế cực đại giữa hai bản tụ điện với suất điện động của nguồn cung cấp ban đầu.
2. Tính diện tích trên tụ điện khi năng lượng từ trong cuộn dây gấp 3 lần năng lượng điện trường trong tụ điện.

BỘI DƯỜNG TOÁN - LÍ - HÓA CẤP 2/3

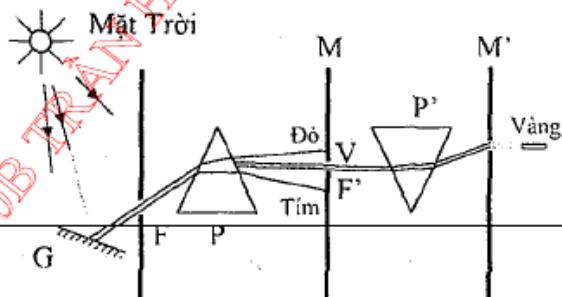
## Chủ đề 8: SÓNG ÁNH SÁNG

### A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

#### I. Hiện tượng tán sắc ánh sáng

- Có hai loại ánh sáng: đơn sắc và phức tạp.
  - Chùm ánh sáng phức tạp khi chiếu qua lăng kính sẽ tách ra thành nhiều chùm ánh sáng có màu sắc khác nhau. Đó là hiện tượng tán sắc ánh sáng. Tia đó lệch ít nhất và tia tím lệch nhiều nhất.
- Nguyên nhân của hiện tượng này là do trong cùng một môi trường, các ánh sáng đơn sắc khác nhau truyền đi với vận tốc khác nhau.

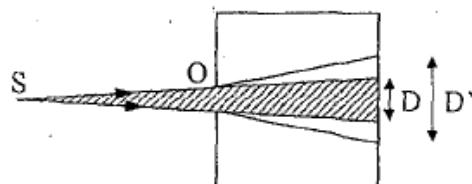
Anh sáng đơn sắc là ánh sáng không bị tán sắc khi qua lăng kính.



#### II. Hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng

Hiện tượng truyền sai lệch so với sự truyền thẳng khi ánh sáng gặp vật cản gọi là hiện tượng nhiễu xạ ánh sáng.

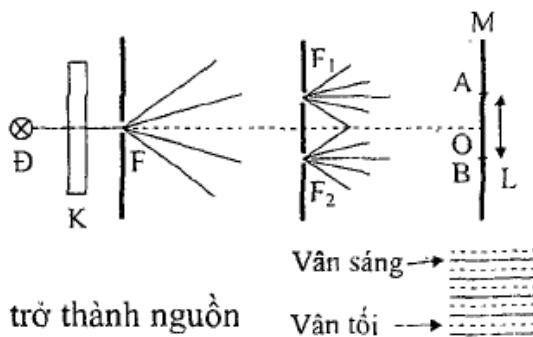
Khe hẹp O càng nhỏ thì D' càng lớn so với D



#### III. Giao thoa ánh sáng

- Thí nghiệm I-âng cho thấy ánh sáng có tính chất sóng và giúp ta xác định được bước sóng của ánh sáng.

Đèn Đ phát ra ánh sáng trắng, qua kính lọc sắc K chọn được màu đơn sắc, khe hẹp S nhiễu xạ làm cho 2 khe F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub> cố định trở thành nguồn kết hợp. Hai sóng kết hợp phát đi từ F<sub>1</sub>, F<sub>2</sub> gặp nhau trên M đã giao thoa với nhau:



Hiệu đường đi của hai tia sáng từ hai nguồn kết hợp đến cùng một điểm M trên mản quan sát:  $d_1 - d_2 = \frac{ax}{D}$ .

+ Hai sóng gặp nhau tăng cường lẩn nhau  $\rightarrow$  vân sáng.

Tại M là vị trí vân sáng  $\Leftrightarrow d_1 - d_2 = k\lambda = 2k\lambda/2$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

Vân sáng bậc k cách vân trung tâm:  $x_s^k = k \frac{\lambda D}{a}$  hoặc  $x_s^k = ki = 2k \frac{i}{2}$

+ Hai sóng gặp nhau triệt tiêu lẩn nhau  $\rightarrow$  vân tối.

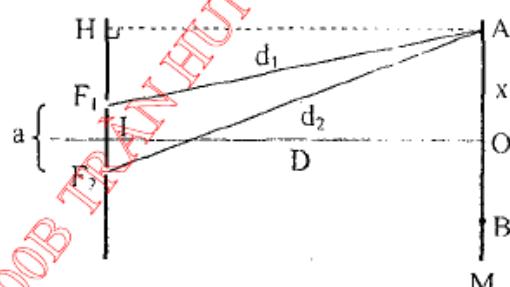
Tại M là vị trí vân tối  $\Leftrightarrow d_1 - d_2 = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

Vân tối thứ k cách vân trung tâm:

$$x_t^k = (2k-1) \frac{\lambda D}{2a} \text{ hoặc } x_t^k = (2k-1) \frac{i}{2}$$

+ Khoảng vân là khoảng cách giữa hai vân sáng liên tiếp hay hai vân tối liên tiếp:

$$1 = x_s^{k+1} - x_s^k = x_t^{k+1} - x_t^k = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \boxed{1 = \frac{\lambda D}{a}}$$



**Chú ý thêm:** Khi xét bài toán giao thoa với 2 hoặc 3 ánh sáng đơn sắc, ta phải biết cách tìm bội số chung nhỏ nhất của 2 hoặc 3 số:

Bội số chung nhỏ nhất (BCNN) của 2 hay nhiều số tự nhiên là số tự nhiên khác 0 nhỏ nhất chia hết cho tất cả những số đã cho. Để tìm BCNN, có các cách sau:

**Cách tìm 1:** Phân tích mỗi số ra thừa số nguyên tố, chọn ra các thừa số r guyên tố chung và riêng mỗi thừa số lấy với số mũ lớn nhất. Tích của các thừa số nguyên tố vừa chọn chính là BCNN của các số tự nhiên cần tìm

**Cách tìm 2:**

+ Nếu có 2 số A, B  
Lấy  $\frac{A}{B} = \text{Phân số tối giản} = \frac{a}{b}$   
BCNN của A, B là:  $A \cdot b$

+ Nếu có ba số A, B, C  
- Tìm BCNN(A,B), gọi là X  
- Tìm BCNN(X,C) là ra được BCNN (A,B,C).

### III. Quang phổ

**1. Máy quang phổ:** Máy quang phổ là dụng cụ ứng dụng hiện tượng tán sắc ánh sáng để phân tích một chùm sáng phức tạp thành các thành phần đơn sắc. Bộ phận chính của máy quang phổ là một lăng kính.

## 2. Các loại quang phổ

	Quang phổ liên tục	Quang phổ vạch phát xạ	Quang phổ vạch hấp thụ
Định nghĩa	Là một dải sáng có màu biến đổi liên tục.	Hệ thống những vạch màu riêng biệt nằm trên một nền tối.	Gồm những vạch tối trên nền một quang phổ liên tục.
Nguồn và điều kiện phát sinh	Các vật rắn; lỏng; khí hay hơi có tì khối lớn bị nung nóng.	Chất khí hay hơi ở áp suất thấp bị kích thích phát sáng.	Chiếu ánh sáng trắng qua một chất hơi bị nung nóng (nhiệt độ chất hơi thấp hơn nhiệt độ nguồn sáng trắng).
Đặc điểm	Phụ thuộc vào nhiệt độ. Không phụ thuộc vào thành phần cấu tạo của nguồn sáng.	Quang phổ vạch của những nguyên tố khác nhau thì khác nhau về số lượng, vị trí, màu sắc, độ sáng tỉ đối của các vạch.	Các vạch tối xuất hiện đúng vị trí các vạch màu của quang phổ vạch phát xạ của chất hơi đó.
Ứng dụng	Xác định nhiệt độ của vật phát sáng (đặc biệt các vật ở xa).	Nhận biết sự có mặt của các nguyên tố trong hỗn hợp hay hợp chất.	Biết được thành phần của hợp chất.

## 3. Hiện tượng đảo sắc các vạch quang phổ

Trong thí nghiệm tạo ra quang phổ vạch hấp thụ, nếu tắt nguồn sáng trắng, ta thấy nền quang phổ liên tục biến mất, đồng thời các vạch tối của quang phổ hấp thụ biến thành các vạch màu của quang phổ vạch phát xạ của chính đám hơi đó. Hiện tượng này gọi là hiện tượng đảo sắc của các vạch quang phổ  $\Rightarrow$  ở một nhiệt độ nhất định, một đám hơi có khả năng phát ra những ánh sáng đơn sắc nào thì nó cũng có khả năng hấp thụ ánh sáng đơn sắc đó.

## 4. Phép phân tích quang phổ và tiện lợi của nó

a. **Định nghĩa:** Phép phân tích quang phổ là phép phân tích thành phần cấu tạo của các chất dựa vào nghiên cứu quang phổ của chúng.

### b. Tiện lợi

\* Trong phép phân tích định tính (chỉ cần nhận biết sự có mặt của các thành phần khác nhau) thì tiện lợi ở chỗ: Đơn giản, cho kết quả nhanh hơn phép phân tích hoá học.

\* Trong phép phân tích định lượng (cần xác định được cả nồng độ của các thành phần trong mẫu) có ưu điểm: Rất nhạy, phát hiện và đo được nồng độ rất nhỏ.

\* Ưu điểm tuyệt đối của phép phân tích quang phổ là: Xác định được các thành phần cấu tạo và nhiệt độ của các vật ở xa như mặt trời và các ngôi sao.

## IV. Tia hồng ngoại, tia tử ngoại và tia Röntgen

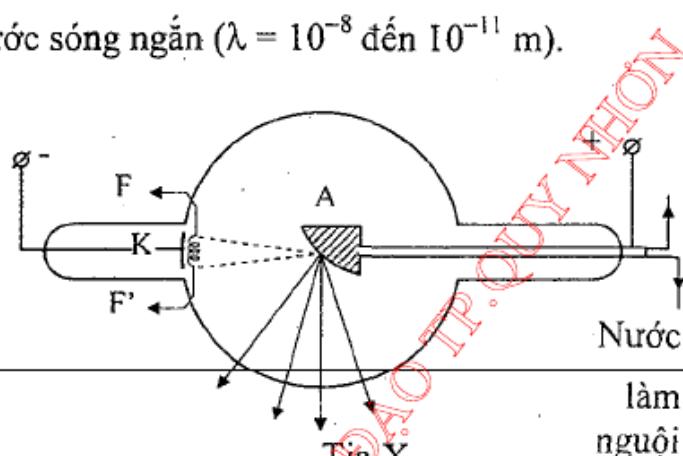
### 1. Tia hồng ngoại, tia tử ngoại

	Tia hồng ngoại	Tia tử ngoại
Định nghĩa	Là những bức xạ không nhìn thấy được có bước sóng lớn hơn bước sóng của ánh sáng đỏ ( $\lambda > 0,75\mu\text{m}$ ).	Là những bức xạ không nhìn thấy được có bước sóng nhỏ hơn bước sóng của ánh sáng tím ( $\lambda \leq 0,40\mu\text{m}$ ).
Bản chất	Là sóng điện từ	Là sóng điện từ
Nguồn phát	Các vật bị nung nóng đều phát ra tia hồng ngoại. Tuy nhiên để phân biệt thì nhiệt độ của vật đó phải lớn hơn nhiệt độ môi trường.  Vật ở nhiệt độ thấp chỉ phát được tia hồng ngoại.  <i>Trong bức xạ mặt trời, có khoảng 50% năng lượng thuộc về các tia hồng ngoại.</i>	Những vật được nung nóng trên $2000^{\circ}\text{C}$ đều phát ra tia tử ngoại.  Các hồ quang điện hoặc đèn thuỷ ngân là những nguồn phát mạnh tia tử ngoại.  <i>Trong bức xạ mặt trời có khoảng 9% năng lượng thuộc vùng tử ngoại.</i>
Tác dụng và ứng dụng	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tác dụng nhiệt.</li> <li>- Tác dụng lên kính ánh hồng ngoại</li> <li>- Trong công nghiệp, dùng tia hồng ngoại để sấy khô các sản phẩm sơn.</li> <li>- Trong y học dùng đèn hồng ngoại để sưởi ấm ngoài da cho máu lưu thông.</li> <li>- Làm các thiết bị điều khiển từ xa.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Tác dụng lên kính ánh.</li> <li>- Tác dụng làm ion hoá không khí.</li> <li>- Làm phát quang một số chất.</li> <li>- Có tác dụng sinh học.</li> </ul>
		<ul style="list-style-type: none"> <li>- Trong công nghiệp sử dụng tia tử ngoại để phát hiện các vết nứt vết xước trên bề mặt sản phẩm.</li> <li>- Trong y học, dùng tia tử ngoại để chữa bệnh còi xương, diệt vi khuẩn...</li> </ul>

## 2. Tia Röntgen

a. Định nghĩa: là sóng điện từ có bước sóng ngắn ( $\lambda = 10^{-8}$  đến  $10^{-11}$  m).

b. Cách tạo ra: Các electron từ âm cực được tăng tốc trong điện trường mạnh nên có động năng lớn. Khi electron đập vào đối âm cực, chúng xuyên qua lớp vỏ nguyên tử, tương tác với hạt nhân và e ở bên trong và phát ra sóng điện từ có  $\lambda$  cực ngắn, gọi là bức xạ hàn.



### c. Tính chất

- Đâm xuyên mạnh, tỷ lệ nghịch với khối lượng riêng vật cản.
- Tác dụng mạnh lên kính ảnh.
- Làm phát quang một số chất.
- Ion hóa chất khí.
- Tác dụng sinh lý, huỷ diệt tế bào.
- Không bị lệch đường trong điện trường và từ trường.

### d. Ứng dụng

- Chiếu, chụp điện.
- Dò tìm khuyết tật trong sản phẩm đúc.
- Chữa bệnh ung thư nồng.
- Nghiên cứu mạng tinh thể.

## V. Thang sóng điện từ

Thang sóng điện từ là tập hợp các loại sóng điện từ được sắp xếp theo thứ tự bước sóng tăng dần.

- Tia gamma  $\lambda < 10^{-11}$  m
- Tia Röntgen  $10^{-11}$  m đến  $10^{-8}$  m
- Tia Từ ngoại  $10^{-9}$  m đến  $0,4 \mu\text{m}$
- Ánh sáng nhìn thấy  $0,4 \mu\text{m}$  đến  $0,75 \mu\text{m}$
- Tia hồng ngoại  $0,75 \mu\text{m}$  đến  $10^{-3}$  m
- Sóng vô tuyến  $10^{-4}$  m đến  $10^3$  m.

## B. CÁC VÂN ĐỀ CẦN LUU Ý

### 1. Tần số là đại lượng đặc trưng cho sóng. Màu sắc ánh sáng phụ thuộc f

Khi truyền trong các môi trường khác nhau: tần số ánh sáng không đổi nên màu không đổi. Vì chiết suất khác nhau nên vận tốc khác nhau dẫn đến bước sóng, khoảng vân thay đổi.

(Do tia đỏ lêch ít hơn so với tia tím nên:  $n_{đỏ} < n_{đa cam} < \dots < n_{tím}$  mà  $n = \frac{c}{v}$ )

$\Rightarrow v_{đỏ} > v_{đa cam} > \dots > v_{tím}$

### 2. Các công thức quang hình liên quan.

♦ Định luật khúc xạ:  $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_{kx}}{n_i}$  với  $\frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$

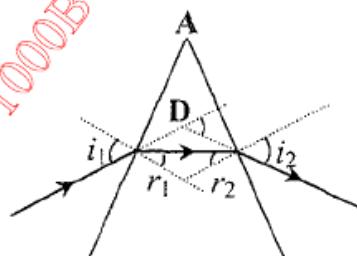
♦ Điều kiện để có hiện tượng phản xạ toàn phần:

- Ánh sáng đi từ môi trường chiết quang hơn sang môi trường chiết quang kém.

- Góc tới phải lớn hơn hoặc bằng góc tới giới hạn phản xạ toàn phần  $i \geq i_{gh}$ .

Trong đó  $\sin i_{gh} = \frac{n_2}{n_1}$

♦ Lăng kính:  $\begin{cases} \sin i_1 = n \cdot \sin r_1 \\ \sin i_2 = n \cdot \sin r_2 \\ A = r_1 + r_2 \\ D = i_1 + i_2 - A \end{cases}$



Chú ý: + Khi góc tới i và góc chiết quang A đều nhỏ thì:  $D = (n - 1)A$

+ Khi có góc lệch cực tiểu  $D = D_{min}$  thì tia ló và tia tới đối xứng nhau

qua mặt phân giác của góc chiết quang A, tức là  $i_1 = i_2$  và  $r_1 = r_2 = \frac{A}{2}$

$$\Rightarrow D_{min} = 2i_1 - A \quad \text{và } \sin \frac{D_{min} + A}{2} = n \sin \frac{A}{2}$$

### 3. Bài toán liên quan đến khoảng vân, toạ độ vạch sáng, vạch tối

$$- i = x_s^{k+1} - x_s^k = x_t^{k+1} - x_t^k = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow i = \frac{\lambda D}{a}$$

- Tại M là vị trí vân sáng  $\Leftrightarrow d_1 - d_2 = k\lambda = 2k \frac{\lambda}{2}$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

Vân sáng bậc k cách vân trung tâm:  $x_s^k = k \frac{\lambda D}{a}$  hay  $x_s^k = ki = 2k \frac{i}{2}$

- Tại M là vị trí vân tối  $\Leftrightarrow d_1 - d_2 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}$  với  $k \in \mathbb{Z}$ .

Vân tối thứ k cách vân trung tâm:  $x_i^k = (2k - 1) \frac{\lambda D}{2a}$  hoặc  $x_i^k = (2k - 1) \frac{i}{2}$

- Giữa N vân sáng liên tiếp có  $(N - 1)$  khoảng vân

- Khoảng cách từ vân sáng đến tối liên tiếp:  $\frac{i}{2}$

- Khi nhúng vào trong nước, so với ngoài không khí:  $i' = \frac{i}{n}$

#### 4. Bài toán xác định trường giao thoa và số vân giao thoa quan sát được

Gọi PQ là độ rộng của cả trường giao thoa

\* Số vân sáng:

- Cách làm 1:  $N_s = 2 \left[ \frac{PQ}{2i} \right] + 1$

- Cách làm 2:  $x_i = \frac{k\lambda D}{a} \Rightarrow \frac{-PQ}{2} \leq x_i \leq \frac{PQ}{2} \Rightarrow n \leq k \leq m \quad (k \in \mathbb{Z})$

\* Số vân tối:

- Cách làm 1:

Nếu phần thập phân của  $\frac{PQ}{2i}$  ở trên nhỏ hơn 0,5 thì số vạch tối  $N_t = N_s - 1$

Nếu phần thập phân của  $\frac{PQ}{2i}$  lớn hơn hoặc bằng 0,5 thì số vạch tối  $N_t = N_s + 1$

- Cách làm 2:  $N_t = 2 \left[ \frac{PQ}{2i} + 0,5 \right]$

- Cách làm 3: Do  $x_i = (k \pm \frac{1}{2}) \frac{\lambda D}{a}$  nên số vạch tối là số giá trị k nguyên thỏa mãn:

$$\frac{-PQ}{2} \leq (k \pm \frac{1}{2}) \frac{\lambda D}{a} \leq \frac{PQ}{2}$$

#### 5. Dạng bài toán cho toạ độ điểm M trên màn, hỏi ở đó có những bức xạ nào cho vạch sáng hoặc vạch tối

+ Nếu tại điểm M có các vân sáng  $\Leftrightarrow x_s = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{a \cdot x_s}{k \cdot D} \Rightarrow \lambda_T \leq \frac{x_s \cdot a}{k \cdot D} \leq \lambda_D$

+ Nếu tại điểm M có các vân tối  $\Leftrightarrow x_t = (2m + 1) \frac{\lambda D}{2a} \Rightarrow \lambda_T \leq \frac{x_t \cdot a}{(m + 0,5) D} \leq \lambda_D$

Tìm tập hợp các giá trị của k, m thỏa mãn  $k, m \in \mathbb{Z}$  thay ngược trở lại  $\Rightarrow \lambda$

## 6. Dạng bài toán tìm vị trí vân sáng (tối) trùng nhau của 2 bức xạ

\* Vân sáng:  $x_{S_1} = x_{S_2} \Leftrightarrow k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2$

\* Vân tối:  $x_{I_1} = x_{I_2} \Leftrightarrow (k_1 + \frac{1}{2}) \frac{\lambda_1 D}{a} = (k_2 + \frac{1}{2}) \frac{\lambda_2 D}{a} \Leftrightarrow (k_1 + \frac{1}{2}) \lambda_1 = (k_2 + \frac{1}{2}) \lambda_2$

## 7. Tìm bề rộng vùng quang phổ

- Tán sắc:  $\Delta x = x_T - x_D = d \cdot A(n_T - n_D)$  vì góc lệch  $D = A(n-1)$

Giao thoa:  $\Delta x = x_D - x_T = \frac{kD}{a} (\lambda_D - \lambda_T)$  vì  $x_s = k \frac{\lambda D}{a}$

## 8. Về các hiện tượng cần lưu ý:

- Hiện tượng cầu vòng hoặc tạo màu sắc sặc sỡ của viên kim cương là do hiện tượng tán sắc ánh sáng.
- Hiện tượng tạo ra các màu sắc sặc sỡ trên váng dầu, mồ hoặc hong bóng xà phòng là do hiện tượng giao thoa ánh sáng.

## B. VÍ DỤ MINH HỌA

**Câu 1:** Chọn câu **sai** trong các câu sau:

- A. Ánh sáng đơn sắc là ánh sáng không bị tán sắc khi qua lăng kính.
- B. Mỗi ánh sáng đơn sắc khác nhau có màu sắc nhất định khác nhau.
- C. Ánh sáng trắng là tập hợp của 7 ánh sáng đơn sắc: Đỏ, da cam, vàng, lục, lam, chàm, tím.
- D. Lăng kính có khả năng làm tán sắc ánh sáng.

**Hướng dẫn:**

Chọn C vì ánh sáng trắng gồm vô số màu đơn sắc.

**Câu 2:** Một lăng kính thùy tinh có góc chiết quang  $A = 5^\circ$ , có chiết suất đối với ánh sáng đỏ và ánh sáng tím lần lượt là  $n_d = 1,643$  và  $n_t = 1,685$ . Cho một chùm sáng trắng hẹp rọi vào một mặt bên của lăng kính dưới góc tới  $i$  nhỏ. Độ rộng góc  $\gamma$  của quang phổ của ánh sáng mặt trời cho bởi lăng kính này là

- A.  $\gamma = 2,5^\circ$ .      B.  $\gamma = 0,042^\circ$ .      C.  $\gamma = 0,21^\circ$ .      D.  $\gamma = 5^\circ$ .

### Hướng dẫn:

Đây là hiện tượng tán sắc ánh sáng.

- Tia đỏ lêch ít nhất với góc lệch

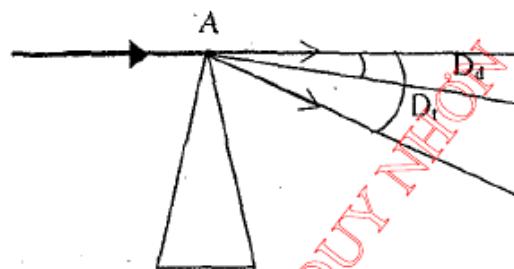
$$D_d = A(n_d - 1) \quad (\text{Do } A \text{ và } i \text{ đều nhỏ})$$

- Tia tím lêch nhiều nhất với góc lệch

$$D_t = A(n_t - 1)$$

Độ rộng góc của quang phổ của ánh sáng mặt trời cho bởi lăng kính:

$$\gamma = D_t - D_d = A(n_t - n_d) = 5(1,685 - 1,643) = 0,21^\circ \Rightarrow \text{Chọn C.}$$



**Câu 3:** Chiếu xiên một chùm sáng hẹp gồm hai ánh sáng đơn sắc là vàng và lam từ không khí tới mặt nước thì

A. chùm sáng bị phản xạ toàn phần.

B. so với phương tia tới, tia khúc xạ vàng bị lêch ít hơn tia khúc xạ lam.

C. tia khúc xạ chỉ là ánh sáng vàng, còn tia sáng lam bị phản xạ toàn phần.

D. so với phương tia tới, tia khúc xạ lam bị lêch ít hơn tia khúc xạ vàng.

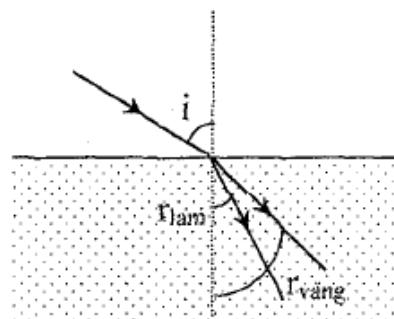
### Hướng dẫn:

+ Ánh sáng đi từ môi trường chiết quang nhỏ sang môi trường chiết quang lớn nên không xảy ra hiện tượng phản xạ toàn phần, cả hai tia đều đi tiếp vào trong nước nhưng bị khúc xạ theo định luật  $\frac{\sin i}{\sin r} = n \Rightarrow \sin r = \frac{\sin i}{n}$ .

+ Do chiết suất của nước đổi với các màu xếp theo thứ tự:

$$n_{đỏ} < n_{đỏ cam} < n_{vàng} < n_{lục} < n_{lam} < n_{tím}$$

$$\Rightarrow \sin r_{vàng} > \sin r_{lam} \Rightarrow r_{vàng} > r_{lam}$$



Theo hình vẽ, so với phương của tia tới thì tia vàng lêch ít hơn  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Bài tập:** (Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2011) Chiếu từ nước ra không khí một chùm tia sáng song song rất hẹp (coi như một tia sáng) gồm 5 thành phần đơn sắc: tím, lam, đỏ, lục, vàng. Tia ló đơn sắc màu lục đi là là mặt nước (sát với mặt phân cách giữa hai môi trường). Không kể tia đơn sắc màu lục, các tia ló ra ngoài không khí là các tia đơn sắc màu:

A. lam, tím.      B. đỏ, vàng, lam.      C. tím, lam, đỏ.      D. đỏ, vàng.

**Câu 4:** Biết chiết suất của thấu kính đổi với ánh sáng đỏ là 1,5 và với ánh sáng tím là 1,6. Tỉ số giữa tiêu cự của thấu kính đổi với ánh sáng đỏ và đổi với ánh sáng tím là

A. 1,34.

B. 1,07

C. 0,83.

D. 1,2.

**Phân tích, hướng dẫn:**

Thấu kính có chiết suất  $n_{TK}$  khi đặt trong môi trường có chiết suất  $n_{MT}$  thì tiêu cự  $f$  của nó được tính:  $\frac{1}{f} = \left( \frac{n_{TK}}{n_{MT}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$ .

Áp dụng đối với ánh sáng đỏ:

$$\frac{1}{f_d} = \left( \frac{n_{TK}}{n_{MT}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,5 - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0,5 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (1)$$

Đối với ánh sáng tím:

$$\frac{1}{f_t} = \left( \frac{n_{TK}}{n_{MT}} - 1 \right) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = (1,6 - 1) \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0,6 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (2)$$

Từ (1) và (2), suy ra:  $\frac{f_d}{f_t} = \frac{0,6}{0,5} = 1,2 \Rightarrow Đáp án D.$

Các dạng bài toán đầy đủ hơn về tán sắc ánh sáng có trong cuốn: *Cẩm nang ôn luyện thi đại học, tập 2*.

**Câu 5:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe hẹp  $S_1, S_2$  cách nhau một khoảng  $a = 2$  mm. Màn M để hứng vân giao thoa ở cách mặt phẳng chứa hai khe một khoảng  $D = 1$  m. Người ta đo được khoảng cách giữa 5 vân sáng liên tiếp là 1,2 mm. Bước sóng của ánh sáng dùng trong thí nghiệm bằng bao nhiêu?

- A. 0,4 μm.      B. 0,48 μm.      C. 0,6 μm.      D. 0,76 μm.

**Hướng dẫn:**

Giữa 5 vân sáng liên tiếp có 4 khoảng vân  $\Rightarrow 4i = 1,2 \Rightarrow i = 0,3$  mm.

$$\text{Từ } i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ia}{D} = \frac{0,3 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{1} = 0,6 \cdot 10^{-6} \text{ m} = 0,6 \mu\text{m} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

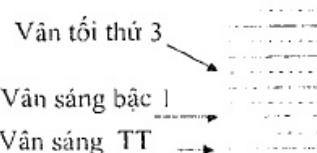
**Câu 6:** Trong một thí nghiệm Y-âng, khoảng cách giữa hai khe là  $a = 2$  mm. Khoảng cách giữa hai khe sáng đến màn quan sát là  $D = 1,2$  m. Ánh sáng do hai khe phát ra có bước sóng  $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ . Ở phía trên vân sáng trung tâm, vân sáng bậc 1 cách vân tối thứ 3 một đoạn là

- A. 0,5mm.      B. 0,54mm.      C. 0,34mm.      D. 0,18mm

**Hướng dẫn:**

- Khoảng vân:  $i = \frac{\lambda D}{a} = 0,36$  mm.

Vị trí vân sáng bậc 1:  $x_{s1} = k \frac{\lambda D}{a} = i = 0,36$  mm.



$$\rightarrow \text{Vị trí vân tối thứ } 3: x_{t2} = (2k-1) \frac{i}{2} = (2.3-1) \frac{0,36}{2} = 0,9\text{mm}$$

$\Rightarrow$  Vận sáng bậc 1 cách vân tối thứ 3 một đoạn là:

$$x_{t2} - x_{s1} = 0,9 - 0,36 = 0,54\text{mm} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 7:** Một khe hẹp F phát ánh sáng đơn sắc bước sóng  $\lambda = 600\text{nm}$  chiếu sáng hai khe  $F_1, F_2$  cách nhau  $1,2\text{mm}$ . Lúc đầu, vân giao thoa được quan sát trên một màn M song song với mặt phẳng chứa  $F_1, F_2$  và cách nó  $75\text{cm}$ . Về sau, muốn quan sát được vân giao thoa có khoảng vân  $0,5\text{mm}$  thì cần phải dịch chuyển màn quan sát so với vị trí đầu như thế nào?

- A. ra xa hai khe  $F_1, F_2$  thêm một đoạn  $0,5\text{m}$ .
- B. lại gần hai khe  $F_1, F_2$  thêm một đoạn  $0,25\text{m}$ .
- C. ra xa hai khe  $F_1, F_2$  thêm một đoạn  $0,25\text{m}$ .
- D. lại gần hai khe  $F_1, F_2$  thêm một đoạn  $0,45\text{m}$ .

**Hướng dẫn:**

+ Ứng với khoảng vân  $i'$  thì khoảng cách  $D'$  được xác định theo:  $i' = \frac{\lambda D'}{a}$

$$\Rightarrow D' = \frac{i' \cdot a}{\lambda} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{600 \cdot 10^{-9}} = 1\text{m}$$

+ Vì lúc đầu  $D = 75\text{cm} = 0,75\text{m}$  nên phải dịch chuyển màn quan sát ra xa thêm một đoạn  $D' - D = 0,25\text{m} \Rightarrow$  Chọn C..

**Câu 8:** Giao thoa bằng ánh sáng đơn sắc với hai khe Y-âng cách nhau  $2\text{mm}$ , khoảng cách từ hai khe tới màn quan sát là  $2\text{m}$ . Nếu tịnh tiến màn một đoạn  $80\text{cm}$  trên trung trực của hai khe thì khoảng vân tăng thêm một lượng  $0,2\text{mm}$ . Bước sóng ánh sáng trong thí nghiệm giao thoa là

- A.  $0,45\mu\text{m}$ .
- B.  $0,5\mu\text{m}$ .
- C.  $0,6\mu\text{m}$ .
- D.  $0,65\mu\text{m}$ .

**Hướng dẫn:**

Lúc đầu, khoảng vân:  $i_1 = \frac{\lambda D_1}{a}$ . Do khoảng vân tăng lên, mà  $i \sim D$  nên màn

phải dịch chuyển ra xa hai khe. Vậy sau khi dịch chuyển màn thêm một đoạn  $80\text{cm} = 800\text{mm}$ , khoảng vân mới là:

$$i_2 = \frac{\lambda D_2}{a} = \frac{\lambda(D_1 + 800)}{a} = \frac{\lambda D_1}{a} + \frac{800\lambda}{a} = i_1 + \frac{800\lambda}{a}$$

Theo đề ra ta có:  $\frac{800\lambda}{a} = 0,2\text{mm} \Rightarrow \frac{800\lambda}{2} = 0,2\text{mm} \Rightarrow \lambda = 0,5 \cdot 10^{-3}\text{mm} = 0,5\mu\text{m}$

$\Rightarrow$  Đáp án B.

**Câu 9:** Chiếu sáng các khe Y-âng bằng nguồn sáng có bước sóng  $\lambda_1 = 0,6\mu\text{m}$  ta thu được trên màn ảnh một hệ vân mà khoảng cách giữa 6 vân sáng kế tiếp là 2,5 mm. Nếu thay thế nguồn sáng đơn sắc khác thì thấy hệ vân mới có khoảng cách giữa 10 vân tối kế nhau bằng 3,6 mm. Bước sóng của nguồn sáng thứ hai là

- A.  $\lambda_2 = 0,48\mu\text{m}$ . B.  $\lambda_2 = 0,4\mu\text{m}$ . C.  $\lambda_2 = 0,58\mu\text{m}$ . D.  $\lambda_2 = 0,6\mu\text{m}$ .

**Hướng dẫn:**

– Giữa 6 vân sáng kế tiếp có 5 khoảng vân, giữa 10 vân tối kế tiếp có 9 khoảng vân.

– Khi sử dụng ánh sáng  $\lambda_1 = 0,6\mu\text{m}$  thì khoảng vân:  $i_1 = \frac{2,5}{5} = 0,5\text{mm}$ .

– Khi sử dụng ánh sáng  $\lambda_2$  thì khoảng vân  $i_2 = \frac{3,6}{9} = 0,4\text{mm}$ .

$$\Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{5}{4} = \frac{\frac{\lambda_1 D}{a}}{\frac{\lambda_2 D}{a}} \Rightarrow \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4}{5} \lambda_1 = 0,48\mu\text{m} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 10:** Thực hiện giao thoa ánh sáng bằng khe Y-âng với ánh sáng đơn sắc có  $\lambda = 0,7\mu\text{m}$ , khoảng cách giữa hai khe  $S_1, S_2$  là  $a = 0,35\text{ mm}$ ; khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát  $D = 1\text{ m}$ ; bề rộng của vùng có giao thoa là  $13,5\text{ mm}$ . Số vân sáng, số vân tối quan sát được trên màn là:

- A. 7 vân sáng, 6 vân tối. B. 6 vân sáng, 7 vân tối.  
C. 6 vân sáng, 6 vân tối. D. 8 vân sáng, 7 vân tối.

**Hướng dẫn:** Khoảng vân  $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,7 \cdot 10^{-6} \cdot 1}{0,35 \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 2 \text{ mm}$ .

+ Ta có số vạch sáng  $N_s = 2 \left[ \frac{PQ}{2i} \right] + 1 = 2 \left[ \frac{13,5}{2 \cdot 2} \right] + 1 = 2[3,375] + 1 = 7$ .

+ Do phần thập phân của  $\frac{PQ}{2i}$  là 0,375 nhỏ hơn 0,5 nên số vạch tối  $N_t = N_s - 1 = 6$

$\Rightarrow$  Số vạch sáng là 7 và số vạch tối là 6  $\Rightarrow$  Chọn A.

**Ví dụ 11:** Trong một thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-âng, hai khe cách nhau 2mm, khoảng cách từ hai khe tới màn quan sát là 2m. Ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,5\mu\text{m}$ . Cho M và N là hai điểm nằm trong trường giao thoa, chúng nằm khac phia nhau so voi van chinh giua, co OM = 12,3mm, ON = 5,2mm. So van sang va so van toi trong doan MN la

- A. 35 vân sáng, 35 vân tối. B. 36 vân sáng, 36 vân tối.  
C. 35 vân sáng, 36 vân tối. D. 36 vân sáng, 35 vân tối.

**Hướng dẫn:**

Khoảng vân:  $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,5 \text{ mm}$

Số vân sáng trong đoạn MN:  $N_s = \left[ \frac{OM}{i} \right] + \left[ \frac{ON}{i} \right] + 1 = \left[ \frac{12,3}{0,5} \right] + \left[ \frac{5,2}{0,5} \right] + 1 = 35 \text{ vân.}$

Số vân tối trong đoạn MN:

$$N_t = \left[ \frac{OM}{i} + 0,5 \right] + \left[ \frac{ON}{i} + 0,5 \right] = \left[ \frac{12,3}{0,5} + 0,5 \right] + \left[ \frac{5,2}{0,5} + 0,5 \right] = 35 \text{ vân.}$$

⇒ Đáp án A.

**Ví dụ 12:** Trong một thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khe Y-âng, hai khe cách nhau 2mm, khoảng cách từ hai khe tới màn quan sát là 2m. Ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $\lambda = 0,5 \mu\text{m}$ . Cho M và N là hai điểm nằm trong trường giao thoa, nằm cùng phía nhau so với vân chính giữa, với  $OM = 12,3 \text{ mm}$  và  $ON = 5,2 \text{ mm}$ . Trong đoạn MN, có

- A. 15 vân sáng, 15 vân tối.
- B. 15 vân sáng, 14 vân tối.
- C. 14 vân sáng, 15 vân tối.
- D. 14 vân sáng, 14 vân tối.

**Hướng dẫn:**

- Khoảng vân:  $i = \frac{\lambda D}{a} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,5 \text{ mm}$

- Số vân sáng trong đoạn MN là:  $N_s = \left[ \frac{OM}{i} \right] - \left[ \frac{ON}{i} \right] = \left[ \frac{12,3}{0,5} \right] - \left[ \frac{5,2}{0,5} \right] = 14 \text{ vân.}$

- Số vân tối trong đoạn MN là:

$$N_t = \left[ \frac{OM}{i} + 0,5 \right] - \left[ \frac{ON}{i} + 0,5 \right] = \left[ \frac{12,3}{0,5} + 0,5 \right] - \left[ \frac{5,2}{0,5} + 0,5 \right] = 15 \text{ vân.}$$

⇒ Đáp án C.

**Câu 13:** Trong thí nghiệm Y-âng, người ta dùng hai bức xạ đơn sắc có bước sóng  $\lambda_1 = 0,7 \mu\text{m}$  và  $\lambda_2$ . Trên màn quan sát, kể từ vân trung tâm, người ta thấy vân sáng bậc 4 của  $\lambda_1$  trùng với vân sáng bậc 7 của  $\lambda_2$ . Bước sóng  $\lambda_2$  là

- A. 0,24  $\mu\text{m}$
- B. 0,4  $\mu\text{m}$
- C. 0,48  $\mu\text{m}$
- D. 0,6  $\mu\text{m}$

**Hướng dẫn:** Vì chúng trùng nhau nên chúng có cùng tọa độ  $\Rightarrow 4i_1 = 7i_2$

$$\Rightarrow 4 \frac{\lambda_1 D}{a} = 7 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow 4\lambda_1 = 7\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = 0,4 \mu\text{m} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 14:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 0,5 mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là 2m. Nguồn sáng dùng trong thí nghiệm gồm hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 450$  nm và  $\lambda_2 = 600$  nm. Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 5,5 mm và 22 mm. Trên đoạn MN, số vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ là

A. 4.

B. 2.

C. 5.

D. 3.

**Hướng dẫn:**

+ Vì các vân sáng trùng nhau nên chúng có cùng tọa độ:  $x_{\lambda_1}^k = x_{\lambda_2}^m$

$$\Rightarrow ki_1 = mi_2 \Rightarrow k\lambda_1 = m\lambda_2 \Rightarrow 450k = 600m \Rightarrow k = 4 \frac{m}{3}$$

Để k và m cùng nguyên thì m phải là những số nguyên chia hết cho 3. (\*)

+ Tọa độ vạch sáng của bức xạ thứ hai là:

$$x_{\lambda_2}^m = m \frac{\lambda_2 D}{a} = m \frac{600 \cdot 10^{-9} \cdot 2}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 24 \cdot 10^{-4} m (m) = 2,4 m (mm)$$

Do chỉ xét trong đoạn MN nên  $5,5 \leq x_{\lambda_2}^m \leq 22 \Rightarrow 5,5 \leq 2,4m \leq 22$

$$\Rightarrow 2,29 \leq m \leq 9,17 (**)$$

+ Từ (\*) và (\*\*) thấy m chỉ có thể nhận 3 số nguyên đó là 3; 6; 9.

$\Rightarrow$  Trên đoạn MN, có 3 vị trí vân sáng trùng nhau của hai bức xạ  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 15:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khoảng cách giữa hai khe là 2mm, khoảng cách từ hai khe đến màn quan sát là 2m. Nguồn sáng gồm hai bức xạ có bước sóng  $\lambda_1 = 0,5\mu m$  và  $\lambda_2 = 0,4\mu m$ . Trên bề rộng trường giao thoa  $L = 13mm$ , số vân sáng quan sát được là

A. 53

B. 60

C. 67

D. 30

**Hướng dẫn:** Có thể nói đây là một trong những dạng bài toán hay, lần lượt ta phải tìm được tổng số vạch sáng do 2 bức xạ tạo ra rồi trừ đi số các vạch đã trùng lênh nhau theo biểu thức  $N = N_1 + N_2 - N_{\text{tr}}$

- Khoảng vân của bức xạ  $\lambda_1$ :  $i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,5 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,5 mm$ .

Số vân sáng của riêng  $\lambda_1$  tạo ra là:  $N_1 = 2 \left[ \frac{L}{2i_1} \right] + 1 = 2 \left[ \frac{13}{2 \cdot 0,5} \right] + 1 = 27$  vân

- Khoảng vân của bức xạ  $\lambda_2$ :  $i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a} = \frac{0,4 \cdot 10^{-3} \cdot 2 \cdot 10^3}{2} = 0,4 mm$ .

Số vân sáng của riêng  $\lambda_2$  tạo ra là:  $N_2 = 2 \left[ \frac{L}{2i_2} \right] + 1 = 2 \left[ \frac{13}{2,0,4} \right] + 1 = 33$  vân

Vậy, nếu chưa tính đến sự trùng nhau thì tổng số vân sáng do 2 bức xạ độc lập tạo ra là  $N_1 + N_2 = 27 + 33 = 60$

- Tiếp theo ta phải đi tìm số vân trùng nhau, tương tự các bài toán trên ta có:

$$x_{\pm} = k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = k_2 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{0,4}{0,5} = \text{Phân số tối giản} = \frac{4}{5} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 4n \\ k_2 = 5n \end{cases}$$

Với  $i_1 = 0,5\text{mm}$  và  $x_{\pm} = k_1 \cdot i_1 \Rightarrow$  ta có thể viết  $x_{\pm} = 2.n$

Vì  $-\frac{L}{2} \leq x_{\pm} \leq \frac{L}{2}$  nên  $-3,25 \leq n \leq 3,25 \Rightarrow n = 0; \pm 1; \pm 2; \pm 3$

Có 7 giá trị nguyên của  $n$  nên có 7 vân trùng nhau.

- Cuối cùng thu được số vân sáng thực tế là:  $60 - 7 = 53$  vân  $\Rightarrow$  Đáp án A.

**Câu 16:** Thí nghiệm giao thoa ánh sáng với hai khe Y-ango đồng thời với hai ánh sáng đơn sắc đơn sắc màu đỏ và màu lục thì khoảng vân giao thoa trên màn lần lượt là 1,5 mm và 1,1 mm. Hai điểm M và N nằm hai bên vân sáng trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 6,4 mm và 26,5 mm. Trên đoạn MN, số vân sáng màu đỏ quan sát được là

A. 20.

B. 2.

C. 28.

D. 22.

#### Hướng dẫn:

- Chưa tính đến số vân trùng nhau, số vân sáng màu đỏ trên đoạn MN được xác định qua biểu thức:  $-6,4 \leq x = k_1 i_1 = k_1 \cdot 1,5 \leq 26,5$

$\Rightarrow -4,3 \leq k_1 \leq 17,6$ . Từ -4 đến 17 có tất cả 22 giá trị nguyên nên có 22 vạch sáng.

- Tiếp theo ta phải đi tìm số vân trùng nhau, ta có:

$$x_{\pm} = k_1 i_1 = k_2 i_2 \Rightarrow \frac{k_1}{k_2} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{1,1}{1,5} = \text{Phân số tối giản} = \frac{11}{15} \Rightarrow \begin{cases} k_1 = 11n \\ k_2 = 15n \end{cases}$$

Vậy  $x_{\pm} = k_1 \cdot i_1 = 11n \cdot 1,5 = 16,5n$

Vì  $x_M \leq x_{\pm} \leq x_N$  nên  $-6,4 \leq 16,5n \leq 26,5 \Rightarrow -0,4 \leq n \leq 1,6$ . Trong khoảng này có 2 giá trị nguyên của  $n$  là 0 và 1 nên có 2 vân trùng nhau.

- Số vân sáng màu đỏ thực tế quan sát được là:  $22 - 2 = 20 \Rightarrow$  Đáp án A.

**Câu 17:** Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời hai bức xạ đơn sắc với khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là  $i_1 = 0,48 \text{ mm}$  và  $i_2 = 0,64 \text{ mm}$ . Xét tại hai điểm A, B trên màn cách nhau một khoảng  $6,72 \text{ mm}$ . Tại A cả hai hệ vân đều cho vân sáng, còn tại B hệ  $i_1$  cho vân sáng, hệ  $i_2$  cho vân tối. Trên đoạn AB quan sát được 22 vạch sáng. Hỏi trên AB có mấy vạch sáng là kết quả trùng nhau của hai hệ vân?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có: } N_1 = \frac{AB}{i_1} + 1 = \frac{6,72}{0,48} + 1 = 15 \text{ và } N_2 = \frac{AB}{i_2} + 0,5 = \frac{6,72}{0,64} + 0,5 = 11$$

Vậy số vạch trùng là:  $N_{\text{tr}} = (N_1 + N_2) - N = (15 + 11) - 22 = 4 \Rightarrow \text{Đáp án B.}$

**Câu 18:** Một nguồn sáng điểm phát đồng thời một bức xạ đơn sắc màu đỏ có bước sóng  $\lambda_1 = 640\text{nm}$  và một bức xạ màu lục, chiếu sáng hai khe Y-âng. Trên màn quan sát thấy giữa hai vân sáng cùng màu với vân trung tâm có 7 vân màu lục. Giữa hai vân sáng này có số vân đỏ là

A. 6.

B. 3.

C. 5.

D. 8.

**Hướng dẫn:**

Vì giữa hai vân sáng cùng màu với vân trung tâm có 7 vân màu lục nên vân trùng nhau sẽ là bậc 8 của màu lục, ta có  $k_1 \frac{\lambda_1 D}{a} = 8 \frac{\lambda_2 D}{a} \Rightarrow k_1 \lambda_1 = 8 \lambda_2$

Vì bước sóng màu đỏ lớn hơn bước sóng màu lục  $\lambda_1 > \lambda_2$ , nên  $k_1 < 8$

Trong các số nguyên từ 1 đến 7, ta chỉ chọn những số không cùng nguyên tố với 8, những số đó là 3, 5 và 7

Nếu  $k_1 = 3$  thì  $\lambda_2 = \frac{k_1 \lambda_1}{8} = 240\text{nm}$ . Bước sóng này rơi vào vùng tử ngoại  $\Rightarrow$  Loại.

Nếu  $k_1 = 5$  thì  $\lambda_2 = \frac{k_1 \lambda_1}{8} = 400\text{nm}$ . Loại vì đây là ánh sáng tím

Nếu  $k_1 = 7$  thì  $\lambda_2 = \frac{k_1 \lambda_1}{8} = 560\text{nm}$ . Thỏa mãn vì bước sóng này thuộc vùng lục.

Như vậy vân bậc 8 của ánh sáng lục trùng với vân bậc 7 của ánh sáng đỏ, nên giữa hai vân sáng cùng màu với vân trung tâm có 6 vân màu đỏ  $\Rightarrow$  Đáp án A.

**Bài tập:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, nguồn sáng phát đồng thời hai bức xạ đơn sắc, trong đó bức xạ màu đỏ có bước sóng 720 nm và bức xạ màu lục có bước sóng  $\lambda$  (có giá trị trong khoảng từ 500 nm đến 575 nm). Trên màn quan sát, giữa hai vân sáng gần nhau nhất và cùng màu với vân sáng trung tâm có 8 vân sáng màu lục. Giá trị của  $\lambda$  là

- A. 500 nm.      B. 520 nm.      C. 540 nm.      D. 560 nm.

**Câu 19:** Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời hai bức xạ đơn sắc với khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là  $i_1 = 0,5 \text{ mm}$  và  $i_2 = 0,4 \text{ mm}$ . Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 2,25 mm và 6,75 mm. Trên đoạn MN, số vị trí vân tối trùng nhau của hai bức xạ là

- A. 2.      B. 3.      C. 4.      D. 5.

*Hướng dẫn:*

→ Vì 2 vân tối của 2 bức xạ trùng nhau nên  $x_{\text{tối}} = (2k_1 + 1) \frac{i_1}{2} = (2k_2 + 1) \frac{i_2}{2}$

$$\Rightarrow \frac{(2k_1 + 1)}{(2k_2 + 1)} = \frac{i_2}{i_1} = \frac{0,4}{0,5} = \text{Phân số tối giản} = \frac{4}{5} \Rightarrow \text{Có thể viết: } \begin{cases} 2k_1 + 1 = 4(2n + 1) \\ 2k_2 + 1 = 5(2n + 1) \end{cases}$$

$$\text{Vị trí trùng lúc đó là } x_{\text{tối}} = x_{k_1} = 4(2n + 1) \frac{i_1}{2} = 4(2n + 1) \cdot \frac{0,5}{2} = 2n + 1$$

→ Vì xét trên đoạn MN nên  $x_M \leq x_{\text{tối}} \leq x_N \Rightarrow 2,25 \leq 2n + 1 \leq 6,75$

$\Rightarrow 0,625 \leq n \leq 2,875 \Rightarrow n = 1; 2$ . Như vậy có tất cả 2 giá trị nguyên của  $n$  nên trong trường giao thoa có 2 vị trí vân tối trùng nhau  $\Rightarrow$  Đáp án A.

**Câu 20:** Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời hai bức xạ đơn sắc với khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là  $i_1 = 0,3 \text{ mm}$  và  $i_2 = 0,4 \text{ mm}$ . Trên màn quan sát, gọi M, N là hai điểm ở cùng một phía so với vân trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 2,25 mm và 6,75 mm. Trên đoạn MN, số vị trí mà vân sáng hệ 1 trùng với vân tối hệ 2 là

- A. 4.      B. 5.      C. 3.      D. 2.

*Hướng dẫn:*

Theo đề ra ta có:  $k_1 i_1 = (2k_2 + 1) \frac{i_2}{2} \Rightarrow \frac{k_1}{2k_2 + 1} = \frac{i_2}{2i_1} = \frac{0,4}{2 \cdot 0,3} = \frac{2}{3}$

$$\Rightarrow \begin{cases} k_1 = 2(2n+1) \\ 2k_2 + 1 = 3(2n+1) \end{cases} \Rightarrow x_s = k_1 i_1 = 2(2n+1)0,3$$

Vì  $x_M \leq x_s \leq x_N \Rightarrow 2,25 \leq 2(2n+1)0,3 \leq 6,75 \Rightarrow 1,375 \leq n \leq 5,125 \Rightarrow Chọn A.$

**Câu 21:** Khi thực hiện giao thoa với ánh sáng trắng ta thấy:

- A. Một dải màu liên tục từ đỏ đến tím.
- B. Vân sáng trắng ở chính giữa, hai bên có các dải màu với tím ở trong, đỏ ở ngoài.
- C. Vân sáng trắng ở chính giữa, hai bên có các dải màu với đỏ ở trong, tím ở ngoài.
- D. Các dải trắng xen kẽ với các vạch tối.

**Hướng dẫn:**

- + Ở chính giữa, mỗi ánh sáng đơn sắc đều cho một vạch màu riêng, tổng hợp của chúng ta thấy có vạch sáng trắng.
- + Do bước sóng của tia tím nhó hơn  $\Rightarrow$  khoảng vân của tia tím  $i = \frac{\lambda D}{a}$  nhỏ hơn và làm cho tia tím gần vạch trung tâm hơn so với tia đỏ (xét cùng một bậc giao thoa).  
 $\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 22:** Một khe F hẹp phát ánh sáng trắng chiếu sáng hai khe  $F_1, F_2$  song song với F và cách nhau 1,2 mm. Màn quan sát M song song với mặt phẳng chứa  $F_1, F_2$  và cách nó 2 m. Cho biết giới hạn phổ khả kiến từ 380 nm đến 760 nm. Tại điểm A trên màn M cách vân trắng trung tâm 4mm có mấy vân sáng? Của những bức xạ nào?

- A. Có 2 vân sáng của  $\lambda_1 = 600$  nm và  $\lambda_2 = 480$  nm.
- B. Có 3 vân sáng của  $\lambda_1 = 600$  nm,  $\lambda_2 = 480$  nm và  $\lambda_3 = 400$  nm.
- C. Có 3 vân sáng của  $\lambda_1 = 380$  nm,  $\lambda_2 = 600$  nm và  $\lambda_3 = 760$  nm.
- D. Có 3 vân sáng của  $\lambda_1 = 380$  nm,  $\lambda_2 = 570$  nm và  $\lambda_3 = 760$  nm.

**Hướng dẫn:**

Tại điểm M có các vân sáng  $\Leftrightarrow x_s = k \frac{\lambda D}{a}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{x_s a}{k D} = \frac{4 \cdot 10^{-3} \cdot 1,2 \cdot 10^{-3}}{k \cdot 2} = \frac{2,4}{k} \cdot 10^{-6} \text{ m} = \frac{2,4}{k} \mu\text{m}$$

$$\text{Lại có } \lambda_1 \leq \lambda \leq \lambda_D \Rightarrow 0,38 \leq \frac{2,4}{k} \leq 0,76 \Rightarrow 3,2 \leq k \leq 6,3$$

Mà k nguyên nên chỉ nhận ba giá trị 4; 5 và 6 ứng với ba bức xạ

$$\lambda_4 = \frac{2,4}{4} = 0,6 \mu\text{m}; \lambda_5 = \frac{2,4}{5} = 0,48 \mu\text{m} \text{ và } \lambda_6 = \frac{2,4}{6} = 0,4 \mu\text{m} \Rightarrow Chọn B.$$

**Câu 23:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, hai khe được chiếu bằng ánh sáng trắng có bước sóng từ  $0,38 \mu\text{m}$  đến  $0,76 \mu\text{m}$ . Tại vị trí vân sáng bậc 4 của ánh sáng đơn sắc có bước sóng  $0,76 \mu\text{m}$  người ta khoét một khe hẹp (song song với hai khe) và đặt cửa sổ của máy quang phổ lăng kính tại đó. Hỏi trên màn của máy quang phổ người ta có thể quan sát được bao nhiêu vạch sáng?

A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 7.

**Hướng dẫn:**

+ Bước sóng  $0,76 \mu\text{m}$  cho vân sáng bậc 4 tại điểm M có tọa độ  $x_M = 4 \frac{0,76D}{a}$  (1)

+ Gọi  $\lambda$  là bước sóng cũng cho vạch sáng tại M thì  $x_M = k \frac{\lambda D}{a}$  (2)

+ Từ (1) và (2) ta có:  $4 \frac{0,76D}{a} = k \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow 4 \cdot 0,76 = k\lambda \Rightarrow \lambda = \frac{3,04}{k}$

+ Do  $0,38 \leq \lambda \leq 0,76 \Rightarrow 0,38 \leq \frac{3,04}{k} \leq 0,76 \Rightarrow 4 \leq k \leq 8$

Có 5 giá trị nguyên đó là 4, 5, 6, 7, 8 điều này có nghĩa là có tất cả 5 bức xạ đơn sắc cho vạch sáng tại M. Vì vậy trên màn của máy quang phổ người ta có thể quan sát được 5 vạch sáng  $\Rightarrow$  Chọn C

**Câu 24:** Trong thí nghiệm Y-âng dùng ánh sáng trắng có  $\lambda$  từ  $0,40 \mu\text{m}$  đến  $0,75 \mu\text{m}$ . Bề rộng quang phổ bậc 1 là  $0,7\text{mm}$ . Khi dịch màn ra xa hai khe thêm  $40\text{cm}$  thì bề rộng quang phổ bậc 1 là  $0,84\text{mm}$ . Khoảng cách giữa hai khe  $S_1, S_2$  là

A. 1mm

B. 1,2mm

C. 1,5mm

D. 2mm

**Hướng dẫn:**

- Bề rộng vùng quang phổ bậc k:  $\Delta x = x_D - x_T = \frac{kD}{a} (\lambda_D - \lambda_T)$

- Áp dụng cho quang phổ bậc 1, ở vị trí đầu:  $\Delta x_1 = \frac{D}{a} (\lambda_D - \lambda_T)$  (\*)

ở vị trí sau:  $\Delta x_2 = \frac{(D + 0,4)}{a} (\lambda_D - \lambda_T)$  (\*\*)

Thay các giá trị của bài toán vào (\*) và (\*\*) ta sẽ có hệ 2 phương trình 2 ẩn đối với D và a, giải ra thu được  $a = 1 \text{ mm} \Rightarrow$  Chọn A.

**Câu 25:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng Y-âng, hai khe cách nhau  $a = 0,5$  mm, khoảng cách từ hai khe đến màn  $D = 2$  m. Nguồn S phát ra đồng thời ba ánh sáng đơn sắc có bước sóng lần lượt là  $\lambda_1 = 0,4 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_2 = 0,5 \mu\text{m}$ ,  $\lambda_3 = 0,6 \mu\text{m}$  chiếu vào hai khe  $S_1S_2$ . Trên màn, ta thu được một trường giao thoa có bề rộng 20 cm. Trên màn quan sát, số vân sáng cùng màu với vân sáng chính giữa của trường giao thoa là

- A. 8.      B. 9.      C. 10.      D. 11.

**Phân tích, hướng dẫn:**

Màu sắc của vân trung tâm được tạo thành do sự chồng chập của ba ánh sáng đơn sắc  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ .

Vậy toạ độ những vân sáng cùng màu vân trung tâm thỏa mãn

$$x_m = k_1 i_1 = k_2 i_2 = k_3 i_3 \quad \text{với } i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,6 \text{ mm}$$

$$\Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 = k_3 \lambda_3 \Rightarrow 4k_1 = 5k_2 = 6k_3$$

hay  $2^2 k_1 = 5k_2 = 2 \cdot 3k_3$ ,

Bội số chung nhỏ nhất của các số này là  $2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

Vậy có thể viết  $2^2 k_1 = 5k_2 = 2 \cdot 3k_3 = 60n$  với  $n$  là số nguyên, ta có bảng sau đây

$n$	1	2	3	4	5	...
$k_1$	15	30	45	60		
$k_2$	12	24	36	48		
$k_3$	10	20	30	40		
$x (\text{mm})$	24	48	72	96	120	...

Giới hạn của bảng trên được lấy từ điều kiện  $x$  không thể vượt quá giá trị 100mm (nửa trường giao thoa), vậy giá trị khả dĩ lớn nhất của  $n$  bằng 4.

Lúc đó tổng số vân cùng màu vân trung tâm là  $N = 1 + 2 \cdot 4 = 9$  vân  $\Rightarrow$  Chọn B.

*Bài toán trên cũng có thể giải theo phương pháp khác như sau:*

**Phương pháp:** Tính khoảng vân ứng với một bức xạ nào đó : hoặc  $i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a}$  hoặc

$$i_2 = \frac{\lambda_2 D}{a} \quad \text{hoặc} \quad i_3 = \frac{\lambda_3 D}{a}$$

+ Lập tỉ số:  $\frac{i_1}{i_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$  = Phân số tối giản =  $\frac{a}{b}$  (\*)

$\frac{i_1}{i_3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3}$  = Phân số tối giản =  $\frac{c}{d}$  (\*\*)

+ Từ (\*) và (\*\*) suy ra khoảng vân trùng:  $i_{\text{tr}} = b.d.i_1 = a.d.i_2 = b.c.i_3$

+ Trong trường giao thoa có bề rộng L, tổng số vân sáng ở đó 3 bức xạ trùng nhau là:  $N_{\text{tr}} = \left[ \frac{L}{i_{\text{tr}}} \right] + 1$

**Vận dụng cho bài toán trên, ta có:**

$$\text{Khoảng vân ứng với } \lambda_1: i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = \frac{0,4 \cdot 10^{-6} \cdot 2}{0,5 \cdot 10^{-3}} = 1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 1,6 \text{ mm}$$

$$\text{Có: } \frac{i_1}{i_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{0,4}{0,5} = \text{Phân số tối giản} = \frac{a}{b} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{i_1}{i_3} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = \frac{0,4}{0,6} = \text{Phân số tối giản} = \frac{c}{d} = \frac{2}{3}$$

$$\text{Khoảng vân trùng: } i_{\text{tr}} = b.d.i_1 = 5.3.1,6 = 24 \text{ mm}$$

Tổng số vân sáng ở đó 3 bức xạ trùng nhau là:

$$N_{\text{tr}} = \left[ \frac{L}{i_{\text{tr}}} \right] + 1 = \left[ \frac{200}{24} \right] + 1 = [8,33] + 1 = 8 + 1 = 9$$

**Câu 26:** Trong thí nghiệm giao thoa ánh sáng với khê Y-âng, nguồn sáng phát ra đồng thời ba bức xạ đơn sắc:  $\lambda_1 = 0,7 \mu\text{m}$ ;  $\lambda_2 = 0,56 \mu\text{m}$ ;  $\lambda_3 = 0,42 \mu\text{m}$ . Trong khoảng tính từ vân sáng trung tâm đến vân sáng cùng màu với nó, số vạch sáng là

A. 44.

B. 35.

C. 10.

D. 11.

**Hướng dẫn:**

Vạch sáng cùng màu vân trung tâm thoả mãn

$$x_{\text{tr}} = k_1 i_1 = k_2 i_2 = k_3 i_3 \Rightarrow k_1 \lambda_1 = k_2 \lambda_2 = k_3 \lambda_3$$

$$\Rightarrow 70k_1 = 56k_2 = 42k_3 \text{ hay } 2.5.7k_1 = 2.4.7k_2 = 2.3.7k_3$$

Bội số chung nhỏ nhất của các số này là  $2.3.4.5.7 = 840$

Vậy có thể viết  $2.5.7k_1 = 2.4.7k_2 = 2.3.7k_3 = 840n$  với  $n$  là số nguyên, ta có bảng sau đây:

$n$	1	2	...
$k_1$	12	...	
$k_2$	15	...	
$k_3$	20	...	

Nếu chưa tính đến sự trùng nhau giữa từng cặp bức xạ, tổng số vạch sáng là:

$$11 + 14 + 19 = 44 \text{ vạch.}$$

Bây giờ ta xét sự trùng nhau của từng cặp bức xạ trên khoảng này:

- ♦ Giữa  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$  ta có  $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 \Rightarrow 70k_1 = 56k_2 \Rightarrow k_1 = \frac{4}{5}k_2$

Từ 1 đến 14 có 2 giá trị nguyên của  $k_2$  chia hết cho 5 là 5 và 10, vậy có 2 bức xạ trùng nhau giữa  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ .

- ♦ Giữa  $\lambda_1$  và  $\lambda_3$  ta có  $k_1\lambda_1 = k_3\lambda_3 \Rightarrow 70k_1 = 42k_3 \Rightarrow k_1 = \frac{3}{5}k_3$

Từ 1 đến 19 có 3 giá trị nguyên của  $k_3$  là 5, 10 và 15 đều làm cho  $k_1$  nguyên, vậy có 3 bức xạ trùng nhau giữa  $\lambda_1$  và  $\lambda_3$ .

- ♦ Giữa  $\lambda_2$  và  $\lambda_3$  ta có  $k_2\lambda_2 = k_3\lambda_3 \Rightarrow 56k_2 = 42k_3 \Rightarrow k_2 = \frac{3}{4}k_3$

Từ 1 đến 19 có 4 giá trị nguyên của  $k_3$  chia hết cho 4, vậy có 4 bức xạ trùng nhau giữa  $\lambda_2$  và  $\lambda_3$ .

Tổng số cặp trùng nhau tính được ở trên là:  $2 + 3 + 4 = 9$

Vậy số vạch sáng thực cần tìm là:  $44 - 9 = 35$  vạch.

**Chú ý:** Ngoài cách làm như trên, ta có thể làm theo cách khác, để phong phú, ta xét thêm một ví dụ được trích trong đề thi TSDH năm 2011, bài toán như sau:

Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, khe hẹp S phát ra đồng thời ba bức xạ đơn sắc có bước sóng là  $\lambda_1 = 0,42 \mu\text{m}$ ;  $\lambda_2 = 0,56 \mu\text{m}$  và  $\lambda_3 = 0,63 \mu\text{m}$ . Trên màn, trong khoảng giữa hai vân sáng liên tiếp có màu giống màu vân trung tâm, nếu vân sáng của hai bức xạ trùng nhau ta chỉ tính là một vân sáng thì số vân sáng quan sát được là

A. 27.

B. 23.

C. 26.

D. 21.

Bước 1: Vận sáng có màu vận trung tâm phải là vận ở đó 3 vận sáng đơn sắc trùng nhau, muốn vậy phải có:  $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2 = k_3\lambda_3$ , đến đây ta sẽ viết theo một k nào đó – chẳng hạn  $k_3$  thì  $k_1 = \frac{3}{2}k_3$  và  $k_2 = \frac{9}{8}k_3 \Rightarrow k_3$  phải là bội của 2 và 8  $\Rightarrow$  Vị trí vận trung đầu tiên (từ vận trung tâm) ứng với  $k_3 = 8$ .

$\Rightarrow$  Khoảng cách hai vận liên tiếp cùng màu vận trung tâm là:  $\Delta i = \frac{8\lambda_3 D}{a} = \frac{5,04D}{a}$

Bước 2: Xét trên đoạn  $\Delta i$  ở trên có bao nhiêu vận sáng của từng bức xạ:

$$\text{Khoảng vận với } \lambda_1: i_1 = \frac{\lambda_1 D}{a} = 0,42 \frac{D}{a} \Rightarrow \text{Số vận sáng } \lambda_1, N_1 = \left[ \frac{\Delta i}{i_1} \right] + 1 = 13$$

$$\text{Tương tự có } N_2 = \left[ \frac{\Delta i}{i_2} \right] + 1 = 10 \text{ và } N_3 = \left[ \frac{\Delta i}{i_3} \right] + 1 = 9$$

Bước 3: Xét trên đoạn  $\Delta i$  có bao nhiêu vận sáng của từng cặp bức xạ trùng nhau:

$$\text{Khoảng vận } \lambda_1\lambda_2 \text{ trùng: } i_{12\text{tr}} = 1,68 \frac{D}{a} \Rightarrow \text{số vận } \lambda_1\lambda_2 \text{ trùng: } N_{12\text{tr}} = \left[ \frac{\Delta i}{i_{12\text{tr}}} \right] + 1 = 4$$

$$\text{Tương tự: } N_{13\text{tr}} = \left[ \frac{\Delta i}{i_{13\text{tr}}} \right] + 1 = 5 \text{ và } N_{23\text{tr}} = \left[ \frac{\Delta i}{i_{23\text{tr}}} \right] + 1 = 2$$

Bước 4: Vì đề bài chỉ xét trong **khoảng giữa hai vận** liên tiếp cùng màu vận trung tâm (không tính vận ở hai đầu), do đó mỗi loại trên phải trừ đi 2:

+ Tổng số vận sáng của các bức xạ:  $(13 - 2) + (10 - 2) + (9 - 2) = 26$ .

+ Số vận trùng của từng cặp hai bức xạ:  $(4 - 2) + (5 - 2) + (2 - 2) = 5$ .

$\Rightarrow$  Số vận sáng quan sát được:  $26 - 5 = 21 \Rightarrow$  Chọn D.

*Để thi đại học được tốt, việc biết đầy đủ các dạng bài toán về giao thoa là rất cần thiết, nên tham khảo thêm cuốn: Cẩm nang ôn luyện thi đại học môn vật lý, tập 2.*

**Bài tập:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng. Nguồn sáng phát ra đồng thời ba bức xạ có các bước sóng 450nm, 600nm và 750nm. Trên màn quan sát đều rộng, số màu của hệ vận giao thoa là

A. 3

B. 5

C. 6

D. 7

**Câu 27:** Cho các loại ánh sáng sau: I ánh sáng trắng; II ánh sáng đỏ; III ánh sáng vàng; IV ánh sáng tím. Ánh sáng nào khi chiếu qua máy quang phổ sẽ được quang phổ liên tục?

- A. I và III      B. I, II, và III      C. Cả 4 loại trên      D. chỉ có I.

**Hướng dẫn:**

Các ánh sáng đơn sắc qua lăng kính của máy quang phổ chỉ bị lệch về phía đáy mà không bị tán sắc  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 28:** Tính chất của quang phổ liên tục là gì?

- A. phụ thuộc nhiệt độ của nguồn.
- B. phụ thuộc bản chất của nguồn.
- C. phụ thuộc vào nhiệt độ và bản chất của nguồn.
- D. không phụ thuộc vào nhiệt độ và bản chất của nguồn.

**Hướng dẫn:**

Chọn A vì quang phổ liên tục phụ thuộc nhiệt độ của nguồn.

**Câu 29:** Phát biểu nào sau đây là **sai** khi nói về quang phổ vạch phát xạ

- A. Gồm một hệ thống những vạch màu riêng rẽ nằm trên một nền tối.
- B. Các nguyên tố khác nhau có quang phổ vạch khác nhau.
- C. Do các khí hay hơi ở áp suất thấp khi bị kích thích phát sáng phát ra.
- D. Đo sự phân bố cường độ sáng của các vạch người ta có thể xác định thành phần hoá học của một chất.

**Hướng dẫn:**

Chọn D vì ngoài việc đo sự phân bố cường độ sáng của các vạch còn phải căn cứ vào số lượng các vạch và vị trí của chúng.

**Câu 30:** Điều nào sau đây là **sai** khi nói về tia hồng ngoại và tia tử ngoại:

- A. Cung có bản chất là sóng điện từ.
- B. Tia hồng ngoại có bước sóng nhỏ hơn tia tử ngoại.
- C. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều tác dụng lên kính ảnh.
- D. Tia hồng ngoại và tia tử ngoại đều không nhìn thấy bằng mắt thường.

**Hướng dẫn:** Chọn B vì tia hồng ngoại có bước sóng lớn hơn tia tử ngoại.

**Câu 31:** Điều nào sau đây là **không** đúng khi nói về tính chất của tia Röntgen.

- A. Có tác dụng mạnh lên kính ảnh.
- B. Có tác dụng làm phát quang một số chất.
- C. Đề dàng đâm xuyên qua lá chì dày vài cm.
- D. Có tác dụng sinh lí như huỷ hoại tế bào, giết vi khuẩn.

**Hướng dẫn:** Chọn C vì tia Röntgen không thể truyền qua lá chì dày vài cm.

## C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Quan sát ánh sáng phản xạ trên các váng dầu, mờ hoặc bong bóng xà phòng, ta thấy những vầng màu sắc sỡ. Đó là hiện tượng

- A. phản xạ ánh sáng.      B. khúc xạ ánh sáng.  
 C. giao thoa ánh sáng trắng.      D. tán sắc ánh sáng của ánh sáng trắng.

**Câu 2:** Một tia sáng vàng được chiếu vào mặt bên của một lăng kính dưới góc tới nhỏ. Biết vận tốc của tia vàng trong lăng kính là  $1,98 \cdot 10^8$  m/s. Sau khi qua lăng kính, tia ló lệch so với tia tới một góc bằng  $5^\circ$ . Góc chiết quang của lăng kính bằng

- A.  $6,8^\circ$ .      B.  $7,5^\circ$ .      C.  $9,7^\circ$ .      D.  $11,8^\circ$ .

**Câu 3:** Chiếu một chùm tia sáng trắng song song, hẹp vào mặt bên của một lăng kính có góc chiết quang  $A = 10^\circ$  theo phương vuông góc với mặt phân giác của góc chiết quang. Chiết suất của lăng kính đối với tia đỏ là  $n_d = 1,50$ , đối với tia tím là  $n_t = 1,54$ . Trên màn M đặt song song và cách mặt phân giác trên một đoạn 1,5 m, ta thu được dải màu có bề rộng là

- A. 10 mm.      B. 11 mm.      C. 12 mm.      D. 13 mm.

**Câu 4:** Một lăng kính có chiết suất  $n$ . Khi chiếu tới mặt bên một chùm tia đơn sắc với góc tới  $i_1 = 60^\circ$  thì  $i_2 = 30^\circ$  và góc lệch  $D = 45^\circ$ . Chiết suất  $n$  bằng

- A. 0,88.      B. 1,8.      C. 1,3.      D. 2,5.

**Câu 5:** Một bán thuỷ tinh phẳng, hai mặt song song, bề dày  $d = 4\text{cm}$  đặt nằm ngang. Chiếu vào mặt trên của bán một tia sáng gồm các thành phần có bước sóng  $\lambda_1$  đến  $\lambda_2$  dưới góc tới  $45^\circ$ . Chiết suất của bán đối với thành phần đơn sắc  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$  lần lượt là  $n_1 = 1,414$  và  $n_2 = 1,146$ . Độ rộng của vệt sáng ở mặt dưới của bán là

- A. 0,22 cm.      B. 0,82 cm.      C. 1,2 cm.      D. 1,34 cm.

**Câu 6:** Chiếu một tia sáng trắng từ không khí vào khối thuỷ tinh với góc tới  $80^\circ$ . Biết chiết suất của thuỷ tinh với ánh sáng đỏ là 1,6444 và với ánh sáng tím là 1,6852. Góc lớn nhất giữa các tia khúc xạ là

- A.  $2,03^\circ$ .      B.  $1,33^\circ$ .      C.  $1,03^\circ$ .      D.  $0,93^\circ$ .

**Câu 7:** Trong nghiệm Y-âng, nguồn sáng là hai bức xạ có bước sóng lần lượt là  $\lambda_1$  và  $\lambda_2$ . Cho  $\lambda_1 = 0,5 \mu\text{m}$ , hai khe Y-âng cách nhau 1mm và khoảng cách từ hai khe đến màn ảnh là 1m. Biết rằng vân sáng bậc 12 của bức xạ  $\lambda_1$  trùng với vân sáng bậc 10 của bức xạ  $\lambda_2$ . Khoảng cách từ vân sáng bậc 5 của bức xạ  $\lambda_1$  đến vân sáng bậc 11 của bức xạ  $\lambda_2$  đều nằm cùng phía là

- A. 4,1mm.      B. 8,2mm.      C. 4,8mm.      D. 8,6mm.

**Câu 8:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, người ta đo được khoảng vân là 1,12 mm. Tại hai điểm M và N nằm cùng một phía với vân sáng trung tâm O có bao nhiêu vân sáng? Biết rằng  $OM = 5,6 \text{ mm}$  và  $ON = 12,88 \text{ mm}$ .

- A. 5 vân sáng.      B. 6 vân sáng.      C. 7 vân sáng.      D. 8 vân sáng.

**Câu 9:** Giao thoa bằng khe Y-âng với ánh sáng đơn sắc. Nếu tịnh tiến màn một đoạn 40cm trên trung trực của hai khe thì khoảng vân tăng thêm 200 lần bước sóng. Biết bước sóng tính theo đơn vị mm, khoảng cách giữa hai khe là

- A. 1,5mm.      B. 1,8mm.      C. 2mm.      D. 2,5mm.

**Câu 10:** Thí nghiệm giao thoa ánh sáng với hai khe Y-âng đồng thời với hai ánh sáng đơn sắc đơn sắc màu đỏ và màu lục thì khoảng vân giao thoa trên màn lần lượt là 1,5 mm và 1,1 mm. Hai điểm M và N nằm hai bên vân sáng trung tâm và cách vân trung tâm lần lượt là 6,4 mm và 26,5 mm. Trên đoạn MN, số vân sáng màu đỏ quan sát được là

- A. 20.      B. 2.      C. 28.      D. 22.

**Câu 11:** Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng thực hiện đồng thời hai bức xạ đơn sắc với khoảng vân trên màn ảnh thu được lần lượt là  $i_1 = 0,5 \text{ mm}$  và  $i_2 = 0,3 \text{ mm}$ . Biết bề rộng trường giao thoa là 5 mm. Số vị trí trên trường giao thoa có 2 vân tối của hai hệ trùng nhau là

- A. 6.      B. 5.      C. 3.      D. 4.

**Câu 12:** Trong thí nghiệm Y-âng về giao thoa ánh sáng, chiếu đồng thời ba bức xạ:  $\lambda_1 = 0,42 \mu\text{m}$  (màu tím),  $\lambda_2 = 0,56 \mu\text{m}$  (màu lục) và  $\lambda_3 = 0,70 \mu\text{m}$  (màu đỏ). Giữa hai vạch sáng liên tiếp có màu giống như màu của vân trung tâm có

- A. 6 vạch màu đỏ.      B. 44 vạch sáng.  
C. 14 vạch màu lục.      D. 19 vạch màu tím.

**Câu 13:** Tia nào sau đây không do các vật bị nung nóng phát ra?

- A. Tia Ronghen.
- B. Tia tử ngoại.
- C. Tia hồng ngoại.
- D. Ánh sáng nhìn thấy.

**Câu 14:** Trong các loại tia: tia Ronghen, tia hồng ngoại, tia tử ngoại, tia đơn sắc màu lục thì tia có tần số nhó nhất là

- A. tia hồng ngoại.
- B. tia đơn sắc màu lục.
- C. tia tử ngoại.
- D. tia Ronghen.

**Bài tập cuối chủ đề 8:** Trong thí nghiệm giao thoa Y-âng, thực hiện đồng thời với hai ánh sáng đơn sắc với khoảng vân giao thoa trên màn lần lượt là  $i_1 = 0,8\text{mm}$  và  $i_2 = 0,6\text{mm}$ . Biết bề rộng trường giao thoa là  $9,6\text{mm}$ . Trên trường giao thoa, số vị trí mà vân sáng hệ 2 trùng với vân tối hệ 1 là bao nhiêu?

BỘI DƯỜNG TOÁN - LÍ - HÓA CẤP 2+3 1000B TRẦM QUY NHƠN

## Chủ đề 9: LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG. MÀU SẮC CÁC VẬT

### Phần 1. LƯỢNG TỬ ÁNH SÁNG

#### A. LÍ THUYẾT CƠ BẢN CÁC DẠNG BÀI VÀ NHỮNG ĐIỀU CẦN LUU Ý

##### I. Hiện tượng quang điện ngoài

**1. Định nghĩa.** Là hiện tượng khi chiếu chùm sáng thích hợp vào mặt kim loại thì làm các electron từ kim loại bật ra.

**2. Định luật quang điện I:** Đối với mỗi kim loại dùng làm Katôt có một bước sóng giới hạn  $\lambda_0$  nhất định gọi là giới hạn quang điện. Hiện tượng quang điện chỉ xảy ra khi bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng kích thích nhỏ hơn hoặc bằng giới hạn quang điện  $\lambda \leq \lambda_0$ .

##### II. Thuyết lượng tử

a. **Lượng tử năng lượng của Plaing:** Nguyên tử hay phân tử hấp thụ hay bức xạ ánh sáng một cách không liên tục, mà thành từng phần riêng biệt, đứt quãng. Mỗi phần đó mang một năng lượng hoàn toàn xác định, gọi là một lượng tử ánh sáng, có độ lớn là  $\epsilon = hf$ . Trong đó  $f$  là tần số ánh sáng, còn  $h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$  gọi là hằng số Plaing.

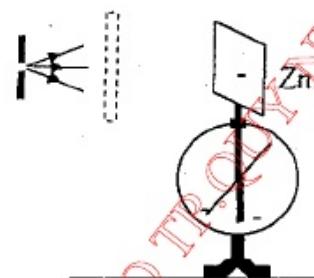
##### Chú ý:

+ Khi ánh sáng truyền đi, các lượng tử ánh sáng  $\epsilon = hf$  không bị thay đổi và không phụ thuộc vào khoảng cách tới nguồn sáng.

+ Tuy mỗi lượng tử ánh sáng  $\epsilon = hf$  mang năng lượng rất nhỏ nhưng trong chùm sáng lại có một số rất lớn lượng tử ánh sáng, vì thế ta có cảm giác chùm sáng là liên tục.

##### b. Thuyết phôtônen của Anhxtanh

Chùm ánh sáng được coi như một chùm hạt, mỗi hạt được gọi là một phôtônen, mang một lượng tử năng lượng  $\epsilon = hf$ . Các phôtônen chuyển động với vận tốc ánh sáng. Với ánh sáng có tần số đã cho, cường độ chùm sáng tỉ lệ với số phôtônen trong chùm.



### III. Hiện tượng quang dẫn

**1. Hiện tượng quang dẫn:** là hiện tượng giảm mạnh điện trở của chất bán dẫn khi chiếu vào nó ánh sáng thích hợp.

**2. Hiện tượng quang điện trong:** khi mỗi photon của ánh sáng kích thích bị hấp thụ sẽ giải phóng e liên kết để trở thành e tự do (e dẫn) chuyển động trong khối chất bán dẫn (không bật ra ngoài) gọi là hiện tượng quang điện trong (cách gọi này nhằm để phân biệt với hiện tượng quang điện ngoài, thực chất vẫn là hiện tượng quang dẫn).

*Chú ý:* Do chỉ cần làm e thoát ra khỏi liên kết, không cần bật ra ngoài nên năng lượng kích thích nhỏ, vì vậy hiện tượng quang điện trong có thể xảy ra ngay cả với ánh sáng kích thích là các tia hồng ngoại. Còn hiện tượng quang điện ngoài chỉ xảy ra với tia từ ngoại (trừ kim loại kiềm có tác dụng với ánh sáng nhìn thấy).

#### 3. Quang trở và pin quang điện

**a. Quang trở:** Là thiết bị mà điện trở của nó thay đổi trị số khi thay đổi cường độ chùm sáng chiếu vào nó.

\* *Cấu tạo:* gồm lớp chất bán dẫn (cadimi sunfua CdS chẳng hạn) phủ trên tấm nhựa cách điện và 2 điện cực kim loại như hình vẽ.

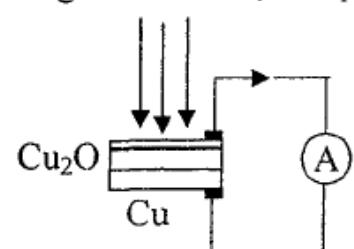
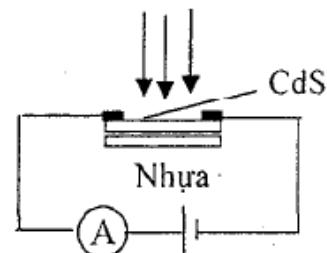
\* *Hoạt động:* Nối quang trở với một nguồn điện khoảng vài vôn qua miliampé kế. Khi quang trở đặt trong tối thì trong mạch không có dòng điện. Khi chiếu ánh sáng có bước sóng ngắn hơn giới hạn quang dẫn của chất bán dẫn thì trong mạch có dòng điện.

\* *Ứng dụng:* Quang trở thay thế bào quang điện trong các mạch điều khiển tự động.

**b. Pin quang điện:** Là một nguồn điện trong đó quang năng biến đổi trực tiếp thành điện năng.

\* *Cấu tạo:* ví dụ pin đồng ôxit: Một điện cực bằng đồng trên lớp vỏ phủ lớp đồng ôxit  $\text{Cu}_2\text{O}$ .

Phun lớp kim loại rất mỏng (tới mức cho ánh sáng truyền qua được) để làm điện cực thứ hai. Ở chỗ tiếp xúc giữa Cu và  $\text{Cu}_2\text{O}$  xuất hiện lớp đặc biệt: Chỉ cho e chạy qua theo chiều từ  $\text{Cu}_2\text{O}$  sang Cu.



\* **Hoạt động:** Khi ánh sáng thích hợp chiếu vào lớp  $\text{Cu}_2\text{O}$  làm e liên kết giải phóng thành  $e^-$  dẫn và một phần e đó khuếch tán sang cực Cu. Cực Cu thừa e nhiễm điện âm,  $\text{Cu}_2\text{O}$  nhiễm điện dương. Giữa 2 cực hình thành một suât điện động. Nối 2 cực bởi dây dẫn qua điện kế thì nó chỉ dòng điện có chiều từ  $\text{Cu}_2\text{O}$  sang Cu như hình vẽ.

\* **Ứng dụng:** Làm các pin mặt trời trong máy tính nhỏ và trong các vệ tinh nhân tạo.

## IV. Tiên đê Bohr

### 1. Tiên đê

a. **Về trạng thái dừng:** Nguyên tử chỉ tồn tại ở trạng thái có năng lượng xác định gọi là trạng thái dừng. Trong trạng thái dừng nguyên tử không hấp thụ hoặc bức xạ năng lượng.

#### b. Về sự bức xạ và hấp thụ năng lượng

- Khi nguyên tử ở trạng thái dừng có năng lượng  $E_m$  cao hơn chuyển sang trạng thái dừng năng lượng  $E_n$  thấp hơn thì phát ra photon có năng lượng đúng bằng hiệu:  $\varepsilon = hf_{mn} = E_m - E_n$

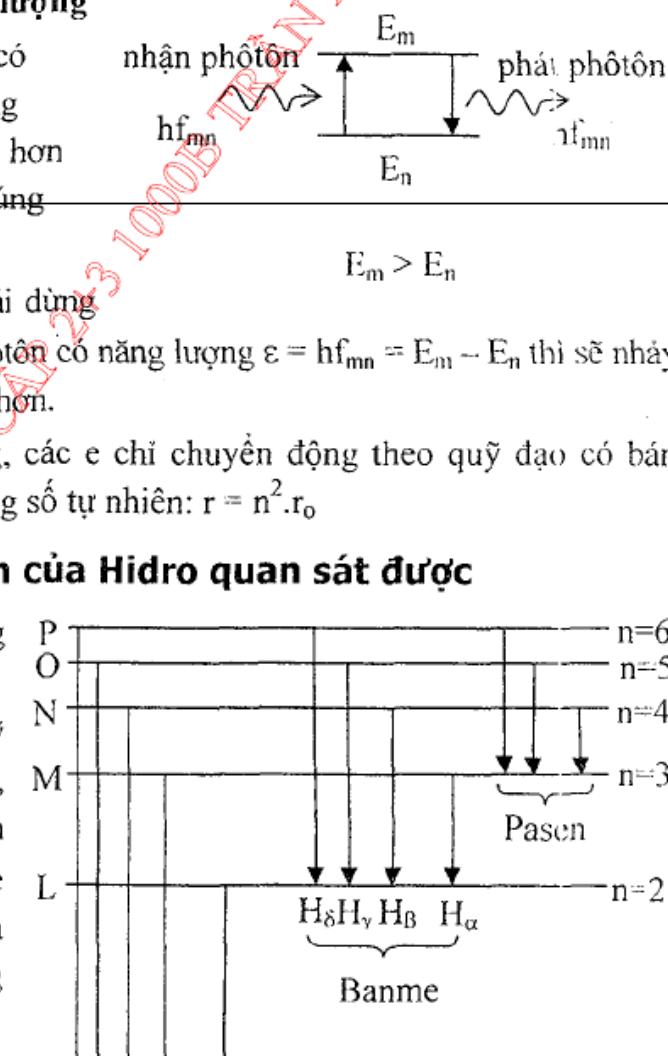
- Ngược lại, khi e đang ở trạng thái dừng năng lượng  $E_n$  thấp, nếu hấp thụ photon có năng lượng  $\varepsilon = hf_{mn} = E_m - E_n$  thì sẽ nhảy lên trạng thái có năng lượng  $E_m$  cao hơn.

c. **Hệ quả:** Trong trạng thái dừng, các e chỉ chuyển động theo quỹ đạo có bán kính xác định, tỷ lệ với bình phương số tự nhiên:  $r = n^2 \cdot r_0$

### 2. Hình ảnh quang phổ vạch của Hidro quan sát được

- Bình thường e chỉ chuyển động trên quỹ đạo K (trạng thái cơ bản).

- Khi bị kích thích, e nhảy lên quỹ đạo có năng lượng lớn hơn L, M, N, O, P,... Thời gian ở trạng thái kích thích rất ngắn ( $10^{-8}$  s), sau đó e chuyển về các quỹ đạo bên trong và phát ra photon có năng lượng đúng bằng hiệu  $\varepsilon = hf = E_{\text{cao}} - E_{\text{thấp}}$ .



- Mỗi photon tần số f ứng với vạch ánh sáng có bước sóng  $\lambda = \frac{c}{f}$  cho 1 vạch quang phổ.

Quang phổ vạch phát xạ của Hidro nằm trong 3 dây tách rời:

+ **Dây Lai-man:** nằm trong vùng tử ngoại. Ứng với e chuyển từ quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo K

Vạch có bước sóng dài nhất  $\lambda_{LK}$  khi e chuyển từ L → K

Vạch có bước sóng ngắn nhất  $\lambda_{\infty K}$  khi e chuyển từ  $\infty \rightarrow K$ .

+ **Dây Banme:** Một phần nằm trong vùng tử ngoại, một phần nằm trong vùng ánh sáng nhìn thấy. Ứng với e chuyển từ quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo L

Vùng ánh sáng nhìn thấy có 4 vạch:

Vạch đỏ  $H_\alpha$  ứng với e khi chuyển từ M → L

Vạch lam  $H_\beta$  ứng với e khi chuyển từ N → L

Vạch chàm  $H_\gamma$  ứng với e khi chuyển từ O → L

Vạch tím  $H_\delta$  ứng với e khi chuyển từ P → L

**Chú ý:** Vạch có bước sóng dài nhất  $\lambda_{ML}$  khi e chuyển từ M → L (vạch đỏ).

Vạch có bước sóng ngắn nhất  $\lambda_{\infty L}$  khi e chuyển từ  $\infty \rightarrow L$ .

+ **Dây Pasen:** Nằm trong vùng hồng ngoại. Ứng với e chuyển từ quỹ đạo bên ngoài về quỹ đạo M

Vạch có bước sóng dài nhất  $\lambda_{NM}$  khi e chuyển từ N → M.

Vạch có bước sóng ngắn nhất  $\lambda_{\infty M}$  khi e chuyển từ  $\infty \rightarrow M$ .

⦿ **Mối liên hệ giữa các bước sóng và tần số của các vạch quang phổ:**

$$\frac{1}{\lambda_{13}} = \frac{1}{\lambda_{12}} + \frac{1}{\lambda_{23}} \text{ và } f_{13} = f_{12} + f_{23} \quad (\text{Biểu thức có dạng giống như cộng vectơ})$$

## V. Các dạng quang phát quang

Sự phát quang của một số chất khi có ánh sáng thích hợp (ánh sáng kích thích) chiếu vào nó, gọi là hiện tượng quang phát quang. Có hai loại quang phát quang:

+ **Sự huỳnh quang:** sự phát quang có thời gian phát quang ngắn (dưới  $10^{-8}$ s).

Nó thường xảy ra với **chất lỏng** và **chất khí**

+ **Sự lân quang:** là sự phát quang có thời gian phát quang dài ( $10^{-8}$ s trở lên); nó thường xảy ra với **chất rắn**.

Đặc điểm nổi bật của các sự quang phát quang là **bước sóng  $\lambda'$  của ánh sáng phát quang bao giờ cũng lớn hơn bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng mà chất phát quang hấp thụ  $\lambda' > \lambda$**  (Còn có thể viết theo năng lượng  $\epsilon' < \epsilon$  hoặc tần số  $f' < f$ ).

## VI. Sơ lược về laze

**1. Định nghĩa:** Laze là một nguồn sáng phát ra một chùm sáng cường độ lớn dựa trên ứng dụng hiện tượng phát xạ cảm ứng.

Nguyên tử đang ở trạng thái kích thích có năng lượng  $E_2$  chịu tác động của phôtônen ngoài có năng lượng  $\epsilon'$ , bị kích thích chuyển về trạng thái năng lượng thấp  $E_1$ , đồng thời phát ra phôtônen có năng lượng  $\epsilon = hf = E_2 - E_1$ . Giá trị  $\epsilon$  đúng bằng  $\epsilon'$ , quá trình này được gọi là sự phát xạ cảm ứng.

### 2. Một số đặc điểm của tia laze

- + Tia laze là chùm sáng kết hợp (vì các phôtônen cùng tần số và pha).
- + Tia laze có tính đơn sắc.
- + Chùm tia laze là chùm sáng song song (có tính định hướng cao).
- + Chùm tia laze có cường độ lớn.

### 3. Ứng dụng của tia Laze

Laze được ứng dụng rộng rãi trong rất nhiều lĩnh vực như y học, công nghiệp, thông tin liên lạc... Có thể dùng tia Laze như dao mổ trong phẫu thuật, khoan cắt vật liệu, dùng tia Laze trong các đầu đọc đĩa, bút chỉ bảng, trắc địa, vô tuyến định vị, liên lạc vệ tinh, vv.

## VII. Kiến thức cần lưu ý

- Năng lượng phôtônen ánh sáng kích thích  $\epsilon = hf = \frac{hc}{\lambda}$
- Công thức Anhxtanh:  $\epsilon = A + W_{d_{max}}$  hoặc  $\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{mv_{o_{max}}^2}{2}$
- Liên hệ giữa công thoát A và giới hạn quang điện  $\lambda_0$ :  $\frac{hc}{A} = \lambda_0$
- *Liên hệ giữa hiệu điện thế hâm và động năng cực đại:  $e.U_h = W_{d_{max}}$*
- *Dòng quang điện triệt tiêu  $I = 0 \Leftrightarrow U_{AK} \leq -U_h$*
- Công suất chùm sáng:  $P = n_p \epsilon$
- Cường độ dòng quang điện  $I_{bh} = \left| \frac{\Delta q}{\Delta t} \right| = n_e |e|$
- Hiệu suất lượng tử  $H = \frac{n_e}{n_p} \cdot 100\%$
- Định lí về độ biến thiên động năng  $W_d - W_{d_0} = e.U_{AK}$

## 1. Điện thế cực đại của quả cầu kim loại cô lập điện

Khi  $W_{d\max}$  bằng công cần của điện trường thì có sự cân bằng động giữa số electron bặt ra và số electron bị hút trở lại. Quả cầu có điện tích không đổi và có

điện thế cực đại  $V_{\max}$  được tính theo công thức: 
$$V_{\max} = \frac{1}{|e|} \left( \frac{hc}{\lambda} - A \right) (V)$$

## 2. Bước sóng ngắn nhất của tia Rutherford

$$W_{dA} = e \cdot U_{AK} \quad (\text{Vì cõi động năng tại Katôt } W_{dK} = 0)$$

$$W_{dA} = Q + \varepsilon_X, \text{ khi bỏ qua nhiệt lượng } Q \text{ thì: } \varepsilon_{X_{\min}} = e \cdot U_{AK} \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{|eU_{AK}|}$$

## 3. Quang phổ vạch của Hiđrô

$$\varepsilon = hf = \frac{hc}{\lambda} = E_{\text{cao}} - E_{\text{thấp}}$$

$$E_n = \frac{-13,6}{n^2} \text{ (eV)}$$

= 2 cho lớp L; n = 3 cho lớp M, ...

Khi  $e$  chuyển lên mức  $n$ , cần tìm số vạch có thể phát ra, có thể làm theo 1 trong 2 cách:

– Vẽ sơ đồ mức năng lượng, vẽ các vạch có thể phát xạ rồi đếm.

$$- \text{Tính } N = \frac{n(n-1)}{2}$$

c. Tìm quỹ đạo:  $\frac{r_1}{r_2} = \frac{n_1^2 r_0}{n_2^2 r_0} \Rightarrow \frac{r_1}{r_2} = \left( \frac{n_1}{n_2} \right)^2$

## 4. Electron chuyển động vuông góc với đường sức từ, electron sẽ chuyển động tròn đều, lực từ đóng vai trò lực hướng tâm

$$f = F_{lu} \Rightarrow \text{Quan hệ giữa các đại lượng: } B|q|R = mv_0$$

## 5. Electron bay vuông góc với $\vec{v} \perp \vec{E} \perp \vec{B}$ , nếu vẫn chuyển động

thẳng đều thì  $F_{diện} = f_{Loren} \Rightarrow E = \frac{U}{d} = Bv$

## B. VÍ DỤ MINH HOẠ

**Câu 1:** Công thoát của electron đối với một kim loại là 2,3eV. Hãy cho biết nếu chiếu lên bề mặt kim loại này lần lượt hai bức xạ có bước sóng là  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  và  $\lambda_2 = 0,56\mu\text{m}$  thì bức xạ nào có khả năng gây ra hiện tượng quang điện đối với kim loại đó

- A. Chỉ có bức xạ có bước sóng  $\lambda_2$  là có khả năng gây ra hiện tượng quang điện.
- B. Cả hai bức xạ trên đều không thể gây ra hiện tượng quang điện.
- C. Cả hai bức xạ trên đều có thể gây ra hiện tượng quang điện.
- D. Chỉ có bức xạ có bước sóng  $\lambda_1$  là có khả năng gây ra hiện tượng quang điện.

**Hướng dẫn:**

$$\text{Giới hạn quang điện: } \lambda_0 = \frac{hc}{A} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{2,3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 0,54 \mu\text{m}$$

Thấy rằng chỉ có bức xạ  $\lambda_1 = 0,45\mu\text{m}$  thỏa mãn định luật quang điện I  $\Rightarrow$  Chọn D.

**Câu 2:** Kim loại dùng làm Katốt của tế bào quang điện có công thoát electron là 2,5 eV. Chiếu vào Katốt bức xạ có tần số  $f = 1,5 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ . Động năng ban đầu cực đại của các electron quang điện là:

- A. 7,4eV      B. 9,7eV      C. 3,7 eV      D. 6,0eV

**Hướng dẫn:**

Năng lượng của phôtôн ánh sáng tính theo đơn vị Jun:

$$c \cdot hf = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 1,5 \cdot 10^{15} = 9,9375 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

Nếu tính theo đơn vị eV ta có:  $\varepsilon = \frac{9,9375 \cdot 10^{-19} (\text{J})}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 6,21 \text{ (eV)}$ .

$\Rightarrow$  Động năng cực đại của các electron quang điện là:

$$W_{d_{\max}} = \varepsilon - A = 6,21 - 2,5 = 3,71 \text{ (eV)} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 3:** Một tấm kim loại có giới hạn quang điện là  $\lambda_0 = 0,275 \mu\text{m}$  được đặt cõi lập về điện. Người ta chiếu sáng nó bằng bức xạ có bước sóng  $\lambda$  thì thấy điện thế cực đại của tấm kim loại này là 2,4 V. Bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng kích thích là

- A. 0,2738  $\mu\text{m}$ .      B. 0,1795  $\mu\text{m}$ .      C. 0,4565  $\mu\text{m}$ .      D. 3,259  $\mu\text{m}$ .

**Hướng dẫn:**

Công thoát:  $A = \frac{hc}{\lambda_0} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{0,275 \cdot 10^{-6}} = 7,222 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

Theo công thức Anhxtanh:  $\frac{hc}{\lambda} = A + |eV_{\max}|$  với  $V_{\max} = 2,4 \text{ V}$

Suy ra bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng kích thích là:

$$\lambda = \frac{hc}{A + |eU_{\max}|} = \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{7,222 \cdot 10^{-19} + 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2,4} = 0,1795 \cdot 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 4:** Ba chất bạc, đồng, kẽm tạo thành hợp kim có giới hạn quang điện bằng bao nhiêu?

- A. 0,26 μm.      B. 0,36 μm.      C. 0,30 μm.      D. 0,35 μm.

**Hướng dẫn:**

Như đã biết giới hạn quang điện của bạc, đồng và kẽm lần lượt là 0,26 μm, 0,30 μm và 0,35 μm. Giới hạn quang điện của hợp kim sẽ là giá trị lớn nhất trong các giá trị trên, tức là 0,35 μm ⇒ Chọn D.

**Câu 5:** Chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,546 \mu\text{m}$  lên một tấm kim loại có giới hạn quang điện  $\lambda_0$ . Dùng màn chắn tách ra một chùm hẹp các electron quang điện và cho chúng bay vào từ trường đều theo hướng vuông góc với các đường cảm ứng từ có  $B = 10^{-4} \text{T}$ . Biết bán kính cực đại của quỹ đạo của các electron là  $R = 23,32 \text{ mm}$ . Giới hạn quang điện  $\lambda_0$  là

- A. 0,76 μm      B. 0,6 μm      C. 0,69 μm      D. 0,12 μm

**Hướng dẫn:**

Khi bay vào vùng từ trường đều theo hướng vuông góc với các đường cảm ứng từ, lực do từ trường tác dụng lên electron buộc electron chuyển động tròn đều. Lực Lorenz đóng vai trò lực hướng tâm nên ta có  $f = F_{\text{lt}}$

$$\Rightarrow eBv \cdot \sin\alpha = \frac{mv^2}{R} \Rightarrow eB = \frac{mv}{R} \quad (1)$$

Vì bán kính của các electron này cực đại nên chúng có vận tốc ban đầu cực đại

$$\Rightarrow v_{0\text{max}} = \frac{eBR_{\text{max}}}{m} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^{-4} \cdot 23,32 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}} = 4,1 \cdot 10^5 (\text{m/s})$$

Thay các giá trị vào công thức Anhxtanh  $\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda_0} + \frac{1}{2}mv_{0\text{max}}^2$  cuối cùng ta thu

được:  $\lambda_0 = 0,69 \mu\text{m}$  ⇒ Chọn C.

**Chú ý:** Cần nhớ công thức trung gian (1) ở trên để vận dụng giải nhanh cho nhiều bài toán xuôi ngược thường gặp như: Bài toán cho  $\lambda$ ,  $\lambda_0$ , B. Tim  $R_{\text{max}}$ ; Bài toán cho  $\lambda_0$ , B,  $R_{\text{max}}$ . Tim  $\lambda$ ; ...

**Câu 6:** Chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda = 0,48 \mu\text{m}$  lên một tấm kim loại có công thoát A =  $2,4 \cdot 10^{-19} \text{J}$ . Dùng màn chắn tách ra một chùm hẹp các electron quang điện và hướng chúng bay theo chiều vector cường độ điện trường có E =  $1000 \text{V/m}$ . Quang đường tối đa mà electron chuyển động được theo chiều vector cường độ điện trường là

- A. 0,11 cm      B. 0,37 cm      C. 0,83 cm      D. 1,3 cm

**Hướng dẫn:**

+ Từ công thức Anhxtanh  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}mv_{0\text{max}}^2$  ta được vận tốc bật ra của electron:

$$v_{0\max} = \sqrt{\frac{2hc}{\lambda} - 2A} = \sqrt{\frac{2.6.626.10^{-34}.3.10^8}{0.48.10^{-6}} - 2.2.4.10^{-19}} = 0.62.10^6 \text{ m/s}$$

+ Vì electron mang điện tích âm nên lực điện tác dụng lên nó ngược chiều với vectơ cường độ điện trường. Lực này ngược chiều với chiều chuyển động và không đổi nên làm cho electron chuyển động chậm dần đều với tốc độ:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{1.6.10^{-19}.1000}{9.1.10^{-31}} = 1.76.10^{14} \text{ m/s}^2$$

+ Do vận tốc giảm dần, sau khi đi được đoạn đường S thì vận tốc bằng 0, từ công thức  $v_t^2 - v_0^2 = 2aS$  ta có quãng đường đi được là :

$$S = \frac{v_t^2 - v_0^2}{2a} = \frac{0^2 - (0.62.10^6)^2}{2.(-1.76.10^{14})} = 0.109.10^{-2} \text{ m} \approx 0.11 \text{ cm} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 7:** Một tê bào quang điện có anode và cathode đều là những bản kim loại phẳng, đặt song song, đối diện nhau và cách nhau một khoảng d. Giữa anode và cathode đặt một hiệu điện thế  $U_{AK}$  sao cho  $U_{AK} > 0$ , sau đó chiếu vào một điểm cố định ở giữa trên cathode một bức xạ  $\lambda$ . Gọi  $U_h$  là hiệu điện thế hâm với bức xạ này. Trên anode, bán kính lớn nhất mà electron đập vào là

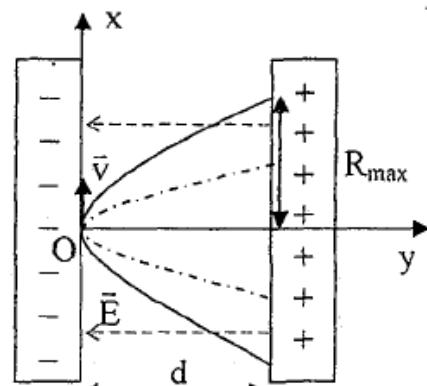
A.  $R = d \frac{U_h}{U_{AK}}$       B.  $R = 2d \sqrt{\frac{U_h}{U_{AK}}}$       C.  $R = d \sqrt{\frac{U_{AK}}{U_h}}$       D.  $R = 2d \sqrt{\frac{U_{AK}}{U_h}}$

**Hướng dẫn:** Sau khi bật ra khỏi cathode, electron có thể bay theo mọi phương, chúng chuyển động theo những đường parabol khác nhau. Những electron nào bay ra theo phương song song với hai bản sẽ cho tầm xa lớn nhất. Với những electron này, chuyển động của nó được phân tích thành 2 thành phần :

+ Thành phần Oy chuyển động nhanh dần đều với phương trình

$$y = v_{0y}t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{2} = \frac{Ft^2}{m.2} = \frac{eEt^2}{2m} = \frac{eU_{AK}t^2}{2md}$$

Khi đến bản dương thì  $y = d$  nên  $d = \frac{eU_{AK}t^2}{2md} \Rightarrow t = d \sqrt{\frac{2m}{eU_{AK}}}$



+ Thành phần Ox chuyển động thẳng đều với phương trình  $x = v_{0x} \cdot t = v \cdot t$

$$\text{Bán kính là tầm xa mà electron đạt được: } R = x = v \cdot t = v \cdot d \sqrt{\frac{2m}{eU_{AK}}} = d \sqrt{\frac{2mv^2}{eU_{AK}}}$$

$$\text{Mặt khác } \frac{mv^2}{2} = eU_h \text{ nên } R = d \sqrt{\frac{2mv^2}{eU_{AK}}} = d \sqrt{\frac{2.2eU_h}{eU_{AK}}} = 2d \sqrt{\frac{U_h}{U_{AK}}} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 8:** Vùng không gian có cả điện trường đều  $\vec{E}$  và từ trường đều  $\vec{B}$  vuông góc với nhau với độ lớn  $E = 10^6 \text{ V/m}$ ,  $B = 0,2 \text{ T}$ . Chiếu bức xạ có bước sóng  $\lambda$  lên một tấm kim loại có công thoát  $A = 3\text{eV}$ . Dùng màn chia tách ra một chùm hẹp các electron quang điện có vận tốc lớn nhất và hướng chúng bay theo phương vuông góc với từ trường  $\vec{B}$  thì thấy chúng chuyển động không bị lệch hướng. Bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng kích thích bằng

- A.  $0,168 \mu\text{m}$       B.  $0,0168 \mu\text{m}$       C.  $0,36 \mu\text{m}$       D.  $0,48 \mu\text{m}$

#### Hướng dẫn:

+ Để electron không bị lệch hướng trong môi trường có cả điện trường và từ trường thì lực điện trường và lực Lorentz tác dụng vào electron phải ngược chiều

$$\text{và có độ lớn bằng nhau, vậy ta có: } eE = eBv_{0\max} \Rightarrow v_{0\max} = \frac{E}{B} = \frac{10^6}{0,2} = 5.10^6 \text{ m/s}$$

+ Từ công thức Anhxtanh  $\frac{hc}{\lambda} = A + \frac{1}{2}mv_{0\max}^2$  ta có bước sóng  $\lambda$  của ánh sáng kích thích bằng

$$\lambda = \frac{2hc}{2A + mv_{0\max}^2} = \frac{2.6,626.10^{-34}.3.10^8}{2.3.1,6.10^{-19} + 9,1.10^{-31}(5.10^6)^2} = 1,68.10^{-8} \text{ m} = 0,0168 \mu\text{m}$$

$\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 9:** Hiệu điện thế giữa Anốt và Katốt của ống Ronggen là  $12 \text{ kV}$ . Coi động năng ban đầu của các electron bặt ra tại Katốt vô cùng nhỏ. Bước sóng nhỏ nhất của tia Ronggen mà ống Ronggen phát ra bằng

- A.  $1,035.10^{-8} \text{ m}$ .    B.  $1,035.10^{-9} \text{ m}$ .    C.  $1,035.10^{-10} \text{ m}$ .    D.  $1,035.10^{-11} \text{ m}$ .

#### Hướng dẫn:

+ Từ định lí về độ biến thiên động năng, ta có  $W_{dA} - W_{dK} = e \cdot U_{AK}$

Vì coi động năng tại Katốt vô cùng nhỏ nên  $W_{dK} = 0 \Rightarrow W_{dA} = e \cdot U_{AK}$  (\*)

+ Theo định luật bảo toàn và chuyển hóa năng lượng, ta có  $W_{d_A} = Q + \varepsilon_X$ . Nếu toàn bộ động năng  $W_{d_A}$  này chuyển hóa thành năng lượng tia X (không có phần nhiệt lượng Q làm nóng Katốt) thì năng lượng tia X là lớn nhất:

$$\varepsilon_{X_{\max}} = e.U_{AK} \quad (**)$$

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda_{\min}} = |e.U_{AK}| \Rightarrow \lambda_{\min} = \frac{hc}{|e.U_{AK}|} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 12 \cdot 10^3} = 1,035 \cdot 10^{-10} \text{ (m)}$$

→ Chọn C.

**Chú ý:** Cần nhớ các biểu thức (\*) và (\*\*) ở trên để vận dụng giải nhanh cho 2 bài toán xuôi – ngược:

- Cho  $U_{AK}$ , cần tìm  $v_{A\max}$ ,  $\lambda_{\min}$ ,  $f_{\max}$ .
- Cho  $\lambda_{\min}$  ( $f_{\max}$ ), cần tìm  $U_{AK}$ ,  $v_{A\max}$ .

**Câu 10:** Một ống Røn-ghen phát ra tia X có bước sóng ngắn nhất là  $1,875 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ . Để tăng độ cứng của tia X, nghĩa là giảm bước sóng của nó, người ta cho hiệu điện thế giữa hai cực của ống tăng thêm một lượng  $\Delta U = 3,3 \text{ kV}$ . Bước sóng ngắn nhất của tia X do ống phát ra khi đó là

- A.  $1,25 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .    B.  $1,83 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .    C.  $2,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .    D.  $3,67 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ .

**Hướng dẫn:**

- Ta đã biết  $\varepsilon_{X_{\max}} = |e.U_{AK}|$  hay  $\frac{hc}{\lambda_{\min}} = |e.U_{AK}|$
  - Khi ống Røn-ghen phát ra bước sóng ngắn nhất  $1,875 \cdot 10^{-10} \text{ m}$  thì
- $$U_{AK} = \frac{hc}{e \cdot \lambda_{\min}} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1,875 \cdot 10^{-10}} = 6,625 \cdot 10^3 (\text{V}) = 6,625 (\text{kV})$$
- Tăng hiệu điện thế thêm một lượng  $\Delta U$  thì  $U'_{AK} = U_{AK} + \Delta U = 9,925 \text{ kV}$  lúc đó ta có  $\lambda'_{\min} = \frac{hc}{U'_{AK} \cdot e} = \frac{6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{9,925 \cdot 10^3 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,252 \cdot 10^{-10} \text{ m} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$

**Câu 11:** Vận tốc của electron khi đập vào anôt của một ống Røn-ghen là  $45 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ . Để tăng vận tốc này thêm  $5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$  thì phải tăng hiệu điện thế đặt vào ống một lượng

- A.  $\Delta U = 1450 \text{ V}$ .    B.  $\Delta U = 4500 \text{ V}$ .    C.  $\Delta U = 1350 \text{ V}$ .    D.  $\Delta U = 6200 \text{ V}$ .

**Hướng dẫn:**

Theo các ví dụ trên ta có  $\frac{1}{2}mv^2 = eU \Rightarrow U = \frac{1}{2e}mv^2$

Nên  $\Delta U = U' - U = \frac{1}{2e}m(v'^2 - v^2) = 1350 \text{ V} \Rightarrow \text{Đáp án C.}$

**Câu 12:** Cường độ dòng chảy qua một ống Röntgen là 2A. Số electron đến đối catôt trong 4s là

- A.  $2.5 \cdot 10^{19}$ .      B.  $3.5 \cdot 10^{19}$ .      C.  $5 \cdot 10^{19}$ .      D.  $10^{20}$ .

**Hướng dẫn:**

Từ:  $I = \frac{q}{t} = \frac{ne}{t} \Rightarrow n = \frac{It}{e}$ . Thay số ta được  $n = \frac{2.4}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 5 \cdot 10^{19} \Rightarrow$  Đáp án C.

**Câu 13:** Một ống Röntgen trong mỗi giây bức xạ ra  $N = 3 \cdot 10^{14}$  phôtôen. Những phôtôen có năng lượng trung bình ứng với bước sóng  $10^{-10}$ m. Hiệu điện thế đặt vào hai đầu ống là 50 kV. Cường độ dòng điện chảy qua ống là  $1,5 \cdot 10^{-3}$ A. Người ta gọi tỉ số giữa năng lượng bức xạ dưới dạng tia Röntgen và năng lượng tiêu thụ của ống Röntgen là hiệu suất của ống. Hiệu suất của trường hợp này là

- A. 0,2%.      B. 0,8%.      C. 3%.      D. 60%.

**Hướng dẫn:**

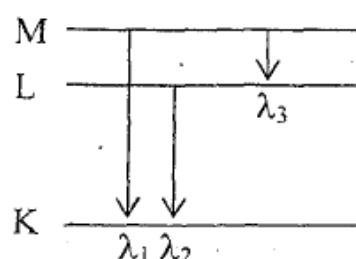
- Công suất điện mà ống tiêu thụ được tính:  $P = UI$ .
- Năng lượng trung bình của mỗi phôtôen  $\epsilon = \frac{hc}{\lambda}$ .
- Trong một giây có  $N$  phôtôen được phát xạ nên công suất phát xạ của chùm tia Röntgen là  $P' = Ne = N \frac{hc}{\lambda}$ .
- Theo định nghĩa ta có:  $H = \frac{P'}{P} = \frac{Nhc}{\lambda UI} = 8 \cdot 10^{-3} = 0,8\% \Rightarrow$  Đáp án B.

**Câu 14:** Nguyên tử hiđrô nhận năng lượng kích thích và electron chuyển từ quỹ đạo K lên quỹ đạo M. Khi chuyển về trạng thái cơ bản, nguyên tử hiđrô phát ra những vạch quang phổ nào dưới đây?

- A. Hai vạch của dãy Lai-man.  
 B. Một vạch của dãy Lai-man và một vạch của dãy Ban-me.  
 C. Hai vạch của dãy Ban-me.  
 D. Một vạch của dãy Ban-me và hai vạch của dãy Lai-man.

**Hướng dẫn:**

Chọn D vì theo hình vẽ, có 3 sự chuyển trạng thái tạo ra một vạch thuộc dãy Ban-me và hai vạch thuộc dãy Lai-man.



**Câu 15:** Một đám nguyên tử hiđrô đang ở trạng thái kích thích mà electron chuyển động trên quỹ đạo dừng N. Khi electron chuyển về các quỹ đạo dừng bên trong thì quang phổ vạch phát xạ của đám nguyên tử đó có bao nhiêu vạch?

A. 3.

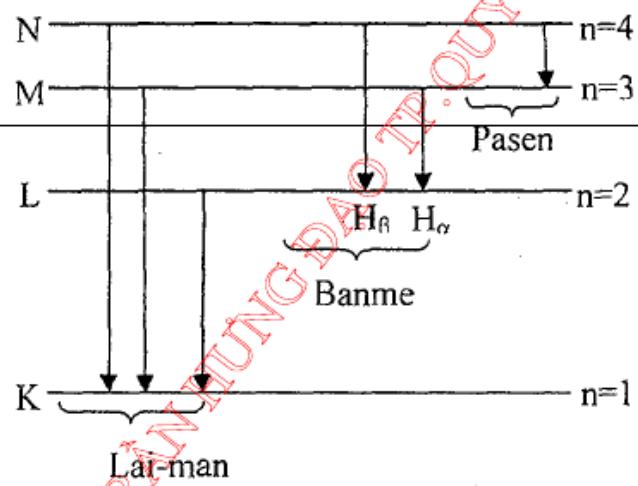
B. 1.

C. 6.

D. 4.

**Hướng dẫn:**

+ Cách 1: Sơ đồ chuyển mức hình



bên có tất cả 6 sự chuyển mức

$\Rightarrow$  số vạch là 6  $\Rightarrow$  Chọn C.

+ Cách 2:

Nếu từ mức M – tương ứng với  $n = 3$

$$\text{thì số vạch là } N = \frac{3(3-1)}{2} = 3$$

Nếu từ mức P – tương ứng với  $n = 6$

$$\text{thì số vạch là } N = \frac{6(6-1)}{2} = 15$$

**Câu 16:** Trong quang phổ của Hiđrô, biết bước sóng của các vạch đầu tiên trong dãy Lai-man  $\lambda_{21} = 0,1216 \mu\text{m}$ , dãy Ban-me là  $\lambda_{32} = 0,6563 \mu\text{m}$ . Bước sóng  $\lambda_{31}$  của vạch quang phổ thứ hai trong dãy Lai-man là:

- A. 0,2643  $\mu\text{m}$     B. 0,1026  $\mu\text{m}$     C. 0,1346  $\mu\text{m}$     D. 0,3185  $\mu\text{m}$ .

**Hướng dẫn:**

$$\text{Ta có: } \frac{hc}{\lambda_{21}} = E_2 - E_1 \text{ và } \frac{hc}{\lambda_{32}} = E_3 - E_2$$

$$\frac{hc}{\lambda_{31}} = E_3 - E_1 = (E_3 - E_2) + (E_2 - E_1) = \frac{hc}{\lambda_{32}} + \frac{hc}{\lambda_{21}}$$

$$\rightarrow \frac{1}{\lambda_{31}} = \frac{1}{\lambda_{32}} + \frac{1}{\lambda_{21}} \rightarrow \lambda_{31} = \frac{\lambda_{32} \cdot \lambda_{21}}{\lambda_{32} + \lambda_{21}} = 0,1026 \mu\text{m} \rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 17:** Biết mức năng lượng ứng với quỹ đạo dừng n trong nguyên tử hiđrô:

$$E_n = \frac{-13,6}{n^2} (\text{eV}) ; n = 1, 2, 3, \dots \dots \text{ Khi hiđrô ở trạng thái cơ bản được kích thích}$$

chuyển lên trạng thái có bán kính quỹ đạo tăng lên 9 lần. Khi chuyển đổi về mức cơ bản thì phát ra bước sóng của bức xạ có năng lượng lớn nhất là:

A. 0,103  $\mu\text{m}$

B. 0,203  $\mu\text{m}$

C. 0,13  $\mu\text{m}$

D. 0,23  $\mu\text{m}$ .

**Hướng dẫn:**

+ Bán kính quỹ đạo được xác định theo biểu thức:  $r = n^2 r_0$

Vì bán kính quỹ đạo tăng lên 9 lần nên  $n = 3$ .

+ Bước sóng của bức xạ có năng lượng lớn nhất ứng với sự chêch lệch năng lượng nhiều nhất, tức là chuyển từ mức 3 về mức 1 nên:

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda} = E_3 - E_1 = \left[ \frac{-13,6}{3^2} + \frac{13,6}{1^2} \right] \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \Rightarrow \lambda = 0,103 \text{ } \mu\text{m} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 18:** Trong nguyên tử hiđrô, bán kính Bo  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ . Bán kính quỹ đạo dừng N là

- A.  $47,7 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ .    B.  $21,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ .    C.  $84,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ .    D.  $132,5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$ .

(Trích ĐTTS vào các trường Đại học khối A, 2008)

**Hướng dẫn:**

- Bán kính quỹ đạo được xác định theo biểu thức:  $r = n^2 r_0$

- Quỹ đạo dừng N ứng với  $n = 4$

- Vậy bán kính quỹ đạo dừng N là  $r = n^2 r_0 = 4^2 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11} = 84,8 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

$\Rightarrow$  Đáp án C.

**Câu 19:** Nguyên tử hiđrô ở trạng thái cơ bản có mức năng lượng bằng  $-13,6 \text{ eV}$ . Để chuyển lên trạng thái dừng có mức năng lượng  $-3,4 \text{ eV}$  thì nguyên tử hiđrô phải hấp thụ một phôtônen có năng lượng

- A.  $10,2 \text{ eV}$ .    B.  $-10,2 \text{ eV}$ .    C.  $17 \text{ eV}$ .    D.  $4 \text{ eV}$ .

**Hướng dẫn:**

Chọn A vì theo tiên đề Bo về cơ chế hấp thụ, để chuyển mức, năng lượng của phôtônen phải bằng hiệu 2 mức năng lượng  $\epsilon = E_{kt} - E_{cb} = -3,4 - (-13,6) = 10,2 \text{ eV}$

**Câu 20:** Trong quang phổ hiđrô, bước sóng dài nhất của dãy Laiman là  $\lambda_1 = 0,1216 \mu\text{m}$ , bước sóng ngắn nhất của dãy Banme là  $\lambda_2 = 0,3650 \mu\text{m}$ . Khi nguyên tử hiđrô đang ở trạng thái cơ bản, để ion hóa nguyên tử hiđrô cần phải cung cấp một năng lượng là

- A.  $21,79 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .    B.  $13,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .    C.  $6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J}$ .    D.  $2,18 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ .

### Hướng dẫn:

- Bình thường nguyên tử trung hòa về điện, để iôn hóa nguyên tử hiđrô cần phải cung cấp cho electron một năng lượng để nó thoát ra khỏi nguyên tử, nói cách khác là nó chuyển động rất xa hạt nhân  $r = n^2 r_0 = \infty$ . Do đó năng lượng cần cung cấp phải đưa nguyên tử hiđrô từ mức cơ bản (mức K) lên mức năng lượng cao nhất (mức  $\infty$ ), vậy  $E_{cc} = E_{\infty} - E_K$

- Dựa theo dữ kiện bài toán, ta có thể viết:  $E_{cc} = E_{\infty} - E_K = E_{\infty} - E_L + E_L - E_K$

$$\text{Hay } E_{cc} = (E_{\infty} - E_L) + (E_L - E_K) = \frac{hc}{\lambda_{B\min}} + \frac{hc}{\lambda_{L\max}}$$

$$E_{cc} = 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \left[ \frac{1}{0,365 \cdot 10^{-6}} + \frac{1}{0,1216 \cdot 10^{-6}} \right] = 21,79 \cdot 10^{-19} \text{ J} \Rightarrow \text{Đáp án A.}$$

**Câu 21:** Vận tốc của electron trong nguyên tử hiđrô khi nguyên tử ở trạng thái dừng thứ 2 bằng

- A.  $2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ .    B.  $2,6 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ .    C.  $1,5 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ .    D.  $1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ .

### Hướng dẫn:

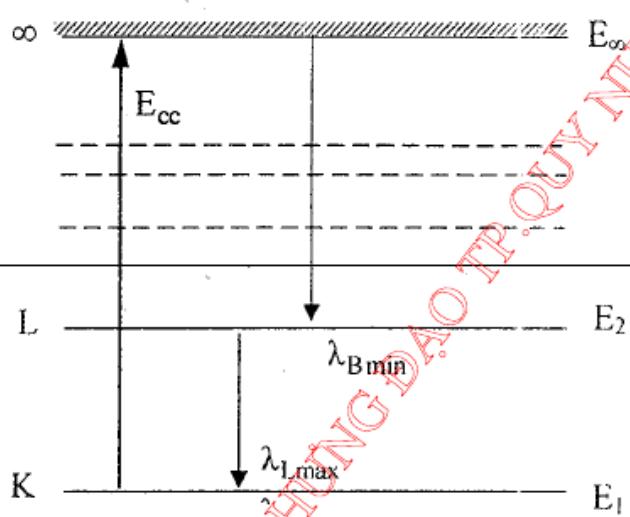
+ Bán kính quỹ đạo dừng thứ 2 của electron trong nguyên tử hiđrô được xác định  $r_2 = n^2 r_0$ , trong đó  $r_0 = 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}$  và  $n = 2 \Rightarrow r_2 = 4 \cdot 5,3 \cdot 10^{-11} = 21,2 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

+ Lực Coulomb giữa electron và hạt nhân giữ vai trò lực hướng tâm làm electron

$$\text{chuyển động tròn xung quanh hạt nhân } k \frac{e^2}{r_2^2} = \frac{mv^2}{r_2}$$

$$\Rightarrow v = e \sqrt{\frac{k}{mr_2}} = 1,6 \cdot 10^{-19} \sqrt{\frac{9 \cdot 10^9}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 21,2 \cdot 10^{-11}}} = 1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

**Giải nhanh:** Từ  $\frac{-13,6}{2^2} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow v = 1,1 \cdot 10^6 \text{ m/s} \Rightarrow \text{Đáp án D.}$



**Câu 22:** Nguyên tử hiđrô gồm một hạt nhân và một electron quay xung quanh nó. Lực tương tác giữa electron và hạt nhân là lực tương tác điện. Biết các hằng số  $k = 9.10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ ;  $q = 1,6.10^{-19} \text{ C}$ ;  $m_e = 9,1.10^{-31} \text{ kg}$ ;  $h = 6,625.10^{-34} \text{ J.s}$ . Vận tốc của electron khi nó chuyển động trên quỹ đạo có bán kính  $r_0 = 5,3.10^{-11} \text{ m}$  và số vòng quay của electron trong một đơn vị thời gian lần lượt là

- A.  $v = 1,2.10^5 \text{ m/s}$ ;  $f = 5,6.10^{14} \text{ vòng/giây}$ .
- B.  $v = 3,2.10^6 \text{ m/s}$ ;  $f = 6,5.10^{15} \text{ vòng/giây}$ .
- C.  $v = 2,2.10^6 \text{ m/s}$ ;  $f = 6,6.10^{15} \text{ vòng/giây}$ .
- D.  $v = 4,2.10^6 \text{ m/s}$ ;  $f = 7,6.10^{15} \text{ vòng/giây}$

**Hướng dẫn:**

Vì lực điện trường giữ vai trò lực hướng tâm nên  $\frac{e^2}{r_0^2} = m \frac{v^2}{r_0} \Rightarrow v = e \sqrt{\frac{k}{mr_0}}$ .

Thay số được  $v = 2,2.10^6 \text{ m/s}$ .

Số vòng quay của electron trong 1s là:  $f = \frac{v}{2\pi r_0} = \frac{v}{2\pi r_0} = 6,6.10^{15} \text{ vòng/giây}$

⇒ Đáp án C.

**Câu 23:** Ánh sáng lân quang là ánh sáng

- A. được phát ra bởi cả chất rắn, chất lỏng và chất khí
- B. hầu như tắt ngay sau khi tắt ánh sáng kích thích.
- C. có thể tồn tại trong thời gian dài hơn  $10^{-8} \text{ s}$  sau khi kích thích.
- D. có tần số lớn hơn tần số ánh sáng kích thích.

**Hướng dẫn:**

Chọn C vì lân quang do chất rắn phát ra, có thể tồn tại trong thời gian dài hơn  $10^{-8} \text{ s}$  sau khi tắt ánh sáng kích thích, tần số nhỏ hơn tần số ánh sáng kích thích.

**Câu 24:** Một chất phát quang có khả năng phát ra ánh sáng màu vàng lục khi được kích thích phát sáng. Hỏi khi chiếu vào chất đó ánh sáng đơn sắc nào dưới đây thì chất đó sẽ phát quang?

- A. Vàng
- B. Lục.
- C. Đỏ.
- D. Da cam.

**Hướng dẫn:**

Do  $\lambda' > \lambda$  hay  $\lambda < \lambda'$  nên chọn B để ánh sáng kích thích có bước sóng nhỏ hơn ánh sáng phát ra.

**Câu 25:** Dung dịch fluorêxên hấp thụ ánh sáng có bước sóng  $0,49 \mu\text{m}$  và phát ra ánh sáng có bước sóng  $0,52 \mu\text{m}$ . Người ta gọi hiệu suất của sự phát quang là tỷ số giữa năng lượng ánh sáng phát quang và năng lượng ánh sáng hấp thụ. Biết hiệu suất của sự phát quang của dung dịch này là 75%. Số phôtôen bị hấp thụ dẫn đến sự phát quang là

- A. 66,8%
- B. 75%
- C. 79,6%
- D. 82,7%

**Hướng dẫn:**

+ Gọi  $N$  là số phôtôen chiếu tới.

Gọi  $N'$  là số phôtôen phát xạ ( $N'$ cũng chính là số phôtôen bị hấp thụ).

+ Theo định nghĩa hiệu suất của sự phát quang, ta có  $H = \frac{N' \varepsilon}{N \varepsilon} = \frac{N' \frac{\text{hc}}{\lambda}}{N \frac{\text{hc}}{\lambda}} = \frac{N' \lambda}{N \lambda}$

$$\Rightarrow \frac{N'}{N} = H \frac{\lambda}{\lambda} = 75\% \cdot \frac{0,52}{0,49} = 79,6\% \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 26:** Theo lí thuyết về phát xạ cảm ứng, nếu nguyên tử đang ở trạng thái kích thích mà bắt gặp một phôtôen có năng lượng  $\varepsilon'$  bay lướt qua nó thì lập tức nguyên tử đó phát ra một phôtôen có năng lượng  $\varepsilon$ . Kết luận nào sau đây là đúng?

- A.  $\varepsilon = 2\varepsilon'$ .      B.  $\varepsilon < \varepsilon'$       C.  $\varepsilon = \varepsilon'$       D.  $\varepsilon > \varepsilon'$

**Hướng dẫn:**

Chọn C vì trong phát xạ cảm ứng  $\varepsilon = \varepsilon'$ .

### C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

**Câu 1:** Không có electron bặt ra khỏi kim loại khi chiếu một chùm sáng đơn sắc vào nó vì

- A. Chùm sáng có cường độ quá nhỏ.
- B. Bước sóng của ánh sáng lớn hơn giới hạn quang điện.
- C. Kim loại hấp thụ quá ít ánh sáng đó.
- D. Công thoát của electron nhỏ hơn năng lượng của phôtôen.

**Câu 2:** Chiếu một chùm tia hồng ngoại vào lá kẽm tích điện âm thì:

- A. Điện tích âm của lá kẽm mất đi
- B. Tấm kẽm sẽ trung hoà về điện
- C. Điện tích của tấm kẽm không thay đổi
- D. Tấm kẽm tích điện dương

**Câu 3:** Giới hạn quang điện của natri là 0,50mm. Hiện tượng quang điện sẽ không xảy ra khi chiếu vào catôt bằng natri chùm bức xạ là

- A. chùm tia Röntgen.
- B. chùm tia tử ngoại.
- C. chùm ánh sáng nhìn thấy.
- D. chùm tia hồng ngoại.

**Câu 4:** Công suất phát xạ của một ngọn đèn là 20W. Biết rằng đèn này phát ra ánh sáng đơn sắc màu lam có bước sóng 0,5μm. Số phôtôen phát ra trong mỗi giây là

- A.  $6,24 \cdot 10^{18}$ .
- B.  $4,96 \cdot 10^{19}$ .
- C.  $3,15 \cdot 10^{20}$ .
- D.  $5,03 \cdot 10^{19}$ .

**Câu 5:** Khi chiếu lần lượt hai bức xạ có tần số  $f_1$ ;  $f_2$  (với  $f_1 < f_2$ ) vào một quả cầu kim loại đặt cô lập thì đều xảy ra hiện tượng quang điện với điện thế cực đại của quả cầu là  $V_1$ ,  $V_2$ . Nếu chiếu đồng thời hai bức xạ trên vào quả cầu này thì điện thế cực đại của nó là

- A.  $|V_1 - V_2|$ .      B.  $(V_1 + V_2)$ .      C.  $V_2$ .      D.  $V_1$ .

**Câu 6:** Một điện cực phẳng M bằng kim loại có giới hạn quang điện  $\lambda_0 = 332$  nm, được rọi bằng bức xạ có bước sóng  $\lambda = 83$  nm. Giả sử khi electron vừa bứt ra khỏi M, nó gặp ngay một điện trường cản có  $E = 750$  V/m. Electron chỉ có thể rời xa M một khoảng tối đa là

- A.  $l = 0,015$  cm.      B.  $l = 15$  cm.      C.  $l = 0,15$  cm.      D.  $l = 1,5$  cm.

**Câu 7:** Trong quang phổ của nguyên tử hiđrô, nếu biết bước sóng dài nhất của vạch quang phổ trong dãy Laiman là  $\lambda_1$  và bước sóng của vạch kè với nó trong dãy này là  $\lambda_2$  thì bước sóng  $\lambda_\alpha$  của vạch quang phổ H $_\alpha$  trong dãy Banme là

- A.  $(\lambda_1 + \lambda_2)$ .      B.  $\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$ .      C.  $(\lambda_1 - \lambda_2)$ .      D.  $\frac{\lambda_1 \lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2}$ .

**Câu 8:** Các bước sóng dài nhất thuộc dãy Laiman và Banme lần lượt là  $\lambda_{21} = 0,1218\text{ }\mu\text{m}$  và  $\lambda_{32} = 0,6563\text{ }\mu\text{m}$ . Cho  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}\text{ J.s}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$ . Năng lượng của phôtôen khi electron chuyển từ quỹ đạo M về quỹ đạo K là

- A.  $19,3 \cdot 10^{-20}\text{ J}$ .      B.  $16,3 \cdot 10^{-19}\text{ J}$ .      C.  $12,1 \cdot 10^{-19}\text{ J}$ .      D.  $19,3 \cdot 10^{-19}\text{ J}$ .

**Câu 9:** Biết mức năng lượng ứng với quỹ đạo dừng n trong nguyên tử hiđrô  $E_n = -\frac{13,6}{n^2}(\text{eV})$  với  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Khi hiđrô ở trạng thái cơ bản được kích thích chuyển lên trạng thái có bán kính quỹ đạo tăng lên 9 lần. Khi chuyển dời về mức cơ bản thì phát ra bước sóng của bức xạ có năng lượng lớn nhất là

- A.  $0,203\text{ }\mu\text{m}$ .      B.  $0,23\text{ }\mu\text{m}$ .      C.  $0,13\text{ }\mu\text{m}$ .      D.  $0,103\text{ }\mu\text{m}$ .

**Câu 10:** Pin quang điện là nguồn điện hoạt động dựa trên hiện tượng

- A. huỳnh quang.      B. tán sắc ánh sáng.  
C. quang – phát quang.      D. quang điện trong.

**Câu 11:** Điện áp giữa anôt và catôt của một ống tia Ronghen là  $U = 25$  kV. Coi vận tốc ban đầu của chùm electron phát ra từ catôt bằng 0. Biết hằng số Plăng  $h = 6,625 \cdot 10^{-34}\text{ Js}$ . Điện tích nguyên tố bằng  $1,6 \cdot 10^{-19}\text{ C}$ . Tần số lớn nhất của tia X do ống này có thể phát ra là

- A.  $6,038 \cdot 10^{18}\text{ Hz}$ .      B.  $60,38 \cdot 10^{16}\text{ Hz}$ .      C.  $6,038 \cdot 10^{17}\text{ Hz}$ .      D.  $60,38 \cdot 10^{18}\text{ Hz}$ .

**Câu 12:** Tần số lớn nhất trong chùm bức xạ phát ra từ ống Ronghen là  $4 \cdot 10^{18}$  (Hz). Xác định hiệu điện thế giữa hai cực của ống?

- A.  $9,73$  kV.      B.  $23,5$  kV.      C.  $16,6$  kV.      D.  $31,4$  kV.

**Câu 13:** Bước sóng ngắn nhất của tia Röntgen phát ra từ một ống Röntgen bằng  $\lambda = 2.10^{-11}$  m. Coi rằng vận tốc ban đầu của electron bằng không. Động năng cực đại của electron trước khi đập vào đối catôt là

- A.  $10^{-14}$  J.      B.  $2.10^{-14}$  J.      C.  $3.10^{-14}$  J.      D.  $4.10^{-14}$  J.

**Câu 14:** Chiếu ánh sáng đơn sắc màu tím tới một vật có màu đỏ ta sẽ quan sát thấy vật đó có màu

- A. đỏ.      B. tím.      C. lam.      D. đen.

**Câu 15:** Gọi  $f$  là tần số ánh sáng kích thích chiếu tới chất phát quang,  $f'$  là tần số ánh sáng do chất phát quang phát ra sau khi bị kích thích thì

- A.  $f' < f$ .      B.  $f' > f$ .      C.  $f' = f$ .      D.  $f' = 2f$ .

**Câu 16:** Ánh sáng phát quang của một chất có bước sóng  $0,4 \mu\text{m}$ . Ánh sáng kích thích chiếu vào chất đó để chất đó phát quang có bước sóng

- A.  $0,6 \mu\text{m}$ .      B.  $0,3 \mu\text{m}$ .      C.  $0,4 \mu\text{m}$ .      D.  $0,5 \mu\text{m}$ .

**Câu 17:** Một chất phát quang có khả năng phát ra ánh sáng màu vàng lục khi được kích thích phát sáng. Hỏi khi chiếu vào chất đó ánh sáng đơn sắc nào dưới đây thì chất đó sẽ phát quang?

- A. Vàng      B. Lục      C. Đỏ      D. Da cam

**Câu 18:** Tia laze không có đặc điểm nào?

- A. Độ đơn sắc cao.      B. Độ định hướng cao.  
C. Công suất lớn.      D. Cường độ lớn.

**Câu 19:** Nguyên tắc hoạt động của laze dựa vào

- A. hiện tượng cảm ứng điện từ.      B. sự phát quang của một số chất.  
C. hiện tượng tán sắc ánh sáng.      D. sự phát xạ cảm ứng.

**Câu 20:** Một laze He – Ne phát ánh sáng có bước sóng  $632,8\text{nm}$  và có công suất đầu ra là  $2,3 \text{mW}$ . Số phôtôen phát ra trong mỗi phút là

- A.  $22.10^{15}$ .      B.  $44.10^{15}$ .      C.  $44.10^{16}$ .      D.  $44.10^{14}$ .

## Phần 2 : SỰ HẤP THU ÁNH SÁNG. MÀU SẮC CÁC VẬT.

### 1. Hiện tượng hấp thụ ánh sáng

Khi một chùm ánh sáng đi qua một môi trường vật chất bất kì, thì cường độ sáng bị giảm. Một phần năng lượng của chùm sáng đã bị tiêu hao và biến thành năng lượng khác. Đó là hiện tượng hấp thụ ánh sáng.

Cường độ  $I$  của chùm sáng đơn sắc truyền qua môi trường hấp thụ giảm theo độ dài  $d$  của đường đi theo định luật hàm số mũ:  $I = I_0 e^{-\alpha d}$ ,

Với  $I_0$  là cường độ của chùm sáng tới môi trường,  $\alpha$  được gọi là hệ số hấp thụ của môi trường

## 2. Sự hấp thụ lọc lụa. Kính màu

### a) Sự hấp thụ lọc lụa

Khi ánh sáng trắng đi qua những chất khác nhau, quang phổ của nó mất đi những bước sóng khác nhau. Điều đó chứng tỏ, ánh sáng có bước sóng khác nhau bị môi trường hấp thụ nhiều ít khác nhau. Người ta gọi hiện tượng này là sự hấp thụ lọc lụa.

Những chất hầu như không hấp thụ ánh sáng trong miền nào của quang phổ thì được gọi là gần trong suốt trong miền đó.

~~Những vật không hấp thụ ánh sáng trong miền nhìn thấy của quang phổ được gọi là vật trong suốt không màu. Những vật hấp thụ hoàn toàn mọi ánh sáng nhìn thấy thì sẽ có màu đen.~~

Những vật hấp thụ lọc lụa ánh sáng trong miền nhìn thấy thì được gọi là vật trong suốt có màu.

### b) Kính màu

Kính lọc sắc đỏ ít hấp thụ ánh sáng màu đỏ, nhưng hấp thụ rất mạnh ánh sáng màu xanh, màu tím và hầu hết các bức xạ còn lại của ánh sáng trắng. Nếu chiếu ánh sáng trắng vào kính lọc sắc đỏ, thì nó chỉ cho các tia đỏ truyền qua, các bức xạ còn lại bị nó hấp thụ gần như hoàn toàn. Kết quả là ta nhìn thấy kính lọc sắc có màu đỏ. Nếu chiếu vào tấm kính đỏ ánh sáng màu tím chẳng hạn, ánh sáng này sẽ bị tấm kính đỏ hấp thụ gần như hoàn toàn, và lúc này ta nhìn thấy tấm kính có màu đen.

## 3. Sự phản xạ lọc lụa

Khi chiếu một chùm ánh sáng trắng vào một vật nào đó. Chùm sáng phản xạ từ vật bị khuyết một số photon có năng lượng xác định. Điều đó chứng tỏ ánh sáng có bước sóng khác nhau được phản xạ nhiều ít khác nhau từ vật. Đó là phản xạ lọc lụa. Phổ của ánh sáng phản xạ phụ thuộc phổ của ánh sáng tới và tính chất quang học của bề mặt phản xạ.

Phổ của ánh sáng tán xạ phụ thuộc phổ của ánh sáng tới và tính chất quang học của bề mặt tán xạ.

## 4. Màu sắc các vật

Nếu vật có khả năng phản xạ tất cả ánh sáng có bước sóng khác nhau chiếu vào nó, thì theo hướng phản xạ ta sẽ nhìn thấy vật có màu trắng. Nếu vật hấp thụ tất cả các ánh sáng có bước sóng khác nhau chiếu tới, thì theo hướng phản xạ ta nhìn thấy nó có màu đen. Vật hấp thụ đa số bức xạ chính trong quang phổ của ánh sáng trắng, nó sẽ có màu xám. Các vật thể có màu sắc là do vật được cấu tạo từ những vật liệu xác định và vật hấp thụ một số bước sóng ánh sáng và phản xạ, tán xạ những bước sóng khác.

## Chủ đề 10: VẬT LÍ HẠT NHÂN.

### A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

#### I. Về hạt nhân

**1. Cấu tạo hạt nhân:** hạt nhân có kích thước rất nhỏ ( $10^{-14} - 10^{-15}$  m), chúng được cấu tạo từ những hạt nuclôn. Có hai loại nuclôn.

\* Prôtôn (kí hiệu p) mang điện tích +e, có khối lượng  $m_p = 1,007276$  u

\* Nơtrôn (kí hiệu n) không mang điện, có khối lượng  $m_n = 1,008665$  u

u là đơn vị khối lượng (tương tự như đơn vị kg).

**2. Số khôi:** Hạt nhân nguyên tử của nguyên tố thứ Z đứng trong bảng tuần hoàn sẽ có Z prôtôn (để nguyên tử trung hòa về điện). Nếu hạt nhân trên có N nơtrôn thì tổng số nuclôn trong hạt nhân là  $A = Z + N$  (A được gọi là số khôi).

**3. Kí hiệu hạt nhân:** Ghi nguyên tử số ở dưới và số khôi ở trên, bên cạnh và trước kí hiệu hoá học:  ${}_Z^A X$ , ví dụ hạt nhân Natri  ${}_{11}^{23} \text{Na}$  có Z = 11 nên có 11 hạt prôtôn và  $23 - 11 = 12$  hạt nơtrôn.

#### II. Đơn vị

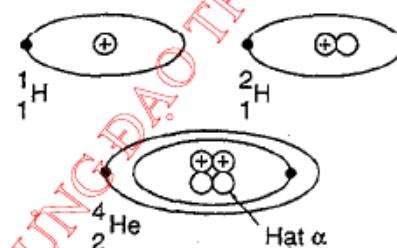
\* Các hạt nhân có cùng số prôtôn Z, nhưng có số nơtrôn N khác nhau thì nguyên tử của chúng có cùng tính chất hoá học vì có lớp vỏ điện tử giống nhau. Các nguyên tử đó được xếp cùng một vị trí (đơn vị) trong bảng tuần hoàn và gọi là các đồng vị.

##### Ứng dụng của đồng vị phóng xạ:

- Phương pháp dùng các bon 14 (vì  ${}^{14}\text{C}$  phóng xạ  $\beta^-$ ) để xác định tuổi các di vật gốc sinh vật:

- Phương pháp nguyên tử đánh dấu: Trong nông nghiệp dùng lân phóng xạ  ${}^{32}\text{P}$  theo dõi sự di chuyển lân trong cây cối.

- Đồng vị  ${}^{60}\text{Co}$  phát ra tia gamma có khả năng đâm xuyên mạnh dùng để tìm khuỷu tật trong chi tiết máy, diệt vi khuẩn bảo vệ thực phẩm, chữa bệnh ung thư...



**III. Lực hạt nhân:** Lực liên kết giữa các nuclôn trong hạt nhân gọi là lực hạt nhân. Lực liên kết có các đặc điểm:

- \* Là loại lực khác bản chất so với trọng lực, lực điện và lực từ.
- \* Là lực hút, có bán kính tác dụng khoảng  $10^{-15}$  m.

#### **IV. Độ hụt khối và năng lượng liên kết**

\* Nếu Z prôtôn và N neutrôn tồn tại riêng rẽ, có khối lượng tổng cộng  $m_0 = Z.m_p + N.m_n$  thì khi chúng liên kết lại thành hạt nhân có số khối A = Z + N sẽ có khối lượng m và  $m < m_0$ . Hiệu  $\Delta m = m_0 - m$  gọi là độ hụt khối hạt nhân. Như vậy, theo hệ thức Anhxtanh thì năng lượng nghỉ của hạt nhân  $E = m.c^2$  sẽ nhỏ hơn năng lượng nghỉ của các nuclôn tồn tại riêng rẽ  $E_0 = m_0.c^2$ . Do đó khi các nucrôn liên kết lại thành một hạt nhân thì có một năng lượng

$$W_{lk} = E_0 - E = (m_0 - m).c^2 = \Delta m.c^2 \text{ được tỏa ra.}$$

Ngược lại, muốn phá vỡ một hạt nhân thành các nuclôn riêng rẽ, phải tốn một năng lượng đúng bằng  $W_{lk}$  để thắng lực liên kết giữa các nuclôn.

Năng lượng:  $W_{lk} = \Delta m.c^2$  gọi là năng lượng liên kết của hạt nhân.

Hạt nhân có độ hụt khối  $\Delta m$  càng lớn thì có  $W_{lk}$  càng lớn.

\* Năng lượng liên kết riêng:  $\varepsilon = \frac{W_{lk}}{A}$  là năng lượng liên kết tính cho 1 nuclôn. *Hạt nhân có năng lượng liên kết riêng  $\varepsilon$  càng lớn thì càng bền vững.*

#### **V. Đơn vị khối lượng nguyên tử**

+ Đơn vị khối lượng nguyên tử, còn gọi là đơn vị cacbon.

$$1u = \frac{1}{12} \text{ khối lượng nguyên tử đồng vị } {}^{12}_6 C.$$

+ Vì một lượng Cacbon  ${}^{12}_6 C$  nặng 12 gam chứa  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23}$  nguyên tử, nên theo định nghĩa trên thì:

$$1u = \frac{1}{N_A} \text{ gam} = \frac{1}{6,023 \cdot 10^{23}} \text{ gam} = 1,66055 \cdot 10^{-24} \text{ gam} = 1,66055 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

+ Mặt khác một hạt có khối lượng m = 1u sẽ có năng lượng nghỉ

$$E = mc^2 = 1u \times c^2 = \frac{1}{N_A} \text{ gam} \times c^2 = \frac{1}{N_A} 10^{-24} \text{ kg} \times (3 \times 10^8 \text{ m/s})^2 \approx 931,5 \text{ MeV}$$

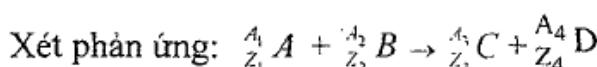
cũng có nghĩa là:  $1u = 931,5 \frac{\text{MeV}}{c^2}$

## VI. Phản ứng hạt nhân

**1. Định nghĩa:** Phản ứng hạt nhân là mọi quá trình dẫn đến sự biến đổi hạt nhân. Sơ đồ tổng quát:  $A + B \rightarrow C + D$

A, B là hai hạt nhân tương tác với nhau, C và D là hạt nhân được tạo thành.

### 2. Các định luật bảo toàn trong phản ứng hạt nhân



a. **Bảo toàn số nuclôn (số khối A):** Prôtôn có thể biến thành nôtron và ngược lại nhưng số nuclôn ở hai vế bằng nhau.  $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$

b. **Bảo toàn điện tích (nguyên tử số Z):** Các hạt nhân trong phản ứng chỉ tương tác với nhau, nên có lập về điện (hệ kín). Vì điện tích của một hệ thống kín không đổi nên tổng điện tích ở hai vế sẽ phải bằng nhau. Sau khi lược bỏ  $1,6 \cdot 10^{-19}$  ở 2 vế, ta có biểu thức thu gọn  $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$

c. **Bảo toàn năng lượng và bảo toàn động lượng**

Trong phản ứng hạt nhân, năng lượng toàn phần và động lượng được bảo toàn.

*Chú ý: Không có sự bảo toàn khối lượng trong phản ứng hạt nhân.*

**3. Phản ứng hạt nhân toả năng lượng và phản ứng hạt nhân thu năng lượng:** Độ hụt khối của các hạt nhân là khác nhau, khiến tổng khối lượng M của các hạt nhân sau phản ứng có thể khác tổng khối lượng  $M_0$  của các hạt nhân trước phản ứng.

a. Nếu  $M_0 > M$  thì tổng khối lượng giảm nên phản ứng toả năng lượng:  $\Delta E = (M_0 - M)c^2$  dưới dạng động năng các hạt nhân sinh ra hoặc năng lượng phôtônia gamma.

⇒ *Phản ứng toả năng lượng nếu như các hạt sinh ra có tổng khối lượng nhỏ hơn các hạt ban đầu, các hạt sinh ra có độ hụt khối lớn hơn nên chúng bền vững hơn.*

Có 2 loại phản ứng hạt nhân toả năng lượng (gọi là năng lượng hạt nhân):

+ **Sự phân hạch:** Một hạt nhân rất nặng như urani, plutoni... hấp thụ một nôtron chậm và vỡ thành hai hạt nhân có số khối trung bình.

+ **Phản ứng nhiệt hạch:** Hai hạt nhân rất nhẹ như hidrô, hêli... kết hợp với nhau thành hạt nhân nặng hơn.

b. Nếu  $M_0 < M$  thì tổng khối lượng tăng nên phản ứng phải thu năng lượng. Song muốn phản ứng xảy ra phải cung cấp năng lượng dưới dạng động năng của các hạt A và B. Năng lượng W cần cung cấp cho phản ứng bao gồm  $\Delta E = (M - M_0)c^2$  cộng với động năng  $K_d$  của các hạt mới sinh ra:  $W = \Delta E + K_d$

*Vậy phản ứng hạt nhân thu năng lượng nếu như các hạt sinh ra có tổng khối lượng lớn hơn các hạt ban đầu, các hạt sinh ra có độ hụt khối nhỏ hơn nên chúng kém bền vững hơn.*

## VII. Sự phóng xạ

### 1. Hiện tượng phóng xạ

#### a. Thế nào là hiện tượng phóng xạ?

Phóng xạ là hiện tượng hạt nhân nguyên tử tự động phóng ra những bức xạ (gọi là tia phóng xạ) và biến đổi thành hạt nhân khác. Tia phóng xạ không nhìn thấy, nhưng có thể phát hiện được chúng do chúng có khả năng làm đèn kính ánh, ion hóa các chất, lệch trong điện, từ trường...

#### b. Đặc điểm của hiện tượng phóng xạ

Hiện tượng phóng xạ hoàn toàn do các nguyên nhân bên trong hạt nhân gây ra, tuyệt đối không phụ thuộc vào các tác động bên ngoài. Dù nguyên tử phóng xạ nằm trong hợp chất, chịu áp suất hay nhiệt độ bất kì nào thì sự phóng xạ vẫn xảy ra tuân theo định luật phóng xạ.

#### c. Định luật phóng xạ

\* Phát biểu: Mỗi chất phóng xạ được đặc trưng bởi một thời gian  $T$  gọi là chu kỳ bán rã. Sau mỗi chu kỳ này thì  $1/2$  số nguyên tử của chất ấy biến đổi thành chất khác.

\* Biểu thức:

Gọi  $N_0$  và  $m_0$  là số nguyên tử và khối lượng tại thời điểm ban đầu ( $t = 0$ )

$N$  và  $m$  là số nguyên tử và khối lượng ở thời điểm  $t$ .

$$\begin{aligned} N_t &= N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-t/T} \\ \text{Hoặc: } m_t &= m_0 e^{-\lambda t} = m_0 2^{-t/T} \end{aligned}$$

Trong đó  $\lambda$  là hằng số phóng xạ, liên hệ với chu kỳ bán rã  $T$ :  $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$ .

#### d. Độ phóng xạ

*Định nghĩa:* Độ phóng xạ  $H$  của một lượng chất phóng xạ là đại lượng đặc trưng cho tính chất phóng xạ mạnh hay yếu của một lượng chất phóng xạ, được đo bằng số phân rã trong 1 giây. Đơn vị là Becquerel (Bq) hoặc Curi (Ci).

$$1 \text{ Bq} = 1 \text{ phân rã/giây}; 1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}.$$

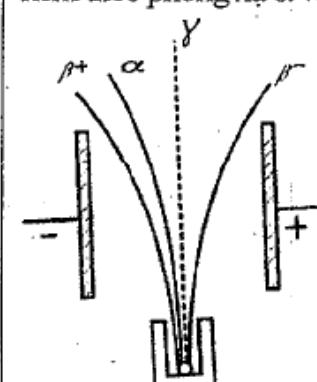
*Biểu thức:* Độ phóng xạ  $H$  giảm theo thời gian:

$$H_t = -\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = \lambda N_t \Rightarrow \begin{cases} H_0 = \lambda N_0 \\ H_t = \lambda N_t \end{cases} \Rightarrow H_t = H_0 e^{-\lambda t} \text{ (Bq)}$$

với  $H_0 := \lambda N_0$  là độ phóng xạ ban đầu.

## 2. Bản chất và tính chất của các loại tia phóng xạ. Các quy tắc dịch chuyển

Cho các tia phóng xạ đi qua điện trường giữa hai bản của một tụ điện. Ta có thể xác định được bản chất các tia phóng xạ. Một chất phóng xạ chỉ phóng ra một trong ba loại tia  $\alpha$ ,  $\beta^-$  hay  $\beta^+$  (có thể kèm theo tia  $\gamma$ )

a. Tia anpha ( $\alpha$ )	b. Tia bêta $\beta$ : Có 2 loại:	c. Tia gamma: ( $\gamma$ )
<p>Tia <math>\alpha</math> thực chất là chùm hạt nhân của nguyên tử Hêli <math>{}_2^4\text{He}</math>.</p> <p>Các tính chất:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Lệnh về bán âm của tụ điện (Có điện tích <math>+2e</math>)</li> <li>+ Phóng ra với vận tốc khoảng <math>10^7 \text{ m/s}</math>, nó làm iôn hóa môi trường và mất dần năng lượng.</li> <li>+ Khả năng đâm xuyên yếu, đi được tối đa 8cm trong không khí. Không xuyên qua được tấm thủy tinh mỏng.</li> <li>+ Phương trình phóng xạ:  <math display="block">{}^A_X \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}^{A-4}\text{Y}</math> </li> </ul> <p>So với hạt nhân mẹ, hạt nhân con tiến 1 ô trong bảng HTTH và có cùng số khối.</p>	<p>* <math>\beta^-</math>: Lệnh về bán dương của tụ điện, thực chất là dòng các electron:  <math display="block">{}^A_X \rightarrow {}_{-1}^0 e + {}^A\text{Y}</math></p> <p>Thực chất của phóng xạ <math>\beta^-</math> là trong hạt nhân 1 neutrino biến thành 1 prôtôn, 1 <math>e^-</math> và 1 phản neutrino <math>\bar{\nu}</math>:</p> $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$ <p><math>\bar{\nu}</math> là phản neutrino, không mang điện, có số khối <math>A = 0</math>, chuyển động với vận tốc ánh sáng.</p> <p>* <math>\beta^+</math>: Lệnh về bán âm của tụ điện, thực chất là chùm hạt có khối lượng như <math>e^-</math> nhưng mang điện tích <math>+e</math>, gọi là electron dương hay pozitron (loại này hiếm thấy hơn <math>{}_1^0 e</math>).</p> <p>Khi phóng xạ <math>\beta^+</math> hạt nhân con lùi 1 ô. Thực chất là sự biến đổi 1 prôtôn thành 1 neutrino, 1 pozitron và 1 neutrino:</p> $p \rightarrow n + e^+ + \nu$ <p>Các tính chất của tia <math>\beta</math>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>* Phóng ra với vận tốc gần bằng vận tốc ánh sáng.</li> <li>* Khả năng đâm xuyên mạnh hơn tia <math>\alpha</math> và đi được hàng trăm mét trong không khí.</li> </ul>	<p>Có bản chất sóng điện từ như tia Ronggen nhưng có bước sóng ngắn hơn, vì vậy có các tính chất như tia Ronggen nhưng mạnh hơn. Đặc biệt là khả năng đâm xuyên lớn, có thể đi qua lớp chì dày hàng chục cm và gây nguy hiểm đối với cơ thể con người.</p> <p>* Phóng xạ gamma: <i>không có sự biến đổi hạt nhân, chỉ có sự chuyển trạng thái</i> từ mức năng lượng cao <math>E_2</math> xuống mức năng lượng thấp <math>E_1</math> bằng cách bức xạ phôtônen năng lượng:</p> $hf = E_2 - E_1$ <p>Bức xạ gamma luôn đi kèm theo phóng xạ <math>\alpha</math> và <math>\beta</math>.</p> 

## VIII. Phân hạch và nhiệt hạch

### 1. Phản ứng phân hạch

a. **Định nghĩa**: Hiện tượng một hạt nhân loại rất nặng hấp thụ một neutron chậm có động năng nhỏ hơn 0,1 eV rồi vỡ ra thành hai hạt nhân có số khối trung bình.

b. **Đặc điểm**: Hai đặc điểm quan trọng:

- \* Sinh ra 2 đến 3 neutron.
- \* Toả ra một năng lượng lớn.



Trong đó: X và X' là các hạt nhân trung bình, có số khối A và A' từ 80 đến 160.

#### c. So sánh phóng xạ và phân hạch

##### \* Hai điểm giống nhau

- Đều có sự biến đổi một hạt nhân ban đầu thành các hạt nhân khác. Chúng đều là các phản ứng hạt nhân.

- Đều là các quá trình kèm theo sự toả năng lượng dưới dạng động năng của các hạt sinh ra và năng lượng bức xạ gama.

##### \* Hai điểm khác nhau

- Hiện tượng phóng xạ không chịu tác động của các yếu tố bên ngoài, tốc độ phân rã của mỗi chất hoàn toàn do nguyên nhân bên trong quyết định. Trong khi đó, tốc độ của quá trình phân hạch phụ thuộc vào lượng neutron chậm có trong khối chất, do đó tốc độ này có thể không chế được.

- Đối với mỗi chất phóng xạ, thành phần của tia phóng xạ là hoàn toàn ổn định còn cấu tạo và khối lượng của 2 hạt nhân vỡ ra trong sự phân hạch không hoàn toàn xác định.

#### d. Phản ứng dây chuyền và điều kiện để phản ứng xảy ra

\* Một phần neutron sinh ra bị mất mát vì nhiều nguyên nhân (thoát ra ngoài, bị các hạt nhân loại khá hấp thu...) nhưng nếu sau mỗi phân hạch vẫn còn lại trung bình  $s > 1$  gây ra s phân hạch mới, sinh ra  $s^2$  neutron, rồi  $s^3, s^4 \dots$  neutron. Kết quả số phân hạch xảy ra liên tiếp và tăng lên rất nhanh. Đó là phản ứng hạt nhân dây chuyền; **s gọi là hệ số nhân neutron**.

+ Với  $s < 1$  thì hệ thống gọi là dưới hạn, phản ứng dây chuyền không xảy ra. Để xảy ra phản ứng dây chuyền phải có điều kiện:  $s \geq 1$

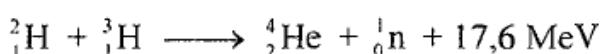
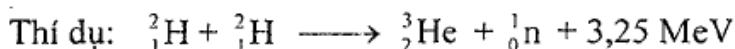
+ Với  $s > 1$  thì hệ thống gọi là vượt hạn: ta có phản ứng dây chuyền thác lũ, năng lượng toả ra rất lớn, không khống chế được (sử dụng để chế tạo bom nguyên tử).

+ Với  $s = 1$  thì hệ thống gọi là tới hạn: Phản ứng dây chuyền tiếp diễn nhưng không tăng vọt, năng lượng toả ra không đổi và kiểm soát được. Đó là chế độ làm việc của các lò phản ứng hạt nhân trong các nhà máy điện nguyên tử.

**Chú ý:** Số neutron bị mất tỷ lệ diện tích mặt ngoài, số neutron sinh ra tỷ lệ với thể tích. Vì vậy phải có 1 thể tích đủ lớn (tức khối lượng m đủ lớn). Để có  $s \geq 1$  ta cần có khối lượng tối thiểu  $m \geq m_{th}$  (khối lượng tối hạn), ví dụ  $^{235}_{\text{U}}$  đã làm giàu thì  $m_{th} = 15 \text{ kg}$ .

## 2. Phản ứng nhiệt hạch

a. **Định nghĩa:** Phản ứng nhiệt hạch là phản ứng kết hợp hai hạt nhân rất nhẹ thành một hạt nhân nặng hơn.



### b. Đặc điểm của phản ứng nhiệt hạch

Là một phản ứng toả năng lượng. Tuy một phản ứng nhiệt hạch toả năng lượng ít hơn một phản ứng phân hạch nhưng tính theo khối lượng nhiên liệu thì phản ứng nhiệt hạch toả năng lượng nhiều hơn.

### c. Điều kiện xảy ra phản ứng nhiệt hạch

Các phản ứng kết hợp rất khó xảy ra vì các hạt nhân tích điện dương nên đẩy nhau.

Muốn chúng tiến lại gần nhau và kết hợp được thì chúng phải có động năng rất lớn để thắng lực đẩy Coulomb. Muốn có động năng rất lớn thì phải có nhiệt độ rất cao. Vì thế nên gọi là phản ứng nhiệt hạch.

### d. Hai lí do khiến con người quan tâm đến năng lượng nhiệt hạch

- Năng lượng nhiệt hạch là nguồn năng lượng vô tận cho con người, vì nhiên liệu của phản ứng nhiệt hạch là Doteri, Triti có rất nhiều trong nước sông, nước biển.
- Về mặt sinh thái, phản ứng nhiệt hạch “sạch” hơn phản ứng phân hạch vì ít có bức xạ hay cặn phóng xạ.

## IX. Các công thức cần nhớ

### 1. Về phóng xạ:

- Số hạt nhân còn lại tại thời điểm t:  $N_t = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 2^{-\frac{t}{T}}$  (hạt)
- Khối lượng chất phóng xạ còn lại tại thời điểm t:  $m_t = m_0 e^{-\lambda t} = m_0 2^{-\frac{t}{T}}$  (g)
- Liên hệ giữa số hạt và khối lượng:  $N = \frac{m \cdot N_A}{A}$ ,  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .
- Khối lượng chất phóng xạ đã bị phân rã:  $\Delta m = m_0 - m_t = m_0(1 - e^{-\lambda t})$
- Phần trăm chất phóng xạ bị phân rã:  $\frac{\Delta m}{m_0} = 1 - e^{-\lambda t}$
- Phần trăm chất phóng xạ còn lại:  $\frac{m_t}{m_0} = 2^{-\frac{t}{T}} = e^{-\lambda t}$
- Bảng giúp tính nhanh

Thời gian	Còn lại		Phân rã	
0	$m_0$	100%	0	0
1T	$\frac{1}{2}m_0 = \frac{m_0}{2}$	50%	$m_0 - \frac{m_0}{2} = \frac{m_0}{2}$	50%
2T	$\frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{2}\right) = \frac{m_0}{4}$	25%	$m_0 - \frac{m_0}{4} = \frac{3m_0}{4}$	75%
3T	$\frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{4}\right) = \frac{m_0}{8}$	12,5%	$m_0 - \frac{m_0}{8} = \frac{7m_0}{8}$	87,5%
...	....	...	....	...

- Khối lượng chất mới được tạo thành sau thời gian t

$$m_1 = \frac{\Delta N}{N_A} A_1 = \frac{A_1 N_0}{N_A} (1 - e^{-\lambda t}) = \frac{A_1}{A} m_0 (1 - e^{-\lambda t})$$

Trong đó:  $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  là số Avôgađrô. A,  $A_1$  là số khối của chất phóng xạ ban đầu và của chất mới được tạo thành

- Hằng số phóng xạ:  $\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0,693}{T}$  (1)
- $H_1 = H_0 e^{-\lambda t} = H_0 2^{\frac{-t}{T}}$  Đơn vị: Becoren (Bq);  $1\text{Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$

Lưu ý:

+ Khi tính độ phóng xạ  $H_1$  ở công thức (2) theo đơn vị Becoren (Bq) thì chu kỳ phóng xạ T ở công thức (1) phải đổi ra đơn vị giây (s).

+ Khi khoảng thời gian khảo sát rất bé so với chu kỳ bán rã  $t \ll T \Rightarrow \frac{\ln 2}{T} \cdot t \ll 1$ .

$\Rightarrow \lambda \cdot t \ll 1$  thì có thể lấy gần đúng  $1 - e^{-\lambda t} \approx \lambda t$  nên số hạt nhân phân rã

$$\Delta N = N_0 - N_t = N_0 (1 - e^{-\lambda t}) \approx N_0 \lambda t = H_0 t$$

## 2. Về năng lượng liên kết hạt nhân ${}^A_Z X$ .

Đơn vị khối lượng nguyên tử:  $1u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$   
 $(1 \text{ uc}^2 = 931,5 \text{ MeV})$

Độ hụt khối của hạt nhân:  $\Delta m = m_0 - m$

Trong đó:  $m_0 = Zm_p + Nm_n = Zm_p + (A-Z)m_n$  là khối lượng các nuclôn.  
 m là khối lượng hạt nhân X.

Năng lượng liên kết hạt nhân:  $\Delta E = \Delta m \cdot c^2 = (m_0 - m)c^2$

Năng lượng liên kết riêng (là năng lượng liên kết tính cho 1 nuclôn):  $\varepsilon = \frac{\Delta E}{A}$ .

Năng lượng liên kết riêng càng lớn thì hạt nhân càng bền vững.

Những hạt nhân bền có số khối A trong khoảng từ 50 đến 95, hạt nhân bền nhất có  $\varepsilon = 8,8$  MeV/nuclôn

**3. Về phản ứng hạt nhân**  ${}_{Z_1}^{A_1}X_1 + {}_{Z_2}^{A_2}X_2 \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}X_3 + {}_{Z_4}^{A_4}X_4$

#### a. Các phương pháp xác định lượng năng lượng tỏa ra hay thu vào

Nếu đề bài cho các hạt nhân  $X_1, X_2, X_3, X_4$  dưới các dữ kiện:

Khối lượng tương ứng của từng hạt nhân  $m_1, m_2, m_3, m_4$

Độ hụt khối  $\Delta m_1, \Delta m_2, \Delta m_3, \Delta m_4$

Năng lượng liên kết  $W_{lk1}, W_{lk2}, W_{lk3}, W_{lk4}$

Năng lượng liên kết riêng  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$

Động năng của các hạt  $K_1, K_2, K_3, K_4$

Tùy theo dữ kiện, năng lượng của phản ứng hạt nhân có thể tính theo các cách

$$\text{khác nhau: } \Delta E = \begin{cases} \bullet [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)]c^2 \\ \bullet [(\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2)]c^2 \\ \bullet (W_{lk3} + W_{lk4}) - (W_{lk1} + W_{lk2}) \\ \bullet (A_3 \varepsilon_3 + A_4 \varepsilon_4) - (A_1 \varepsilon_1 + A_2 \varepsilon_2) \\ \bullet (K_3 + K_4) - (K_1 + K_2) \end{cases}$$

Nếu  $\Delta E > 0$  thì phản ứng tỏa năng lượng

Nếu  $\Delta E < 0$  thì phản ứng thu năng lượng

#### b. Các định luật bảo toàn

+ Bảo toàn số nuclôn (số khối):  $A_1 + A_2 = A_3 + A_4$

+ Bảo toàn điện tích (nguyên tử số):  $Z_1 + Z_2 = Z_3 + Z_4$

+ Bảo toàn động lượng:  $\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_3 + \vec{p}_4$  hay  $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_3 \vec{v}_3 + m_4 \vec{v}_4$

+ Bảo toàn năng lượng:  $K_{X_1} + K_{X_2} + \Delta E = K_{X_3} + K_{X_4}$

Trong đó:  $\Delta E$  là năng lượng phản ứng hạt nhân

$$K_X = \frac{1}{2} m_X v_X^2$$
 là động năng chuyển động của hạt X

Lưu ý: – Không có định luật bảo toàn khối lượng.

– Mối quan hệ giữa động lượng  $p_X$  và động năng  $K_X$ :  $p_X^2 = 2m_X K_X$

#### 4. Khối lượng Mặt Trời giảm đi sau khoảng thời gian t:

$$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{P.t}{c^2}$$

### B. VÍ DỤ MINH HỌA

**Câu 1:** Hạt nhân Radí có kí hiệu  $^{226}_{88}\text{Ra}$

- a) Nêu thành phần cấu tạo hạt nhân Radí.
- b) Biết khối lượng một nguyên tử của Radí là  $m = 226,0254\text{u}$ . Hãy tính ra kg khối lượng của 1 mol nguyên tử, 1 hạt nhân và 1 mol hạt nhân Radí.
- c) Tìm khối lượng riêng của hạt nhân, biết bán kính hạt nhân được tính theo công thức  $R = r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}}$  với  $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-15}\text{m}$  và A là số khồi.

**Phân tích, hướng dẫn giải:**

a) Hạt nhân  $^{226}_{88}\text{Ra}$  có 88 protôn và  $(226 - 88) = 138$  nơtron.

b) Tính theo đơn vị kg

– Khối lượng một nguyên tử của Radí

$$m = 226,0254\text{u} = 226,0254 \cdot 1,66055 \cdot 10^{-27} = 375,7 \cdot 10^{-27} \text{kg}$$

– Khối lượng một mol nguyên tử của Radí

$$m_{\text{mol}} = mN_A = 375,7 \cdot 10^{-27} \cdot 6,022 \cdot 10^{23} = 226,17 \cdot 10^{-3} \text{kg}$$

– Khối lượng một hạt nhân:  $m_{\text{hn}} = m - Zm_e = 226,0254\text{u} - 88 \cdot 0,000549\text{u}$

$$m_{\text{hn}} = 259,977\text{u} = 3,7524 \cdot 10^{-25} \text{kg}$$

– Khối lượng 1mol hạt nhân Radí:  $m_{\text{mol hn}} = m_{\text{hn}} \cdot N_A = 0,22589 \text{kg}$

c) Thể tích hạt nhân:  $V = \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{4}{3} \pi \left( r_0 \cdot A^{\frac{1}{3}} \right)^3 = \frac{4}{3} \pi r_0^3 \cdot A = 2,59 \cdot 10^{-42} \text{m}^3$

Khối lượng riêng của hạt nhân:  $D = \frac{m}{V} = \frac{3,7524 \cdot 10^{-25}}{2,59 \cdot 10^{-42}} = 1,45 \cdot 10^{17} \text{kg/m}^3$

**Câu 2:** Bán kính hạt nhân được tính theo công thức:  $r = r_0 A^{1/3}$  với  $r_0$  là hằng số,

A là số khối. Hai hạt nhân khác nhau có tỉ số bán kính của chúng là  $\frac{r_1}{r_2} = 2$ . Tỉ số khối lượng của hai hạt nhân đó bằng

- A. 2.      B. 4.      C. 6.      D. 8.

**Phân tích, hướng dẫn:**

Áp dụng công thức  $r = r_0 A^{1/3}$  viết cho 2 hạt nhân  $r_1 = r_0 A_1^{1/3}$  và  $r_2 = r_0 A_2^{1/3}$

$$\Rightarrow \frac{A_1}{A_2} = \left( \frac{r_1}{r_2} \right)^3 = 8 \Rightarrow \text{Đáp án D.}$$

**Bài tập 1:** Thể tích của hạt nhân  $^{238}_{92}\text{U}$  lớn hơn thể tích của hạt nhân heli  $^4_2\text{He}$

- A. 595 lần.      B. 59,5 lần.      C. 5,95 lần.      D. 0,595 lần.

**Bài tập 2:** Hạt nhân X có bán kính gấp đôi hạt nhân  $^{14}_7\text{N}$ . Số neutron trong X nhiều hơn số proton là 16 hạt. Hạt nhân X là

- A.  $_{47}^{64}\text{Ag}$ .      B.  $_{54}^{100}\text{Xe}$ .      C.  $_{48}^{100}\text{Cd}$ .      D.  $_{50}^{100}\text{Sn}$ .

**Câu 3:** Chu kì bán rã của  $^{60}_{27}\text{Co}$  gần bằng 5 năm. Sau 10 năm từ 1g  $^{60}_{27}\text{Co}$  ban đầu, sẽ còn lại bao nhiêu gam?

- A. Gần 0,75g      B. Gần 0,5g      C. Gần 0,25g      D. Gần 0,1g

**Hướng dẫn:**

Chọn C vì  $m = \frac{m_0}{2^{\frac{1}{T}}} = \frac{m_0}{2^{\frac{10}{5}}} = \frac{m_0}{2^2} = \frac{1}{2^2} = 0,25 \text{ g}$

**Câu 4:** Chu kì bán rã của một đồng vị phóng xạ bằng T. Tại thời điểm ban đầu có  $N_0$  hạt nhân của đồng vị này. Sau khoảng thời gian  $t = 3T$ , số hạt nhân còn lại bằng

- A. 75% số hạt nhân ban đầu.      B. 50% số hạt nhân ban đầu.  
C. 25% số hạt nhân ban đầu.      D. 12,5% số hạt nhân ban đầu.

**Hướng dẫn:**

Chọn D vì số hạt còn lại:  $N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} = \frac{N_0}{2^{\frac{3T}{T}}} = \frac{N_0}{2^3} = \frac{N_0}{8} \Rightarrow \frac{N}{N_0} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$ .

**Câu 5:** Trong khoảng thời gian 6h, 75% số hạt nhân ban đầu của một đồng vị phóng xạ bị phân rã. Chu kì bán rã của đồng vị đó bằng

A. 1h.

B. 3h.

C. 2h.

D. 4h.

*Hướng dẫn:*

$$\text{Số hạt bị phân rã } \Delta N = N_0 - N_t = N_0 \left[ 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \right] \Rightarrow \frac{\Delta N}{N_0} = \left[ 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \right]$$

$$\text{Mà } \frac{\Delta N}{N_0} = 75\% = 0,75 \text{ Nên } \left[ 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \right] = 0,75 \Rightarrow e^{-\frac{\ln 2}{T} t} = 0,25$$

$$\Rightarrow -\frac{\ln 2}{T} t = \ln 0,25 \Rightarrow t = 2T \text{ hay } T = \frac{t}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ h} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Chú ý:** Các câu 3, 4 và 5 ở trên có thể giải nhanh hơn nếu quan tâm đến bảng các trường hợp đặc biệt sau:

Thời gian	Còn lại	Phân rã
0	$m_0$	100% 0 0
$1T$	$\frac{1}{2}m_0 = \frac{m_0}{2}$	50% $m_0 - \frac{m_0}{2} = \frac{m_0}{2}$ 50%
$2T$	$\frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{2}\right) = \frac{m_0}{4}$	25% $m_0 - \frac{m_0}{4} = \frac{3m_0}{4}$ 75%
$3T$	$\frac{1}{2}\left(\frac{m_0}{4}\right) = \frac{m_0}{8}$	12,5% $m_0 - \frac{m_0}{8} = \frac{7m_0}{8}$ 87,5%
...	...	...

Thực vậy:

Ở câu 3: Vì  $t = 10 = 2,5 = 2T$  nên khối lượng còn lại  $\frac{m_0}{4} = \frac{1}{4} = 0,25 \text{ g.}$

Ở câu 4: Vì  $t = 3T$  nên số hạt còn lại là 12,5%.

Ở câu 5: Số hạt bị phân rã là 75% nên phải sau  $2T = 6 \Rightarrow T = 3 \text{ h.}$

**Câu 6:** Đồ thị của số hạt nhân  $^{207}_{87}\text{Fr}$  phụ thuộc thời gian như hình vẽ. Để số hạt nhân còn lại bằng

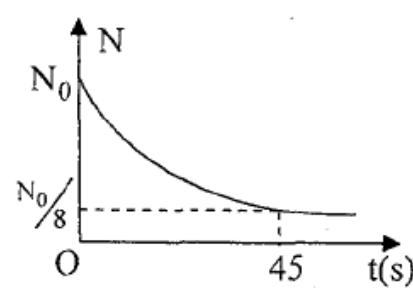
$\frac{1}{4}$  số hạt nhân ban đầu thì phải mất khoảng thời gian là

A. 15 s.

C. 30 s.

B. 20 s.

D. 40 s.



### Hướng dẫn:

- Sau thời gian  $t = 45\text{ s}$  số hạt còn lại bằng  $\frac{N_0}{8}$ . Áp dụng định luật phóng xạ

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \text{ ta có } \frac{N_0}{8} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 8 \Rightarrow \frac{t}{T} = 3 \Rightarrow \text{chu kỳ } T = \frac{t}{3} = \frac{45}{3} = 15\text{ s}$$

- Để số hạt còn lại bằng  $\frac{N_0}{4}$  thì  $\frac{N_0}{4} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$   $\Rightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 4 \Rightarrow \frac{t}{T} = 2$

$\Rightarrow$  Khoảng thời gian cần tìm  $t' = 2T = 2.15 = 30\text{ s} \Rightarrow$  Đáp án C.

**Câu 7:** Một mẫu chất phóng xạ, sau thời gian  $t_1$ , còn 20% hạt nhân chưa bị phân rã. Đến thời điểm  $t_2 = t_1 + 100\text{ s}$  số hạt nhân chưa bị phân rã chỉ còn 5%. Chu kỳ bán rã của đồng vị phóng xạ đó là

A. 25s

B. 50s

C. 300s

D. 400s

(Trích ĐTTS vào các trường Cao đẳng khối A, 2010)

### Hướng dẫn:

$$\text{Từ } N = N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}} \Rightarrow 2^{-\frac{t}{T}} = \frac{N}{N_0}.$$

$$\text{Theo bài ra: } 2^{-\frac{t_1}{T}} = \frac{N_1}{N_0} = 20\% = 0,2 \text{ và } 2^{-\frac{t_2}{T}} = \frac{N_2}{N_0} = 5\% = 0,05$$

$$\Rightarrow \frac{2^{-\frac{t_1}{T}}}{2^{-\frac{t_2}{T}}} = 2^{\frac{t_2-t_1}{T}} = \frac{0,2}{0,05} = 4 = 2^2 \Rightarrow \frac{t_2-t_1}{T} = 2 \Rightarrow T = \frac{t_2-t_1}{2} = \frac{t_1+100-t_1}{2} = 50\text{ s}$$

$\Rightarrow$  Đáp án B.

**Câu 8:** Cho phản ứng hạt nhân:  $^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}_z^A\text{X} + 8\alpha + 6\beta^-$ . Ban đầu có 2g  $^{238}\text{U}$  nguyên chất. Biết chu kỳ bán rã của urani là  $T = 4,5 \cdot 10^9$  năm. Cho số Avôgađrô  $N_A = 6,023 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  và khi  $t \ll T$  thì  $1 - e^{-\lambda t} \approx \lambda t$ . Số hạt  $\beta^-$  phóng ra trong 1 năm là

A.  $6,2 \cdot 10^{12}$  hạt.    B.  $4,7 \cdot 10^{11}$  hạt.    C.  $4,7 \cdot 10^{12}$  hạt.    D.  $6,2 \cdot 10^{11}$  hạt.

### Hướng dẫn:

- Số hạt nhân Urani  $^{238}\text{U}$  bị phân rã trong 1 năm:  $\Delta N_U = N_0 - N_t = N_0 \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \right)$

$$\text{Vì } t \ll T \text{ nên } \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \right) \approx \frac{\ln 2}{T} t \text{ do đó } \Delta N_U = N_0 \left( 1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \right) \approx N_0 \cdot \frac{\ln 2}{T} t$$

- Căn cứ theo phản ứng hạt nhân  $^{238}_{92}\text{U} \rightarrow {}_z^A\text{X} + 8\alpha + 6\beta^-$  ta thấy cứ 1 hạt nhân U bị phân rã thì có 6 hạt  $\beta^-$  được tạo thành  $\Rightarrow$  số hạt nhân  $\beta^-$  tạo thành trong 1 năm là:

$$N_{\beta^-} = 6 \cdot \Delta N_U = 6 \cdot N_0 \cdot \frac{\ln 2}{T} t = 6 \cdot \frac{m}{M_U} N_A \cdot \frac{\ln 2}{T} t = 4,7 \cdot 10^{12} \text{ (hạt)} \Rightarrow \text{Đáp án C.}$$

**Câu 9:** Máy đếm xung của một chất phóng xạ, trong lần đo thứ nhất đếm được 987 hạt phân rã trong khoảng thời gian  $\Delta t$ . Lần đo thứ hai sau lần đo thứ nhất  $t = 1$  ngày, cũng trong cùng khoảng thời gian  $\Delta t$  máy lại đếm được 985 phân rã. Chu kì bán rã của chất phóng xạ bằng

- A. 245,7 ngày.    B. 341,7 ngày.    C. 365,2 ngày.    D. 525,3 ngày.

**Hướng dẫn:**

- Gọi  $N_1$  là số hạt chất phóng xạ ở thời điểm đo lần thứ nhất. Số phân rã trong khoảng thời gian  $\Delta t$  ở lần đo đầu tiên là  $\Delta N_1 = N_1(1 - e^{-\lambda t})$ .
- Gọi  $N_2$  là số hạt chất phóng xạ ở ngay thời điểm bắt đầu phép đo lần thứ hai, ta có  $N_2 = N_1 e^{-\lambda t}$ . Số phân rã trong khoảng thời gian  $\Delta t$  ở lần đo thứ hai là  $\Delta N_2 = N_2(1 - e^{-\lambda \Delta t}) = N_1 e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda \Delta t})$

---

- Lập tỉ số ta có:  $\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{N_1(1 - e^{-\lambda \Delta t})}{N_1 e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda \Delta t})} = e^{\lambda t} \Rightarrow \lambda t = \ln \left( \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} \right)$

$\Rightarrow \frac{\ln 2}{T} t = \ln \left( \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} \right) \Rightarrow T = \frac{\ln 2}{\ln \left( \frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} \right)} \cdot t = \frac{0,693}{\ln \left( \frac{987}{985} \right)} \cdot 1 = 341,7 \text{ ngày} \Rightarrow \text{Chọn B.}$

**Câu 10:** Cho biết  $^{238}_{92}\text{U}$  và  $^{235}_{92}\text{U}$  là các chất phóng xạ với chu kì bán rã lần lượt là  $T_1 = 4,5 \cdot 10^9$  năm và  $T_2 = 7,13 \cdot 10^8$  năm. Hiện nay trong quặng urani thiên nhiên có lõi U238 và U235 theo tỉ lệ 160 : 1. Giả thiết rằng ở thời điểm tạo thành Trái Đất tỉ lệ trên là 1:1. Với các thông tin như vậy, có thể xác định được tuổi của Trái Đất bằng

- A.  $5,7 \cdot 10^9$  năm.    B.  $6,2 \cdot 10^9$  năm.    C.  $5,7 \cdot 10^8$  năm.    D.  $6,2 \cdot 10^8$  năm.

**Hướng dẫn:**

- Gọi  $N_0$  là số hạt ban đầu (khi Trái Đất hình thành) của U238 và U235.
- Hiện nay, số hạt U238 và U235 còn lại là:  $N_8 = N_0 e^{-\lambda_8 t}$  và  $N_5 = N_0 e^{-\lambda_5 t}$

$$\Rightarrow \frac{N_8}{N_5} = \frac{N_0 e^{-\lambda_8 t}}{N_0 e^{-\lambda_5 t}} = e^{(\lambda_5 - \lambda_8)t}$$

Vì chu kỳ bán rã của U235 nhỏ hơn, tức là U235 phóng xạ nhanh hơn, do đó số hạt còn lại của nó phải ít hơn số hạt còn lại của U238, theo đề ra ta có:

$$e^{(\lambda_5 - \lambda_8)t} = 160 \Rightarrow (\lambda_5 - \lambda_8)t = \ln 160 \Rightarrow \left( \frac{\ln 2}{T_5} - \frac{\ln 2}{T_8} \right)t = \ln 160$$

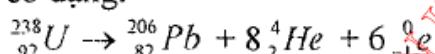
$$\Rightarrow \ln 2 \left( \frac{T_8 - T_5}{T_5 \cdot T_8} \right)t = \ln 160 \Rightarrow t = \frac{\ln 160}{\ln 2} \cdot \left( \frac{T_5 \cdot T_8}{T_8 - T_5} \right) = 6,2 \cdot 10^9 \text{ năm} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 11:** Trong mẫu quặng Urani tìm thấy, người ta thấy có lẫn chí  $^{206}\text{Pb}$  với Urani  $^{238}\text{U}$ . Biết chu kì bán rã của  $^{238}\text{U}$  là  $4,5 \cdot 10^9$  năm. Khi tỉ lệ tìm thấy là cứ 10 nguyên tử Urani  $^{238}\text{U}$  thì có 2 nguyên tử  $^{206}\text{Pb}$ , tuổi của mẫu quặng trên là

- A.  $11,84 \cdot 10^9$  nám      B.  $11,84 \cdot 10^8$  nám  
 C.  $1,184 \cdot 10^8$  nám      D.  $1,205 \cdot 10^8$  nám

### Hướng dẫn:

Giả sử chuỗi phóng xạ có dạng:



Theo phương trình phóng xạ, số hạt nhân Pb được tạo thành bằng số hạt nhân U bị phân rã

$$\begin{aligned} N_{Pb} &= \Delta N_U = N_0 [1 - e^{-\lambda t}] \Rightarrow \frac{N_U}{N_{Pb}} = \frac{N_0 e^{-\lambda t}}{N_0 [1 - e^{-\lambda t}]} \\ \Rightarrow e^{-\frac{\ln 2}{T}t} &= \frac{N_U / N_{Pb}}{1 + N_U / N_{Pb}} \Rightarrow t = -\frac{T \ln \frac{N_U / N_{Pb}}{1 + N_U / N_{Pb}}}{\ln 2} \\ \Rightarrow t &= -\frac{4,5 \cdot 10^9}{\ln 2} \ln \frac{5}{6} = 11,84 \cdot 10^8 \text{ năm} \Rightarrow \text{Chọn B.} \end{aligned}$$

**Câu 12:** Hạt nhân  $\frac{A_1}{Z_1} X$  phỏng xạ và biến thành một hạt nhân  $\frac{A_2}{Z_2} Y$  bền. Coi khói

lượng của hai nhân  $X$ ,  $Y$  bằng số khối của chúng tính theo đơn vị  $u$ . Biết chất

phóng xạ  $\frac{A_1}{Z_1}$ X có chu kỳ bán rã là T. Ban đầu có một khối lượng chất  $\frac{A_1}{Z_1}$ X, sau 2

chu kỳ bán rã thì tỉ số giữa khối lượng của chất Y và khối lượng của chất X là

- A.  $4 \frac{A_1}{A_2}$       B.  $4 \frac{A_2}{A_1}$       C.  $3 \frac{A_2}{A_1}$       D.  $3 \frac{A_1}{A_2}$

## Hướng dẫn:

$$\text{Chọn C vì: } \frac{m_Y}{m_X} = \frac{\frac{N_Y}{N_A} A_2}{\frac{N_X}{N_A} A_1} = \frac{N_Y A_2}{N_X A_1} = \frac{N_0 (1 - 2^{-\frac{1}{T}}) A_2}{N_0 \cdot 2^{-\frac{1}{T}} A_1} = \frac{(1 - 2^{-2}) A_2}{2^{-2} A_1} = 3 \frac{A_2}{A_1}$$

- Câu 13:** Chất phóng xạ pooloni  $^{210}_{84}\text{Po}$  phát ra tia  $\alpha$  và biến đổi thành chì  $^{206}_{82}\text{Pb}$ . Cho chu kỳ của  $^{210}_{84}\text{Po}$  là 138 ngày. Ban đầu ( $t = 0$ ) có một mẫu pôlôni chuyên chất. Tại thời điểm  $t_1$ , tỉ số giữa số hạt nhân pôlôni và số hạt nhân chì trong mẫu là  $\frac{1}{3}$ . Tại thời điểm  $t_2 = t_1 + 276$  ngày, tỉ số giữa số hạt nhân pôlôni và số hạt nhân chì trong mẫu là
- A.  $\frac{1}{9}$ .      B.  $\frac{1}{16}$ .      C.  $\frac{1}{15}$ .      D.  $\frac{1}{25}$ .

*Hướng dẫn:*

$$* \text{Tại thời điểm } t_1: \frac{N_{1\text{Po}}}{N_{1\text{Pb}}} = \frac{N_1}{\Delta N_1} = \frac{N_1}{N_0 - N_1} = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1}{T}}}{N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t_1}{T}}\right)} = \frac{1}{3} \Rightarrow 2^{-\frac{t_1}{T}} = \frac{1}{4}$$

$$* \text{Tại thời điểm } t_2: \frac{N_{2\text{Po}}}{N_{2\text{Pb}}} = \frac{N_2}{\Delta N_2} = \frac{N_2}{N_0 - N_2} = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t_2}{T}}}{N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t_2}{T}}\right)}$$

$$\frac{N_{2\text{Po}}}{N_{2\text{Pb}}} = \frac{N_0 \cdot 2^{-\frac{t_1+276}{T}}}{N_0 \left(1 - 2^{-\frac{t_1+276}{T}}\right)} = \frac{2^{-\left(\frac{t_1+276}{T}\right)}}{\left(1 - 2^{-\left(\frac{t_1+276}{T}\right)}\right)} = \frac{2^{-\frac{t_1}{T} \cdot 2^{-2}}}{\left(1 - 2^{-\frac{t_1}{T} \cdot 2^{-2}}\right)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}}{\left(1 - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{15}$$

$\Rightarrow$  Chọn C.

- Câu 14:** Khối lượng ban đầu của đồng vị phóng xạ natri  $^{25}_{11}\text{Na}$  là 0,248 mg. Chu kỳ bán rã của natri  $T = 62$  s. Độ phóng xạ sau 10 phút là
- A.  $1,8 \cdot 10^6 \text{ Ci}$       B.  $2,2 \cdot 10^3 \text{ Ci}$       C.  $2,2 \cdot 10^6 \text{ Ci}$       D.  $2,5 \cdot 10^4 \text{ Ci}$

*Hướng dẫn:*

Biểu thức liên hệ giữa số hạt và khối lượng:  $N_0 = \frac{m_0}{A} N_A$

Độ phóng xạ tại thời điểm  $t$  là:  $H = \lambda N = \frac{\ln 2}{T} N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t}$

$$\text{Thay số: } H = \frac{\ln 2}{62} \frac{0,248 \cdot 10^{-3}}{25} 6,02 \cdot 10^{23} \cdot e^{-\frac{\ln 2}{62} \cdot 600} = 8,15 \cdot 10^{13} (\text{Bq})$$

$$\text{Đổi ra đơn vị Curi ta có: } H = \frac{8,15 \cdot 10^{13} (\text{Bq})}{3,7 \cdot 10^{10}} = 2,2 \cdot 10^3 (\text{Ci}) \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 15:** Một tượng gỗ cổ có độ phóng xạ  $\beta^-$  bằng 0,77 độ phóng xạ của khúc gỗ cùng khối lượng vừa mới chặt. Biết chu kỳ bán rã của  $^{14}\text{C}$  là 5600 năm. Tuổi của tượng này là

- A. 2800 năm      B. 1420 năm      C. 2110 năm      D. 700 năm

**Hướng dẫn:**

$$\text{Từ } H = H_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} t} \Rightarrow t = -\frac{T}{\ln 2} \ln \frac{H}{H_0} = -\frac{5600}{0,693} \ln \frac{0,77 H_0}{H_0} = 2112 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 16:** Người ta tiêm vào máu một người một lượng nhỏ dung dịch chứa chất phóng xạ  $^{24}\text{Na}$  có độ phóng xạ  $4.10^3$  Bq. Sau 5 giờ, người ta lấy  $1 \text{ cm}^3$  máu người đó thì độ phóng xạ của lượng máu này là 0,53 Bq. Biết chu kỳ bán rã của  $^{24}\text{Na}$  là 15 giờ. Thể tích máu của người được tiêm khoảng

- A.  $4000 \text{ cm}^3$       B.  $5000 \text{ cm}^3$       C.  $6000 \text{ cm}^3$       D.  $8000 \text{ cm}^3$

**Hướng dẫn:**

+ Gọi  $V$  là tổng thể tích máu của này, khi phân bố đều, độ phóng xạ ban đầu tính

$$\text{cho } 1 \text{ cm}^3 \text{ sẽ là } H_0 = \frac{4.10^3}{V}$$

+ Sau 5 giờ, độ phóng xạ còn lại cũng tính cho  $1 \text{ cm}^3$  là  $H_t = \frac{H_0}{2^{\frac{t}{T}}}$  thay số ta có

$$0,53 = \frac{4.10^3 / V}{2^{\frac{5}{15}}} \Rightarrow V = 6000 \text{ cm}^3 \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 17:** Một lượng chất phóng xạ  $^{222}\text{Rn}$  có khối lượng ban đầu là 1 mg. Sau 15,2 ngày, so với ban đầu, độ phóng xạ giảm 93,75%. Độ phóng xạ của lượng  $^{222}\text{Rn}$  còn lại bằng

- A.  $3,4.10^{11} \text{ Bq}$       B.  $3,88.10^{11} \text{ Bq}$       C.  $3,58.10^{11} \text{ Bq}$       D.  $5,03.10^{11} \text{ Bq}$

**Hướng dẫn:**

+ Độ phóng xạ giảm 93,75% nên độ phóng xạ còn lại

$$H_t = (100\% - 93,75\%) H_0 = 6,25\% H_0 = \frac{6,25}{100} H_0 = \frac{1}{16} H_0 = \frac{H_0}{16}$$

+ Mà  $H_t = \frac{H_0}{2^{\frac{t}{T}}}$   $\Rightarrow 2^{\frac{t}{T}} = 16 \Rightarrow \frac{t}{T} = 4 \Rightarrow T = \frac{t}{4} = 3,8 \text{ ngày.}$

+ Độ phóng xạ còn lại  $H_t = \frac{1}{16} H_0 = \frac{1}{16} \lambda N_0 = \frac{1}{16} \frac{\ln 2}{T} \cdot \frac{m_0}{A} N_A$

$$H_t = \frac{1}{16} \frac{0,693}{3,886400} \cdot \frac{1.10^{-3}}{222} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} = 3,58 \cdot 10^{11} \text{ Bq} \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Câu 18:** Khối lượng của hạt nhân  ${}_{4}^{10}Be$  là  $10,0113u$ , khối lượng của neutron là  $m_n = 1,0086u$ , khối lượng của proton là  $m_p = 1,0072u$  và  $1u = 931 \text{ MeV}/c^2$ . Năng lượng liên kết của hạt nhân  ${}_{4}^{10}Be$  là

- A. 64,332 MeV.      B. 6,4332 MeV.  
C. 0,064332 MeV.      D. 6,4332 KeV.

**Hướng dẫn:**

Khối lượng các hạt nuclône:  $m_0 = Z.m_p + N.m_n = 4.m_p + 6.m_n = 10,0804 u$

Độ hụt khối:  $\Delta m = m_0 - m = 10,0804 u - 10,0113 u = 0,0691 u$

Năng lượng liên kết:  $W_{lk} = \Delta m.c^2 = 0,0691 uc^2 = 0,0691 \cdot 931 \text{ MeV}$

$$W_{lk} = 64,332 \text{ MeV} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 19:** Xem rằng ban đầu hạt nhân  ${}_{6}^{12}C$  đứng yên. Cho biết  $m_C = 12,0000u$ ;  $m_\alpha = 4,0015u$ . Năng lượng tối thiểu cần thiết để chia hạt nhân  ${}_{6}^{12}C$  thành 3 hạt  $\alpha$  là

- A.  $6,7 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$       B.  $7,7 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$       C.  $8,2 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$       D.  $5,6 \cdot 10^{-13} \text{ J.}$

**Hướng dẫn:** Từ  $\Delta E = (3m_\alpha - m_C)c^2$

$$\Rightarrow \Delta E = (3 \cdot 4,0015 - 12) \cdot 9 \cdot 10^{16} u \Rightarrow \Delta E = 6,7 \cdot 10^{-13} (\text{J}) \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 20:** Phản ứng hạt nhân nào dưới đây là đúng?

- A.  ${}_{11}^{23}Na + {}_{1}^{2}H \rightarrow {}_{11}^{24}Na + {}_{-1}^{0}e$       B.  ${}_{11}^{23}Na + {}_{1}^{2}H \rightarrow {}_{11}^{24}Na + {}_{0}^{1}H$   
C.  ${}_{11}^{23}Na + {}_{1}^{2}H \rightarrow {}_{11}^{24}Na + {}_{+1}^{0}e$       D.  ${}_{11}^{23}Na + {}_{1}^{2}H \rightarrow {}_{11}^{24}Na + {}_{+1}^{1}H$

**Hướng dẫn:**

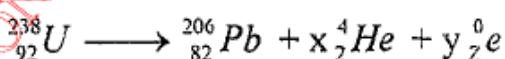
Chọn D vì phản ứng thỏa mãn cả hai định luật bảo toàn: số khối và điện tích.

**Câu 21:** Hạt nhân  ${}_{92}^{238}U$  sau chuỗi phóng xạ  $\alpha$ ,  $\beta$  cuối cùng cho đồng vị bền của chì  ${}_{82}^{206}Pb$ . Số hạt  $\alpha$ ,  $\beta$  phát ra là:

- A. 8 hạt  $\alpha$  và 10 hạt  $\beta^+$ .      B. 8 hạt  $\alpha$  và 6 hạt  $\beta^-$ .  
C. 4 hạt  $\alpha$  và 2 hạt  $\beta^-$ .      D. 8 hạt  $\alpha$  và 8 hạt  $\beta^-$ .

**Hướng dẫn:**

Gọi x và y lần lượt là số hạt  $\alpha$  và  $\beta$  phát ra trong chuỗi phóng xạ, ta có phương trình:



Áp dụng định luật bảo toàn số nuclône và định luật bảo toàn điện tích ta có:

$$\begin{cases} 238 = 206 + 4x \\ 92 = 82 + 2x + yZ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x = 32 \\ 2x + yZ = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 6, Z = -1 \end{cases} \Rightarrow \text{Chọn B.}$$

**Câu 22:** Cho phản ứng hạt nhân:  $T + D \longrightarrow \alpha + n$ .

Cho biết:  $m_T = 3,016u$ ;  $m_D = 2,0136u$ ;  $m_\alpha = 4,0015u$ ;  $m_n = 1,0087u$ ;  $1u = 931 \text{ MeV}/c^2$

Khẳng định nào sau đây liên quan đến phản ứng hạt nhân trên là đúng?

- A. Tỏa 18,06 MeV
- B. Thu 18,06 MeV.
- C. Tỏa 11,02 MeV.
- D. Thu 11,02 MeV.

**Hướng dẫn:**

+ Khối lượng trước phản ứng:  $M_0 = m_T + m_D = 5,0296 u$

+ Khối lượng sau phản ứng:  $M = m_\alpha + m_n = 5,0102 u$

+ Thấy  $M_0 > M \Rightarrow$  phản ứng tỏa năng lượng.  $\Delta M = M_0 - M = 0,0194 u$

+ Năng lượng do phản ứng tỏa ra:

$$\Delta E = \Delta M \cdot c^2 = 0,0194 \text{ uc}^2 = 0,0194 \cdot 931 \text{ MeV} = 18,06 \text{ MeV} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$

**Câu 23:** Cho phản ứng hạt nhân:  ${}_0^1n + {}_3^6Li \longrightarrow T + \alpha + 4,8 \text{ MeV}$ .

Cho biết  $m_n = 1,0087u$ ;  $m_T = 3,016u$ ;  $m_\alpha = 4,0015u$ ;  $1u = 931 \text{ MeV}/c^2$ . Khối lượng của hạt nhân Li có giá trị bằng

- A. 6,1139u.
- B. 6,0839u.
- C. 6,411u.
- D. 6,0139u.

**Hướng dẫn:**

Ta có  $\Delta E = (m_n - m_{Li} - m_T - m_\alpha)c^2$ . Vì phản ứng tỏa năng lượng nên

$$4,8 = (1,0087 + m_{Li} - 3,016 - 4,0015) \cdot 931,5 \Rightarrow m_{Li} = 6,0139u \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 24:** Cho phản ứng hạt nhân:  ${}_{11}^{2D} + {}_{11}^3T \longrightarrow {}_{12}^4He + {}_0^1n$ .

Biết độ hụt khối khi tạo thành các hạt nhân  ${}_{11}^2D$ ,  ${}_{11}^3T$ ,  ${}_{12}^4He$  lần lượt là:  
 $\Delta m_D = 0,0024u$ ;  $\Delta m_T = 0,0087u$ ;  $\Delta m_{He} = 0,0305u$ . Cho  $u = 931 \text{ MeV}/c^2$ . Năng lượng tỏa ra của phản ứng là

- A. 1,806 MeV.
- B. 18,06 MeV.
- C. 180,6 MeV.
- D. 18,06 eV.

**Hướng dẫn:**

Chọn B vì

$$\begin{aligned} \Delta E &= [(m_D + m_T) - (m_{He} + m_n)]c^2 \\ &= [(m_p + m_n - \Delta m_D) + (m_p + 2m_n - \Delta m_T) - (2m_p + 2m_n - \Delta m_{He}) - m_n] \cdot c^2 \\ &= [\Delta m_{He} - (\Delta m_D + \Delta m_T)] \cdot c^2 \\ &= [0,0305 - (0,0024 + 0,0087)] \text{ uc}^2 = 0,00194 \cdot 931 \text{ MeV} = 18,06 \text{ MeV} \end{aligned}$$

**Chú ý:** Bài toán trên được trình bày theo tinh thần diễn giải, để có kết quả nhanh, bạn đọc có thể áp dụng cách tính thứ 2 cho bài toán này.

**Câu 25:** Cho phản ứng hạt nhân:  $D + D \rightarrow {}_2^3He + {}_0^1n$ . Cho biết độ hụt khối của D là 0,0024u và tổng năng lượng nghỉ của các hạt trước phản ứng nhiều hơn tổng năng lượng nghỉ của các hạt sau phản ứng là 3,25 MeV. Năng lượng liên kết của hạt nhân  ${}_2^3He$  là

- A. 7,235 MeV.    B. 6,482 MeV.    C. 7,7188 MeV.    D. 12,964 eV.

**Hướng dẫn:**

+ Theo đề ra ta có:  $\left[ (2m_D) - (m_{{}_2^3He} + m_n) \right]c^2 = 3,25$  (\*)

+ Ta biết rằng năng lượng của phản ứng hạt nhân  ${}_{Z_1}^{A_1}X_1 + {}_{Z_2}^{A_2}X_2 \rightarrow {}_{Z_3}^{A_3}X_3 + {}_{Z_4}^{A_4}X_4$  có

$$\Delta E = \begin{cases} \bullet \left[ (m_1 + m_2) - (m_3 + m_4) \right] c^2 \\ \bullet \left[ (\Delta m_3 + \Delta m_4) - (\Delta m_1 + \Delta m_2) \right] c^2 \\ \bullet (W_{lk3} + W_{lk4}) - (W_{lk1} + W_{lk2}) \\ \bullet (A_3 \varepsilon_3 + A_4 \varepsilon_4) - (A_1 \varepsilon_1 + A_2 \varepsilon_2) \\ \bullet (K_3 + K_4) - (K_1 + K_2) \end{cases}$$

Với phản ứng  $D + D \rightarrow {}_2^3He + {}_0^1n$ . Theo cách tính thứ 3 thì (\*) có thể viết dưới dạng khác  $(W_{lk_{{}_2^3He}} + W_{lk_n}) - (2W_{lk_D}) = 3,25$

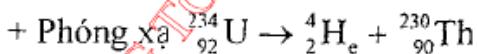
$$\Rightarrow W_{lk_{{}_2^3He}} = 3,25 + 2W_{lk_D} - W_{lk_n} \Rightarrow W_{lk_{{}_2^3He}} = 3,25 + 2\Delta m_D c^2 - \Delta m_n c^2$$

Thay số:  $W_{lk_{({}_2^3He)}} = 3,25 + 2 \cdot 0,0024 \cdot 931 - 0 = 7,7188$  MeV  $\Rightarrow$  Chọn C.

**Câu 26:** Cho các năng lượng liên kết riêng của hạt  $\alpha$  là 7,1 MeV, của U234 là 7,63 MeV, của Th230 là 7,7 MeV. Một hạt nhân urani U234 phóng xạ tia  $\alpha$  tạo thành đồng vị thori Th230. Năng lượng toả ra là

- A. 8,98 MeV.    B. 13,98 MeV.    C. 17,7 MeV.    D. 12,96eV.

**Hướng dẫn:**



+ Theo cách tính thứ 4:  $\Delta E = (A_3 \varepsilon_3 + A_4 \varepsilon_4) - (A_1 \varepsilon_1 + A_2 \varepsilon_2)$  áp dụng cho bài toán này ta có  $\Delta E = (A_{He} \varepsilon_{He} + A_{Th} \varepsilon_{Th}) - (A_U \varepsilon_U)$

Thay số:  $\Delta E = (4 \cdot 7,1 + 7,7 \cdot 230) - 234 \cdot 7,63 = 13,98$  MeV  $\Rightarrow$  Chọn B.

**Câu 27:** Một hạt nhân có khối lượng  $m = 5,0675 \cdot 10^{-27}$  kg đang chuyển động với động năng  $4,78 \text{ MeV}$ . Động lượng của hạt nhân là

- A.  $3,875 \cdot 10^{-20}$  kg.m/s      B.  $7,75 \cdot 10^{-20}$  kg.m/s.  
 C.  $8,8 \cdot 10^{-20}$  kg.m/s.      D.  $2,4 \cdot 10^{-20}$  kg.m/s.

**Hướng dẫn:**

Chọn C vì  $p = \sqrt{2mK} = \sqrt{2 \cdot 5,0675 \cdot 10^{-27} \cdot 4,78 \cdot 10^{-13}} = 8,8 \cdot 10^{-20}$  kg.m/s.

**Câu 28:** Hạt nhân phóng xạ pôlôni  $^{210}_{84}Po$  đứng yên phát ra tia  $\alpha$  và sinh ra hạt nhân con X. Gọi K là động năng, v là vận tốc, m là khối lượng của các hạt. Biểu thức nào sau đây là đúng?

- A.  $\frac{K_X}{K_\alpha} = \frac{v_\alpha}{v_X} = \frac{m_X}{m_\alpha}$ .      B.  $\frac{K_\alpha}{K_X} = \frac{v_X}{v_\alpha} = \frac{m_X}{m_\alpha}$ .  
 C.  $\frac{K_\alpha}{K_X} = \frac{v_\alpha}{v_X} = \frac{m_\alpha}{m_X}$ .      D.  $\frac{K_\alpha}{K_X} = \frac{v_\alpha}{v_X} = \frac{m_X}{m_\alpha}$ .

**Hướng dẫn:**

Áp dụng định luật bảo toàn động lượng, ta có:  $0 = \vec{p}_\alpha + \vec{p}_X$

$$\Rightarrow \vec{p}_\alpha = -\vec{p}_X \Rightarrow p_\alpha = p_X \Rightarrow \begin{cases} m_\alpha v_\alpha = m_X v_X \\ 2m_\alpha K_\alpha = 2m_X K_X \end{cases} \Rightarrow \frac{K_\alpha}{K_X} = \frac{m_X}{m_\alpha} = \frac{v_\alpha}{v_X} \Rightarrow \text{Chọn D.}$$

**Câu 29:** Hạt nhân  $^{226}_{88}Ra$  đứng yên phóng xạ  $\alpha$  và biến đổi thành hạt nhân X, biết động năng  $K_\alpha = 4,8 \text{ MeV}$ . Lấy khối lượng hạt nhân (tính bằng u) bằng số khối của chúng, năng lượng tỏa ra trong phản ứng trên bằng

- A. 1,231 MeV.      B. 2,596 MeV.      C. 4,886 MeV.      D. 9,667 MeV.

**Hướng dẫn:**

– Áp dụng định luật bảo toàn động lượng, ta có:  $0 = \vec{p}_\alpha + \vec{p}_X \Rightarrow p_\alpha = p_X$

$$\Rightarrow p_\alpha^2 = p_X^2 \Rightarrow 2m_\alpha K_\alpha = 2m_X K_X \Rightarrow K_X = \frac{m_\alpha K_\alpha}{m_X}$$

– Năng lượng tỏa ra dưới dạng động năng của các hạt là:

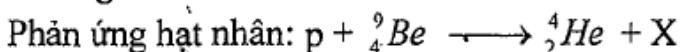
$$\Delta E = K_X + K_\alpha = K_\alpha \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_X}\right) = 4,886(\text{MeV}) \Rightarrow \text{Chọn C.}$$

**Chú ý:** Nếu bài toán hỏi động năng hạt alpha chiếm bao nhiêu phần trăm năng lượng tỏa ra thì lập tỉ số  $\frac{K_\alpha}{\Delta E}$

**Câu 30:** Người ta dùng prôtôn có động năng  $K_H = 5,45 \text{ MeV}$  để bắn phá hạt nhân beri  $^{9}_4\text{Be}$  đứng yên. Hai hạt sinh ra là Hêli và X. Hạt nhân Hêli có vận tốc vuông góc với vận tốc prôtôn và có động năng  $K_{\text{He}} = 4 \text{ MeV}$ . Động năng của hạt nhân X là

- A.** 3,575 MeV    **B.** 3,825 MeV    **C.** 3,175 MeV    **D.** 3,325 MeV

### Hướng dẫn:



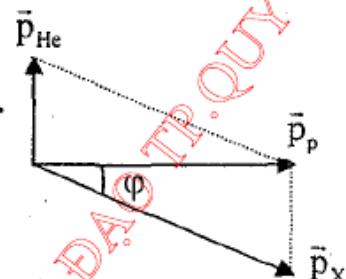
Từ định luật bảo toàn động lượng, ta có:  $\vec{p}_n = \vec{p}_{H_e} + \vec{p}_x$

Trên hình vẽ, động lượng của hạt nhân X nằm ở cạnh huyền của tam giác vuông nên ta có:

$$\Rightarrow p_x^2 = p_{He}^2 + p_p^2 \Rightarrow 2m_x K_x = 2m_{He} K_{He} + 2m_H K_H$$

$$\Rightarrow K_x = \frac{m_H K_H + m_{He} K_{He}}{m_x} \Rightarrow$$

$$K_x = \frac{5,45+16}{6} = 3,575 \text{ MeV} \Rightarrow \text{Chọn A.}$$



**Câu 31:** Công suất phát xạ của Mặt Trời  $P = 3,9 \cdot 10^{26}$  W. Mỗi ngày đêm khối lượng Mặt Trời giảm đi một lượng bằng

- A.  $3,744 \cdot 10^{14}$  kg. B.  $7,34 \cdot 10^{14}$  kg. C.  ~~$7,34 \cdot 10^4$~~  kg. D.  $3,744 \cdot 10^{10}$  kg.

## Hướng dẫn:

$$\text{Chọn đáp án A vì } \Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} = \frac{P.t}{c^2} = \frac{3,9 \cdot 10^{26} \cdot 86400}{(3 \cdot 10^8)^2} = 3,744 \cdot 10^{14} \text{ kg.}$$

## C. BÀI TẬP TỰ LUYỆN

Câu 1: Trong phóng xạ  $\beta^+$ , ~~có~~ sự biến đổi nào dưới đây:

- A.  $p \rightarrow n + e^+ + \bar{\nu}$       B.  $p \rightarrow n + e^+$   
 C.  $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$       D.  $p \rightarrow n + e^- + \nu$

Câu 2: Các tia nào không bị lệch trong điện trường và từ trường?

- A. Tia  $\gamma$  và tia  $\alpha$ .  
B. Tia  $\gamma$  và tia Ronghen.  
C. Tia  $\alpha$  và tia B.  
D. Tia  $\alpha$  và tia  $\gamma$ .

**Câu 3:** Các tia được sắp xếp theo khả năng xuyên thấu tăng dần khi ba tia này xuyên qua không khí là

- A.**  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$ .      **B.**  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .      **C.**  $\alpha$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ .      **D.**  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\alpha$ .

**Câu 4:** Hạt nhân  $^{238}_{92}\text{U}$  sau chuỗi phóng xạ  $\alpha$ ,  $\beta$  cuối cùng cho đồng vị bền của chì  $^{206}_{82}\text{Pb}$ . Số hạt  $\alpha$ ,  $\beta$  phát ra là:

- A. 8 hạt  $\alpha$  và 8 hạt  $\beta^-$ .      B. 8 hạt  $\alpha$  và 6 hạt  $\beta^-$ .  
 C. 4 hạt  $\alpha$  và 2 hạt  $\beta^-$ .      D. 8 hạt  $\alpha$  và 10 hạt  $\beta^+$ .

**Câu 5:** Một chất phóng xạ tại thời điểm ban đầu có  $N_0$  hạt nhân, có chu kì bán rã là  $T$ . Sau khoảng thời gian  $T/2$ ,  $2T$  và  $3T$  thì số hạt nhân còn lại lần lượt là

- A.  $\frac{N_0}{2}, \frac{N_0}{4}, \frac{N_0}{9}$       B.  $\frac{N_0}{\sqrt{2}}, \frac{N_0}{2}, \frac{N_0}{4}$       C.  $\frac{N_0}{\sqrt{2}}, \frac{N_0}{4}, \frac{N_0}{8}$       D.  $\frac{N_0}{2}, \frac{N_0}{8}, \frac{N_0}{16}$

**Câu 6:** Một chất phóng xạ ban đầu có  $N_0$  hạt nhân. Sau 1 năm, còn lại một phần ba số hạt nhân ban đầu chưa phân rã. Sau 1 năm nữa, số hạt nhân còn lại chưa phân rã của chất phóng xạ đó là

- A.  $\frac{N_0}{16}$ .      B.  $\frac{N_0}{9}$       C.  $\frac{N_0}{4}$       D.  $\frac{N_0}{6}$

**Câu 7:** Gọi  $\Delta t$  là thời gian để số hạt nhân phóng xạ giảm đi  $e$  lần. Hệ thức giữa  $\Delta t$  và hằng số phóng xạ  $\lambda$  là

- A.  $\Delta t = \frac{2}{\lambda}$ .      B.  $\Delta t = \frac{1}{\lambda}$ .      C.  $\Delta t = \lambda$ .      D.  $\Delta t = 2\lambda$ .

**Câu 8:** Một đồng vị phóng xạ có chu kì bán rã  $T$ . Cứ sau một khoảng thời gian bằng bao nhiêu thì số hạt nhân bị phân rã trong khoảng thời gian đó bằng ba lần số hạt nhân còn lại của đồng vị ấy?

- A.  $0,5T$ .      B.  $3T$ .      C.  $2T$ .      D.  $T$ .

**Câu 9:** Một mảnh gỗ cổ (đồ cổ) có độ phóng xạ của  $^{14}\text{C}$  là 3 phân rã/phút. Một lượng gỗ mới tương đương cho thấy tốc độ đếm xung là 14 xung/phút. Chu kì bán rã của  $^{14}\text{C}$  là 5568 năm. Tuổi của mảnh gỗ đó là

- A. 12650 năm.      B. 12376 năm.      C. 124000 năm.      D. 1240 năm.

**Câu 10:** Ban đầu có một mẫu  $^{210}\text{Po}$  nguyên chất, sau một thời gian nó phóng xạ  $\alpha$  và chuyển thành hạt nhân chì  $^{206}\text{Pb}$  bền với chu kì bán rã 138 ngày. Xác định tuổi của mẫu chất trên biết rằng thời điểm khảo sát thì tỉ số giữa khối lượng của Pb và Po có trong mẫu là 0,4.

- A. 50 ngày.      B. 35 ngày.      C. 68 ngày.      D. 75 ngày.

**Câu 11:** Hai mẫu chất phóng xạ X và Y có cùng độ phóng xạ  $H_0$  vào thời điểm  $t = 0$ , chu kì bán rã của X và Y lần lượt là 2h và 3h. Độ phóng xạ tổng cộng của chúng sau 6h là

- A.  $\frac{H_0}{8}$ .      B.  $\frac{3H_0}{8}$ .      C.  $\frac{3H_0}{16}$ .      D.  $\frac{H_0}{4}$ .

**Câu 12:** Lấy chu kì bán rã của pôlôni  $^{210}_{84}\text{Po}$  là 138 ngày và  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Độ phóng xạ của 42 mg pôlôni là

- A.  $7 \cdot 10^{12} \text{ Bq}$       B.  $7 \cdot 10^9 \text{ Bq}$       C.  $7 \cdot 10^{14} \text{ Bq}$       D.  $7 \cdot 10^{10} \text{ Bq}$ .

Câu 13: Giả sử hai hạt nhân X và Y có độ hụt khối bằng nhau và số nuclôn của hạt nhân X lớn hơn số nuclôn của hạt nhân Y thì

- A. hạt nhân Y bền vững hơn hạt nhân X.
- B. hạt nhân X bền vững hơn hạt nhân Y.
- C. năng lượng liên kết riêng của hai hạt nhân bằng nhau.
- D. năng lượng liên kết của hạt nhân X lớn hơn năng lượng liên kết của hạt nhân Y.

Câu 14: Hạt nhân bền vững nhất trong các hạt nhân  $^{235}_{92}\text{U}$ ,  $^{137}_{55}\text{Cs}$ ,  $^{56}_{26}\text{Fe}$ ,  $^4_2\text{He}$  là

- A.  $^{235}_{92}\text{U}$ .
- B.  $^{137}_{55}\text{Cs}$ .
- C.  $^{56}_{26}\text{Fe}$ .
- D.  $^4_2\text{He}$ .

Câu 15: Chất phóng xạ  $^{210}_{84}\text{Po}$  phát ra tia  $\alpha$  và biến đổi thành  $^{206}_{82}\text{Pb}$ . Biết khối lượng các hạt là  $m_{\text{Pb}} = 205,9744 \text{ u}$ ,  $m_{\text{Po}} = 209,9828 \text{ u}$ ,  $m_{\alpha} = 4,0026 \text{ u}$ . Năng lượng tỏa ra khi 10g Po phân rã hết là

- A.  $5,2 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .
- B.  $2,5 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .
- C.  $3,7 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .
- D.  $1,8 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .

Câu 16: Cho phản ứng nhiệt hạch:  $^3_1\text{H} + ^2_1\text{H} \rightarrow ^4_2\text{He} + ^1_0\text{n} + 17,5 \text{ MeV}$ . Biết rằng  $m_{\alpha} = 4,0015 \text{ u}$ . Năng lượng tỏa ra khi 1kg heli được tạo thành là

- A.  $2,63 \cdot 10^{27} \text{ MeV}$ .
- B.  $263 \cdot 10^{27} \text{ MeV}$ .
- C.  $26,3 \cdot 10^{27} \text{ MeV}$ .
- D.  $0,263 \cdot 10^{27} \text{ MeV}$ .

Câu 17: Cho phản ứng phân hạch  $^1_0\text{n} + ^{235}_{92}\text{U} \rightarrow ^{138}_{53}\text{I} + ^{95}_{39}\text{Y} + k \cdot ^1_0\text{n}$ . Năng lượng tỏa ra khi 1kg urani  $^{235}_{92}\text{U}$  bị phân hạch hoàn toàn theo phản ứng trên theo đơn vị J là

- A.  $W = 1,727 \cdot 10^{19} \text{ J}$ .
- B.  $W = 7,127 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .
- C.  $W = 1,727 \cdot 10^{10} \text{ J}$ .
- D.  $W = 7,217 \cdot 10^{13} \text{ J}$ .

Câu 18: Hạt nhân A đang đứng yên thì phân rã thành hạt nhân B có khối lượng  $m_B$  và hạt  $\alpha$  có khối lượng  $m_{\alpha}$ . Tỉ số giữa động năng của hạt nhân B và động năng của hạt  $\alpha$  ngay sau phân rã bằng

- A.  $\frac{m_{\alpha}}{m_B}$
- B.  $\left(\frac{m_B}{m_{\alpha}}\right)^2$
- C.  $\frac{m_B}{m_{\alpha}}$
- D.  $\left(\frac{m_{\alpha}}{m_B}\right)^2$

Câu 19: Cho hạt prôtôn có động năng  $K_p = 1,8 \text{ MeV}$  bắn vào hạt nhân  $^7_3\text{Li}$  đứng yên, sinh ra hai hạt  $\alpha$  có cùng độ lớn vận tốc và không sinh ra tia  $\gamma$ . Cho biết:  $m_p = 1,0073 \text{ u}$ ;  $m_{\alpha} = 4,0015 \text{ u}$ ;  $m_{\text{Li}} = 7,0144 \text{ u}$ ;  $1 \text{ u} = 931 \text{ MeV}/c^2 = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ . Độ lớn vận tốc của các hạt mới sinh ra bằng bao nhiêu?

- A.  $2,18734615 \text{ m/s}$ .
- B.  $15207118,6 \text{ m/s}$ .
- C.  $21506212,4 \text{ m/s}$ .
- D.  $30414377,3 \text{ m/s}$ .

**Câu 20:** Một nhà máy điện nguyên tử có công suất phát điện  $182 \cdot 10^7$  W, dùng năng lượng phân hạch của hạt nhân  $^{235}\text{U}$  với hiệu suất 30%. Trung bình mỗi hạt  $^{235}\text{U}$  phân hạch toả ra năng lượng 200MeV. Tính trong một năm (365 ngày), để hoạt động, nhà máy cần một khối lượng  $^{235}\text{U}$  nguyên chất là

- A. 2333 kg.      B. 3461 kg.      C. 4527 kg.      D. 744 kg.

**Bài tập cuối chủ đề 10:** Chất phóng xạ Pôlôni  $^{210}_{84}\text{Po}$  phóng xạ tia  $\alpha$  và biến thành hạt nhân chì Pb. Biết chu kì bán rã của Pôlôni là 138 ngày và ban đầu có 168mg Pôlôni.

1. Viết phương trình phản ứng. Nêu cấu tạo hạt nhân chì. Tính số hạt nhân Po ban đầu.
2. Sau khoảng thời gian  $t = 276$  ngày, hãy tính:
  - a) Khối lượng Pb được tạo thành.
  - b) Thể tích khí Heli tạo thành ở điều kiện tiêu chuẩn.
3. Sau bao lâu thì:
  - a) Khối lượng Pb được tạo thành là 61,8mg.
  - b) Có  $13,44 \text{ cm}^3$  khí He tạo thành ở điều kiện tiêu chuẩn.
  - c) Tỉ số số hạt nhân chì tạo thành và số hạt nhân Po còn lại là  $5/3$ .
  - d) Tỉ số khối lượng Po còn lại và Pb tạo thành là  $2/3$ .

*BỘI ĐƯỜNG TOÁN - LÍ - HÓA CẤP 2+3 1000B*

## ĐÁP ÁN

### CHỦ ĐỀ 1

1C	2C	3A	4C	5D	6A	7D	8A	9D	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

### CHỦ ĐỀ 2

1B	2B	3A	4D	5A	6B	7C	8B	9A	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

### CHỦ ĐỀ 3

1D	2C	3C	4C	5B	6A	7B	8C	9D	10B	11D	12D
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----	-----	-----

### CHỦ ĐỀ 4

1C	2A	3C	4C	5B	6C	7C	8D	9A	10B
----	----	----	----	----	----	----	----	----	-----

### CHỦ ĐỀ 5

1C	2C	3D	4C	5C	6C	7B	8B	9C	10B
11B	12C	13D	14B	15C	16C	17A	18 A	19A	20B

### CHỦ ĐỀ 6

1B	2A	3B	4B	5D					
----	----	----	----	----	--	--	--	--	--

### CHỦ ĐỀ 7

1B	2C	3D	4B	5B	6A	7C	8C	9B	10A
11B	12A	13D	14B	15D	16C	17C	18C	19C	

### CHỦ ĐỀ 8

1C	2C	3A	4B	5B	6C	7A	8C	9C	10A
11D	12A	13A	14A						

### CHỦ ĐỀ 9

1B	2C	3D	4D	5C	6D	7B	8D	9A	10D
11A	12C	13A	14D	15A	16B	17B	18 C	19D	20C

### CHỦ ĐỀ 10

1D	2B	3B	4B	5C	6B	7B	8C	9B	10C
11B	12A	13A	14C	15B	16A	17D	18 A	19C	20A

BỘI DƯỜNG TỔ HỢP - LÝ HỌA

## MỤC LỤC

Lời nói đầu .....	3
Chủ đề 1: Dao động điều hòa .....	5
Chủ đề 2: Tổng hợp dao động. Các loại dao động (tự do, tắt dần, duy trì, cường bức). Sự cộng hưởng dao động .....	60
Chủ đề 3: Đại cương về sóng cơ. Sóng âm .....	74
Chủ đề 4: Giao thoa sóng. Sóng dừng .....	89
Chủ đề 5: Dòng điện xoay chiều. Mạch RLC .....	112
Chủ đề 6: Các loại máy điện .....	202
Chủ đề 7: Dao động và sóng điện từ .....	220
Chủ đề 8: Sóng ánh sáng .....	242
Chủ đề 9: Lượng tử ánh sáng. Màu sắc các vật .....	269
Chủ đề 10: Vật lí hạt nhân .....	289
Đáp án .....	313

*Chịu trách nhiệm xuất bản :*

Giám đốc ĐINH NGỌC BẢO

Tổng biên tập ĐINH VĂN VANG

*Chịu trách nhiệm nội dung và bản quyền :*

CÔNG TY CỔ PHẦN HỌC LIỆU SƯ PHẠM

*Biên tập tái bản :*

NGUYỄN MAI DUNG

*Trình bày bìa :*

PHẠM VIỆT QUANG

*Ché bản :*

NGUYỆT NGA – KIM CÚC

---

HƯỚNG DẪN ÔN TẬP VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI NHANH

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM VẬT LÍ 12

(Tái bản lần thứ tám)

In 1000 bản, khổ 17x24cm, tại Công ty Cổ phần Hợp Thành Phát

Số đăng ký KHXB : 74 – 2013/CXB/806 – 84/ĐHSP ngày 14/01/2013

In xong và nộp lưu chiểu tháng 3 năm 2013

## BẠN ĐỌC CÓ THỂ TÌM MUA SÁCH TẠI

### 1. CÔNG TY TNHH SÁCH – DỊCH VỤ VĂN HÓA TRÌNH DẬU

Địa chỉ: 98 Lê Thanh Nghị, Hai Bà Trưng, Hà Nội  
Điện thoại: 04.38680092 Fax: 04.38684875

### 2. CÔNG TY TNHH SÁCH GIÁO DỤC HẢI ANH

Địa chỉ: 178 Đông Cát, Đống Đa, Hà Nội  
Điện thoại (Fax): 04.35132360

### 3. NHÀ SÁCH GIÁO DỤC BÌNH THỦY

Địa chỉ: 67 Nguyễn Khoái, Hai Bà Trưng, Hà Nội  
Điện thoại: 04.39844785; 04.39845439 Fax: 04.39844824

### 4. CÔNG TY TNHH & VĂN HÓA PHẨM QUẢNG LỢI

Địa chỉ: 32 Gia Ngư, Hoàn Kiếm, Hà Nội  
Điện thoại: 04.38246605 Fax: 04.39365215

### 5. NHÀ SÁCH HOÀ NGỌC

Địa chỉ: 54B Bà Triệu, Hoàn Kiếm, Hà Nội  
Điện thoại (Fax): 04.38258410

### 6. NHÀ SÁCH DƯƠNG NGUYỆT

Địa chỉ: 42E, Lý Thường Kiệt, Hoàn Kiếm, Hà Nội  
Điện thoại (Fax): 04.38264906

### 7. NHÀ SÁCH MINH THẮNG

Địa chỉ: 808 Đường Láng, Đống Đa, Hà Nội  
Điện thoại: 04.37755620 Fax: 04.62661133

### 8. NHÀ SÁCH SƯ PHẠM

Địa chỉ: 136 Xuân Thuỷ, Cầu Giấy, Hà Nội  
Điện thoại (Fax): 04.37547713

### 9. NHÀ SÁCH VIỆT KIM LONG

Địa chỉ: 393 Vĩnh Hưng, Hoàng Mai, Hà Nội  
Điện thoại: 04.36462755 Fax: 04.36462754

### 10. CÔNG TY CỔ PHẦN SÁCH & TBTH NAM CƯỜNG

Địa chỉ: 29 – 31 Phan Bội Châu, Hồng Bàng, Hải Phòng  
Điện thoại: 031.3521999 Fax: 031.3521555

### 11. CÔNG TY TNHH PHÚ QUÝ – NHÀ SÁCH THOA CÚC

Địa chỉ: 58 – 60 Phan Bội Châu, Phường Tân Sơn, Tp Thanh Hoá  
Điện thoại: 037.3857516 Fax: 037.3726929

### 12. CÔNG TY SÁCH TBGD ĐỨC TRÍ (CHI NHÁNH VINH, NGHỆ AN)

Địa chỉ: 168 Nguyễn Văn Cừ, Thành phố Vinh, Nghệ An  
Điện thoại (Fax): 038.3589203

### 13. NHÀ SÁCH CÔNG YẾN

Địa chỉ: 250 Lê Duẩn, Phường Lê Mao, Tp Vinh, Nghệ An  
Điện thoại: 038.3554777 Fax: 038.3840971

### 14. NHÀ SÁCH HỒNG DUYÊN

Địa chỉ: 82 Hùng Vương, Đông Hà, Quảng Trị  
Điện thoại (Fax): 053.3852713

### 15. NHÀ SÁCH PHƯƠNG

Địa chỉ: Số 4, Lý Thái Tổ, Thành Phố Đà Nẵng  
Điện thoại (Fax): 05113823421

### 16. CÔNG TY SÁCH THIẾT BỊ GIÁO DỤC ĐỨC TRÍ

Địa chỉ: 10 – 10B Đinh Tiên Hoàng, Phường Đa Kao, Quận 1, Tp Hồ Chí Minh  
Điện thoại: 08.38220624; 08.38228300 Fax: 08.39101221