

Câu 1. (1,5 điểm). Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 1$

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 4x - 5 = 0$ có hai nghiệm là x_1 và x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = 2(x_1 - x_2)^2 + 3x_1x_2$

Câu 3. (0,75 điểm). Để xác định ngày n , tháng t , năm K rơi vào thứ mấy, ta tính theo quy tắc sau:

$$M = (K - 1) \cdot 365 + \text{thương của } \left(\frac{K - 1}{4} \right) + C$$

Trong đó, K là số năm, C là số ngày tính từ ngày đầu tiên của năm K tới ngày n , tháng t , năm K .

Sau đó, lấy M chia cho 7 ta được số dư r và tra bảng sau:

r	0	1	2	3	4	5	6
Thứ	thứ Bảy	Chủ Nhật	thứ Hai	thứ Ba	thứ Tư	thứ Năm	thứ Sáu

Ví dụ: Ngày 1/6/2000 biết năm 2000 là năm nhuận.

$$C = 31 + 29 + 31 + 30 + 31 + 1 = 153.$$

Thương của $(2000 - 1)$ chia 4 là 499.

$$M = (2000 - 1) \cdot 365 + 499 + 153 = 730\,287.$$

Vì $730287 : 7$ dư 5 nên ngày 1/6/2000 là thứ năm.

- Em hãy cho biết ngày 15/4/2021 là ngày thứ mấy? Biết năm 2021 không phải năm nhuận.
- Nếu ngày 12 của tháng t thuộc nửa đầu năm 2021 rơi vào thứ hai. Em hãy cho biết đó là tháng nào?

Câu 4. (0,75 điểm). Do các hoạt động công nghiệp thiếu kiểm soát của con người làm cho nhiệt độ trái đất tăng dần một cách rất đáng lo ngại. Các nhà khoa học đã đưa ra công thức dự báo

nhệt độ trung bình trên bề mặt trái đất như sau: $T = at + b$. Trong đó T là nhiệt độ trung bình của bề mặt trái đất tính theo độ C; t là số năm kể từ năm 1950. Vào năm 1950, người ta khảo sát thấy nhiệt độ trái đất là 15°C và sau 30 năm khảo sát các nhà khoa học đã thấy nhiệt độ trái đất đã tăng $0,6^{\circ}\text{C}$. Xác định hệ số a, b .

Câu 5. (1 điểm). Một buổi liên hoan lớp cô giáo định chia một số kẹo thành các phần quà cho các em học sinh. Nếu mỗi phần giảm đi 6 viên thì các em có thêm 5 phần quà, nếu giảm đi 10 viên thì các em có thêm 10 phần quà. Hỏi tổng số kẹo là bao nhiêu viên?

Câu 6. (1 điểm). Một chi tiết xây dựng bằng bê tông có kích thước như hình vẽ bên, gồm:

- Phía trên là một hình trụ có chiều cao $2(m)$, đường kính đáy $0,5(m)$.
- Phía dưới là nửa hình cầu có đường kính $0,5(m)$.

a) Tính thể tích của chi tiết trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba). Biết V hình trụ =

$$\pi R^2 h ; V \text{ hình cầu} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

b) Mỗi xe trộn bê tông cung cấp được $6m^3$ bê tông. Một công trình xây dựng cần sử dụng 40 chi tiết như ở câu a thì cần ít nhất bao nhiêu xe để đáp ứng được nhu cầu?



Câu 7. (1 điểm). Một cửa hàng bán hoa niêm yết giá 1 bông hồng là 15000 đồng. Nếu khách hàng mua 10 bông trở lên thì từ bông thứ 10 mỗi bông giảm 10% trên giá niêm yết. Nếu mua 20 bông trở lên thì từ bông thứ 20 được giảm thêm 5% trên giá đã giảm. Nếu mua nhiều hơn 50 bông thì được giảm thêm 2% trên tổng hóa đơn.

- Nếu mua 60 bông thì phải trả bao nhiêu tiền? (làm tròn đến hàng nghìn).
- Ông A đã mua một số bông và trả 334125 đồng. Hãy tính số bông ông đã mua.

Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) nội tiếp (O) , đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Kẻ đường kính AK , vẽ BF vuông góc với AK tại F .

- Chứng minh năm điểm A, B, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.
- Gọi M là trung điểm BC . Chứng minh M, H, K thẳng hàng.
- Gọi I là trung điểm AB . Chứng minh D đối xứng với F qua IM .

----HẾT----

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. (1,5 điểm). Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 1$

- Vẽ đồ thị (P) và (d) trên cùng hệ trục tọa độ.
- Tìm tọa độ giao điểm của (P) và (d) bằng phép toán.

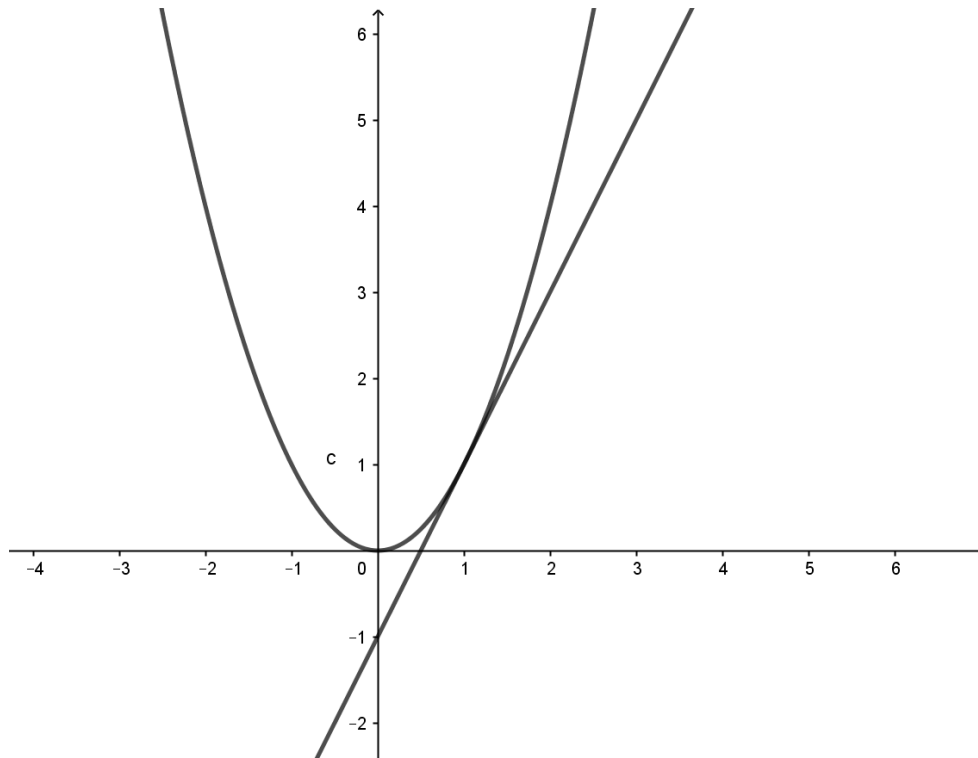
Lời giải

Parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $(d): y = 2x - 1$

Bảng giá trị

x	-2	-1	0	1	2
$y = x^2$	4	1	0	1	4

x	0	2
$y = 2x - 1$	-1	3



Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d)

$$x^2 = 2x - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 1$$

Thay $x = 1$ vào $y = x^2$, ta được $\Rightarrow y = 1$

Vậy tọa độ giao điểm của (P) và (d) là $(1;1)$

Câu 2. (1 điểm). Cho phương trình: $x^2 - 4x - 5 = 0$ có hai nghiệm là x_1, x_2 . Không giải phương trình, hãy tính giá trị của biểu thức: $A = 2(x_1 - x_2)^2 + 3x_1x_2$.

Lời giải

Theo hệ thức Vi-ét ta có

$$S = x_1 + x_2 = 4$$

$$P = x_1 \cdot x_2 = -5$$

$$\text{Ta có } A = 2(x_1 - x_2)^2 + 3x_1x_2$$

$$A = 2(S^2 - 4P) + 3P$$

$$A = 2[4^2 - 4 \cdot (-5)] + 3 \cdot (-5)$$

$$A = 2[4^2 - 4 \cdot (-5)] + 3 \cdot (-5)$$

$$A = 57.$$

Câu 3. (0,75 điểm). Để xác định ngày n , tháng t , năm K rơi vào thứ mấy, ta tính theo quy tắc sau:

$$M = (K - 1) \cdot 365 + \text{thương của } \left(\frac{K - 1}{4} \right) + C$$

Trong đó, K là số năm, C là số ngày tính từ ngày đầu tiên của năm K tới ngày n , tháng t , năm K .

Sau đó, lấy M chia cho 7 ta được số dư r và tra bảng sau:

r	0	1	2	3	4	5	6
Thứ	thứ Bảy	Chủ Nhật	thứ Hai	thứ Ba	thứ Tư	thứ Năm	thứ Sáu

Ví dụ: Ngày 1/6/2000 biết năm 2000 là năm nhuận.

$$C = 31 + 29 + 31 + 30 + 31 + 1 = 153.$$

Thương của $(2000 - 1)$ chia 4 là 499.

$$M = (2000 - 1) \cdot 365 + 499 + 153 = 730\,287.$$

Vì $730287 : 7$ dư 5 nên ngày 1/6/2000 là thứ năm.

- a) Em hãy cho biết ngày 15/4/2021 là ngày thứ mấy? Biết năm 2021 không phải năm nhuận.

- b) Nếu ngày 12 của tháng t thuộc nửa đầu năm 2021 rơi vào thứ hai. Em hãy cho biết đó là tháng nào?

Lời giải

a) $C = 31 + 28 + 31 + 15 = 105$.

Thương của $(2000 - 1)$ chia 4 là 505.

$$M = 2021 - 1 \cdot 365 + 505 + 105 = 737910.$$

Vì 737910 chia 7 dư 5 nên 15/4/2021 là thứ năm.

b) $M = 2021 - 1 \cdot 365 + 505 + C = 737805 + C$

Vì ngày 12/t/2021 là thứ hai nên $M = (737805 + C)$ chia 7 dư 2 (với $t = 1; 2; 3; 4; 5; 6$)

Nếu $t = 1$ thì $C = 12 \Rightarrow M = 737805 + 12 = 737817$ chia 7 dư 3 (loại)

Nếu $t = 2$ thì $C = 31 + 12 = 43 \Rightarrow M = 737805 + 43 = 737848$ chia 7 dư 6 (loại)

Nếu $t = 3$ thì $C = 31 + 28 + 12 = 71 \Rightarrow M = 737805 + 71 = 737876$ chia 7 dư 6 (loại)

Nếu $t = 4$ thì $C = 31 + 28 + 31 + 12 = 102 \Rightarrow M = 737805 + 102 = 737907$ chia 7 dư 2 (nhận)

Nếu $t = 5$ thì $C = 31 + 28 + 31 + 30 + 12 = 132 \Rightarrow M = 737805 + 132 = 737937$ chia 7 dư 4 (loại)

Nếu $t = 6$ thì $C = 31 + 28 + 31 + 30 + 31 + 12 = 163 \Rightarrow M = 737805 + 163 = 737968$ chia 7 dư 0 (loại)

Vậy t là tháng 4.

Câu 4. (0,75 điểm). Do các hoạt động công nghiệp thiếu kiểm soát của con người làm cho nhiệt độ trái đất tăng dần một cách rất đáng lo ngại. Các nhà khoa học đã đưa ra công thức dự báo nhiệt độ trung bình trên bề mặt trái đất như sau: $T = at + b$. Trong đó T là nhiệt độ trung bình của bề mặt trái đất tính theo độ C; t là số năm kể từ năm 1950. Vào năm 1950, người ta khảo sát thấy nhiệt độ trái đất là 15°C và sau 30 năm khảo sát các nhà khoa học đã thấy nhiệt độ trái đất đã tăng $0,6^{\circ}\text{C}$. Xác định hệ số a, b .

Lời giải

Khi $t = 0$ thì $y = 79$ nên $y = at + b \Leftrightarrow a \cdot 0 + b = 79$ (1)

Khi $t = 1$ thì $y = 79 + 11 = 90$ nên $y = at + b \Leftrightarrow a \cdot 1 + b = 90$ (2)

Từ (1) và (2) ta có hpt:
$$\begin{cases} a.0+b=79 \\ a.1+b=90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=11 \\ b=79 \end{cases}.$$

Câu 5. (1 điểm). Một buổi liên hoan lớp cô giáo định chia một số kẹo thành các phần quà cho các em học sinh. Nếu mỗi phần giảm đi 6 viên thì các em có thêm 5 phần quà, nếu giảm đi 10 viên thì các em có thêm 10 phần quà. Hỏi tổng số kẹo là bao nhiêu viên?

Lời giải

Gọi x (viên) là số kẹo của mỗi phần quà ban đầu, y là số phần quà ban đầu ($x, y \in \mathbb{N}^*$).

Vì nếu mỗi phần giảm đi 6 viên thì các em có thêm 5 phần quà nên

$$(x-6)(y+5) = xy \Leftrightarrow 5x-6y = 30 \quad (1)$$

Vì nếu giảm đi 10 viên thì các em có thêm 10 phần quà nên

$$(x-10)(y+10) = xy \Leftrightarrow 10x-10y = 100 \quad (2)$$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 5x-6y=30 \\ 10x-10y=100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30 \text{ (n)} \\ y=20 \text{ (n)} \end{cases}$$

Vậy tổng số kẹo là $30.20 = 600$ viên

Câu 6. (1 điểm). Một chi tiết xây dựng bằng bê tông có kích thước như hình vẽ bên, gồm:

- Phía trên là một hình trụ có chiều cao 2 (m), đường kính đáy 0,5 (m).
- Phía dưới là nửa hình cầu có đường kính 0,5 (m).

a) Tính thể tích của chi tiết trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba). Biết V hình trụ =

$$\pi R^2 h ; \quad V \text{ hình cầu} = \frac{4}{3} \pi R^3$$

b) Mỗi xe trộn bê tông cung cấp được $6m^3$ bê tông. Một công trình xây dựng cần sử dụng 40 chi tiết như ở câu a thì cần ít nhất bao nhiêu xe để đáp ứng được nhu cầu?



Lời giải

a) Bán kính đáy: $0,5 : 2 = 0,25 \text{ m}$

$$\text{Thể tích của chiếc bình là: } \pi R^2 h + \frac{4}{3} \pi R^3 = \pi . 0,25^2 . 2 + \frac{4}{3} \pi 0,25^3 = 0,425 (m^3)$$

b) Thể tích của 40 chi tiết là: $0,425 . 40 = 17 \text{ m}^3$

Số xe cần là: $17 : 6 \approx 2,8$ (xe). Vậy cần 3 xe để đáp ứng nhu cầu xây dựng.

Câu 7. (1 điểm). Một cửa hàng bán hoa niêm yết giá 1 bông hồng là 15000 đồng. Nếu khách hàng mua 10 bông trở lên thì từ bông thứ 10 mỗi bông giảm 10% trên giá niêm yết. Nếu mua 20 bông trở lên thì từ bông thứ 20 được giảm thêm 5% trên giá đã giảm. Nếu mua nhiều hơn 50 bông thì được giảm thêm 2% trên tổng hóa đơn.

- Nếu mua 60 bông thì phải trả bao nhiêu tiền? (làm tròn đến hàng nghìn).
- Ông A đã mua một số bông và trả 334125 đồng. Hãy tính số bông ông đã mua.

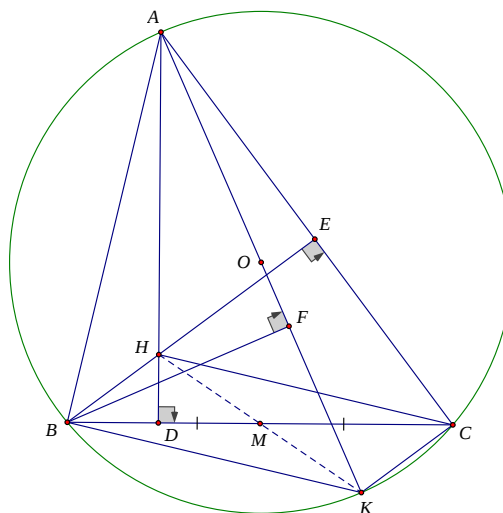
Lời giải

- Giá 1 bông từ bông thứ 10 đến bông thứ 19 là: $15000 \cdot 1 - 10\% = 13500$ (đồng)
 Giá 1 bông từ bông thứ 20 là: $13500 \cdot 1 - 5\% = 12825$ (đồng)
 Số tiền phải trả nếu mua 60 bông là:
 $[9 \cdot 15000 + 19 - 9 \cdot 13500 + 60 - 19 \cdot 12825] \cdot 1 - 2\% \approx 780000$ (đồng)
- Số tiền mua 9 bông là: $9 \cdot 15000 = 135000$ (đồng)
 Số tiền mua 19 bông là: $135000 + 19 - 9 \cdot 13500 = 270000$ (đồng)
 Số tiền nếu mua 50 bông là: $270000 + 50 - 19 \cdot 12825 = 667575$
 Vì $270000 \text{ đồng} < 334125 \text{ đồng} < 667575 \text{ đồng}$ nên ông A đã mua nhiều hơn 19 bông và ít hơn 50 bông.
 Số tiền còn lại: $334125 - 270000 = 64125$ (đồng)
 Số bông còn lại: $64125 : 12825 = 5$ (bông).
 Số bông đã mua: $5 + 19 = 24$ (bông)

Câu 8. (3 điểm) Cho tam giác ABC nhọn $AB < AC$ nội tiếp O , đường cao AD và BE cắt nhau tại H . Kẻ đường kính AK , vẽ BF vuông góc với AK tại F .

- Chứng minh năm điểm A, B, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.
- Gọi M là trung điểm BC . Chứng minh M, H, K thẳng hàng.
- Gọi I là trung điểm AB . Chứng minh D đối xứng với F qua IM .

Lời giải



- Chứng minh năm điểm A, B, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.

Ta có $\angle ADB = \angle AFB = \angle AEB = 90^\circ$

$\Rightarrow$ năm điểm A, B, D, E, F cùng thuộc một đường tròn.

b) $\angle ACK = \angle ABK = 90^\circ$ (góc nt chắn nửa O)

$BH \parallel CK$ (cùng vuông góc AC)

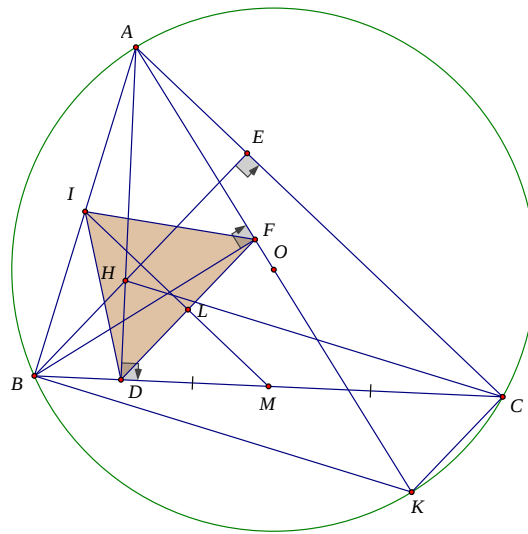
$CH \parallel BK$ (cùng vuông góc AB)

Nên $BHCK$ là hình bình hành

Mà M là trung điểm BC

Nên M là trung điểm HK

Suy ra M, H, K thẳng hàng.



c) Gọi L là giao điểm IM và DF

$\angle MDF = \angle BAK$ ($ABDF$ nội tiếp)

$\angle BAK = \angle BCK$ (2 góc nội tiếp cùng chắn BK)

$\Rightarrow \angle MDF = \angle BCK$ (2)

Chứng minh được: IM là đường trung bình $\triangle ABC$.

$\Rightarrow IM \parallel AC$

$\Rightarrow \angle IMD = \angle ACB$ (đồng vị) (2)

Mà $\angle BCK + \angle ACB = \angle ACK = 90^\circ$ (gnt chắn nửa đường tròn) (3)

Từ (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle MDF + \angle IMD = 90^\circ$

$\Rightarrow \triangle DLM$ vuông tại L

$\Rightarrow IM \perp DF$

Ta có I là trung điểm AB .

$\Rightarrow I$ là tâm đường tròn đường kính AB .

$\Rightarrow ID = IF$ (bán kính (I))

$\Rightarrow \triangle IDF$ cân tại I .

Mà IM là đường cao $\triangle IDF$ ($IM \perp DF$)

$\Rightarrow IM$ là trung trực của AF .

$\Rightarrow D$ đối xứng với F qua IM .

----HẾT----