

Họ, tên thí sinh:.....

Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 11

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = 2 + 3 \tan x$ là

- A. $D = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \right\}$ B. $D = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \right\}$ C. $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ D. $D = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}$

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \cos x \cdot \sin^3 x$ B. $y = \sin x \cdot \cos 2x$
C. $y = 2019 \cos x + 2020$ D. $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$

Câu 3: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6 \cos 2x - 7$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6} \right]$. Tính $M + m$.

- A. -14. B. 3. C. -11. D. -10.

Câu 4: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ bằng.

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{7\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ D. $\frac{4\pi}{3}$

Câu 5: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2^n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A. $u_n = 1 + n$ B. $u_n = 1 - n$ C. $u_n = 1 + (-1)^{2^n}$ D. $u_n = n$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

- A. 2. B. 4. C. 1. D. Không có.

Câu 7: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng:

- A. $u_n = 3^{n+1}$ B. $u_n = \frac{2}{n+1}$ C. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ D. $u_n = \frac{5n - 2}{3}$

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24. B. 54. C. 162. D. 48.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases}$. Số hạng đầu u_1 là

- A. $u_1 = -5$ B. $u_1 = 5$ C. $u_1 = 3$ D. $u_1 = -3$

Câu 10: Một cấp số nhân (u_n) có n số hạng, số hạng đầu $u_1 = 7$, công bội $q = 2$. Số hạng thứ n bằng 1792 . Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) ?

- A. 5377. B. 5737. C. 3577. D. 3775.

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Bảng 3.6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20)
- B. [20; 40)
- C. [40; 60)
- D. [60; 80)

Câu 12: Cho bảng số liệu sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

Giá trị đại diện của [30;40) bằng:

- A. 2
- B. 10
- C. 35
- D. 14

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

(I) Phương trình có nghiệm
$$\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(II) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$

(III) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm

(IV) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$. Khi đó:

(I) $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}$

(II) Dãy số (u_n) là dãy số tăng

(III) $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}$

(IV) Dãy số đã cho bị chặn trên

Câu 3: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau, hãy tìm tứ phân vị của nó.

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

(I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

(II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 48$

(III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$

(IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 61,5$

Câu 4: Công ty A muốn thuê hai mảnh đất để làm 2 nhà kho, một mảnh trong vòng 10 năm và 1 mảnh trong vòng 15 năm ở hai chỗ khác nhau. Công ty bất động sản C, công ty bất động sản B đều muốn cho thuê. Hai công ty đưa ra phương án cho thuê như sau:

+Công ty C: Năm đầu tiên tiền thuê đất là 60 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

+Công ty B: Trả tiền theo quý, quý đầu tiên là 8 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500000 đồng.

Công ty A lựa chọn thuê đất của công ty bất động sản để chi phí là thấp nhất biết rằng các mảnh đất cho thuê về diện tích, độ tiện lợi đều như nhau

- (I) Chọn công ty B để thuê cả hai mảnh đất.
- (II) Chọn công ty C để thuê cả hai mảnh đất.
- (III) Chọn công ty C để thuê đất 10 năm, công ty B thuê đất 15 năm.
- (IV) Chọn công ty B để thuê đất 10 năm, công ty C thuê đất 15 năm.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong tam giác ABC ta có: $\cos A + \cos(B + C) + \tan \frac{A + B}{2} = k \cot \frac{C}{2}$. Khi đó: $k = ?$

Câu 2: Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

Câu 3: Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu $20m$ để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 4: Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ polonium 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa(I)). Tính khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm).

Câu 5: Chiều cao (đơn vị: m) của 35 cây bạch đàn được cho ở bảng sau:

Số đo chiều cao (m)	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)
Số cây	6	9	15	4	1

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

-----**Hết**-----
-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh:.....
Số báo danh:.....

ĐỀ SỐ 13

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Tập xác định của hàm số $y = 2 + 3 \tan x$ là

- A. $D = \left\{ \frac{\pi}{3} + k\pi \right\}$ B. $D = \left\{ \frac{\pi}{6} + k\pi \right\}$ *C. $D = \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \right\}$ D. $D = \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi \right\}$

Hướng dẫn giải

ĐKXĐ: $\cos x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$. Do đó tập xác định của hàm số là

Câu 2: Trong các hàm số sau, hàm số nào là hàm số chẵn?

- A. $y = \cos x \cdot \sin^3 x$ B. $y = \sin x \cdot \cos 2x$
*C. $y = 2019 \cos x + 2020$ D. $y = \frac{\tan x}{\tan^2 x + 1}$

Hướng dẫn giải

Xét hàm số $y = f(x) = 2019 \cos x + 2020$

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow -x \in \mathbb{R}$

$f(-x) = 2019 \cos(-x) + 2020 = 2019 \cos x + 2020 = f(x)$

Kết luận: Hàm số $y = 2019 \cos x + 2020$ là hàm số chẵn.

Câu 3: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 6 \cos 2x - 7$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6} \right]$. Tính $M + m$.

- A. -14. B. 3. *C. -11. D. -10.

Hướng dẫn giải

Ta có: $-\frac{\pi}{3} \leq x \leq \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow -\frac{2\pi}{3} \leq 2x \leq \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq \cos 2x \leq 1 \Leftrightarrow -10 \leq 6 \cos 2x - 7 \leq -1$

Suy ra $M = -1, m = -10$. Vậy $M + m = -11$.

Câu 4: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\cot x = \sqrt{3}$ trên đoạn $[0; 2\pi]$ bằng.

- A. $\frac{\pi}{6}$ B. $\frac{7\pi}{6}$ C. $\frac{5\pi}{6}$ *D. $\frac{4\pi}{3}$

Hướng dẫn giải

$$\cot x = \sqrt{3} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi, \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Ta có

Mà $x \in [0; 2\pi]$ nên phương trình có các nghiệm thỏa mãn là $x = \frac{\pi}{6}, x = \frac{7\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm là $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 5: Cho dãy số (u_n) với $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} \end{cases}$. Số hạng tổng quát u_n của dãy số là số hạng nào dưới đây?

- A. $u_n = 1 + n$ B. $u_n = 1 - n$ C. $u_n = 1 + (-1)^{2n}$ *D. $u_n = n$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $u_{n+1} = u_n + (-1)^{2n} = u_n + 1 \Rightarrow u_2 = 2; u_3 = 3; u_4 = 4; \dots$ Dễ dàng dự đoán được $u_n = n$.

Thật vậy, ta chứng minh được $u_n = n$ (*) bằng phương pháp quy nạp như sau:

+ Với $n = 1 \Rightarrow u_1 = 1$. Vậy (*) đúng với $n = 1$

+ Giả sử (*) đúng với mọi $n = k$ ($k \in \mathbb{N}^*$), ta có: $u_k = k$. Ta đi chứng minh (*) cũng đúng với $n = k + 1$, tức là: $u_{k+1} = k + 1$

+ Thật vậy, từ hệ thức xác định dãy số (u_n) ta có: $u_{k+1} = u_k + (-1)^{2k} = k + 1$. Vậy (*) đúng với mọi $n \in \mathbb{N}^*$.

Câu 6: Cho dãy số (u_n) với $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1}$. Hỏi dãy số trên có bao nhiêu số hạng nhận giá trị nguyên.

- A. 2. B. 4. *C. 1. D. Không có.

Hướng dẫn giải

Ta có $u_n = \frac{n^2 + 3n + 7}{n + 1} = n + 2 + \frac{5}{n + 1}$ ($n \in \mathbb{N}^*$)

Để u_n nhận giá trị nguyên thì $\frac{5}{n + 1}$ là số nguyên hay $n = 4$

Vậy dãy số (u_n) chỉ có một số hạng nhận giá trị nguyên.

Câu 7: Trong các dãy số sau, dãy nào là cấp số cộng:

- A. $u_n = 3^{n+1}$ B. $u_n = \frac{2}{n+1}$ C. $u_n = \sqrt{n^2 + 1}$ *D. $u_n = \frac{5n - 2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Ta có dãy u_n là cấp số cộng khi $u_{n+1} - u_n = d$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$ với d là hằng số.

Bằng cách tính 3 số hạng đầu của các dãy số

Xét hiệu $u_{n+1} - u_n = \frac{5(n+1) - 2}{3} - \frac{5n - 2}{3} = \frac{5}{3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

Vậy dãy $u_n = \frac{5n - 2}{3}$ là cấp số cộng.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

- A. 24. *B. 54. C. 162. D. 48.

Hướng dẫn giải

Có $u_4 = u_1 \cdot q^3 = 2 \cdot 3^3 = 54$.

Câu 9: Cho cấp số cộng (u_n) có $\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases}$. Số hạng đầu u_1 là

A. $u_1 = -5$ B. $u_1 = 5$ *C. $u_1 = 3$ D. $u_1 = -3$

Hướng dẫn giải

Gọi d là công sai của CSC. Ta có $u_n = u_1 + (n - 1)d$

$$\begin{cases} u_1 - 2u_5 + u_6 = -15 \\ u_3 + u_7 = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - 2(u_1 + 4d) + (u_1 + 5d) = -15 \\ (u_1 + 2d) + (u_1 + 6d) = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 5 \\ 2u_1 + 8d = 46 \end{cases} \Rightarrow u_1 = 3$$

Câu 10: Một cấp số nhân (u_n) có n số hạng, số hạng đầu $u_1 = 7$, công bội $q = 2$. Số hạng thứ n bằng 1792 . Tính tổng n số hạng đầu tiên của cấp số nhân (u_n) ?

A. 5377 B. 5737 *C. 3577 D. 3775

Hướng dẫn giải

Ta có $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$

$$\Rightarrow 7 \cdot 2^{n-1} = 1792 \Leftrightarrow n = 9 \Rightarrow S_9 = 3577$$

Câu 11: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Bảng 3.6

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [0; 20) B. [20; 40) C. [40; 60) D. [60; 80)

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cỡ mẫu $n = 42$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2}$.

Do x_{11}, x_{12} đều thuộc nhóm [20;40) nên nhóm này chứa Q_1

Câu 12: Cho bảng số liệu sau:

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

Giá trị đại diện của [30;40) bằng:

- A. 2 B. 10 C. 35 D. 14

Hướng dẫn giải

Giá trị đại diện bằng $\frac{30+40}{2} = 35$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý (I), (II), (III), (IV) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho phương trình lượng giác $\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

- (I) Phương trình có nghiệm $\begin{cases} x = -\frac{\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$

(II) Phương trình có nghiệm âm lớn nhất bằng $-\frac{2\pi}{9}$

(III) Trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ phương trình đã cho có 3 nghiệm

(IV) Tổng các nghiệm của phương trình trong khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ bằng $\frac{7\pi}{9}$

Hướng dẫn giải

(I) Sai	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Đúng
---------	-----------	-----------	-----------

Ta có:

$$\sin\left(3x + \frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 3x + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \\ 3x = \pi + k2\pi \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{2\pi}{9} + k\frac{2\pi}{3} \\ x = \frac{\pi}{3} + k\frac{2\pi}{3} \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

Vì $x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên $x = \frac{\pi}{3}, x = \frac{4\pi}{9}$.

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 2: Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = n + \frac{1}{n}$. Khi đó:

- (I) $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- (II) Dãy số (u_n) là dãy số tăng
- (III) $u_n \geq 1, \forall n \in \mathbb{N}^*$
- (IV) Dãy số đã cho bị chặn trên

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Sai
----------	-----------	-----------	----------

Với mọi số nguyên dương n , ta có:

$$\begin{aligned} u_{n+1} - u_n &= n + 1 + \frac{1}{n+1} - \left(n + \frac{1}{n}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{(n+1)n} = \frac{(n+1)n - 1}{(n+1)n} > 0 \text{ (vì } (n+1)n > 1, \forall n \geq 1). \end{aligned}$$

Suy ra $u_{n+1} > u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Vì vậy dãy số (u_n) là dãy số tăng.

Mặt khác, áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $n, \frac{1}{n}$, ta được:

$$n + \frac{1}{n} \geq 2\sqrt{n \cdot \frac{1}{n}} = 2 \text{ hay } u_n \geq 2, \forall n \in \mathbb{N}^*.$$

Vì vậy dãy số đã cho bị chặn dưới.

Câu 3: Dựa vào bảng tần số mẫu số liệu ghép nhóm sau, hãy tìm tứ phân vị của nó.

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
------	----------	----------	----------	----------	----------	----------

Tần số	2	10	16	8	2	2
--------	---	----	----	---	---	---

(I) Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

(II) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 48$

(III) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_2 = 45$

(IV) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 61,5$

Hướng dẫn giải

(I) Đúng	(II) Đúng	(III) Sai	(IV) Sai
----------	-----------	-----------	----------

Cỡ mẫu của mẫu số liệu là $n = 40$.

Gọi $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{40}$ là mẫu số liệu được xếp theo thứ tự không giảm.

Trung vị của mẫu số liệu: $\frac{x_{20} + x_{21}}{2} \in [50; 60)$.

Ta có: $n_m = 16; C_2 = 2 + 10 = 12; u_m = 50; u_{n+1} = 60$.

Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu ghép nhóm cũng là trung vị của mẫu số liệu đó là:

$$Q_2 = M_e = 50 + \frac{\frac{40}{2} - 12}{16} (60 - 50) = 55$$

Xét nửa mẫu số liệu bên trái $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{20}$ có trung vị $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \in [40; 50)$.

Ta có: $n_i = 10; C_1 = 2; u_i = 40; u_{i+1} = 50$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{4} - 2}{10} (50 - 40) = 48$$

Xét nửa mẫu số liệu bên phải $x_{21}, x_{22}, x_{23}, \dots, x_{40}$ có trung vị $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in [60; 70)$.

Ta có: $n_j = 8; C_3 = 2 + 10 + 16 = 28; u_j = 60; u_{j+1} = 70$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$Q_3 = 60 + \frac{\frac{3.40}{4} - 28}{8} (70 - 60) = 62,5$$

Vậy tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

$$Q_1 = 48, Q_2 = 55, Q_3 = 62,5.$$

Câu 4: Công ty A muốn thuê hai mảnh đất để làm 2 nhà kho, một mảnh trong vòng 10 năm và 1 mảnh trong vòng 15 năm ở hai chỗ khác nhau. Công ty bất động sản C, công ty bất động sản B đều muốn cho thuê. Hai công ty đưa ra phương án cho thuê như sau:

+ Công ty C: Năm đầu tiên tiền thuê đất là 60 triệu và kể từ năm thứ hai trở đi mỗi năm tăng thêm 3 triệu đồng.

+Công ty B: Trả tiền theo qui, quý đầu tiên là 8 triệu đồng và từ quý thứ hai trở đi mỗi quý tăng thêm 500000 đồng.
 Công ty A lựa chọn thuê đất của công ty bất động sản để chi phí là thấp nhất biết rằng các mảnh đất cho thuê về diện tích, độ tiện lợi đều như nhau
 (I) Chọn công ty B để thuê cả hai mảnh đất.
 (II) Chọn công ty C để thuê cả hai mảnh đất.
 (III) Chọn công ty C để thuê đất 10 năm, công ty B thuê đất 15 năm.
 (IV) Chọn công ty B để thuê đất 10 năm, công ty C thuê đất 15 năm.

Hướng dẫn giải

(I) SAI	(II) ĐÚNG	(III) SAI	(IV) SAI
---------	-----------	-----------	----------

Gọi B_n, C_n lần lượt là số tiền công ty A cần trả theo các tính của hai công ty B và C
 Theo bài ra ta có :

B_n là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với $u_1 = 8$ triệu đồng $d = 0,5$ triệu đồng.

C_n là tổng n số hạng đầu tiên của một cấp số cộng với $u_1 = 60$ triệu đồng $d = 3$ triệu đồng.

Do đó : Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 15 năm = 60 quý số tiền công ty A phải trả là

$$B_{60} = (2.8 + 59.0,5).30 = 1365 \text{ triệu đồng}$$

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 15 năm số tiền công ty A phải trả là

$$C_{15} = (2.60 + 14.3).7,5 = 1215 \text{ triệu đồng}$$

Vậy thuê mảnh đất trong vòng 15 năm của công ty C

Nếu thuê đất của công ty B trong vòng 10 năm = 40 quý số tiền công ty A phải trả là $B_{40} = (2.8 + 39.0,5).20 = 710$ triệu đồng

Nếu thuê đất của công ty C trong vòng 10 năm số tiền công ty A phải trả là $C_{10} = (2.60 + 9.3).4,5 = 661,5$ triệu đồng

Vậy thuê mảnh đất trong vòng 10 năm của công ty. C.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1: Trong tam giác ABC ta có: $\cos A + \cos(B + C) + \tan \frac{A + B}{2} = k \cot \frac{C}{2}$. Khi đó: $k = ?$

Trả lời: 1

Hướng dẫn giải

$$\text{Vì } A + B + C = 180^\circ \text{ nên } B + C = 180^\circ - A \text{ và } \frac{A + B}{2} = \frac{180^\circ - C}{2} .$$

Do đó:

$$\begin{aligned} \cos A + \cos(B + C) + \tan \frac{A + B}{2} &= \cos A + \cos(180^\circ - A) + \tan \frac{180^\circ - C}{2} \\ &= \cos A - \cos A + \tan \left(90^\circ - \frac{C}{2} \right) = \cot \frac{C}{2} \end{aligned}$$

Câu 2: Cho hai góc nhọn a và b với $\tan a = \frac{1}{7}$ và $\tan b = \frac{3}{4}$. Tính $a + b$.

Trả lời: 45°

Hướng dẫn giải

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} = \frac{\frac{1}{7} + \frac{3}{4}}{1 - \frac{1}{7} \cdot \frac{3}{4}} = 1$$

Ta có: , suy ra $a + b = 45^\circ$

Câu 3: Một cơ sở khoan giếng đưa ra định mức giá như sau: Giá của mét khoan đầu tiên là 100 nghìn đồng và kể từ mét khoan thứ hai, giá của mỗi mét sau tăng thêm 30 nghìn đồng so với giá của mét khoan ngay trước đó. Một người cần khoan một giếng sâu $20m$ để lấy nước dùng cho sinh hoạt của gia đình. Hỏi sau khi hoàn thành việc khoan giếng, gia đình đó phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng số tiền bao nhiêu nghìn đồng?

Trả lời: 7700 (nghìn đồng).

Hướng dẫn giải

Gọi u_n là giá của mét khoan thứ n , trong đó $1 \leq n \leq 20$.

Khi đó, (u_n) là cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 100$ và công sai $d = 30$.

Số tiền mà gia đình phải thanh toán cho cơ sở khoan giếng là:

$$S_{20} = u_1 + u_2 + \dots + u_{20} = \frac{20(2u_1 + 19d)}{2} = \frac{20(2 \cdot 100 + 19 \cdot 30)}{2} = 7700 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Câu 4: Chu kì bán rã của nguyên tố phóng xạ polonium 210 là 138 ngày (nghĩa là sau 138 ngày khối lượng của nguyên tố đó chỉ còn một nửa(I). Tính khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau 7314 ngày (khoảng 20 năm).

Trả lời: $\approx 2,22 \cdot 10^{-15}$

Hướng dẫn giải

Gọi u_n (gam) là khối lượng còn lại của 20 gam polonium 210 sau n chu kì bán rã. Ta có 7314 ngày gồm 53 chu kì bán rã. Theo đề bài ra, ta cần tính u_{53} .

Từ giả thiết suy ra dãy (u_n) là một cấp số nhân với số hạng đầu là $u_1 = \frac{20}{2} = 10$ và công bội $q = 0,5$. Suy ra $u_n = 10 \cdot (0,5)^{n-1}$.

Do đó $u_{53} = 10 \cdot (0,5)^{52} \approx 2,22 \cdot 10^{-15}$.

Câu 5: Chiều cao (đơn vị: m) của 35 cây bạch đàn được cho ở bảng sau:

Số đo chiều cao (m)	[6,5;7)	[7;7,5)	[7,5;8)	[8;8,5)	[8,5;9)
Số cây	6	9	15	4	1

Hãy tìm trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Trả lời: 7,58

Hướng dẫn giải

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{35}$ là chiều cao của các cây bạch đàn xếp theo thứ tự không giảm.

Do $x_1; \dots; x_6 \in [6,5;7); x_7; \dots; x_{15} \in [7;7,5); x_{16}; \dots; x_{30} \in [7,5;8)$ nên trung vị của mẫu là $x_{16} \in [7,5;8)$.

Ta xác định được $n = 35, n_m = 15, C = 6 + 9 = 15, u_m = 7,5; u_{m+1} = 8$.

$$M_e = 7,5 + \frac{\frac{35}{2} - 15}{15} (8 - 7,5) = 7,58.$$

Câu 6: Cho dãy số (u_n) xác định bởi $\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = u_n + n^3, \forall n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$. Tìm số nguyên dương n nhỏ nhất sao cho $\sqrt{u_n - 1} \geq 2039190$.

Trả lời: 2020

Hướng dẫn giải

Theo hệ thức đã cho ta có:

$$u_n = u_{n-1} + (n-1)^3 = u_{n-2} + (n-2)^3 + (n-1)^3 = \dots = u_1 + 1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3$$

Lại có
$$1^3 + 2^3 + \dots + (n-1)^3 = (1+2+\dots+(n-1))^2 = \frac{(n-1)^2 n^2}{4}$$

Suy ra:
$$u_n = 1 + \frac{n^2 (n-1)^2}{4} \Rightarrow \sqrt{u_n - 1} = \frac{n(n-1)}{2}$$

Sử dụng mode $\uparrow$ cho n chạy từ 2017 đến 2020, ta được kết quả $n = 2020$.

-----**Hết**-----

-Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
-Giám thị không giải thích gì thêm.